

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA.

Escuela de Matemática

“Análisis comparativo entre una medición clásica de la memoria de trabajo y una medición alternativa orientada hacia la matemática y sus relaciones con el razonamiento matemático y el desempeño escolar”

para optar por el título de
Licenciatura en Enseñanza de la Matemática con Entornos Tecnológicos

con el grado académico de
Licenciatura

Ana Catalina Robles Núñez

María Inés Gómez Jiménez

Cartago Junio, 2019



Proyecto de Graduación defendido públicamente ante el Tribunal Evaluador del Programa de Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática con Entornos Tecnológicos de la Escuela de Matemática del TEC, integrado por Dr. Mario Marín Sánchez, Lic. Andrés Márquez González, Lic. Paulo García Delgado, MSc. Randall Blanco Benamburg, MSc. Laura Pizarro Aguilar como requisito parcial para optar al grado de Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática con Entornos Tecnológicos.



Dr. Mario Marín Sánchez
Director de tesis



Lic. Paulo García Delgado
Coordinador Carrera. "Enseñanza de la Matemática con Entornos Tecnológicos"



Lic. Andrés Márquez González
En representación del Director de la Escuela de Matemática



MSc. Randall Blanco Benamburg
Lector



MSc. Laura Pizarro Aguilar
Lector

Agradecimientos

Primeramente agradecemos a Dios por la salud y la fortaleza en todo este proceso.

A nuestro director de tesis Dr. Mario Marín Sánchez por su tiempo dedicado, sus aportes tan valiosas y su apoyo incondicional.

A los lectores MSc. Randall Blanco Benamburg y MSc.Laura Pizarro Aguilar, por su tiempo y por las observaciones dadas para la investigación que reforzaron la investigación.

A todo el personal docente de la Escuela de Matemática del Tecnológico de Costa Rica por todo el apoyo brindado y por los conomientos transmitidos a lo largo de la carrera.

A los directores y profesores de las instituciones por colaborar con el estudio y dedicar parte de su tiempo lectivo para la aplicación de los instrumentos. Y finalmente a los y las estudiantes de dichas instituciones por su tiempo y sobre todo por su disposición para ser parte de esta investigación.

Dedicatorias

A nuestros padres, por creer en cada una de nosotras y siempre recalcar nos el valor de la educación.

A nuestros esposos, por su apoyo incondicional y no permitirnos decaer en los momentos más difíciles.

A nuestros hijos, pues ellos son la razón de superación personal y profesional, para que vean en nosotras un ejemplo a seguir.

Tabla de contenido

<i>Portada</i>	1
<i>Índice de figuras</i>	7
<i>Índice de tablas</i>	7
<i>Resumen</i>	8
<i>Abstract</i>	10
Capítulo 1: Problema de la investigación	12
1.1 Tema de la investigación	13
1.2 Antecedentes	13
1.3 Problema de la investigación	20
1.3.1 Subproblemas de la investigación.....	21
1.4 Objetivos de la investigación	22
1.4.1 Objetivo general.....	22
1.4.2 Objetivos específicos.....	22
1.5 Justificación	23
Capítulo 2: Marco Teórico	25
2.1 Memoria de Trabajo	25
2.1.1 Memoria de trabajo: Modelo de Baddeley.....	31
2.2 Memoria de trabajo y rendimiento escolar	37
Capítulo 3: Marco Metodológico	44
3.1 Tipo de investigación	45
3.2 Etapas de investigación	45
3.3 Delimitación de la investigación	46
3.4 Variables y su definición operativa	47
3.5 Descripción del ámbito de la investigación – Acceso al campo	48
3.6 Población del estudio	49
3.7 Técnicas e instrumentos para la recolección de datos	51
3.7.1 Reading Span Test.....	54
3.7.2 Prueba de Amplitud Lectora	56
3.7.3 Instrumento de medición de la memoria de trabajo tradicional en el área verbal	57
3.7.4 Instrumento de medición del razonamiento matemático	59
3.8 Validez de los instrumentos	62
3.8.1 Validez de la Prueba de Amplitud Lectora	62
3.8.2 Validez de la Prueba de razonamiento matemático	64
3.9 Plan de recolección de datos	65
3.10 Plan de procesamiento de datos	66

Capítulo 4: Análisis de datos	70
4.1 Estadísticos descriptivos.....	71
4.2 Identificación de atípicos.....	76
4.2.1 Puntaje en Razonamiento Matemático	76
4.2.2 Análisis de las pruebas verbales de memoria de trabajo.....	77
4.2.3 Análisis de componentes de prueba de razonamiento matemático.....	79
4.2.4 Análisis de la prueba de razonamiento matemático	81
4.3 Pruebas de normalidad	81
4.4 Análisis de correlaciones.....	82
4.4.1 Memoria de trabajo Verbal y Memoria de trabajo Matemática correlaciones y modelos de regresión simples.....	86
4.4.2 Memoria de Trabajo Matemática y sus correlaciones.....	88
4.4.3 Memoria de Trabajo Verbal fiabilidad y correlaciones.....	89
4.5 Análisis comparativos. Análisis de Medias.....	96
4.5.1 Gráficos ilustran el comportamiento de las medias por colegio	98
4.5.2 Análisis de medias por nivel	101
Capítulo 5: Conclusiones, limitaciones y trabajo futuro.....	103
5.1 Conclusiones	104
5.2 Limitaciones y dificultades.....	111
5.3 Trabajo a futuro.....	112
Referencias	114
ANEXOS.....	125
Anexo 1: PRUEBA DE AMPLITUD LECTORA (PAL)	126
Anexo 2: PRUEBA DE AMPLITUD LECTORA (Aplicada al contexto costarricense)	130

Índice de figuras

Figura 1. Modelo de circuito fonológico (Baddeley, 2003) (con permiso del autor)	33
Figura 2. Una modificación del modelo original para tener en cuenta la evidencia de los vínculos entre la memoria de trabajo y la memoria a largo plazo. (Baddeley, 2003) (con permiso del autor).....	36
Figura 3. Diagrama para nota de razonamiento matemático	76
Figura 4. Diagrama para el puntaje PE1	77
Figura 5. Diagrama para el puntaje PE2	78
Figura 6. Diagrama para el puntaje PDesc.....	78
Figura 7. Diagrama para el puntaje MT, RI, RD y RE.....	79
Figura 8. Gráfico de dispersión general.....	86
Figura 9. Líneas de mejor ajuste por colegio.....	87
Figura 10. Gráfica de correlación entre la memoria de trabajo matemático y los factores deductivo, inductivo y espacial.....	89
Figura 11. Relación de la memoria de trabajo verbal con el puntaje acumulado en la prueba de razonamiento matemático sin incluir la componente de memoria de trabajo matemático.....	91
Figura 12. Comportamiento de las medias de la nota en la prueba de razonamiento por colegios.....	98
Figura 13. Comportamiento de las medias de la medición descriptiva de la memoria de trabajo verbal (PDesc) por colegios.....	99
Figura 14. Comportamiento de las medias de la medición de la memoria de trabajo matemática por colegios.....	99

Índice de tablas

Tabla 1: Definición conceptual y operativa de las variables.	48
Tabla 2: Distribución de la muestra por institución y género.....	49
Tabla 3: Distribución de la muestra por institución y nivel.	50
Tabla 4. Criterios acomodo técnico de los factores	61
Tabla 5: Estadísticos generales.	71
Tabla 6: Estadísticos por nivel.	72
Tabla 7: Estadísticos por colegio.....	74
Tabla 8: Estadísticos por tipo de colegio.....	75
Tabla 9: Pruebas de normalidad.....	82
Tabla 10: Correlaciones generales.....	83
Tabla 11: Resumen del modelo regresión MT RaziMT.	92
Tabla 12: ANOVAS Resumen del modelo.	92
Tabla 13: Resumen del modelo.....	92
Tabla 14: ANOVAS Resumen del modelo.	92
Tabla 15: Resumen del modelo.....	92
Tabla 16: ANOVAS Resumen del modelo.	93
Tabla 17: Resumen del modelo.....	94
Tabla 18: ANOVAS Resumen del modelo.	94
Tabla 19: Resumen del modelo.....	94
Tabla 20: ANOVAS Resumen del modelo.	94
Tabla 21: Resumen del modelo.....	95
Tabla 22: ANOVAS Resumen del modelo.	95
Tabla 23: Prueba de homogeneidad de varianzas.....	96
Tabla 24: ANOVA de un factor.....	97
Tabla 25: Comparaciones múltiples - Games-Howell.....	100
Tabla 26: Prueba de homogeneidad de varianzas.....	101
Tabla 27: ANOVA de un factor.....	102

Resumen

El estudio de cómo los humanos aprenden, ha ocupado a los científicos de la psicología y a los estudiosos de la educación por muchos años. En las últimas décadas se han desarrollado enfoques que ubican a la memoria de trabajo como un factor clave para entender los procesos que desarrollan los seres humanos para aprender nueva información a través de los procesos cotidianos relacionados con la solución de tareas cognitivas. Se acepta hoy en día que la memoria de trabajo entendida como un recurso cognitivo limitado que integra nueva información percibida, conocimientos ya adquiridos y un sistema integral de procesamiento es la clave para estudiar mejor los procesos del pensamiento humano.

Esta investigación se trata de un trabajo exploratorio, que busca ofrecer información relevante sobre este concepto asociándolo con el pensamiento matemático. Sobre una muestra de estudiantes de tres instituciones se realizaron dos mediciones específicas de la memoria de trabajo, una en el sentido tradicional bajo un contexto verbal (Daneman y Carpenter, 1980) y la otra bajo un contexto matemático validada en el contexto costarricense (Marín, 2017). Se busca establecer si existen relaciones entre estas mediciones y de cada una de ellas con el razonamiento matemático y con el rendimiento escolar de los estudiantes en las materias de Matemática y Español.

Entre los resultados obtenidos se encontró una correlación significativa entre la memoria de trabajo medida de manera más tradicional, que llamamos memoria de trabajo verbal, asociada con la retención de información mientras que se comprometen

otros recursos del ejecutivo central, y una medición más empírica relacionada con el procesamiento de información en un contexto matemático, en un esquema que depende del manejo y procesamiento de información matemática simple, que llamamos memoria de trabajo matemática.

Se determinó una correlación moderada y significativa entre la memoria de trabajo medida en el sentido verbal y el razonamiento matemático, y una correlación significativa y mucho más alta de la memoria de trabajo medida en un contexto matemático con el razonamiento.

Igualmente, se encontró una correlación significativa entre las distintas mediciones de memoria de trabajo y el rendimiento escolar en las materias de Matemática y Español.

Adicional se encontraron diferencias significativas entre colegios público y privado, en particular estas diferencias al analizarlas en colegios con características similares fueron significativas para la memoria de trabajo medida en un contexto matemático pero no así en el contexto verbal.

Palabras claves: Memoria de trabajo, Razonamiento, Matemática, Rendimiento escolar, Ejecutivo central.

Abstract

The study of how humans learn has occupied the scientists of psychology and the scholars of education for many years. In the last decades, approaches have been developed that place working memory as a key factor to understand the processes that human beings develop to learn new information through the daily processes related to the solution of cognitive tasks. It is accepted nowadays that the working memory understood as a limited cognitive resource that integrates new perceived information, already acquired knowledge and an integral processing system is the key to better study the processes of human thought. It is an exploratory work, which seeks to offer relevant information about this concept associating it with mathematical thinking. On a sample of students from three institutions, two specific measurements of working memory were made, one in the traditional sense under a verbal context (Daneman and Carpenter, 1980) and the other under a mathematical context validated in the Costa Rican context (Marín, 2017). Our goal is to establish if there are relations and between these same measurements and of each one of them with the mathematical reasoning and with the scholastic performance of the students in Mathematics and Spanish subjects. Among the results obtained, a significant correlation was found between the working memory measured in a more traditional way, which we call verbal work memory, associated with the retention of information while other resources of the central executive are compromised and another a more empirical measurement related to the processing of information in a mathematical context, in a scheme that depends on the handling and processing of simple mathematical information, which we call mathematical working

memory. A moderate and significant correlation was determined between the working memory measured in the verbal sense and the mathematical reasoning, and a significant and much higher correlation of the working memory measured in a mathematical context with the reasoning. Likewise, a significant correlation was found between the different measurements of working memory and school performance in Mathematics and Spanish subjects. Additional significant differences were found between public and private schools, in particular these differences when analyzed in schools with similar characteristics were significant for the working memory measured in a mathematical context but not in the verbal context.

Key words: Work memory, Reasoning, Mathematics, School performance, central executive.

Capítulo 1: Problema de la investigación

1.1 Tema de la investigación

Análisis comparativo entre una medición clásica de la memoria de trabajo y una medición alternativa orientada hacia la matemática y sus relaciones con el razonamiento matemático y el rendimiento escolar.

1.2 Antecedentes

Según el sexto informe del Estado de la Educación 2015-2017, la educación costarricense, presenta un estancamiento y, en algunas áreas, hay indicios de retrocesos, situación que ya fue reportada en la edición anterior de este informe: bajas coberturas en el nivel Interactivo II de preescolar y en el Ciclo Diversificado de secundaria, reducción de la exclusión educativa, estancamiento del logro en secundaria, rendimientos sistemáticamente bajos en pruebas estandarizadas, débil o nula articulación entre ciclos educativos y poca información disponible para dar cuenta de los avances en educación superior, especialmente la privada. El hecho más destacable de los últimos dos años fue el esfuerzo del Ministerio de Educación Pública por ampliar y renovar la reforma curricular (Estado de la nación, 2017).

La educación matemática, tanto a nivel de primaria como de secundaria sigue presentando resultados deficientes en las pruebas internacionales en que el país decide participar. Los rendimientos en matemática siguen lejos de ser satisfactorios si se comparan con estándares internacionales tanto en las pruebas PISA como en las SERCE.

Por ejemplo, para las pruebas PISA, en el informe estado de la educación se señala:

“Por un lado, el país se ubica lejos del puntaje promedio de las naciones de la OECD en las tres competencias examinadas. En competencia matemática la diferencia es de 90 puntos y equivale a tres años de formación” (Estado de la nación, 2017).

“Más del 40% de los jóvenes evaluados están por debajo de los niveles mínimos considerados como necesarios para insertarse en la sociedad del conocimiento” (Estado de la nación, 2017).

En este mismo documento, en el cual se recogen puntos de vista de diversos investigadores, se identifican una diversidad de factores que pueden incidir en los resultados de PISA y que puedan potenciar el desarrollo cognitivo de los estudiantes, así como algunas recomendaciones para abordar este problema. Entre otros aspectos reconoce el rol primordial que tienen los docentes en el desarrollo de las capacidades de los estudiantes y su responsabilidad, no necesariamente voluntaria en los resultados que los estudiantes muestren.

Dentro de esta conciencia, bastante generalizada, sobre el problema de la formación docente también, en el año de 2016, el consejo superior de educación aprobó el plan Nacional de Formación Permanente denominado “Actualizándonos”, para ser desarrollado por el Instituto de Desarrollo Profesional (IDP) en el periodo 2016-2018. Un ambicioso plan que puntualiza como fundamental los procesos de capacitación docente. Al igual que los programas de matemática vigentes, se resalta en este plan, el fortalecimiento curricular como una de las áreas estratégicas, donde se promueva un enfoque pedagógico por habilidades que va más allá de la simple transmisión del conocimiento. Para su construcción se fomenta el desarrollo de habilidades,

pensamiento crítico, creativo, los valores actitudinales y el aprendizaje, como experiencia (Rodríguez, Bonilla, López, Juárez, Vásquez y Murillo, 2018).

En el caso de la reforma en la enseñanza de la Matemática hay elementos que generan presión sobre el rol docente y más que eso sobre el contexto de la reforma misma. Por ejemplo, no darle la importancia requerida a elementos centrales en el proceso, como lo son los elementos cognitivos, compromete uno de los factores más importantes en los procesos de enseñanza aprendizaje. De acuerdo con los Programas de Estudio de Matemática vigentes, implementados por el Ministerio de Educación Pública desde el 2012, esta reforma pretende estar centrada en la resolución de problemas en contextos reales, el planteo y resolución de problemas constituyen una constante durante todo el proceso educativo, lo que incluye “el reforzamiento, movilización y aplicación de los conocimientos aprendidos” (MEP, 2014). Sin embargo, dicha propuesta ha provocado diversas reacciones entre los participantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje, pues su implementación conlleva un reto, en el cual entran en juego no solo los procesos sino también las actitudes y las creencias de los participantes.

En los programas para la educación matemática se consigna como su objetivo principal la búsqueda del fortalecimiento de mayores capacidades cognoscitivas para abordar los retos de una sociedad moderna, donde la información, el conocimiento y la demanda de mayores habilidades y capacidades mentales son invocadas con fuerza (MEP, 2014), para ello cada estudiante deberá asumir un compromiso con la construcción de sus aprendizajes y además deberá existir una acción docente crucial para generar aprendizajes en las cantidades y calidades que implica el escenario actual.

Pero, a pesar de estas declaraciones, las referencias a la acción docente son demasiado generales dejando al educador una responsabilidad enorme para interpretar y reconocer las acciones docentes a desarrollar.

A modo de ejemplo de este desequilibrio en las propuestas, la resolución de problemas como estrategia pedagógica se subrayará aquí como sustrato de un estilo de acción de aula. Para el aprendizaje de conocimientos dentro de la lección se propone una introducción de los nuevos tópicos que tome en cuenta cuatro pasos o momentos centrales: (1) propuesta de un problema, (2) trabajo estudiantil independiente, (3) discusión interactiva y comunicativa, (4) clausura o cierre (MEP, 2014). Un proceso general que implícitamente ignora las diferencias individuales.

Los programas son una propuesta que fue construida con estándares internacionales, y sin lugar a duda, es coherente con demandas formativas de alto nivel, pero carente de un marco operativo apropiado para el docente, por ejemplo, véase la siguiente cita tomada de los programas MEP (2014) en el capítulo de metodología:

La amplia colección de sugerencias e indicaciones que se consigna aquí es una guía y un reservorio de recursos. No se pretende sustituir la labor profesional en el diseño educativo, ni ofrecer un nivel inadecuadamente específico de las acciones metodológicas. En algunos casos, solamente se dan lineamientos muy generales. En los planes de estudio se ofrecen indicaciones más específicas pero siempre deberán verse como sugerencias y como una orientación a usar de forma flexible y creativa. (p.49)

Basado en la resolución de problemas, MEP-2014 proponen la definición de problema de la siguiente manera:

un planteamiento o una tarea que busca generar la interrogación y la acción estudiantil utilizando conceptos o métodos matemáticos, implicando al menos tres cosas:

- que se piense sobre ideas matemáticas sin que ellas tengan que haber sido detalladamente explicadas con anterioridad,
- que se enfrenten a los problemas sin que se hayan mostrado soluciones similares,
- que los conceptos o procedimientos matemáticos a enseñar estén íntimamente asociados a ese contexto (MEP, 2014, p.29).

Concebidos de esta manera, la resolución de problemas demanda habilidades cognitivas de nivel superior que no pueden dejarse de lado en los planteamientos.

En estos programas, por un lado, se plantean habilidades asociadas a las áreas matemáticas, y por el otro, se proponen procesos que apoyan la generación de capacidades cognitivas transversales que se evidenciarán poco a poco y sobre todo en el mediano y largo plazo. En un contexto como el propuesto, las dimensiones relacionadas con habilidades matemáticas y la generación de capacidades cognitivas transversales tienden a estar íntimamente asociadas: los procesos matemáticos adoptados se introducen a partir de tareas para el aprendizaje en las que se persigue el desarrollo de habilidades específicas. (MEP,2014).

Las mediaciones entre el desarrollo de la habilidad específica, capacidades cognitivas y la competencia matemática son complejas, difíciles de identificar y aún más de medir. El dominio de una habilidad específica puede darse en diferentes grados o niveles (MEP,2014).

Esta demanda de un enfoque más integral para abordar los procesos de enseñanza aprendizaje de la matemática empiezan ya a cobrar más vigencia en el entorno nacional. En el sexto informe estado de la educación se plantea una referencia explícita a considerar dentro de toda la estructura de la educación el elemento cognitivo (Estado de la nación, 2017). Nuestra percepción es que dejar de lado consideraciones de naturaleza cognitiva, especialmente aquellas que son fundamentales en el aprendizaje de los estudiantes y que pueden ser limitadas, supone un error importante pues, se trata de homogenizar las capacidades de los estudiantes y los docentes reconocen con su experiencia en las aulas que esta es una suposición no acorde con la realidad.

Kyllonen y Christal, (1990) determinaron una alta correlación entre la capacidad de memoria de trabajo y los factores de capacidad de razonamiento. Bull, Espy y Wiebe, (2008), a partir de un estudio que realizan durante los tres primeros años de escuela primaria, plantean que la memoria de trabajo es un gran predictor de los logros matemáticos y de lectura de los niños. Por su parte, Alloway y Alloway, (2010) plantean que la memoria de trabajo representa una habilidad cognitiva disociable con enlaces únicos a los logros académicos y, en las etapas iniciales de la educación formal la memoria de trabajo es mejor predictor del éxito académico que el coeficiente de inteligencia mismo. Hay que destacar que todos estos estudios parten de mediciones tradicionales de la memoria de trabajo y no de mediciones orientadas hacia el razonamiento lógico matemático.

En este entramado que coloca a la memoria de trabajo como un elemento central en los procesos escolares vale la pena citar un apartado especial en el informe estado

de la educación cuyo título es *Inclusión de las funciones ejecutivas en el programa de preescolar* (Estado de la nación, 2017) que sugiere considerar las funciones ejecutivas en los procesos de formación de estudiantes. Si bien el contexto de este llamado, ya vigente en informes anteriores, tiende a centrarse en educación preescolar, lo cierto es que las habilidades asociadas con funciones ejecutivas y su impacto en el rendimiento escolar van más allá de la primaria misma (Villamizar y Muñoz, 2000). Este informe incluye una serie de elementos que la bibliografía especializada suele agrupar bajo el término memoria de trabajo, haciendo referencia a componentes específicas como desplazamiento de la atención entre tareas (alternancia), la inhibición de respuestas dominantes y la actualización y monitoreo de las representaciones en memoria de trabajo (Estado de la nación, 2017).

Este contexto justifica la atención, desde la perspectiva de docentes de matemática, hacia elementos cognitivos que están asociados con la formación matemática, por ejemplo Ackerman y Dykman (1995) contrastan el rendimiento de estudiantes con trastornos en matemática con los que padecen dificultades de lectura; se concluye que los dos grupos presentan déficits muy similares en la velocidad de procesamiento: cometiendo errores de recuperación, actividades que son funciones del componente ejecutivo central, Madruga y Corte (2008), en particular con el rendimiento en matemática, muestran la importancia de la memoria de trabajo en múltiples tareas escolares, que van desde la comprensión de las explicaciones del profesor a la redacción de un texto escrito en un examen, pasando por la comprensión de textos a tareas escolares básicas. Por ejemplo, la construcción de representaciones que permitan comprender un problema y buscar las soluciones adecuadas, o construir nuevos

significados que mejoren y amplíen los conocimientos previos, son realizadas según la teoría cognitiva merced a y dentro de la memoria de trabajo. Klingberg (2010) sugiere que el entrenamiento de la memoria de trabajo podría usarse como una intervención remediadora para individuos para quienes la baja capacidad de memoria de trabajo es un factor limitante para el rendimiento académico o la vida cotidiana. Las mejoras inducidas por el entrenamiento observadas al recordar una instrucción o resolver problemas matemáticos subrayan la relevancia potencial de dicha capacitación para la educación.

La resolución de problemas y el razonamiento matemático demandan habilidades cognitivas que es preciso conocer. Los elementos reconocidos en la literatura tradicional como la inducción, la deducción y el razonamiento espacial se pueden entender mejor si se reconocen elementos que pueden incidirlos. No se pretende hacer un recorrido detallado por las habilidades cognitivas en los sujetos, pero si se busca explorar y conocer algunas relaciones entre la memoria de trabajo, un concepto tradicionalmente reservado a la psicología y algunos enfoques de valoración alternos asociados con la matemática.

1.3 Problema de la investigación

A partir de la vasta investigación sobre el rol de la memoria de trabajo en el desempeño de los y las estudiantes al momento de desarrollar actividades cognitivas complejas (Etchepareborda y Abad-Mas, 2005; Alloway y Alloway, 2010; González, Otero y Castro, 2016) y, a partir de ello la importancia de su medición, se plantea la siguiente pregunta de investigación:

¿Cuál es la correlación que existe entre dos mediciones específicas de la Memoria de Trabajo (Daneman y Carpenter, 1980; Marín, 2017) y entre estas y el razonamiento matemático y rendimiento escolar de los estudiantes en las materias de Matemática y Español en el contexto de una muestra de estudiantes de los colegios Yorkin School, Iribó School y Liceo Dr. Vicente Lachner Sandoval de tercer ciclo de Educación General Básica?

1.3.1 Subproblemas de la investigación

A partir del problema general establecido, se plantean los siguientes subproblemas:

1. ¿Existen correlaciones entre los puntajes obtenidos en una prueba de memoria de trabajo medida en un contexto verbal, en el sentido de Daneman y Carpenter, (1980), y una prueba de memoria de trabajo específica hacia la matemática (Marín,2017)?
2. ¿Existen correlaciones entre los puntajes obtenidos en la prueba de razonamiento matemático y las distintas mediciones de la memoria de trabajo?
3. ¿Existen correlaciones entre las puntuaciones obtenidas en las pruebas de memoria de trabajo y los rendimientos escolares en las materias de Matemática y Español en la población de estudio?
4. ¿Existen diferencias entre los colegios respecto a la habilidad memoria de trabajo, medida con los instrumentos seleccionados?
5. ¿Existe correlaciones entre la memoria de trabajo verbal, la memoria de trabajo matemática, el razonamiento deductivo, el razonamiento inductivo y el razonamiento espacial como factores del razonamiento matemático?

1.4 Objetivos de la investigación

1.4.1 Objetivo general

Analizar la correlación entre mediciones verbales y matemáticas de la memoria de trabajo y sus relaciones con el razonamiento matemático y el desempeño escolar en las materias de Español y Matemática, en una población pseudo aleatoria de los colegios privados Yorkin School, Iribó School y el colegio público Liceo Dr. Vicente Lachner Sandoval.

1.4.2 Objetivos específicos

- Identificar, en la literatura especializada, mediciones tradicionales de la memoria de trabajo y la relación de las mismas con la medición de habilidades en matemática.
- Utilizar un instrumento validado en algún contexto similar, para medir la memoria de trabajo.
- Medir la memoria de trabajo orientada al contexto del razonamiento matemático en una muestra de estudiantes de los colegios Yorkin School, Iribó School y Liceo Dr. Vicente Lachner Sandoval de tercer ciclo de Educación General Básica, utilizando el instrumento desarrollado en la tesis doctoral del profesor Mario Marín Sánchez.
- Explorar si existen diferencias entre los colegios Yorkin School, Iribó School y Liceo Dr. Vicente Lachner Sandoval de tercer ciclo de Educación General Básica en distintas mediciones de memoria de trabajo.

- Explorar si existen diferencias entre los niveles educativos de tercer ciclo de Educación General Básica en los colegios de la muestra en distintas mediciones de memoria de trabajo.
- Explorar si existen diferencias entre la medición verbal y la medición matemática de memoria de trabajo de la muestra.
- Determinar si existe correlación entre el desempeño de una muestra de estudiantes de los colegios Yorkin School, Iribó School y Liceo Dr. Vicente Lachner Sandoval de tercer ciclo de Educación General Básica en distintas pruebas de memoria de trabajo y en el rendimiento escolar en las materias de Matemática y Español.
- Determinar si existe correlación entre el desempeño de una muestra de estudiantes de los colegios Yorkin School, Iribó School y Liceo Dr. Vicente Lachner Sandoval de tercer ciclo de Educación General Básica en distintas pruebas de memoria de trabajo y en el razonamiento matemático.
- Explorar si existe correlación entre mediciones de memoria de trabajo y el razonamiento deductivo, el razonamiento inductivo y el razonamiento espacial como factores del razonamiento matemático.

1.5 Justificación

Se reconoce en la memoria de trabajo un recurso cognitivo limitado asociado con el éxito en el desempeño en diversas tareas de razonamiento matemático (Meyer, Salimpoor, Wu, Geary y Menon, 2010), en el desempeño escolar (Alloway y Alloway, 2010) y algunos la colocan inclusive por encima de la capacidad general, factor g, como factor limitante en sus contrapartes en la estructura de las habilidades mentales (Süß, Oberauer, Wittmann, Wilhelm y Schulze, 2002; Alloway, 2009). Para este constructo hay una variada oferta de alternativas para medirlo, por ejemplo la medición propuesta por Daneman y Carpenter (1980) replanteada al contexto de la lengua española por Elosúa, Gutiérrez, García-Madruga, Luque y Gárate, (1996) que se describirá posteriormente, o versiones alternativas (Shah y Miyake, 1996) que proponen relaciones separadas de las componentes fonológica y la visoespacial con distintos tipos de razonamiento o visiones más generales que sugieren alternativas de medición de la memoria de trabajo donde la especificidad de modelos previos puede sustituirse con elementos más generales y complejos (Kane, Hambrick, Tuholski, Wilhelm, Payne y Engle, 2004). De manera complementaria se plantea la existencia de una habilidad matemática específica relacionada con el desempeño en matemática en los términos planteados por Marín (2017). Se busca en esta tesis identificar hallazgos que sustenten o rechacen la hipótesis de una memoria de trabajo matemática en contraposición el concepto unidimensional prevaleciente en la bibliografía.

Capítulo 2: Marco Teórico

2.1 Memoria de Trabajo

En primer lugar, manteniendo la idea que se me ha traído, durante un tiempo a la vista, lo que se llama contemplación. La otra forma de retención es el poder de recuperar de

nuevo en nuestra mente aquellas ideas que, después de imprimirlas, han desaparecido o han quedado como estaban fuera de la vista ... Esto es un recuerdo que estaba en el almacén de ideas.

John Locke

Históricamente los estudiosos del pensamiento humano han atribuido a la memoria un rol central en los procesos de razonamiento. Es reconocido que la realización de tareas complejas requiere que las personas mantengan accesible mucha información. Por ejemplo, durante el proceso de atención de alguna tarea cognitiva la información nueva alrededor de la tarea a desarrollar debe mantenerse vigente, ya sea en la forma que fue percibida inicialmente o en alguna forma de representación. También se debe activar y mantener información contextual que permita una integración coherente de la información nueva con la información que el individuo ya tiene. Y en la mayoría de los casos, especialmente en matemática, se torna fundamental el mantenimiento de resultados o conclusiones intermedias que forman parte en los procesos de resolución (Ericsson y Kintsch, 1995).

En matemática, por ejemplo, estos tres procesos se tornan claves si se buscan desarrollar en el individuo habilidades que trasciendan la aplicación de reglas y promuevan que el estudiante desarrolle mayores capacidades de razonamiento. Un problema verbal requiere percibirse, interpretarse, asociar los requerimientos del problema con la información que se tiene y resolverse. La mayor parte de estos procesos ocurren en la memoria.

Es evidente que existen diferencias en la memoria de las personas, hay quienes pueden recordar algunas cosas como nombres o teléfonos con mucha facilidad y hay quienes no, de igual forma hay quienes miran un proceso y sin que medie una intención pueden aprenderlo y retenerlo más fácilmente que otros.

En general, aún desde una perspectiva intuitiva, la memoria es una habilidad compleja que ha generado diversos estudios. Para Cowan (2008) el estudio científico de la memoria puede ser trazado hasta Hermann Ebbinghaus quien en 1885 publicó un artículo en el que examinó sus propios procesos de adquisición y olvido de información nueva, su experiencia en forma muy resumida constó en recordar series de sílabas sin sentido evaluadas a lo largo de varios períodos de 31 días. En 1890, James citado por Cowan (2008) propone una distinción entre memoria primaria, aquella contenida en el borde posterior del presente consciente, y la memoria secundaria, es decir, el vasto campo de conocimiento almacenado durante toda la vida. Esta propuesta ofrece claramente una distinción entre dos campos cognitivos asociados con las tareas de procesamiento y que son los procesos de atención de una tarea temporal específica y lo que hoy se conoce como inteligencia cristalizada. Este modelo de James cobra mayor vigencia a mediados del siglo pasado con un trabajo de Hebb (1949), citado tanto por Baddeley (2003) como por Goddard (1980), un elemento en la propuesta de Hebb es la distinción entre memoria de corto plazo y memoria de largo plazo. Esta distinción se fortalece en la década entre 1960 y 1970 con muchos estudios que buscaban explicar ambas habilidades desde distintas perspectivas, por ejemplo, la discusión de hasta dónde las memorias de largo plazo y corto plazo son elementos dicotómicos o puntos de un continuo (Melton, 1963) o las predicciones en Atkinson y Shiffrin (1971) respecto a la

memoria de corto plazo, al afirmar que no había duda que las tendencias a investigarla iban a continuar pero que ellos pensaban que muy probablemente la memoria de corto plazo y sus procesos de control serían centrales en cualquier sistema futuro, predicción que ha resultado cierta. En 1968 Atkinson y Shiffrin definieron un método estructural con la existencia de varios tipos de memoria como lo son:

Memoria a corto plazo (MCP): Es la que percibe y organiza la información que viene del exterior, la capacidad de almacenamiento de ésta es bastante limitada ya que solo dura unos cuantos segundos en la retención de información, aunque si se tiene una percepción más elaborada puede alargar un poco la retención.

Memoria a largo plazo (MLP): Es la que permite tener los recuerdos más importantes desde la infancia, contiene todos los conocimientos externos e internos, permite algo tan simple como el lenguaje o el significado de las cosas.

Memoria Sensorial (MS): Es la que obtiene la información a través de los sentidos, los más comunes en esta son el oído y la visión. La MS tiene una gran capacidad de almacenamiento en un mismo momento, pero al igual que la MCP solo lo retiene por unos cuantos segundos.

También en Shiffrin y Atkinson (1969) se sugiere una concepción integral del sistema de memoria. En su descripción, los autores plantean un sistema de memoria cuyos principales componentes son un registro sensorial a saber memorias sensoriales muy breves, un almacenamiento de corto plazo y un almacenamiento de largo plazo. Este modelo es similar a propuestas previas en el área y puede resumirse, de manera sobre simplificada, en que un estímulo ingresa al registro sensorial, pasa al sistema de

memoria de corto plazo que interactúa con la memoria de largo plazo generando una respuesta al estímulo recibido.

A finales de los 60 e inicios de los 70, aparecieron otros modelos explicativos al modelo dual memoria de corto plazo—memoria de largo plazo conocido como modelo de estados. Estas propuestas ponían en entredicho el hecho de que la retención de información en la memoria de corto plazo incidía en el aprendizaje, hecho asumido en cierta forma por Atkinson y Shiffrin (1968). Una de estas propuestas, el modelo de Craik y Lockhart (1972) conocido como el modelo de los niveles de procesamiento sugiere que la tarea de procesamiento es la más relacionada con las porciones de información almacenadas en memoria de largo plazo. La principal posición en esta propuesta es que el individuo utiliza diferentes niveles de elaboración a medida que procesa la información, esto a través de un continuo que pasa por percepción, atención, identificación y significado (Witt, 2011). Algunos años después los mismos autores aclaran que su propuesta ha sido mal interpretada por algunos investigadores y que realmente ellos no clamaban por no hacer distinción entre memorias de corto y largo plazo.

En este entorno en el que el modelo de memoria de dos componentes encontraba resistencia entre los estudiosos del tema (Baddeley, 1992), empezaron a aparecer más modelos alternativos alrededor de la memoria de corto plazo en los cuales el procesamiento empezaba a cobrar mayor relevancia como elemento clave (Craik y Watkins, 1973). A principios de los 70 varios experimentos llevaron a considerar que la interacción memoria de corto plazo y memoria de largo plazo no era tan dramática, esto se logró a través de experimentos que bloqueaban la memoria de trabajo, mediante tareas, mientras desempeñaban tareas como aprendizaje, razonamiento y comprensión

(Baddeley, 2012). Estos y otros experimentos llevaron a abandonar la idea de memoria de corto plazo ampliando el término a un concepto más general llamado Memoria de trabajo (Baddeley, 1992, Cowan, 1989). Este concepto, en general, integraba de una manera bastante aceptada los procesos de percepción, memoria de corto plazo, procesamiento y memoria de largo plazo o conocimiento.

El término de memoria de trabajo, fue inventado por Miller, Galanter y Pribram (Baddeley 2003; Chen y Cowan, 2009) para referirse a la memoria cuando ésta es usada para planificar y desarrollar comportamientos, es decir desarrollar una actividad que implique aspectos cognitivos y control. Este concepto fue adoptado por Baddeley y Hitch (1974) para enfatizar las diferencias entre su modelo, originalmente, de tres componentes y los modelos que percibían la memoria como un sistema unitario.

En 1974 Baddeley y Hitch publican una propuesta que a diferencia de las predominantes plantea un modelo de memoria con una separación de habilidades cognitivas que llamaron, como se ha dicho, memoria de trabajo (Baddeley y Hitch, 1974). Esta propuesta que se fue ampliando con los años ha sido muy influyente en el área del desarrollo cognitivo y ha sido un pilar fundamental para estudiar diversas habilidades cognitivas en los individuos.

El concepto teórico de la memoria de trabajo se asume como un sistema de capacidad limitada, que temporalmente mantiene y almacena información, apoyando los procesos de pensamiento a través de proveer una interfaz entre percepción, memoria a largo plazo y acción. No es memoria de corto plazo sino un concepto un tanto más general, una capacidad relacionada con la capacidad de memoria de corto plazo, con la velocidad de procesamiento y con la inteligencia fluida (Conway, Cowan, Bunting,

Therriault y Minkoff, 2002). El mismo Cowan (2016) plantea para la inteligencia cristalizada “la vasta riqueza de sabiduría y experiencia que tenemos como si se tratara de una tienda de herramientas bien equipada”. (p.23)

Es importante reiterar que la memoria de trabajo ha sido conceptualizada de maneras alternativas a la propuesta de Baddeley y Hitch. Para Cowan (1989) la memoria de trabajo se define como un proceso cognitivo de retener información en un estado inusualmente accesible. Ocurre una activación temporal y se desvanece excepto que sea mantenida por ensayo verbal o atención continua (Baddeley, 2010). Los contenidos en la memoria de trabajo no se mantienen dentro de sistemas de almacenamiento dedicados, más que eso memoria de trabajo es simplemente el conjunto de información que está dentro del foco de atención en un momento dado.

2.1.1 Memoria de trabajo: Modelo de Baddeley

El modelo más influyente para el estudio de la memoria de trabajo es el modelo de Baddeley y Hitch (1974) originalmente compuesto de un componente de representaciones-fonológicas, uno de representaciones visuales-espaciales y un proceso que asiste en el procesamiento de la información llamado ejecutivo central y, recientemente ampliado con un componente más llamado un buffer episódico. Este modelo de 1974 también ha evolucionado al incorporar y proponer algunas divisiones de habilidades. En resumen, se trata de un sistema de control de capacidad atencional limitada, llamado ejecutivo central que es asistido por dos sistemas subsidiarios llamados

bucle fonológico, basado en sonidos y lenguaje, y una plataforma de representación visual (Visual sketch pad).

El bucle fonológico es un recurso subsidiario que consiste de un sistema de almacenamiento fonológico de corto plazo y un proceso de ensayo subvocal (subvocal rehearsal). Se encarga de retener material en un código fonológico pero con un decaimiento rápido. Se supone que el proceso de ensayo subvocal recodifica entradas de información a una forma fonológica que entra al almacenamiento fonológico y también es capaz de refrescar representaciones que vayan decayendo en el almacenamiento temporal (Gathercole, Pickering, Ambridge y Wearing, 2004). En resumen, es responsable entonces de percibir, codificar y almacenar fonológicamente información tanto verbal como numérica o información susceptible a codificarse en esta forma. Contiene, teóricamente, dos componentes: un almacén fonológico que puede retener información por algunos segundos antes de que se olvide, y un sistema articulatorio de reforzamiento, análogo al de la repetición verbal. Mediante este mecanismo la información puede ser «refrescada» con la repetición verbal. Se entiende que este es un recurso de capacidad limitada porque la articulación ocurre en tiempo real, de modo que al incrementar el número de estímulos consecutivos por recordar, llega un momento en que el primero ha sido olvidado antes de poder ser repetido. La Figura 1, ofrece una representación gráfica del bucle fonológico.

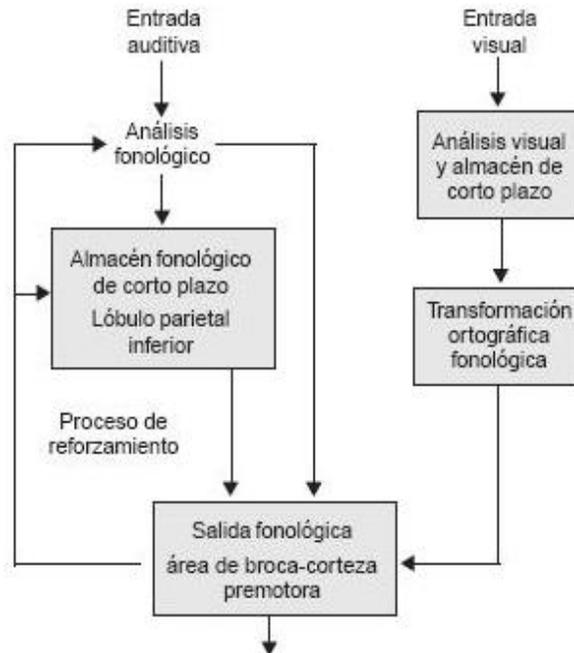


Figura 1. Modelo de circuito fonológico (Baddeley, 2003) (con permiso del autor)

Para Haidle (2010) el bucle fonológico es un subsistema o dominio específico de contenidos que incluye un almacenamiento fonológico que puede mantener trazas de información en la memoria por unos pocos segundos antes de que se desvanezcan, y un ciclo articulatorio que mantiene y ensaya información a nivel vocal o subvocal.

La agenda visuo-espacial es también un sistema subsidiario que almacena material en términos de sus características visuales y espaciales. Como sucede con el circuito fonológico, facilita los procesos de codificación y almacenamiento temporal de características visuales y espaciales de los objetos (Haidle, 2010). Este es otro subsistema o dominio específico de contenidos que integra y mantiene elementos de información tanto visual como espacial, por ejemplo, objetos y ubicaciones, y opera como una forma de refrescar la memoria de trabajo mediante el ensayo.

Algunos estudios han sugerido la posibilidad de un mayor fraccionamiento de la agenda visual en dos subsistemas, un almacenamiento visual y un proceso activo de control espacial (Della Sala, Gray, Baddeley, Allemano y Wilson, 1999).

El ejecutivo central es sin duda el más importante de los tres originalmente identificados, pero es el menos comprendido de todos los componentes de la memoria de trabajo (Baddeley, 2012). En la descripción del modelo original fue considerado simplemente como un fondo común con capacidad de procesamiento general que contenía la información que no estaba directamente asignada a alguno de los dos subsistemas de la memoria de trabajo. De forma general se asume que el componente ejecutivo es responsable del control atencional de la memoria de trabajo.

Para Haidle (2010) el ejecutivo central, un sistema de control atencional o un sistema supervisor atencional, que puede ser representado como un sistema ejecutivo unitario simple de control o múltiples módulos de procesamiento de información segregados de distintas funciones. Estas funciones pueden incluir atención, inhibición activa, toma de decisiones, planeamiento, secuenciación, etiquetado temporal, y la actualización, mantenimiento e integración de los otros dos subsistemas esclavos.

Para Baddeley, Allen y Hitch (2011) en algún momento se hizo claro que el modelo de tres componentes tenía algunas restricciones relacionadas con el tema de que las capacidades de almacenamiento de los dos subsistemas esclavos no eran suficientes para manejar una serie de funciones que se consideraban centrales a los procesos de operación de la memoria de trabajo. Esto llevó a proponer un cuarto componente, el búfer episódico (Baddeley, 2000).

Este buffer como su nombre lo indica, sería el encargado de almacenar episodios multidimensionales temporalmente y jugaría un papel importante en la relación con la memoria de largo plazo (Cowan, Rouders, Blume y Saults, 2012). El búfer episódico se conceptualiza como un almacén de capacidad limitada que permite unir toda la información para integrar episodios congruentes. Se sugiere que está controlado atencionalmente por el componente ejecutivo y que es accesible a la conciencia. Su carácter de codificación multidimensional permite la integración de distintos sistemas, y su carácter consciente permite un adecuado proceso de recuperación de la información.

Para Haidle (2010) se trata de un interfaz nemotécnico temporal entre el ejecutivo central y los sistemas de memoria a largo plazo. La recuperación desde este buffer permite que múltiples fuentes de información sean comparadas y contrastadas simultáneamente resultando en la posibilidad de resolver problemas más sofisticados. En palabras de Baddeley (2010) el término — episodic buffer— se interpreta en episódico porque que es capaz de mantener episodios multidimensionales o fragmentos y puede combinar distintos tipos de información. Es (Buffer en terminología computacional en inglés) en el tanto provee un almacenamiento temporal en el que varios componentes de la memoria de trabajo, cada uno basado en diferentes sistemas de codificación, pueden interactuar a través de la participación en un código multidimensional, y puede interactuar con información percibida o en memoria de largo plazo. Este buffer como su nombre lo indica, sería el encargado de almacenar episodios multidimensionales temporalmente y jugaría un papel importante en la relación con la memoria de largo plazo (Cowan, Rouders, Blume y Saults, 2012).

Desde la perspectiva del estudio del razonamiento humano el concepto de memoria de trabajo ha adquirido un papel crucial dentro de la psicología cognitiva. La mente humana no puede funcionar sin el apoyo de un sistema de memoria temporal, manteniendo y procesando la información para llevar a cabo tareas cognitivas tanto simples como complejas. Este sistema no solo debe percibir la información, sino que debe hacer una gestión apropiada de los recursos tanto aquellos elementos aprendidos previamente, lo que llamaremos memoria cristalizada, como los que devienen de la generación de procesos de razonamiento relacionados con la tarea a resolver.

De manera resumida entonces la memoria de trabajo se puede describir como el conjunto de procesos mentales encargados del almacenamiento y la manipulación de la información de manera temporal (Baddeley y Hitch, 1974). Está íntimamente relacionada con la memoria de largo plazo o inteligencia cristalizada porque en las tareas de procesamiento deben generarse diversos vínculos para recuperar y procesar información ya almacenada (Baddeley, 2012).

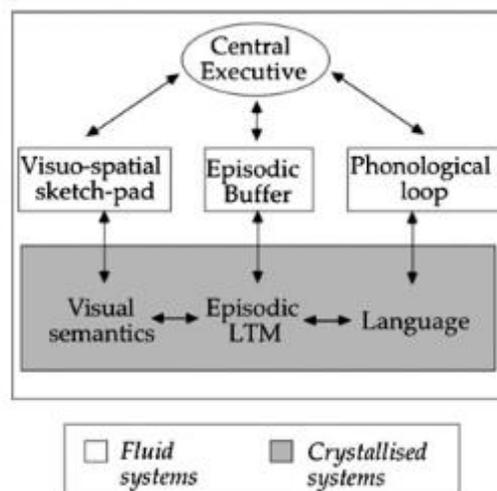


Figura 2. Una modificación del modelo original para tener en cuenta la evidencia de los vínculos entre la memoria de trabajo y la memoria a largo plazo. (Baddeley, 2003) (con permiso del autor).

Desde la perspectiva de la neurociencia la memoria de trabajo también ha recibido mucha atención especialmente con las regiones del cerebro que se activan en actividades relacionadas con los distintos recursos de la memoria de trabajo. Por ejemplo, véase Gathercole et al., (2004) para una referencia al respecto.

Desde la perspectiva de esta tesis, la memoria de trabajo se analiza como una habilidad general. Una capacidad limitada que incide en el desempeño del individuo al realizar tareas de razonamiento y en algunos elementos del desempeño escolar. Esta es una percepción de la memoria de trabajo como una unidad, es decir, como un sistema que internamente puede separarse en habilidades que lo componen acorde con la literatura dominante en el tema, pero que para efectos de este estudio interesa las manifestaciones de los individuos como respuesta a ciertos estímulos planteados.

Para esta tesis no interesa analizar la perspectiva de la neurociencia desde los distintos componentes ya que está fuera de nuestro alcance, por lo cual trataremos la memoria de trabajo como un todo y sus manifestaciones.

2.2 Memoria de trabajo y rendimiento escolar

Existen personas que definen el rendimiento escolar como el grado de logro de los objetivos establecidos en los programas oficiales de estudios o como una medida de las capacidades respondientes o indicativas que manifiestan en forma estimativa lo que una persona ha aprendido como consecuencia de un proceso de instrucción o formación (Pizarro, 1985).

Debido a la importancia del rendimiento escolar en la educación formal, se han desarrollado amplias investigaciones dirigidas a esclarecer cuales son los factores que influyen en el rendimiento escolar de los estudiantes. “Se han considerado variables como el nivel socioeconómico, la escolaridad de los padres, el tipo de institución educativa entre otros”. (Casanova, García-Linares, De la Torre y Carpio, 2005, p. 429).

La organización y concentración en el estudio, la capacidad para relacionar nuevos conocimientos con los existentes, la comprensión lectora y la capacidad para autorregular el aprendizaje, son habilidades que correlacionan con el rendimiento escolar de los estudiantes (Lammers *et al.*, 2001; Ruban, 2000; Valle, González, Núñez y González-Pienda, 1998) citado en (Caso-Niebla y Hernández-Guzmán, 2010). Los niños usan su memoria de trabajo durante el día en el aula, tanto para mostrar un comportamiento positivo, por ejemplo, hábitos de trabajo positivos y participación en el aprendizaje; (Brock, Rimm-Kaufman, Nathanson y Grimm, 2009) como durante las tareas académicas (Alloway y Alloway, 2010).

Investigaciones recientes muestran que los factores en el entorno del aula, como la relación profesor-alumno, influyen en el rendimiento de las tareas de memoria de trabajo (de Wilde, Koot y van Lier, 2016). Sin embargo, la investigación empírica que examina el papel de la relación profesor-alumno en la memoria de trabajo y el papel de la memoria de trabajo para el logro académico es escasa. Además, los estudios anteriores no siempre distinguen entre los diferentes componentes de la memoria de trabajo, lo que limita nuestra comprensión de sus relaciones con diferentes aspectos de la relación profesor-alumno y el rendimiento escolar (Vandenbroucke, Verschueren, Desoete, Aunio, Ghesquière y Baeyens, 2018).

Diversas investigaciones a lo largo de más de cuatro décadas han abordado la relación memoria de trabajo y rendimiento escolar, algunas de ellas lo han orientado, específicamente, hacia el rendimiento escolar en matemática. Para LeFevre, DeStefano, Coleman y Shanahan's (2005) la literatura apoyaba la idea de una relación positiva fuerte entre la memoria de trabajo y la complejidad de tareas aritméticas complejas o la resolución de problemas. La cadena de aportes que sugieren esta relación es amplia, St Clair-Thompson y Gathercole (2006) referían la existencia de evidencia sustancial sobre el rol de ejecutivo central en el aprendizaje durante la adolescencia citando referencias de muchos otros antes (Bull, Johnson, y Roy, 1999; Bull y Scerif, 2001; Lehto, 1995; Lorsbach, Wilson y Reimer, 1996; McLean y Hitch, 1999; Ozonoff y Jensen, 1999; Russell, Jarrold, y Henry, 1996; Swanson, 1993, 1999; Swanson, Ashbaker y Lee, 1996). Algunos estudios recientes como Simone, Marks, Bédard y Halperin (2018) refuerzan el hecho de que distintos componentes de la memoria de trabajo pueden estar relacionados diferencialmente con aspectos específicos del rendimiento escolar, advierten, eso sí que algunos de estos estudios son contradictorios.

Recientemente Ramírez, Gunderson, Levine y Beilock (2013) han desarrollado estudios con una visión más general. Por ejemplo, afirman que ver las diferencias individuales basándose solo en memoria de trabajo y conocimiento cristalizado no nos da un panorama general sobre el desempeño de los estudiantes en matemática. Apuntan a una visión que incorpore elementos como la ansiedad y las emociones como factores influyentes en situaciones de aprendizaje. Ideas en la misma línea de pensamiento son expresadas por Passolunghi, Caviola, De Agostini, Perin y Mammarella (2016).

La memoria de trabajo, según Etchepareborda y Abad-Mas (2005), al concebirse como un mecanismo de almacenamiento temporal, que permite retener a la vez algunos datos de información en la mente, compararlos, contrastarlos o, en su lugar, relacionarlos entre sí, responsabilizándose del almacenamiento a corto plazo, a la vez que manipula la información necesaria para los procesos cognitivos de alta complejidad, entra a jugar un papel muy importante en el rendimiento escolar de los estudiantes.

Colom, Shih, Flores-Mendoza y Quiroga (2006) afirman que la memoria de trabajo como constructo teórico, permite relacionar fluidez y flexibilidad cognitiva con pensamiento relacional, ya que la capacidad de establecer relaciones entre dos o más hechos o variables depende en parte de la habilidad de trasladar la atención y el razonamiento a eventos cercanos o lejanos relacionados con la tarea que se desarrolla en el momento.

Está claro que la memoria de trabajo está directamente relacionada con el desempeño académico y esto puede explicarse gracias a que los procesos académicos dependen de la formación y del uso de representaciones, un trabajo complejo que requiere de habilidades cognitivas incluida la memoria (Paivio, 1990).

Alloway y Alloway (2010) evaluaron la relación entre memoria de trabajo, coeficiente intelectual y el logro académico en estudiantes y concluyeron que “A pesar de que el coeficiente intelectual es uno de los valores más usados y conocidos para medir el desarrollo intelectual, la memoria de trabajo parece ser un mejor predictor del desempeño académico”. (p.20)

Se manejan dos teorías sobre la asociación entre la memoria de trabajo y el aprendizaje. La primera se conoce bajo el nombre de dominio específico y se refiere a

que la base del desempeño académico es una habilidad específica que a su vez afectará la duración de la memoria de trabajo y consecuentemente el logro académico (Ericsson y Kintsch, 1995; Unsworth y Engle, 2007). Un ejemplo sería si un niño tiene dificultades de lenguaje, sus puntajes en pruebas de memoria de trabajo y su desempeño en lenguaje serán bajos. Lo anterior, no ocurrirá por déficit de la memoria de trabajo, sino por su capacidad de procesar el lenguaje eficiente y correctamente.

La otra teoría es la llamada de dominio general y fue propuesta por el mismo Baddeley. Esta dice que el núcleo subyacente es la capacidad de la memoria de trabajo y no alguna habilidad específica. Se explicaría con que la memoria de trabajo restringe la capacidad de aprender habilidades complejas y de adquirir nuevos conocimientos. Siguiendo el ejemplo anterior, un niño con déficit en la capacidad de memoria de trabajo tendrá bajos niveles en pruebas de memoria de trabajo y de lenguaje, no por sus dificultades lingüísticas, sino por sus limitantes en la memoria de trabajo.

La influencia de la memoria de trabajo en el razonamiento matemático varía de acuerdo al desarrollo natural de los seres humanos. Conforme los niños crecen sufren cambios y es probable que estos cambios afectan la memoria de trabajo y con ello el aprendizaje y el desempeño en la matemática y en otras áreas. Varios autores reportan hallazgos en ese sentido. Algunos de estos reportes permiten valorar mejor la importancia de explorar y conocer mejor esta capacidad cognitiva.

Para Raghobar, Barnes y Hecht (2010) la evidencia apunta a que, en los primeros años escolares, la agenda viso-espacial juega un papel muy específico en la adquisición y aplicación de los primeros conceptos matemáticos, luego en niños mayores el bucle

fonológico incrementa considerablemente su participación en el razonamiento matemático.

La memoria de trabajo varía de acuerdo al estado del proceso de aprendizaje. Estudios en niños de preescolar, primaria y secundaria sugieren que las habilidades del ejecutivo central y la agenda viso-espacial son reclutados durante el aprendizaje y la aplicación de nuevos conceptos matemáticos, mientras que el bucle fonológico posee un rol importante después de que un concepto o habilidad ya ha sido adquirida (Raghubar et al., 2010).

Cada uno de los componentes de la memoria de trabajo parece intervenir de manera específica en los distintos procesos que requieren las matemáticas. La agenda visuo-espacial tiene el rol específico e importante en el desarrollo de la escritura de los números y la evaluación de magnitud (Simmons, Willis y Adams, 2012).

El sistema de almacenamiento verbal y numérico, o bucle fonológico, posee un rol importante en la competencia matemática. Este sistema contribuye de una manera única en la exactitud de la solución de problemas aritméticos de texto (Zhang y Luck., 2011).

Gracias a sus características de manejo y procesamiento de la información, el ejecutivo central está íntimamente ligado con la mayoría de procesos matemáticos. Este componente juega un rol causal en el desarrollo de las primeras habilidades de adición y es de gran importancia en los procesos de cálculo o cómputo (Simmons et al., 2012).

Las funciones ejecutivas además de contribuir con un incremento en la complejidad del comportamiento, han demostrado ser buenos predictores del desempeño académico a lo largo del desarrollo (Best et al., 2011; Carlson et al., 2013;

Van der Sluis et al., 2007), asociándose, por ejemplo, con el rendimiento de las futuras habilidades de lectura (Nevo et al., 2011) y resolución de problemas matemáticos (Swanson y Kim, 2007) además logran predecir la habilidad para decodificar correctamente las letras en la edad preescolar (Segers et al., 2016), para la comprensión de lectura en la primaria (Nouwens et al., 2016) y para recordar lo leído en la adultez (Foroughi et al., 2016) todas estas referencias citadas en (Estado de la nación, 2017).

Para Anderson (2001), las funciones ejecutivas presentan un desarrollo secuencial, el cual es más intenso durante la infancia, reduciendo su velocidad a inicios de la adolescencia (conducta curvilínea). Hipotesis reafirmada por Flores-Lazaro, Castillo-Preciado y Jiménez-Miramonte (2014), en ese sentido las mediciones de la memoria de trabajo al inicio de la adolescencia pueden considerarse mediciones de una capacidad ya estable.

Según Marín (2017), la memoria de trabajo es un elemento central en el razonamiento matemático que resume capacidades fundamentales al atender exitosamente la resolución de problemas de razonamiento matemático.

Un detalle importante es citado por Ashcraft y Krause (2007), al advertir que en educación sin embargo, la necesidad de la memoria de trabajo puede ser fácilmente pasada por alto, dado que incluso un problema matemático complejo, puede ser presentado con unos pocos símbolos más que con una oración compleja con varias cláusulas. Se da el caso también que oraciones, y las palabras que las componen, generalmente se refieren a conceptos e ideas más concretas (objetos, acciones, eventos) que aquellos que refieren al tratarse de un problema aún tratándose de problemas verbales en matemática.

Capítulo 3: Marco Metodológico

3.1 Tipo de investigación

La investigación se clasifica como exploratoria. De acuerdo con Hernández, Fernández y Baptista (2014), una investigación es exploratoria cuando el objetivo es examinar un tema o problema de investigación poco estudiado, del cual se tienen muchas dudas o no se ha abordado antes.

Si bien el tema del rol de la memoria de trabajo como mediador en los procesos de razonamiento y en el mismo rendimiento escolar ha sido muy estudiado, las mediciones específicas al contexto memoria de trabajo en el pensamiento matemático no han sido tan estudiadas y menos en el contexto costarricense. También se manejan algunas percepciones entre los docentes que de alguna manera deben ser exploradas. Por ejemplo, hasta que punto la comprensión de los problemas es elemento determinante en los procesos de razonamiento o simplemente uno de los elementos que se complementan.

3.2 Etapas de investigación

El proyecto se desarrolló en cuatro etapas:

La primera fase correspondió con la realización de un análisis bibliográfico sobre los conceptos relacionados con memoria de trabajo y determinación de herramientas de medición a utilizar. Esta fase conllevó el sustento teórico pertinente y una contextualización del tema en el escenario costarricense.

La segunda fase fue la selección de los colegios que servirían como población que sustente el estudio. En esta fase resultó útil el apoyo y la colaboración de las instituciones involucradas.

La tercera fase fue la aplicación de los instrumentos Adaptación Española del Reading Span Test de Daneman y Carpenter de Elosúa et al.(1996) para medir la memoria de trabajo verbal y la Prueba de razonamiento matemático de Marín (2017) para medir la memoria de trabajo matemático y el razonamiento matemático general y realizar los análisis estadísticos pertinentes a los objetivos de la investigación.

La cuarta fase correspondió con la escritura del informe final donde se exponen los resultados obtenidos a partir de lo señalado en los objetivos.

3.3 Delimitación de la investigación

La investigación se realizó en una muestra intencional de estudiantes matriculados en los niveles de sétimo, octavo y noveno de tres instituciones, de los cuales dos de ellos son de carácter privado ubicados en la provincia de San José y uno de ellos es de carácter público ubicado en la provincia de Cartago.

Por su disposición a participar en la investigación, para la institución de nivel avanzado se ha seleccionado a Yorkín School, pues es un colegio que imparte clubs desde cuarto grado por nivel en el cual reciben una hora y media por semana extraclase en resolución de problemas, los profesores dedican un espacio al inicio de la lección para resolver dos problemas diarios y además participan en diferentes olimpiadas como los son: OLCOMA, Colibrí, Canguro Matemático, Olimpiada de mayo, Olimpiada de geometría Iraní. Dicha institución tiene realizando esta dinámica por más de 10 años. De esta institución participaron estudiantes de los niveles escolares de sétimo y octavo.

Para la institución de nivel intermedio se ha seleccionado a Iribó School la cuál tiene un proceso relativamente nuevo en el desarrollo del razonamiento en sus

estudiantes, pues se han enfocado más en las estudiantes que participan en olimpiadas como los son: OLCOMA, Colibrí, Canguro Matemático, Olimpiada de mayo. Esta institución al igual que el Yorkin School dedica un espacio al inicio de la lección para resolver dos problemas diarios. De esta institución participaron todos los estudiantes de los tres niveles.

Y por último para la institución pública se ha seleccionado al Liceo Dr. Vicente Lachner Sandoval, este es un colegio el cual participa en OLCOMA con un grupo selecto de estudiantes que son los únicos que reciben entrenamiento en el desarrollo razonamiento matemático adicional de las clases normales de matemática. De esta institución participaron todos los estudiantes de tres secciones de cada nivel escolar.

3.4 Variables y su definición operativa

Las variables consideradas en la investigación fueron las siguientes:

- Colegio de procedencia
- Nivel escolar
- Rendimiento escolar en la materia de Español
- Rendimiento escolar en la materia de Matemática
- Rendimiento en la memoria de trabajo verbal
- Rendimiento en la memoria de trabajo matemático
- Rendimiento en el razonamiento matemático

La definición conceptual y operativa de dichas variables se muestran en la siguiente

Tabla 1

Tabla 1: *Definición conceptual y operativa de las variables.*

Variable	Definición conceptual	Definición operativa
Colegio	Se refiere al colegio donde está matriculado el sujeto en estudio.	Tres colegios: Yorkín School, Iribó School y Liceo Dr. Vicente Lachner Sandoval.
Nivel escolar	Alguno de los niveles de tercer ciclo de educación general básica: sétimo, octavo o noveno.	Alguno de los niveles de tercer ciclo de educación general básica (sétimo, octavo o noveno) de los estudiantes de la muestra seleccionada de cada uno de los colegios que participan en la investigación Según las listas proporcionadas por cada institución.
Rendimiento escolar en la materia de Español	Valoración del rendimiento en el ámbito escolar en la materia de Español.	Calificación obtenida en el primer y segundo período lectivo del sujeto en estudio en la materia de Español, tomadas individualmente.
Rendimiento escolar en la materia de Matemática	Valoración del rendimiento en el ámbito escolar en la materia de Matemática.	Calificación obtenida en el primer y segundo período lectivo del sujeto en estudio en la materia de Matemática, tomadas individualmente.
Rendimiento en la memoria de trabajo verbal	Evaluación de la capacidad de memoria de trabajo verbal por el sujeto en estudio en un contexto verbal.	Puntaje obtenido en la prueba Adaptación Española del Reading Span Test de Daneman y Carpenter de Elosúa et al.(1996) para medir la memoria de trabajo verbal.
Rendimiento en la memoria de trabajo matemático	Evaluación de la capacidad de memoria de trabajo matemática adquirida por el sujeto en estudio en un contexto matemático.	Puntaje obtenido en las preguntas para medir la memoria de trabajo matemático de la prueba de razonamiento matemático de Marín (2017).
Rendimiento en el razonamiento matemático general	Evaluación del desempeño del razonamiento matemático general adquirido por el sujeto en estudio.	Puntaje obtenido en la prueba de razonamiento matemático de Marín (2017) para medir el razonamiento matemático general.

3.5 Descripción del ámbito de la investigación – Acceso al campo

Esta investigación se concretó consiguiendo el debido permiso a los directores de tres instituciones, una pública y dos privadas, formalizando la solicitud con una carta. Dichas instituciones se seleccionaron por comodidad geográfica y por la disponibilidad a participar de la investigación.

En la institución pública se accedió a prestar tres grupos de cada nivel del tercer ciclo, y para la aplicación de las distintas pruebas se coordinó con diferentes docentes de cada nivel según horario de acuerdo a la planificación establecida. Mientras que en las instituciones privadas se accedió a toda la población presente, pues únicamente cuentan con una sección por nivel.

3.6 Población del estudio

Tabla 2: *Distribución de la muestra por institución y género.*

Tipo de Colegio	Hombres	Mujeres	Total
PrivAv	32	0	32
PrivInt	0	37	37
Público	77	73	150
Total	109	110	219

La muestra para este estudio consistió de 219 de estudiantes. Se utilizaron tres tipos de colegio, se detalla la muestra en la Tabla 2, para seleccionarlos se utilizó el conocimiento empírico del trabajo que se realiza con los estudiantes. El colegio catalogado como Privado avanzado (PrivAv) es un colegio con bastante tradición de preparar a los estudiantes en el razonamiento matemático, el colegio identificado como

(Privalnt) es un colegio también privado pero con un proceso más nuevo en la preparación de estudiantes para el razonamiento matemático. Finalmente el colegio público (Público) tiene trayectoria en participación de olimpiadas matemáticas pero no cuenta con un programa de entrenamiento en el desarrollo del razonamiento matemático a nivel institucional además del impartido a los estudiantes en las clases ordinarias de matemática. La escogencia utilizada responde a la intención de valorar el desarrollo de la memoria de trabajo en presencia de esquemas educativos que, en apariencia, prestan mayor atención a la calidad integral de los procesos formativos en la habilidad de razonamiento matemático. Por esta razón se han incluido colegios privados donde son más comunes procesos explícitos de preparación para el pensamiento matemático.

Los estudiantes se distribuyeron por niveles, según la clasificación del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, como se muestra en la Tabla 3.

Tabla 3: Distribución de la muestra por institución y nivel.

Tipo de Colegio	Sétimo	Octavo	Noveno	Total
PrivAv	17	15	0	32
Privalnt	13	12	12	37
Público	43	52	55	150
Total	73	79	67	219

Una observación relevante se da en el nivel de noveno año del colegio PriAv, ver Tabla 3, pues los estudiantes no participaron del estudio, ya que el día de la aplicación no se encontraban en la institución.

3.7 Técnicas e instrumentos para la recolección de datos

Durante algún tiempo se ha considerado un indicador de la capacidad intelectual humana la capacidad de retener información relevante mentalmente. A través de las últimas dos décadas el término de memoria de trabajo evolucionó a partir del concepto de memoria a corto plazo pasando de una concepción relativamente estática de la memoria a una concepción más dinámica otorgándole un papel más activo en el procesamiento de la información (Elosúa et al., 1996).

Miyake, Friedman, Rettinger, Shah y Hegarty (2001) han clasificado las mediciones de la memoria en simples y compuestas. Las mediciones de memoria simples se refieren a mediciones orientadas al almacenamiento cuya capacidad está determinada por las habilidades y estrategias practicadas, como el ensayo y la fragmentación como lo son las pruebas de secuencias de dígitos o palabras, por ejemplo en Wechsler (1999) se utiliza la prueba de dígitos en orden inverso, mide esencialmente la memoria a corto plazo, la tarea consiste en repetir, una serie de dígitos dada, en orden inverso, es decir, de atrás hacia adelante según fueron dados, se comienza con dos dígitos y se va aumentando un dígito más hasta que se produzca dos fallos consecutivos (Conway et al., 2002).

Otra prueba similar es la tarea conocida como Corsi Block-Tapping (Corsi, 1972). Esta es una tarea ampliamente usada para medir memoria de corto plazo y memoria de trabajo usando un análogo no verbal de los procedimientos de recuerdo de dígitos originalmente propuestos por Hebb (1961), inclusive antes de que apareciera el término memoria de trabajo a finales de la década de los 60. Esta tarea consiste de un tablero que contiene 9 cubos en posiciones fijas, pseudoaleatorias. Los bloques tienen etiquetas

visibles solo para el aplicador del test. El aplicador del test toca los bloques en algún orden y el evaluado trata de replicar el orden en que el aplicador los señaló. Las secuencias de bloques aumentan de longitud y se puntúa en general la secuencia más larga que se recuerda (Kessels, van den Berg, Ruis, y Brands, 2008).

Mientras que las mediciones de memoria complejas se refieren a las mediciones propiamente de memoria de trabajo, las cuales requieren que los participantes almacenen información relevante mientras realizan una tarea de procesamiento (Miyake et al., 2001).

En la literatura especializada se evidencia la importancia de las mediciones de esta habilidad. Las tareas de memoria de trabajo predicen el rendimiento de los participantes en varias habilidades cognitivas y pruebas de inteligencia mejor que las medidas más simples y tradicionales de almacenamiento de memoria (Daneman y Merikle, 1996; Engle, Ttuholski, Laughlin, y Conway, 1999 citados en Miyake et al., 2001), además predicen el rendimiento escolar mejor que el coeficiente intelectual (Alloway y Alloway, 2010), específicamente en el rendimiento matemático y de lectura en niños (Bull et al., 2008) y en la capacidad de razonamiento (Kyllonen y Christal, 1990), entre muchos otros. Desde esta perspectiva no es de extrañar una gama de investigaciones en la medición de la memoria de trabajo durante todos estos años y que aún continua.

Vale destacar que, aunque se han separado ambas definiciones entre las tareas de memoria simples y las tareas de memoria de trabajo, ambas tareas presentan similitudes en cuanto que como mencionan Miyake et al. (2001) ambas requieren almacenamiento temporal de información, pero difieren en que las tareas de memoria de trabajo requieren mucha atención controlada, es decir, requiere de una mayor utilización

del ejecutivo central, mientras que las tareas de memoria simples no lo hacen (las tareas de memoria simples probablemente requieran cierta atención controlada, pero no tanto como las tareas de memoria de trabajo).

Siguiendo el pensamiento de diversos autores Miyake et al. (2001) se propone una medición en la cual los participantes deben involucrarse en principios concurrentes de procesamiento y almacenamiento de manera que ambos procesos compitan por los mismos recursos cognitivos y pueda valorarse una capacidad más allá del almacenamiento. Si bien la concepción tradicional de la memoria de trabajo podría ser más amplia este tipo de reducción ha demostrado ser funcional, es aceptado por los estudiosos del tema y muy simple de operar.

Esto nos indica que cualquier tarea para medir la memoria de trabajo debe cumplir, como mínimo, con dos procesos uno de almacenamiento el cual involucra a los dos subsistemas de la memoria de trabajo el almacén fonológico para la información verbal y el almacén viso-espacial para la información visual-espacial mientras se realiza una segunda acción de procesamiento cuyo propósito es la de interferir con el requisito de almacenaje de la información, la cual requiere de una mayor utilización del ejecutivo central (Baddeley y Hitch, 1974), como se ha citado, recientemente se ha agregado un nuevo elemento, el bufer episódico, un sistema para integrar información de una variedad de fuentes en un código multidimensional (Baddeley, 2000).

Adicionalmente a las pruebas citadas antes, podemos mencionar para medir la memoria de trabajo: el Reading Span Test de Daneman y Carpenter (1980), el Counting Span de Case, Kurland y Goldberg (1982), el Operation Span de Turner y Engle (1989) citados en (Miyake et al., 2001), la Adaptación Española del Reading Span Test de

Daneman y Carpenter de Elosúa et al. (1996), el Test de Estrategias de Comprensión de Vidal-Abarca, Gilabert, Martínez, Sellés, Abad y Ferrer (2007) citados en (Miyake et al., 2001), las Pruebas de Memoria Operativa de Anáforas (Morfosintáctica y Semántica) de Elosúa, Carriedo y García-Madruga (2009).

Nos enfocaremos en una de las pruebas más mencionadas, aceptadas y utilizadas en la literatura para la medición de la memoria de trabajo: el Reading Span Test (RST) (Daneman y Carpenter, 1980), en su adaptación española la Prueba de Amplitud Lectora (PAL) (Elosúa et al., 1996).

3.7.1 Reading Span Test

El Reading Span Test de Daneman y Carpenter (como se citó en Elosúa et al., 1996) consiste en presentar al sujeto una serie de frases que no están relacionadas semánticamente, el evaluado deberá leer las frases a su propio ritmo en voz alta y al final de cada serie recordar la última palabra de cada una de las frases. El sujeto debe intentar respetar el orden de presentación de las frases (primero la última palabra de la primera frase, después la última palabra de la segunda frase y así sucesivamente). El número de frases en cada serie va en aumento, de manera que también es creciente el número de palabras a recordar tras la lectura, la prueba consta de 5 niveles de dificultad: de 2, 3, 4, 5 y 6 frases con 3 series para cada nivel, para un total de 60 frases, cada una de ellas con una longitud entre 13 y 16 palabras.

Con el fin de impedir la estrategia de “repetición” y ajustar las demandas de la tarea a los límites temporales propios de la memoria de trabajo cada frase se presenta

aisladamente en una sola línea en el centro de una tarjeta blanca (13 cms x 20 cms) y sólo durante el tiempo que dura su lectura (5 seg. aproximadamente). Por otro lado, se ha establecido que las frases en cada serie no guarden relaciones estructurales o semánticas, y mucho menos las últimas palabras; con ello se pretende evitar que el recuerdo se vea facilitado por la aplicación directa de sencillas estrategias de asociación.

Después de unas series de práctica en el nivel 2 (serie de 2 frases), las 3 series de cada nivel se presentan sucesivamente. Por ejemplo, la primera serie del nivel 2 podría ser la siguiente:

“El clima era impredecible ese verano, por lo que nadie hizo planes con demasiada antelación.”

“Después de pasar todos los exámenes, la clase se celebró durante una semana entera sin descanso.”

Ambas frases traducidas de las autoras originales de (Daneman y Carpenter; 1980). En este caso las palabras a recordar serían *antelación* y *descanso* y en este orden.

El final de cada serie está señalado por una tarjeta en blanco, lo que indica al sujeto que debe tratar de recordar las palabras. Si en alguna de las 3 series se recuerdan correctamente las últimas palabras, en el orden en que han sido presentadas, se pasa al siguiente nivel. La prueba finaliza cuando el sujeto falla en las tres series de un determinado nivel. Se considera como medición el nivel en el cual el sujeto ha respondido correctamente al menos en dos de las tres series.

La interpretación de esta medida es directa, se entiende que ese nivel indica el número de frases que el sujeto es capaz de leer al mismo tiempo que recuerda sus últimas palabras. En términos más generales, indicaría el número de “ítems” que el sujeto puede manejar en las condiciones de procesamiento y almacenamiento concurrentes propias del natural funcionamiento de la memoria de trabajo.

3.7.2 Prueba de Amplitud Lectora

La Prueba de Amplitud Lectora (PAL) equivale a la adaptación española del Reading Span Test de Daneman y Carpenter, realizada por Elosúa et al. (1996), ver Anexo 1.

En esta tarea, los participantes, tienen que leer en voz alta una serie de frases no relacionadas y al final tratar de recordar, según el orden serial de presentación, la última palabra de cada una de las frases anteriormente leídas. Se asume que la lectura de las frases implicaría el componente de procesamiento mientras que el recuerdo de las últimas palabras de las frases implicarían el componente de almacenamiento. El número de frases aumenta progresivamente desde series de 2 frases hasta series de 6 frases seguidas. Las palabras que hay que recordar en cada serie no tienen relación estructural o semántica entre ellas, al igual que las frases. De este modo se evita el uso de estrategias de asociación que faciliten el recuerdo. La tarea está formada por series de 2, 3, 4, 5 y 6 frases con tres ensayos por nivel: en total 60 frases de 12 a 14 palabras cada una, a fin de lograr un mayor ajuste, considerando el número de sílabas y el tiempo de lectura de las frases pues en español la longitud de las palabras tienden a ser mayor

que en inglés. Aunque el tema general de la mayoría de las frases fue muy parecido al original, otras frases se modificaron con el objetivo de que aquél fuera más familiar y cercano a las muestras de sujetos utilizadas.

Al igual que el Reading Span Test se inicia con unas series de práctica en el nivel 2 (serie de 2 frases), las 3 series de cada nivel se presentan sucesivamente. La prueba termina cuando el sujeto no es capaz de recordar, ni siquiera en un orden equivocado, al menos dos ensayos dentro del mismo nivel.

Una nota interesante es que para PAL existe una versión informatizada de la prueba, cuyo procedimiento es semejante al utilizado con la versión original en tarjetas, con la diferencia que final de cada serie aparece un signo de interrogación (“?”), lo que indica al sujeto que debe tratar de recordar la última palabra de cada frase. Esto se repite en cada nivel hasta que el sujeto falla en las tres series.

3.7.3 Instrumento de medición de la memoria de trabajo tradicional en el área verbal

Para medir la memoria de trabajo de forma tradicional se eligió la prueba de Amplitud Lectora (PAL) Elosúa et al.(1996) ésta constituye una adaptación al castellano del Reading Span Test (RST) de Daneman y Carpenter (1980), que mantiene tanto su peculiar naturaleza como la utilidad que se ha atribuido a este tipo de medida, según las autoras.

Hay que recordar que RST es una de las pruebas más mencionadas en la literatura y la prueba más utilizada para la medición de la memoria de trabajo en diferentes investigaciones por lo que PAL es una buena referencia para la medición que

se necesitaba.

Para obtener las puntuaciones de las respuestas de los individuos se utilizaron de igual manera los criterios descritos en Elosúa et al.(1996).

Criterio estricto

El primer criterio es el estricto, corresponde al criterio original utilizado por Daneman y Carpenter (1980) el cual asigna a cada sujeto el mayor nivel en el cual responde en forma ordenada, al menos dos de las tres series correspondientes y una segunda evaluación donde eliminan la condición restrictiva, es decir, puntúan la ejecución según el criterio anterior pero independientemente del orden de respuesta, agregando una bonificación de 0,5 puntos si resuelve una serie por encima del nivel asignado.

Criterio descriptivo

El criterio descriptivo como lo mencionaron Elosúa et al. (1996) fue el criterio elaborado por ellos, el cual toma en cuenta tanto el orden como el número de ensayos superados en cada nivel, de modo que se obtuviera una puntuación más “descriptiva” de la ejecución completa del sujeto y, por tanto, más discriminativa (Elosúa et al.,1996), pues consideraban que aunque los criterios originales de Daneman y Carpenter eran razonables, conducían a puntuaciones bastantes extremas: de uno u otro modo, el primero penaliza la ejecución correcta, aunque no perfecta (solo puntúa la respuesta ordenada), mientras que el segundo viene a premiarla (la superación de una sola serie - incluso con respuesta no ordenada-, contribuye a la puntuación). En otras palabras, el primer criterio tiende a ser demasiado estricto, mientras que el segundo resulta mucho

más transigente (Elosúa et al.,1996).

Según Elosúa et al. (1996) este criterio sigue las siguientes pautas

- a) Para el nivel 2, dado que en este nivel de la prueba no cabe la posibilidad de una respuesta no ordenada, pues no se debe iniciar por la última palabra de la última frase, se puntúa con un punto cada serie correcta, luego por encima del nivel 2 se puntúa con 2 puntos la respuesta ordenada y con 1 la respuesta no ordenada.
- b) Luego se ponderan según el nivel al que corresponden, es decir, se multiplican por el nivel.
- c) Finalmente la puntuación final se obtiene de la suma de las parciales obtenidas previamente por cada nivel.

Para el propósito de esta investigación se modificaron algunas palabras, esto por el uso de regionalismos en la prueba PAL española (ver Anexo 2).

3.7.4 Instrumento de medición del razonamiento matemático

La prueba de razonamiento matemático de Marín (2017) es una prueba que dimensiona el razonamiento matemático de un estudiante, basada en cuatro componentes: Memoria de trabajo, Razonamiento deductivo, Razonamiento inductivo y Razonamiento espacial, descritos en la Tabla 4. Los ítems de la prueba se seleccionaron de diferentes pruebas de Canguro Matemático, dichos ítems de pruebas aplicadas en contextos internacionales reflejan la percepción de decenas de expertos en esta temática

acerca de tareas adecuadas para que el estudiante exprese su capacidad de razonamiento en las matemáticas (Marín, 2017).

Para la validación de la estructura interna del instrumento para razonamiento matemático y memoria de trabajo matemática, se realizó una aplicación de la prueba a una muestra de estudiantes costarricenses de distintos años de escolaridad. Los resultados obtenidos permitieron la comprobación del instrumento como una medida de la capacidad de razonamiento matemático. Estas comprobaciones se basaron en técnicas de análisis factorial confirmatorio lo cual nos permite asumir su fiabilidad.

Tabla 4. Criterios acomodo técnico de los factores

Factor	Descripción
Factor 1. Memoria de Trabajo	Recoge aquellas preguntas en las que se debe tener un control adecuado en el flujo y uso de información granular. Captar información, toma de decisiones con base en algún análisis u objetivo. Estas decisiones no tienen estrictamente un carácter inferencial sino más bien analítico operativo, elegir una entre varias opciones para satisfacer una meta, proceso o ambos. De alguna manera se debe valorar el efecto de las decisiones o analizarlas para ver cuál es la adecuada. Se identifican piezas de información que pueden ser claves en la resolución de problemas. en resumen, la habilidad trata de reconocer y operar elementos de información de carácter granular que se dan en forma explícita o implícita y se usan para alcanzar una meta. Estos elementos pueden ser informativos, evaluativos o de proceso.
Factor 2. Razonamiento Deductivo	Se imponen elementos de tipo inferencial para obtener conclusiones. Se pueden hacer conclusiones o implicaciones a partir de una hipótesis. Se restringe a casos donde la hipótesis es clara o bastante simple. Por ejemplo, comprender y aplicar una regla, reconocer una hipótesis directa o sencilla de obtener y usarla para hacer una conclusión. Esta reducción es drástica respecto a lo elaborado que se hace el concepto en general.
Factor 3. Razonamiento Inductivo	Si se quiere, de alguna forma, un elemento unificador del razonamiento. Análisis de una situación para descubrir datos o hipótesis pertinentes a la solución de un problema. Esto incluye la habilidad de formular estas hipótesis. Encierra cuestionamientos del tipo: ¿qué información puedo o debo obtener para resolver un problema?, ¿qué conclusiones intermedias me permite la información disponible?. Ver un patrón e inducir una regla es una de las formas habituales de plantear el constructo. De esta manera se reconoce como problema inductivo general aquel cuya solución implica descubrir posibles hipótesis las que son pertinentes a la resolución de un problema y realizar los encadenamientos deductivos pertinentes.
Factor 4. Razonamiento Espacial	Razonamiento relacionado fuertemente con el manejo de elementos visuales. Las conclusiones y los análisis se basan en los elementos visuales tales como rotaciones, reflexiones, o descubrimiento de hipótesis o relaciones que dependen de objetos espaciales.

Fuente: (Marín, 2017, p.119)

3.8 Validez de los instrumentos

3.8.1 Validez de la Prueba de Amplitud Lectora

El Reading Span Test (Daneman y Carpenter, 1980) es la primera prueba creada para estudiar la capacidad memoria de trabajo y su relación con las actividades cognitivas de orden superior (Engle, 2002), es además una de las pruebas más usadas y aceptadas en el campo del estudio de la memoria de trabajo y su rol en el desempeño en tareas cognitivas (Friedman, Miyake, 2005).

Según Martínez, Madruga, López, Vila y Encabo (2005)

el papel de la MO en la cognición ... constituye el fundamento en el que se apoya el tipo de medida que se ha utilizado predominantemente y cuyo principal referente sigue siendo la “Prueba de Amplitud Lectora” (en adelante, PAL) de Daneman y Carpenter (1980; véase la adaptación española en Elosúa, Gutiérrez Martínez, García Madruga, Luque y Gárate, 1996; véase asimismo Gutiérrez-Calvo, Jiménez y Castillo, 1996).

Según Carriedo, y Rucían (2009)

Entre las medidas desarrolladas para medir la Amplitud de MO, destaca la Prueba de Amplitud para la lectura de Daneman y Carpenter (1980, 1983) en sus dos versiones. La primera versión de la prueba (sin control de verificación de frases) ha sido, y probablemente sigue siendo, la más influyente en el campo y ha motivado y orientado numerosos desarrollos posteriores. De entre ellos, destacaríamos: la Amplitud de Locución (Speaking Span; Daneman y Green,

1986); Amplitud Aritmética (Operation Span; Turner y Engle, 1989); Amplitud de Conteo (Counting Span; Case et al., 1982); la versión con dígitos (Digit Span; Oakhill, Yuill y Parkin, 1986) y las nuevas tareas de Amplitud para el Razonamiento en su versión de analogías (Gutiérrez, García-Madruga, Carriedo, Vila y Luzón, 2005) y anáforas (Elosúa, Carriedo y García-Madruga, 2009; Gutiérrez et al., 2005). (p.452)

Esto justifica que la prueba es una buena predictora del rendimiento en tareas relacionadas con la comprensión lectora –base de las actividades instruccionales– y con la inteligencia; por lo que podría ser utilizada tanto para predecir el rendimiento en tareas escolares, como para estudiar el desarrollo evolutivo de la memoria de trabajo o su relación con otros constructos.

Adicionalmente, esta prueba ha sido traducida y adaptada a otros idiomas. Al francés (Desmette, D., Hupet, M., Schelstraete, M. A., & Van der Linden, M. 1995), al ruso (Fedorova, Delikishkina, y Uspenskaya, 2010), al español (Elosúa 1996), también diversas referencias en la literatura apuntan a la independencia del lenguaje en que se aplique la prueba de los resultados. Por ejemplo, estudios en idiomas francés y alemán (Osaka, M., Osaka, N., y Groner, R. 1993), en inglés y japonés (Ozaka y Ozaka, 1992) y más recientemente inglés y español (Kudo, 2015), todos los casos apuntan a la independencia de los resultados de la variable idioma.

Estos datos sugieren que esta prueba es apropiada para usarse en distintos lenguajes, añadido a esta independencia para Elosúa et al.(1996) esta prueba “constituye una buena adaptación al castellano del Reading Span Test, que mantiene tanto su peculiar naturaleza como la utilidad que se ha atribuido a este tipo de medida” (p.392) la

misma fue utilizada en estudiantes entre las edades 11 años y 16 años. A partir de estas evidencias y de que la población del estudio está en este rango de edad se acepta que la prueba de aptitud lectora, en su versión original en inglés y su adaptación al español, es apropiada para los efectos del estudio .

La validación del instrumento para la memoria de trabajo se realizará por el método split half reliability (Bernstein y Putnam, 1986) y usando dos mediciones establecidas en la literatura sobre el tema. La variante citada de la medición de Daneman y Carpenter (1980) y una medida global del total de palabras recordadas por el sujeto durante todo el proceso, es decir el total de palabras recordadas hasta el momento en que termina su prueba. Estas dos mediciones ya fueron usadas por (Turner y Engle, 1989 citados en Waters y Caplan, 2003) y reportan los autores que los dos tipos de puntuaciones llevan a los mismos resultados. De manera complementaria (Conway, Kane, Bunting, Hambrick, Wilhelm, y Engle, 2005) reportan para pruebas de validez basadas en este método valores entre 0,7 y 0,9.

3.8.2 Validez de la Prueba de razonamiento matemático

El instrumento para medir el razonamiento matemático y sus componentes fue tomado, con autorización, de (Marín, 2017). Los ítems de la prueba se seleccionaron de diferentes pruebas de Canguro Matemático, dichos ítems provienen de pruebas aplicadas en contextos internacionales y reflejan la percepción de decenas de expertos acerca de tareas adecuadas para que el estudiante exprese su capacidad de razonamiento en las matemáticas (Marín, 2017).

Vale destacar que para la validación de la estructura interna del instrumento para razonamiento matemático se realizó una aplicación de la prueba a una muestra de 1800 estudiantes costarricenses de distintos años de escolaridad. Los resultados obtenidos permitieron la comprobación del instrumento como una medida de la capacidad de razonamiento matemático. Estas comprobaciones se basaron en técnicas, el análisis factorial y confirmatorio lo cual nos permite validar su fiabilidad.

Como adicional para verificar la confiabilidad del instrumento de medición del razonamiento matemático de Marín (2017) se utilizó, sobre la muestra en estudio, la técnica del “Alfa de Cronbach”, que produce un estadístico cuyo valor está entre 0 (no existe fiabilidad) y 1 (fiabilidad perfecta), eligiendo como criterio para aceptar como adecuada confiabilidad un valor de alfa, siguiendo el criterio de Leech et al. (2005), igual o superior a 0,7.

3.9 Plan de recolección de datos

Para la recolección de los datos se aplicaron los instrumentos directamente en el aula de los grupos de los colegios seleccionados. La aplicación estuvo coordinada por las investigadoras y para ello se contó con la disposición positiva de los docentes a cargo de los grupos.

La aplicación de la prueba PAL fue realizada de manera personalizada y considerando la infraestructura de la institución. Se optó por el uso de tarjetas, en este caso cada frase se presenta aisladamente en el centro de una hoja tamaño 21,59 x 27,94 con caracteres negros sobre fondo blanco y sólo durante el tiempo que dura su lectura (5 seg. aproximadamente), todas empastadas y organizadas en un solo libro. Mientras

que para la aplicación de la prueba de razonamiento matemático esta fue aplicada en forma colectiva dentro del aula de los grupos de los colegios seleccionados siempre bajo la supervisión de las investigadoras.

3.10 Plan de procesamiento de datos

El análisis de los datos se realizó con ayuda del programa SPSS versión 20 . La digitación de los datos se realizó inicialmente en el programa EXCEL, elaborando una matriz de datos, colocando una columna para cada una de las variables y una fila para cada uno de los sujetos que participaron en el estudio.

Como se ha descrito previamente se optó, para la medición de la memoria de trabajo verbal por la prueba de amplitud lectora de Elosúa et al. (1996) y replanteadas por Madruga y Corte (2008), es importante mencionar que Felez-Nóbrega, Foster, Puig-Rivera, Draheim y Hillman (2017) validan al contexto español versiones recientes de estos mismos test. Se puede afirmar que éstas son mediciones tradicionales y consolidadas en el contexto de estudios sobre de la memoria de trabajo, por ejemplo, para Waters y Caplan (1996) el Reading Span Test de Daneman y Carpenter, y sus variantes se convirtieron en el método estándar para medir la memoria de trabajo verbal. Acorde con algunos enfoques seguidos en las versiones en español, para estas medidas se incluyeron tres interpretaciones derivadas todas de las respuestas de los estudiantes al mismo test. Estas tres mediciones son el criterio estricto, descrito antes, y consiste en asignar como puntaje el máximo nivel en que el estudiante logró completar al menos dos series completas (orden y total de palabras) este criterio se ha clasificado en los datos como PE1. Se agregan dos puntajes adicionales para memoria de trabajo modificados

con la idea de valorar mejor los logros de los estudiantes. Uno de estos puntajes consiste en una variación propuesta por Daneman y Carpenter (1980) que bonifica algunos logros parciales, por ejemplo hacer una serie en el nivel siguiente agrega medio punto, esta puntuación bonificada se ha llamado PE2. La tercer alternativa surge del trabajo de Madruga y Corte (2008) que proponen una variante que contempla otros factores y descrita previamente como puntuación descriptiva la cual se ha denominado PDesc. Finalmente se realiza una medición considerando el total de palabras recordadas por el sujeto durante todo el proceso para confirmar la fiabilidad de la prueba, la cual se ha denominado TPR.

Se incluyó una medida para el razonamiento matemático como un integrado de cuatro constructos que son Memoria de trabajo Matemático, Razonamiento Inductivo, Razonamiento Deductivo y Razonamiento Espacial en la concepción de Marín (2017). Se derivan además otras puntuaciones de la nota en la prueba de razonamiento matemático, una de ellas recoge el puntaje en los ítems clasificados como de Memoria de trabajo Matemático (MT), otra los ítems de los razonamientos inductivo, deductivo y espacial. En total, de la prueba de razonamiento matemático, se derivan seis puntuaciones: la nota total (RazMatNot), una nota asociada con la memoria de trabajo matemático (Marín, 2017), una nota que recoge las otras tres componentes (RazSiMT) que son Razonamiento Inductivo (RI), Razonamiento Deductivo (RD) y Razonamiento Espacial (RE) y cada una de ellas por separado.

Es importante aclarar que el concepto de memoria de trabajo matemático no es un término frecuente en la literatura. Se incluye esta como una habilidad específica

relacionada con las mismas habilidades generales pero orientadas hacia el procesamiento de tareas matemáticas.

Como complemento los valores R1MA, R2MA, R1ES y R2ES recogen las notas en los dos primeros períodos del curso lectivo, R1MA y R2MA para la materia de Matemática y R1ES y R2ES para la materia de Español.

Así como análisis preliminar se propuso un estudio estadístico descriptivo de los datos incluyendo un análisis utilizando gráficos de bigotes para identificar casos atípicos en los datos, luego se realizó un análisis para determinar si los datos en general son paramétricos, para ello se realizó un test de Kolmogorov-Smirnof para indicar la no normalidad de los datos, se utilizó como criterio para aceptar la no normalidad de los datos un valor, siguiendo el criterio de Leech et al. (2005), inferior a 0,005.

Se plantea un análisis de correlaciones entre las distintas mediciones establecidas, usando el coeficiente de correlación rho de Spearman acorde con la normalidad. Se utilizó, siguiendo el criterio de Leech et al. (2005), para aceptar como correlación baja un valor menor o igual a 0,2, correlación moderada un valor mayor a 0,2 y menor o igual a 0,7 y correlación alta un valor superior a 0,7.

Se corre un análisis de regresión para analizar el valor predictivo de la memoria de trabajo matemático y de la memoria de trabajo verbal sobre el desempeño en la prueba de razonamiento matemático y el desempeño de cada uno de los componentes del razonamiento matemático (razonamiento deductivo, razonamiento inductivo y razonamiento espacial).

Finalmente se plantea el uso de un ANOVA para determinar si existe diferencia

en las medias de la nota en la prueba de razonamiento matemático, memoria de trabajo verbal y memoria de trabajo matemática, respecto a los tres colegios de la muestra.

Capítulo 4: Análisis de datos

4.1 Estadísticos descriptivos

Tabla 5: *Estadísticos generales.*

	N	Media	Desv. típ.
RazMatNot	219	33,01	19,056
PE1	219	2,29	0,810
PE2	219	2,46	0,896
PDesc	218	10,04	10,420
R1MA	213	77,69	12,089
R2MA	213	74,48	13,978
R1ES	210	76,16	13,104
R2ES	210	73,86	11,762
MT	219	2,3333	1,44734
RI	219	1,4475	1,17338
RD	219	1,1507	1,10468
RE	219	1,3790	1,21070
TPR	219	24,137	10,7779
N válido (según lista)		209	

Se resumen en esta sección los estadísticos básicos del estudio. En primera instancia la nota de la prueba de razonamiento matemático, RazMatNot, (Tabla 5) presenta un promedio de 33,01; en general la prueba resultó difícil para la población del estudio. Esto no difiere mucho de los resultados obtenidos sobre una muestra mayor usada en una experiencia de tesis doctoral realizada por Marín (2017). La evaluación de la memoria de trabajo matemática (MT) se realizó a través de elementos matemáticos un promedio de 2,33 sobre un puntaje de 5, los constructos de razonamiento inductivo, deductivo y espacial tienen promedios más bajos respecto a la memoria de trabajo matemática, también en una escala de 5. Estas diferencias podrían ser explicadas por el hecho de que la memoria de trabajo matemática, según se evalúa en esta prueba, es la que evoca formas de razonamiento más básicas sin mayores dependencias de

inteligencia cristalizada, es decir, conocimientos que ya el estudiante ha incorporado, mientras que los otros constructos pueden tener mayor dependencia de experiencias en razonamiento matemático o en la capacidad matemática misma.

Se incluyen dos indicadores para la medición de la memoria de trabajo verbal, PE1 con una media 2,29 y PE2 con una media 2,46, estos mismos indicadores se utilizaron en el contexto de una experiencia similar en España cuyos promedios fueron superiores, por ejemplo 2,92 para PE2, diferencia que puede no ser representativa dado que en la experiencia citada (García-Madruga y Fernández, 2008) se planteó una eliminación de casos que puede haber incidido en el valor de esta medición. La Tabla 5 resume los estadísticos básicos para todas las variables.

Tabla 6: *Estadísticos por nivel.*

	Nivel 7			Nivel 8			Nivel 9		
	N	Media	Desv. típ.	N	Media	Desv. tip	N	Media	Desv, tip
RazMatNot	73	33,84	20,875	79	34,11	20,424	67	30,82	14,965
PE1	73	2,33	0,851	79	2,18	0,828	67	2,37	0,735
PE2	73	2,44	0,920	79	2,35	0,934	67	2,61	0,811
PDesc	72	10,21	12,077	79	9,63	9,810	67	10,34	9,275
R1MA	70	77,13	12,923	79	78,05	11,414	64	77,88	12,124
R2MA	70	71,76	14,493	79	76,66	12,273	64	74,77	15,054
R1ES	68	79,43	14,284	78	73,73	12,108	64	75,64	12,425
R2ES	68	77,91	11,217	78	68,91	12,982	64	75,58	8,254
MT	73	2,2877	1,54991	79	2,3165	1,53209	67	2,4030	1,23165
RI	73	1,3836	1,16226	79	1,6835	1,34493	67	1,2388	0,90603
RD	73	1,2603	1,15503	79	1,1899	1,18836	67	,9851	0,92920
RE	73	1,5616	1,33319	79	1,3418	1,16450	67	1,2239	1,11220
N válido (según lista)	67			78			64		

Se agregan también los descriptivos por nivel en la Tabla 6 a efectos de ir analizando posibles diferencias. Una inspección de esta tabla, permite hacer las siguientes observaciones preliminares, que se abordarán posteriormente.

En cuanto al promedio de la prueba de razonamiento matemático se presenta una baja en el nivel de noveno. Esta situación podría explicarse en el hecho de que los estudiantes de noveno año del colegio PrivAv no participaron a este nivel y la tendencia general de este colegio fue a presentar mejores rendimientos sobre los otros colegios en la muestra.

Si analizamos el comportamiento del razonamiento matemático (RazMatNot) se nota que los estudiantes de octavo tuvieron mejor desempeño que los de séptimo, considerando que uno de los colegios no participó en el nivel 9°. Llama la atención que la memoria de trabajo verbal desciende del nivel 7° al 8° eso no es consistente con investigaciones en la literatura al respecto; pues Gathercole et al., (2004) determinaron que las funciones de desarrollo para las medidas asociadas con la memoria de trabajo muestran aumentos lineales en el rendimiento desde los 4 años hasta la adolescencia; entonces quizá tenga su explicación en elementos de actitud, dado que, especialmente el colegio público la actitud de los estudiantes no fue valorada como colaborativa cuando las investigadoras aplicaron los instrumentos. Muchos estudiantes de los niveles 8° y 9° no asumieron la prueba con el mismo compromiso que los niños menores, una actitud ya reconocida en la literatura, por ejemplo, para Donaldson (1979)

Durante los primeros años de escuela todo parece ir muy bien, los niños, ávidos por aprender, vivaces, felices. Existe por lo general una atmósfera de espontaneidad, dentro de la cual son animados a explorar, a descubrir, a crear.

(...). Sin embargo, cuando consideramos lo que sucede al alcanzar los niños la adolescencia, nos vemos forzados a reconocer que las promesas de los primeros años han quedado frecuentemente sin cumplir. (p.20)

Tabla 7: *Estadísticos por colegio.*

	Colegio Público			Colegio Privalnt			Colegio PrivAv		
	N	Media	Desv. típ.	N	Media	Desv, tip	N	Media	Desv, tip
RazMatNot	142	5,04	2,275	37	8,51	3,626	30	11,87	4,232
PE1	142	2,11	0,702	37	2,59	0,956	30	2,73	0,907
PE2	142	2,26	0,776	37	2,89	1,042	30	2,83	1,045
PDesc	142	7,66	7,346	37	15,05	13,104	30	16,03	15,126
R1MA	142	75,78	11,591	37	81,49	11,012	30	82,60	13,032
R2MA	142	70,35	13,385	37	83,59	9,728	30	83,53	11,910
R1ES	142	73,08	11,226	37	89,59	7,812	30	74,30	16,371
R2ES	142	70,35	11,241	37	79,81	9,219	30	82,70	9,200
MT	142	1,8873	1,337	37	3,0541	1,026	30	3,7667	1,135
RI	142	1,1620	0,896	37	1,5946	1,279	30	2,6667	1,398
RD	142	0,7042	0,742	37	1,8919	1,022	30	2,3667	1,326
RE	142	1,0141	0,834	37	1,6216	1,401	30	2,7667	1,431
N válido (según lista)	142			37			30		

En la Tabla 7 se presentan los estadísticos por colegio. Todos los componentes matemáticos de las pruebas de razonamiento presentan un incremento entre los colegios etiquetados como Público, Privalnt y PrivAv. Ese comportamiento es coherente con el conocimiento empírico sobre los procesos históricos de atención a la formación matemática de los estudiantes en cada uno de estos colegios.

Tabla 8: *Estadísticos por tipo de colegio.*

	Colegio Público			Colegio Privado		
	N	Media	Desv. típ.	N	Media	Desv, tip
RazSiMT	142	2,88	1,46	67	6,31	3,32
PE1	142	2,11	0,70	67	2,66	0,93
PE2	142	2,26	0,78	67	2,87	1,04
PDesc	142	7,66	7,35	67	15,49	13,94
R1MA	142	75,78	11,59	67	81,99	11,88
R2MA	142	70,35	13,39	67	83,57	10,68
R1ES	142	73,08	11,23	67	82,75	14,48
R2ES	142	68,48	11,24	67	81,10	9,25
MT	142	1,89	1,34	67	3,37	1,13
RI	142	1,16	0,90	67	2,07	1,43
RD	142	0,70	0,74	67	2,10	1,18
RE	142	1,01	0,83	67	2,13	1,52
N válido (según lista)	142			67		

En la Tabla 8 se presentan los estadísticos por tipo de colegio. Y se distingue en las mediciones de memoria de trabajo y en todos los componentes matemáticos de las pruebas de razonamiento un incremento significativo entre los colegios privados de la muestra con respecto al colegio público de la muestra. También se distingue en la tabla 8 con respecto a los rendimientos académicos en Español y Matemática un incremento significativo entre los colegios privados de la muestra con respecto al colegio público de la muestra.

4.2 Identificación de atípicos

Es conocido que la presencia de casos atípicos puede tener un efecto negativo en los coeficientes de correlación. Este análisis se presenta básicamente con la intención de conocer mejor la estructura general de los datos y no se pretende eliminar datos de la muestra a menos que presenten atipicidades extremas que no correspondan con la realidad del estudio, dejando eso sí aquellos casos que siendo atípicos si responden a datos coherentes con el estudio.

4.2.1 Puntaje en Razonamiento Matemático

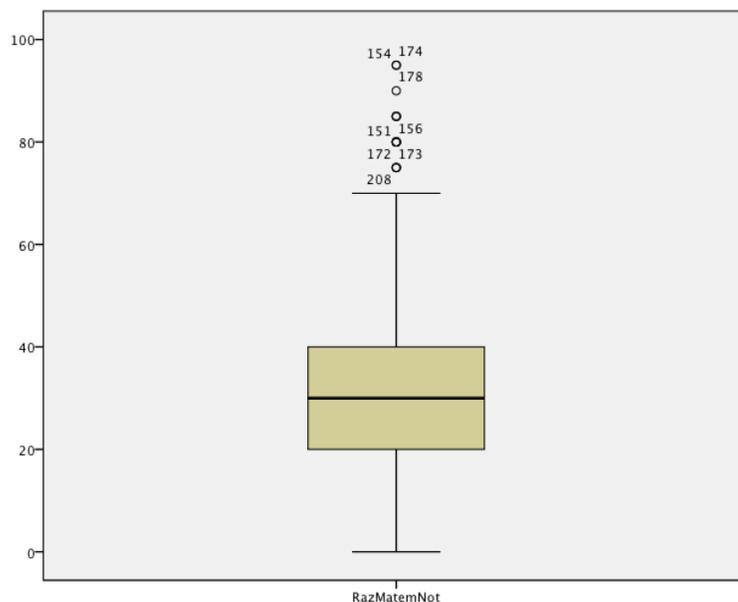


Figura 3. Diagrama para nota de razonamiento matemático

Se evidencia en la Figura 3 la existencia de nueve casos atípicos, en su mayoría provenientes del colegio PrivAv. Al realizar el análisis particular de cada uno de estos casos con los docentes respectivos se concluye que no responden a errores, sino a

casos de estudiantes que en general presentan rendimientos altos en razonamiento y por lo tanto se dejan para los análisis.

4.2.2 Análisis de las pruebas verbales de memoria de trabajo.

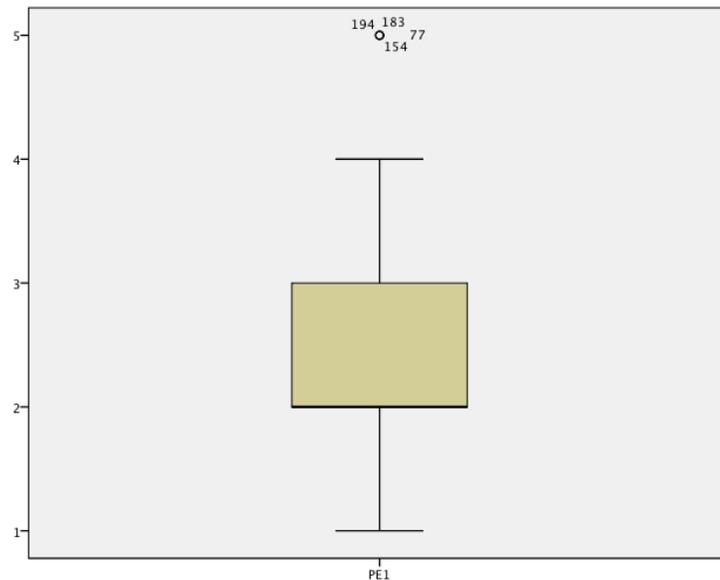


Figura 4. Diagrama para el puntaje PE1

El primer puntaje a considerar es la escala PE1 (Figura 4). El análisis preliminar, que luego será analizado bajo esquemas menos subjetivos, revela que esta escala tiene un comportamiento muy lejano de la normalidad. Los casos atípicos fueron consistentes en casi todas las escalas, lo cual refleja estudiantes que consistentemente presentan valores por encima del resto de la población.

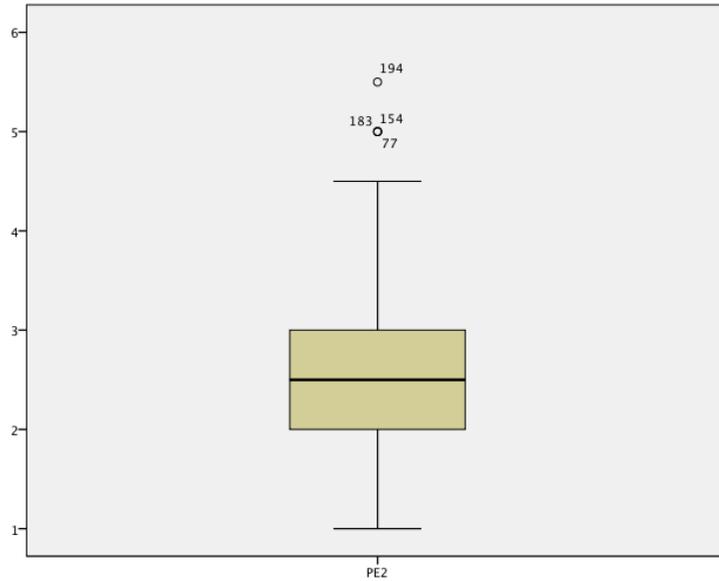


Figura 5. Diagrama para el puntaje PE2

La segunda escala PE2 (Figura 5), tiene un comportamiento mucho más cercano a la normalidad, igual presenta atípicos.

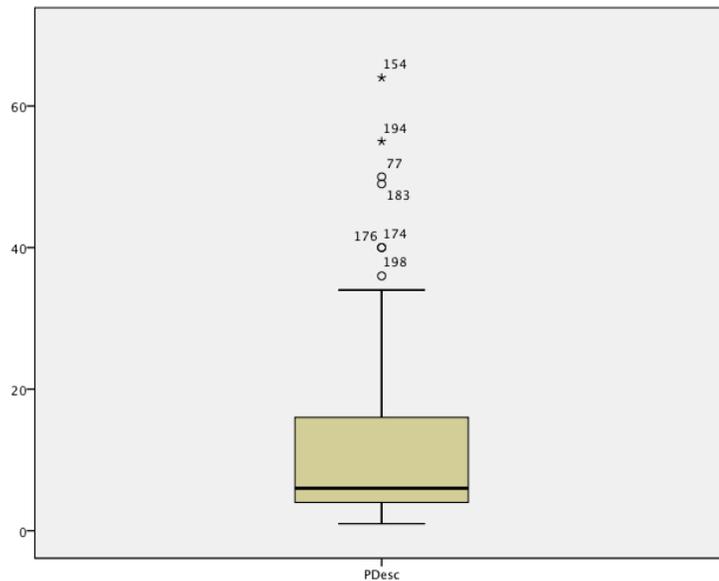


Figura 6. Diagrama para el puntaje PDesc

Finalmente se considera la tercer escala PDesc (Figura 6). Esta prueba tiene la misma consistencia de atípicos y rasgos de normalidad poco aceptables. Dado que

ninguna de las mediciones de la memoria de trabajo presenta rasgos de normalidad aceptables se opta usar la medición PDesc como referente para los cálculos subsiguientes.

Se manifiesta en estos tres escenarios una tendencia de atípicos provenientes de los colegios PrivAv e Privalnt, 7 en total, con excepción del estudiante con la etiqueta 77 que pertenece al colegio Público. Una verificación sobre los datos indica que estos atípicos son coherentes con las estructuras de los procesos en estos colegios por lo que se decide continuar los análisis incluyendo estos casos.

4.2.3 Análisis de componentes de prueba de razonamiento matemático

Se completa este análisis inicial con la exploración gráfica de los componentes de la prueba de Razonamiento Matemático, Memoria de trabajo, Razonamiento Inductivo, Razonamiento Deductivo y Razonamiento Espacial (Marín, 2017).

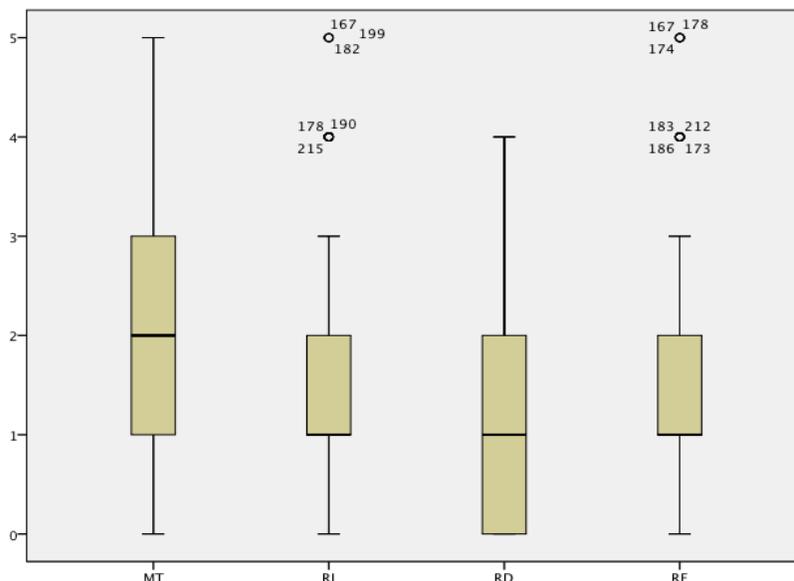


Figura 7. Diagrama para el puntaje MT, RI, RD y RE

En el primer gráfico (Figura 7) se muestra la prueba de memoria de trabajo matemática (MT). No se evidencia la presencia de atípicos, lo cual pareciera razonable dado el carácter de este constructo que se basa ante todo en un razonamiento intuitivo lo más lejano posible de formas de razonamiento asociadas a la inteligencia cristalizada. Es decir, en la medición de este constructo se busca minimizar el efecto de conocimientos o experiencias que el estudiante haya desarrollado.

A diferencia del caso previo, el razonamiento inductivo si presenta una serie de atípicos, ver Figura 7. Esta situación tiene una explicación posible en la población que incluye estudiantes de los colegios PrivAv y PrivaInt en donde se desarrolla la habilidad de razonamiento y, en el contexto de la prueba usada para esta experiencia, el razonamiento inductivo es el elemento más elaborado por lo cual es natural que haya un sesgo en el rendimiento, favoreciendo especialmente a estudiantes entrenados.

Para el razonamiento deductivo, basado en la idea general de una lógica cotidiana simple sustentada en razonamientos del tipo *p implica q y p entonces q*, se observa en la parte superior una concentración de datos mucho más grande que el bigote en la parte inferior. Lo que evidencia según la literatura, (Leech et al., 2005) que el razonamiento deductivo presenta un comportamiento sesgado, ver Figura 7. Esto ya se evidenciaba en las medias donde los colegios Privados de la muestra, ver Tabla 8, presentan un promedio en esta variable superior al colegio público en la muestra.

Finalmente, el razonamiento espacial que no presenta rasgos de normalidad y si algunos atípicos correspondientes a los colegios PrivAv y PrivaInt, ver Figura 7. Esto hace suponer que, dada la tradición de algunos colegios en preparar los estudiantes para olimpiadas, estos estudiantes han desarrollado mayores habilidades en este

constructo.

4.2.4 Análisis de la prueba de razonamiento matemático

La prueba de razonamiento matemático tuvo una media de 33,01 con una desviación estándar de 19,06 y una asimetría de 1,14, valor que es coherente con los hallazgos encontrados en los análisis gráficos preliminares que indicaban que no había normalidad en los datos. El alpha de Cronbach de 0,757 que es adecuado para la consistencia de la prueba. Es importante resaltar que este valor es consistente con el valor obtenido en este mismo instrumento, 0,77; cuando se aplicó a una población de 1932 estudiantes de distintas zonas del país (Marín, 2017).

4.3 Pruebas de normalidad

A partir de los indicios de la sección precedente se hace necesario un análisis para determinar si los datos en general son paramétricos, esto como punto de partida antes de definir los análisis de correlaciones a realizar. Un test de Kolmogorov-Smirnov en la Tabla 9 indica la no normalidad de los datos a excepción de la variable R1MA que recoge el rendimiento en matemática en el primer periodo algunos de los puntajes de notas escolares.

Tabla 9: Pruebas de normalidad.

	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
RazSiMT	,205	209	,000	,863	209	,000
RazMatPun	,146	209	,000	,909	209	,000
RM	,146	209	,000	,909	209	,000
PDesc	,338	209	,000	,735	209	,000
R1MA	,075	209	,006	,982	209	,009
R2MA	,045	209	,200*	,984	209	,015
R1ES	,069	209	,017	,971	209	,000
R2ES	,071	209	,012	,989	209	,101
MT	,153	209	,000	,932	209	,000
RI	,254	209	,000	,864	209	,000
RD	,239	209	,000	,847	209	,000
RE	,267	209	,000	,851	209	,000

4.4 Análisis de correlaciones.

Se plantea un análisis de correlaciones entre las distintas mediciones establecidas. Dado que los datos no son normales para estas correlaciones se usará el coeficiente de correlación rho de Spearman, los resultados se resumen en la Tabla 10.

Tabla 10: Correlaciones generales

	RazSiMT	RM	PE1	PE2	PDesc	R1MA	R2MA	R1ES	R2ES	MT	RI	RD	RE
RazSiMT	1	,885**	,269**	,215**	,272**	,263**	,333**	,173*	,339**	,507**	,690**	,730**	,692**
	.	0,000	0,000	0,001	0,000	0,000	0,000	0,012	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	219	219	219	219	218	213	213	210	210	219	219	219	219
RM		1	,327**	,276**	,337**	,353**	,418**	,254**	,408**	,807**	,605**	,717**	,573**
		.	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
		219	219	219	218	213	213	210	210	219	219	219	219
PE1			1	,912**	,880**	,308**	,291**	,245**	,281**	,320**	,160*	,328**	,219**
			.	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,018	0,000	0,001
			219	219	218	213	213	210	210	219	219	219	219
PE2				1	,855**	,309**	,277**	,272**	,281**	,277**	0,129	,279**	,187**
				.	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,057	0,000	0,005
				219	218	213	213	210	210	219	219	219	219
PDesc					1	,326**	,304**	,315**	,289**	,331**	,172*	,337**	,199**
					.	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,011	0,000	0,003
					218	212	212	209	209	218	218	218	218
R1MA						1	,642**	,536**	,523**	,397**	,194**	,303**	,174*
						.	0,000	0,000	0,000	0,000	0,005	0,000	0,011
						213	213	210	210	213	213	213	213
R2MA							1	,544**	,554**	,436**	,190**	,387**	,250**
							.	0,000	0,000	0,000	0,005	0,000	0,000
							213	210	210	213	213	213	213
R1ES								1	,651**	,306**	0,1	,273**	0,089
								.	0,000	0,000	0,148	0,000	0,198
								210	210	210	210	210	210
R2ES									1	,372**	,226**	,348**	,269**
									.	0,000	0,001	0,000	0,000
									210	210	210	210	210
MT										1	,334**	,508**	,290**
										.	0,000	0,000	0,000
										219	219	219	219
RI											1	,325**	,253**
											.	0,000	0,000
											219	219	219
RD												1	,300**
												.	0,000
												219	219
RE													1
													.
													219

** . La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

* . La correlación es significativa al nivel 0,05 (bilateral).

Este análisis revela que la memoria de trabajo matemático (MT) correlaciona positiva y significativamente con todas las demás variables con coeficientes que se pueden interpretar moderados, también las correlaciones de la memoria de trabajo verbal (PDesc) con las demás variables son positivas y significativas.

La correlación memoria de trabajo verbal (PDesc) con memoria de trabajo Matemática (MT) es moderada, positiva y significativa. Esto sugiere que ambas habilidades cognitivas comparten varianza.

Si lo analizamos en el contexto matemático la correlación de la memoria de trabajo Matemática (MT) con la prueba de razonamiento matemático (RazSiMT) es 0,507 mientras que la correlación de la memoria de trabajo verbal es de 0,272; estos hallazgos sugieren que es razonable conjeturar la existencia de una memoria de trabajo dedicada que tiene mayor correlación con el desempeño en razonamiento matemático. Estas diferencias en los valores de correlación son menores en el caso del rendimiento escolar en matemática, pero se mantiene una mayor correlación con la memoria de trabajo matemática por encima de la memoria de trabajo verbal. Un resultado, si se quiere inesperado es que, en el segundo período lectivo, haya una mayor correlación entre la memoria de trabajo matemática y los rendimientos escolares en la materia de Español. Es decir, las notas en español comparten más varianza con la parte matemática de la memoria de trabajo que con la parte verbal.

En general, la prueba de memoria de trabajo verbal presenta una correlación positiva y significativa con cada uno de los demás componentes del razonamiento matemático. Con la salvedad de que la correlación entre esta medición de la memoria de trabajo verbal con el razonamiento inductivo y el espacial reportan valores más bajos

comparados con el razonamiento deductivo, lo que apunta que la capacidad de memoria de trabajo verbal, como se midió en esta experiencia, tiene poca correlación con dos formas centrales de razonamiento matemático, también es importante resaltar que la correlación con el deductivo es más alta lo cual podría explicarse en la naturaleza de la medición elegida.

En esta misma Tabla 10 se muestran las correlaciones entre rendimiento las notas de Matemática y el rendimiento en las notas de Español, estas correlaciones son positivas, moderadas y significativas. Finalmente, como era de esperarse las tres pautas verbales de asignación de puntaje a la memoria de trabajo están correlacionadas de manera positiva, significativa y alta. Se destaca el hecho de que las correlaciones entre algunos de los rendimientos en Español con los puntajes en las subdivisiones RD, RI y RE y con la memoria de trabajo misma son positivos y significativos. También resulta positivo el hecho de que la correlación entre la memoria de trabajo matemática con el resto de la prueba de razonamiento matemático, es decir la prueba de razonamiento sin el componente de memoria de trabajo matemático, correlaciona de manera positiva $r=0,507$ y $p<0,001$ con la componente de la memoria de trabajo. Esto apunta a la coherencia de un modelo que coloque una componente que se ha llamado memoria de trabajo matemático como explicativa del rendimiento en el razonamiento matemático, esto es coherente con resultado obtenidos en Marín (2017).

Se procede con un análisis más específico orientado a realizar una inspección sobre correlaciones entre las dos mediciones de la memoria de trabajo y las correlaciones de éstas con el rendimiento escolar en Matemática, con el rendimiento

escolar en Español y con el rendimiento en la prueba parcial de razonamiento matemático.

4.4.1 Memoria de trabajo Verbal y Memoria de trabajo Matemática correlaciones y modelos de regresión simples

Interesa en esta sección valorar dependencias del razonamiento matemático con cada una de las variables independientes memoria de trabajo verbal y memoria de trabajo matemático.

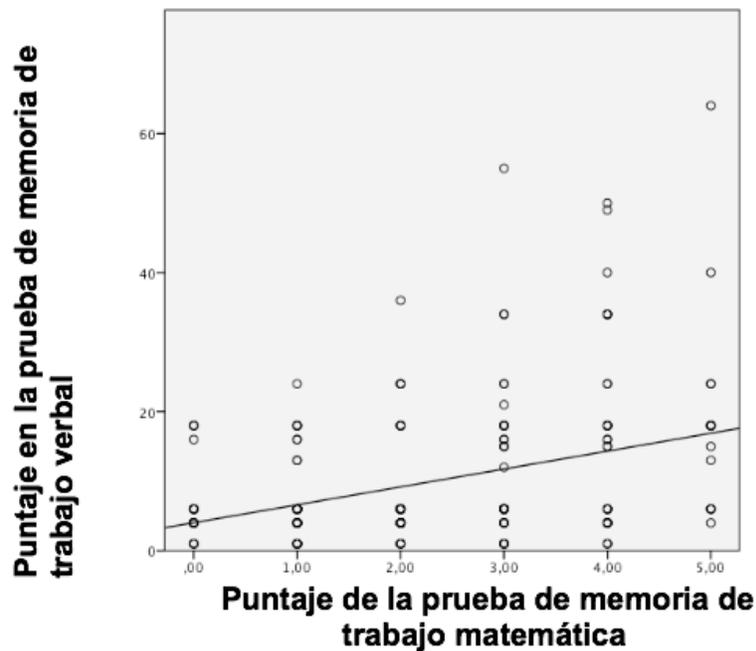


Figura 8. Gráfico de dispersión general

El primer análisis explora relaciones entre las dos mediciones de la memoria de trabajo. Un gráfico de dispersión de la Figura 8 muestra la correlación entre las distintas memorias de trabajo, comparten únicamente un 10,9% de varianza.

Las dos mediciones de la memoria de trabajo comparten un 10,9% de varianza y la correlación calculada es de $r = 0,331$ y $p=0,000$, es decir, la correlación es moderada pero significativa.

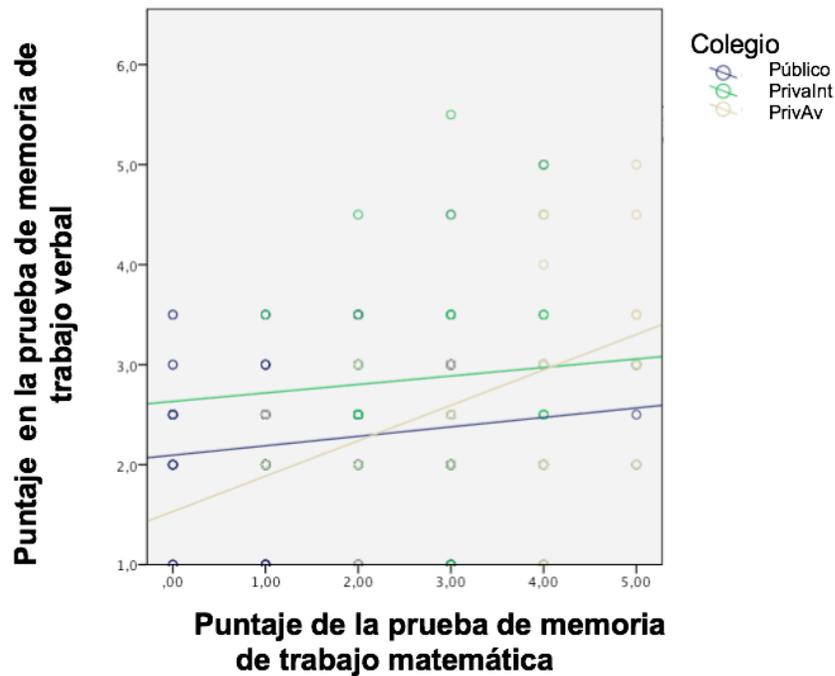


Figura 9. Líneas de mejor ajuste por colegio

Se complementa este análisis con los grupos definidos por colegio. La gráfica anterior (Figura 9) muestra las líneas de mejor ajuste, en los casos separados, podemos ver en todos ellos hay una correlación positiva entre las mediciones de la memoria de trabajo medida usando elementos de tipo verbal (Elosúa et al.,1996) y como elementos más orientados hacia la matemática (Marín, 2017).

En el caso del colegio Público la varianza compartida es baja 3,8% y el coeficiente de correlación es de 0,195, en el caso del colegio PrivaInt la varianza compartida es 1,2% es muy baja y el coeficiente de correlación muy bajo y no significativo, finalmente en el

caso del PrivAv el porcentaje de varianza común es del 19,8% y la correlación es de 0,446 y significativa.

4.4.2 Memoria de Trabajo Matemática y sus correlaciones.

Como se pudo ver en la Tabla 10 las correlaciones generales de la memoria de trabajo matemática con las otras mediciones son todas positivas y significativas, lo que permite afirmar que hay una correlación positiva entre ésta y las otras dimensiones consideradas.

El primer detalle importante, ver Tabla 10, es que la memoria de trabajo matemática comparte un 25,7% de varianza con la parte de la prueba de razonamiento matemático asociada con los factores deductivo, inductivo y espacial con un coeficiente de correlación medio de 0,507 y significativo. Esencialmente la dimensión que se ha llamado memoria de trabajo matemática es un factor correlacionado con otros componentes del razonamiento matemático y comparte mucha de la variabilidad del razonamiento medido a través de los componentes deductivo, inductivo y espacial.

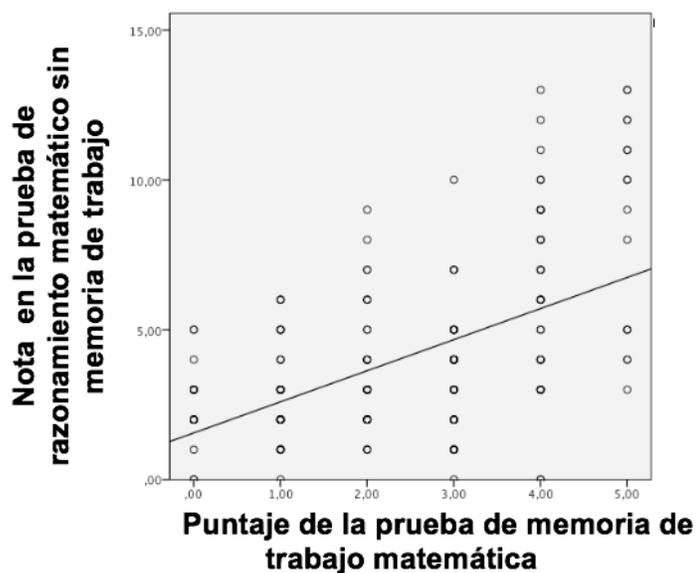


Figura 10. Gráfica de correlación entre la memoria de trabajo matemático y los factores deductivo, inductivo y espacial.

Iguales hallazgos se encuentran entre la memoria de trabajo y el rendimiento escolar en Matemática y en Español, es decir la memoria de trabajo matemática es un factor que comparte varianzas importantes con otros componentes relacionados con el rendimiento escolar en Matemática y el rendimiento en Español.

4.4.3 Memoria de Trabajo Verbal fiabilidad y correlaciones

El análisis muestra que las mediciones de la memoria de trabajo verbal, PDesc y TPR (Total de palabras recordadas), correlacionan de manera positiva y significativa, $r=0,615$ y $p<0,000$. La prueba de memoria de trabajo verbal muestra índices de fiabilidad coherentes con la bibliografía al respecto. En el caso de los puntajes obtenidos en esta experiencia el método de split half reliability muestra un valor de 0,762 con lo cual se

puede afirmar que la prueba tiene niveles de fiabilidad en un rango aceptable (Waters y Caplan, 2003; Conway, 2005).

Otro elemento de exploración valioso tiene que ver con las mediciones de la memoria de trabajo verbal (Daneman y Carpenter, 1980) y las otras dimensiones planteadas. Una exploración rápida a la tabla de correlaciones general (Tabla 10) ofrece hallazgos importantes. La memoria de trabajo verbal correlaciona positivamente y significativamente con el rendimiento escolar en Matemática y Español, pero en menor nivel que la memoria de trabajo matemática. Es decir los datos apuntan a que la memoria de trabajo medida mediante instrumentos orientados hacia el pensamiento matemático presenta mayor correlación con las dimensiones de rendimiento escolar consideradas. Llama la atención que la correlación con el componente del razonamiento inductivo y la memoria de trabajo verbal es significativa pero muy baja lo cual permite conjeturar, para investigaciones futuras, que la memoria de trabajo verbal podría no ser un factor que incida marcadamente en los procesos de razonamiento inductivo que son al fin de cuentas las formas más elaboradas de pensamiento matemático.

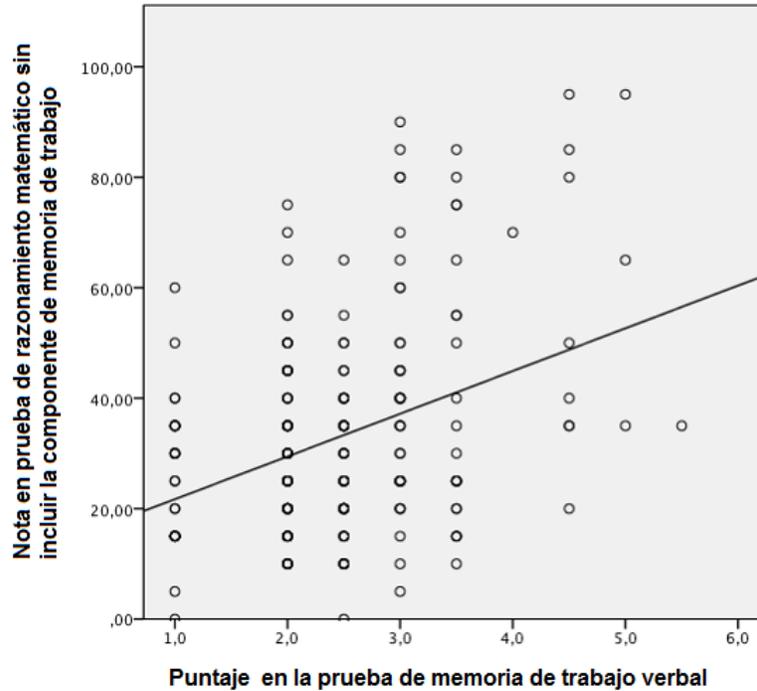


Figura 11 . Relación de la memoria de trabajo verbal con el puntaje acumulado en la prueba de razonamiento matemático sin incluir la componente de memoria de trabajo matemático.

Se explora en la gráfica (Figura 11) la relación memoria de trabajo verbal con el puntaje de la prueba de razonamiento matemático sin incluir la componente de memoria de trabajo matemático. De acuerdo con la Figura 11 entre esta memoria verbal y la dimensión de razonamiento matemático parcial, sin memoria de trabajo, se comparte un 7,3% de la varianza y la correlación es $r = 0,272$; $p < 0,001$. En este mismo sentido la varianza compartida entre la memoria de trabajo verbal y el desempeño en el razonamiento matemático completo, es de 11,3% con un coeficiente de correlación 0,337 significativa. Hay una correlación positiva entre memoria de trabajo verbal y el desempeño general en matemática, en parte una posible explicación radica en que la prueba de razonamiento tiene una parte asociada con la memoria de trabajo en general relacionada con comprender los problemas a resolver.

Tabla 11: *Resumen del modelo regresión.*

Modelo	R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
1	,550 ^a	,302	,299	2,28760

a. Variable dependiente: RazSiMT

b. Variables predictoras: (Constante), MT

Tabla 12: *ANOVAS Resumen del modelo.*

Modelo	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Regresión	491,300	1	491,300	93,883	,000 ^b
1 Residual	1135,586	217	5,233		
Total	1626,886	218			

a. Variable dependiente: RazSiMT

b. Variables predictoras: (Constante), MT

Tabla 13: *Resumen del modelo.*

Modelo	R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
1	,418 ^a	,175	,171	2,47352

a. Variable dependiente: RazSiMT

b. Variables predictoras: (Constante), PDesc

Tabla 14: *ANOVAS Resumen del modelo.*

Modelo	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Regresión	279,990	1	279,990	45,763	,000 ^b
1 Residual	1321,551	216	6,118		
Total	1601,541	217			

a. Variable dependiente: RazSiMT

b. Variables predictoras: (Constante), PDesc

Tabla 15: *Resumen del modelo.*

Modelo	R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
1	,444 ^a	,198	,194	17,070

a. Variable dependiente: RM

b. Variables predictoras: (Constante), PDesc

Tabla 16: ANOVAS *Resumen del modelo*.

Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	15490,354	1	15490,354	53,161	,000 ^b
	Residual	62939,004	216	291,384		
	Total	78429,358	217			

a. Variable dependiente: RM

b. Variables predictoras: (Constante), PDesc

Otro punto de interés es analizar el valor predictivo de la memoria de trabajo matemático y de la memoria de trabajo verbal sobre el desempeño en la prueba de razonamiento matemático, para ello se corre un análisis de regresión. Para determinar el valor predictivo sobre las variables de la memoria de trabajo matemático y de la memoria de trabajo verbal. Los resultados en la Tabla 11 indican que la memoria de trabajo matemático incide en un 30,2% de la prueba de razonamiento matemático, es decir, según los datos, hay un 70% de la variabilidad en los puntajes parciales en la prueba de razonamiento matemático que no son explicados por la memoria de trabajo matemático. Por otra parte, la memoria de trabajo verbal solamente explica un 17,5% (ver Tabla 13) del rendimiento en la nota parcial de prueba de razonamiento. Para ambos modelos (Tablas 12 y 14) se tiene que el valor F es significativo para $p < 0,001$ lo cual dice que ambos modelos se ajustan correctamente. No se plantea un análisis de regresión de la memoria de trabajo matemático con el rendimiento en la prueba de razonamiento matemático considerando que esto produciría una circularidad poco apropiada dado que el puntaje MT forma parte de la nota de razonamiento matemático, pero si es posible realizar un análisis de regresión usando a la variable memoria de trabajo verbal como independiente y la variable que recoge la nota de razonamiento general. Los resultados

nuevamente son significativos y la memoria de trabajo verbal explica un 19,8% (ver Tabla 15) de la nota en la prueba de razonamiento.

Tabla 17: *Resumen del modelo.*

Modelo	R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
1	,390 ^a	,152	,148	1,08302

a. Variable dependiente: RI

b. Variables predictoras: (Constante), MT

Tabla 18: *ANOVAS Resumen del modelo.*

Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	45,618	1	45,618	38,892	,000 ^b
	Residual	254,528	217	1,173		
	Total	300,146	218			

a. Variable dependiente: RI

b. Variables predictoras: (Constante), MT

Tabla 19: *Resumen del modelo.*

Modelo	R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
1	,554 ^a	,307	,303	,92198

a. Variable dependiente: RD

b. Variables predictoras: (Constante), MT

Tabla 20: *ANOVAS Resumen del modelo.*

Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	81,567	1	81,567	95,956	,000 ^b
	Residual	184,460	217	,850		
	Total	266,027	218			

a. Variable dependiente: RD

b. Variables predictoras: (Constante), MT

Tabla 21: *Resumen del modelo.*

Modelo	R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típic. de la estimación
1	,357 ^a	,127	,123	1,13357

a. Variable dependiente: RE

b. Variables predictoras: (Constante), MT

Tabla 22: *ANOVAS Resumen del modelo.*

Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
		s				
	Regresión	40,701	1	40,701	31,674	,000 ^b
1	Residual	278,842	217	1,285		
	Total	319,543	218			

a. Variable dependiente: RE

b. Variables predictoras: (Constante), MT

Se concluye esta sección analizando el valor predictivo de la memoria de trabajo matemático sobre el desempeño en la prueba cada uno de los otros componentes del razonamiento matemático, para ello se corre un análisis de regresiones. Los resultados en la Tabla 17 indican que la memoria de trabajo matemático incide en un 15,2% del razonamiento inductivo, los resultados en la Tabla 19 indican que la memoria de trabajo matemático incide en un 30,7% del razonamiento deductivo y en la Tabla 21 los resultados indican que la memoria de trabajo matemático incide en un 12,7% del razonamiento espacial, lo que nos indica que la memoria de trabajo matemático incide más sobre la componente del razonamiento deductivo que sobre los componentes del razonamiento inductivo y espacial. Para todos los modelos (Tablas 18,20 y 22) se tiene que el valor F es significativo para $p < 0,001$ lo cual dice que los modelos se ajustan correctamente.

4.5 Análisis comparativos. Análisis de Medias

Un análisis estadístico más allá de la descripción plantea el uso de un ANOVA para determinar si existe diferencia en las medias de la nota en la prueba de razonamiento matemático respecto a los tres colegios de la muestra. Detalle que se evidencia en las inspecciones preliminares de datos.

A partir de la pregunta *¿hay diferencias entre los colegios de procedencia y el puntaje en la prueba de razonamiento matemático?*

Se realiza el análisis de varianza cuyos resultados principales se resumen en las tablas siguientes.

Tabla 23: *Prueba de homogeneidad de varianzas.*

	Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
RazMatNot	19,187	2	216	,000
PDesc	17,423	2	215	,000
MT	2,714	2	216	,069

En la prueba para verificar homogeneidad de varianzas en las tres independientes, RazMatNot, PDesc, y MT el Test de Levene resultó significativo ($p < 0,05$) y por tanto no cumplen con la condición de homogeneidad de varianzas. Es decir, las varianzas de estas tres mediciones son estadísticamente distintas. Note que esta restricción no es una hipótesis central en ANOVA (Leech et al., 2005), pero dada esta condición se usó el test de Games-Howell para el análisis de las diferencias.

Tabla 24: ANOVA de un factor.

		Suma de cuadrados	de gl	Media cuadrática	F	Sig.
RazMatNot (Puntaje en prueba de razonamiento)	Inter-grupos	1420,476	2	710,238	87,866	,000
	Intra-grupos	1745,962	216	8,083		
	Total	3166,438	218			
PDesc	Inter-grupos	2944,043	2	1472,022	15,351	,000
	Intra-grupos	20616,585	215	95,891		
	Total	23560,628	217			
MT	Inter-grupos	118,001	2	59,001	37,631	,000
	Intra-grupos	338,665	216	1,568		
	Total	456,667	218			

El análisis revela diferencias estadísticas en las tres variables en estudio. Un valor $F(2,216)=87,866$ con $p=,000$ para RazMatNot, $F(2,215) =15,351$, con $p=,000$ para la prueba PDesc y, finalmente $F(2,216) =37,631$ con $p=,000$ para la prueba MT. Se evidencia entonces que las medias de las variables RazMatNot, PDesc y MT difieren significativamente al considerarlas sobre los distintos colegios.

El análisis gráfico de las diferencias por colegio que se muestra a continuación y las tendencias en el comportamiento en las medias según colegio, se resalta el comportamiento de las mediciones verbales de la memoria de trabajo en los colegios etiquetados como PrivaInt y PrivAv.

Se complementará todo este análisis con una valoración sobre las diferencias en las distintas dimensiones, es decir, ver específicamente entre qué niveles se dan estas diferencias. Aún cuando la igualdad de varianzas es violada por los datos en la muestra el hecho de que todos los F sean significativos hace que esta no sea una violación mayor

a las condiciones para proseguir con una mejor valoración de las diferencias. Adicionalmente, se procederá a valorar los pares de diferencias específicas mediante un ANOVA con comparaciones Post Hoc. Se reitera que, dado el test de LEVENE resultó significativo, es decir, no se puede asumir la igualdad de varianzas, se usará un test de Games-Howell recomendado en esos casos (Leech et al., 2005).

4.5.1 Gráficos ilustran el comportamiento de las medias por colegio

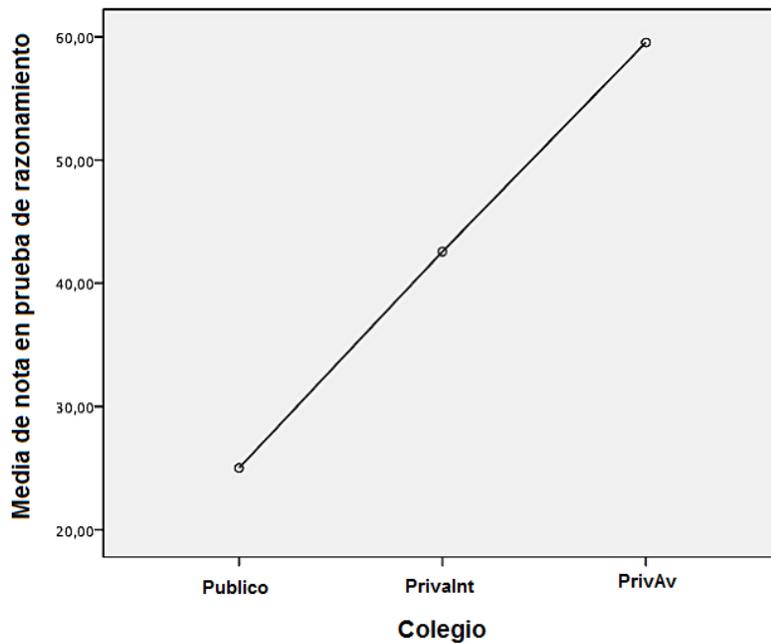


Figura 12. Comportamiento de las medias de la nota en la prueba de razonamiento por colegios.

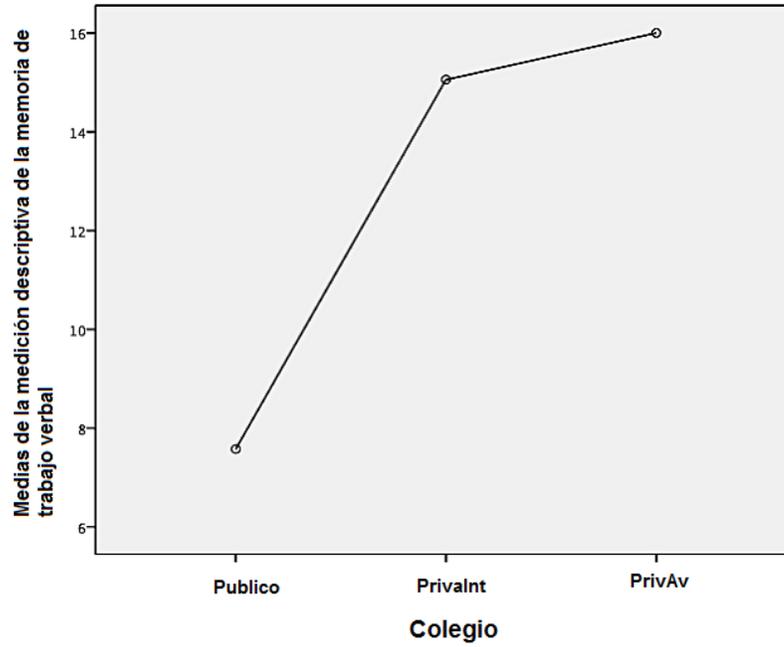


Figura 13. Comportamiento de las medias de la medición descriptiva de la memoria de trabajo verbal (PDesc) por colegios.

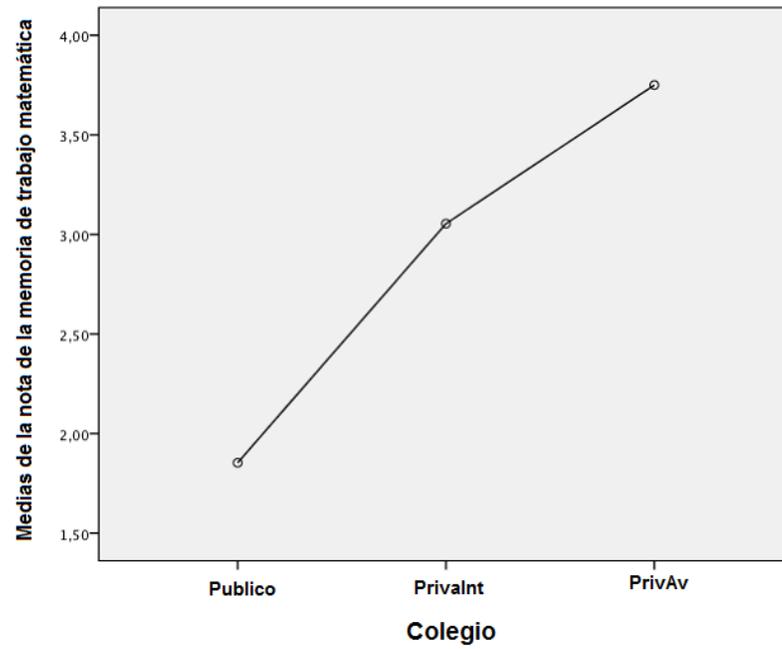


Figura 14. Comportamiento de las medias de la medición de la memoria de trabajo matemática por colegios.

La Tabla 25 presenta un análisis específico de las diferencias entre colegios en tres de las mediciones centrales de la investigación, en donde se encontró una diferencia estadísticamente significativa entre los tres tipos de colegios de la muestra en dichas mediciones.

Tabla 25: Comparaciones múltiples - Games-Howell.

Variable dependiente	(I) Colegio	(J) Colegio	Diferencia medias (I-J)	de Error típico	Sig.	Intervalo de confianza al 95%	
						Límite inferior	Límite superior
Nota en prueba de razonamiento	Público	PrivInt	-17,56757*	3,11823	,000	-25,1366	-9,9986
		PrivAv	-34,53125*	3,73686	,000	-43,6756	-25,3869
	PrivInt	Público	17,56757*	3,11823	,000	9,9986	25,1366
		PrivAv	-16,96368*	4,69096	,002	-28,2257	-5,7017
	PrivAv	Público	34,53125*	3,73686	,000	25,3869	43,6756
		PrivInt	16,96368*	4,69096	,002	5,7017	28,2257
PDesc	Público	PrivInt	-7,481*	2,234	,005	-12,91	-2,05
		PrivAv	-8,427*	2,736	,011	-15,14	-1,71
	PrivInt	Público	7,481*	2,234	,005	2,05	12,91
		PrivAv	-,946	3,432	,959	-9,19	7,30
	PrivAv	Público	8,427*	2,736	,011	1,71	15,14
		PrivInt	,946	3,432	,959	-7,30	9,19
MT	Público	PrivInt	-1,20072*	,20006	,000	-1,6800	-,7214
		PrivAv	-1,89667*	,23220	,000	-2,4577	-1,3356
	PrivInt	Público	1,20072*	,20006	,000	,7214	1,6800
		PrivAv	-,69595*	,26606	,030	-1,3347	-,0572
	PrivAv	Público	1,89667*	,23220	,000	1,3356	2,4577
		PrivInt	,69595*	,26606	,030	,0572	1,3347

*. La diferencia de medias es significativa al nivel 0.05.

De la Tabla 25 se puede obtener información importante. Por ejemplo, las diferencias en la media de la memoria de trabajo matemático para estudiantes del colegio PrivAv es de 1,89 respecto a los estudiantes del colegio Público, el valor $p=0,00$ indica que la misma es muy significativa, a favor del grupo PrivInt, esta diferencia es más pequeña pero igualmente significativa cuando se compara con el colegio privado etiquetado con PrivInt. En resumen, en esta variable todas las diferencias apuntan hacia

mejores medias en el colegio PrivAv con una diferencia más acentuada sobre el público e intermedia respecto al Privalnt.

En las habilidades relacionadas con la memoria de trabajo verbal, PDesc se identifican diferencias significativas entre el PrivAv y colegio Público no así entre los colegios privados y menos significativa entre el Privalnt y el Público. Note que en parte este rubro podría verse afectado por que la población del colegio PrivAv no incluyó a sus estudiantes de mayor edad.

Finalmente en el razonamiento matemático de manifiestan diferencias significativas a favor del colegio privado avanzado sobre los otros dos colegios y entre estos mismos.

4.5.2 Análisis de medias por nivel

Un planteamiento similar se puede hacer respecto las diferencias en las medias en los grupos determinados por los niveles escolares, en principio se plantea un ANOVA cuyos resultados revelan que primeramente se cumple la condición de igualdad de varianzas. Los estadísticos F no son significativos lo cual indica que no hay evidencia estadística de diferencia en las medias debidas al nivel.

Tabla 26: *Prueba de homogeneidad de varianzas.*

	Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
RazMatNot	2,742	2	216	,067
PE1	,144	2	216	,866
PE2	,799	2	216	,451
PDesc	,292	2	215	,747

Tabla 27: ANOVA de un factor.

		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
RazMatNot	Inter-grupos	18,684	2	9,342	,641	,528
	Intra-grupos	3147,754	216	14,573		
	Total	3166,438	218			
PE1	Inter-grupos	1,576	2	,788	1,205	,302
	Intra-grupos	141,300	216	,654		
	Total	142,877	218			
PE2	Inter-grupos	2,461	2	1,231	1,541	,216
	Intra-grupos	172,459	216	,798		
	Total	174,920	218			
PDesc	Inter-grupos	21,295	2	10,647	,097	,907
	Intra-grupos	23539,334	215	109,485		
	Total	23560,628	217			

Capítulo 5: **Conclusiones, limitaciones y trabajo futuro**

5.1 Conclusiones

A partir de los objetivos propuestos originalmente se presentan en esta sección las conclusiones más importantes, algunos hallazgos que no se contemplaron originalmente y comentarios, a modo de explicación, que se estima pueden contribuir a comprender mejor los alcances de esta tesis.

El punto de partida fue sin duda dimensionar distintas mediciones de la memoria de trabajo: una, la más tradicional, que llamamos memoria de trabajo verbal, asociada con la retención de información mientras que se comprometen otros recursos del ejecutivo central y otra, una medición más empírica relacionada con el procesamiento de información en un contexto asociado con el manejo y gestión de información matemática simple, que llamamos memoria de trabajo matemática.

A partir de esto se plantean y discuten los resultados asociados con correlaciones, análisis de varianzas y regresiones.

Como se ha citado anteriormente, la memoria de trabajo verbal hace referencia al concepto tradicional (Badeley y Hitch, 1974) basándose en una medida que corresponde con una versión de la propuesta de Daneman y Carpenter (1980) y la memoria de trabajo matemático se basa en una propuesta más específica (Marín, 2017). La primera conclusión que se deriva de los resultados de la muestra es que esos dos constructos correlacionan significativamente y de manera moderada. Aún cuando no hay estudios similares en la literatura estos indicios nos permiten conjeturar que el procesamiento de información de carácter verbal y el procesamiento de información asociada con procesos matemáticos simples, por ejemplo la resolución de problemas, son constructos

correlacionados pero distintos. Esta correlación, que merece ser estudiada con mayor detalle, hace referencia a procesos similares por lo que es natural pensar que tengan esta correlación, también es razonable esperar que esta correlación no sea muy alta dado que si bien ambos procesos comprometen los recursos del ejecutivo central, las tareas asociadas con ambas mediciones no son exactamente iguales. Vale destacar que en la literatura especializada no se han encontrado estudios que aborden este problema o problemas similares. En conclusión, y respondiendo la primera pregunta de investigación, los datos revelan que sí hay correlación entre estas dos mediciones y esta correlación es significativa.

Otra de las variables que se contempló fue el razonamiento matemático sin el componente de la memoria de trabajo, según el modelo de razonamiento matemático de Marín (2017), basados en cuatro constructos: Memoria de trabajo, Razonamiento Deductivo, Razonamiento Inductivo y Razonamiento Espacial. El razonamiento matemático correlaciona de manera moderada pero significativa con la memoria de trabajo verbal y con la memoria de trabajo matemático, observándose una correlación mucho mayor con la memoria de trabajo matemática. Esta situación es consistente con hallazgos similares en la literatura especializada, por ejemplo para Geary (2011) la memoria de trabajo tiene influencias en el desempeño matemático más allá de la inteligencia, también esta conclusión es concordante con el trabajo de Marín (2017) en donde se señala que la memoria de trabajo matemática es un dominio específico y determinante en el razonamiento matemático.

Siguiendo con lo anterior se estudia cuál de las dos memorias de trabajo incide más en el razonamiento matemático. Para esto observamos, la correlación entre ambas

mediciones y los componentes del razonamiento matemático: Razonamiento Inductivo, Razonamiento Deductivo y Razonamiento Espacial.

Sobre las influencias específicas de las mediciones de la memoria de trabajo en las componentes específicas del razonamiento se pueden destacar varias conclusiones. La memoria de trabajo verbal mostró una correlación moderada y significativa con el razonamiento deductivo, esto tiene sentido en tanto que el razonamiento deductivo es la capacidad que el estudiante tiene de comprender hipótesis y de aplicarlas, siempre y cuando sean conclusiones directas, como por ejemplo comprender y aplicar una regla, reconocer una hipótesis directa o sencilla de obtener y usarla para hacer una conclusión. Para Ward y Overton (1990) la familiaridad del estudiante con contenidos definidos en términos de relaciones relevantes entre antecedentes y consecuentes es un factor importante en la determinación del desempeño en el razonamiento. En contraste, la memoria de trabajo verbal tiene correlaciones bajas, pero significativas, con el razonamiento inductivo y el razonamiento espacial. De alguna manera esta situación es coherente con la percepción empírica de muchos docentes que reconocen que comprender el texto de un problema no es necesariamente garantía de un buen proceso de razonamiento sobre el mismo. Como señala Marín (2017) el razonamiento inductivo refleja un enfoque de razonamiento que implica un manejo complejo de la información en cierta jerarquía operativa, no basta con la comprensión aislada de la situación.

En resumen, las correlaciones de la memoria de trabajo verbal con los tres componentes del razonamiento matemático son de moderadas a bajas y significativas, manteniendo mayor correlación con el razonamiento deductivo.

Por otra parte, la memoria de trabajo matemática mostró una correlación moderada y significativa con el razonamiento deductivo, esto es de esperarse pues el razonamiento deductivo permitía hacer conclusiones o implicaciones a partir de una hipótesis, restringido a casos donde la hipótesis es clara o bastante simple. Un resultado importante corresponde a que la memoria de trabajo matemática correlacionó de manera moderada y significativa con el razonamiento inductivo y el razonamiento espacial, estos son componentes más propios del pensamiento matemático y no resulta fuera de lo esperado una mejor correlación con la memoria de trabajo matemática que con la memoria de trabajo verbal. Estos resultados confirman la importante función que cumple la memoria de trabajo en procesos cognitivos complejos como lo es el razonamiento y la resolución de problemas, por lo que sería de gran importancia buscar nuevas pruebas de medición de la memoria de trabajo bajo un contexto matemático. También revelan indicios de la pertinencia de conceptualizar y explorar mejor el concepto de memoria de trabajo matemática como constructo específico.

Estos hallazgos sugieren, para el contexto costarricense, la importancia de incorporar conocimientos entre los docentes sobre el constructo memoria de trabajo, y su rol en el desempeño de los estudiantes en distintas tareas académicas, incluida la matemática. Ya en el tercer informe del estado de la educación se resaltaba la importancia de incorporar las funciones ejecutivas en currículo escolar. Hoy día, en los programas de educación preescolar hacen referencia a la importancia de incluir el tema de las funciones ejecutivas en los currículos considerando su pertinencia en los procesos de formación en la educación inicial (Estado de la nación, 2017). Dos aspectos relevantes son, primero, la importancia de incorporar una guía metodológica apropiada que asegure

la efectividad de las propuestas relacionadas, es decir, que haya alguna transversalidad de los conceptos en el currículo no es una garantía de éxito si no hay una guía metodológica apropiada, elemento reconocido en este mismo informe. Segundo es reconocido que la memoria de trabajo misma se desarrolla en un período mucho más amplio que la edad preescolar y sin duda la incorporación del conocimiento y la metodología apropiada en los educadores para fortalecer en los estudiantes los roles del ejecutivo central, con la memoria de trabajo como elemento central.

A nivel de la literatura especializada estos planteamientos son recurrentes. Las funciones ejecutivas además de contribuir con un incremento en la complejidad del comportamiento, han demostrado ser buenos predictores del desempeño académico a lo largo del desarrollo (Estado de la nación, 2017) por lo que se debe ver reflejado el término de memoria de trabajo en los distintos ciclos educativos, brindando capacitaciones y realizando modificaciones curriculares, además las universidades deberán realizar cambios curriculares e investigaciones en el área para formar a los futuros docentes en la importancia de la memoria de trabajo y sus beneficios a corto y largo plazo.

Al analizar los resultados de las correlaciones entre las dos mediciones de la memoria de trabajo y los rendimientos escolares (calificaciones obtenidas en los dos primeros períodos del curso lectivo en las materias de Español y Matemática) aparecen resultados importantes. Primeramente ambas mediciones correlacionan significativamente con los rendimientos escolares tanto en Español como en Matemática lo cual es coherente con la literatura citada anteriormente. Llama la atención que las correlaciones de la memoria de trabajo matemático con los rendimientos en Español, en

algunos casos, son bastante similares a las correlaciones de la memoria de trabajo verbal con los rendimientos en Español e inclusive más altos. Esto podría sugerir que la memoria de trabajo matemática, según fue medida, comparte mucha varianza con el rendimiento en Español, lo cual es inesperado si se quiere pues, empíricamente, se esperaría una correlación más marcada entre la memoria de trabajo verbal y el rendimiento en Español. Un tema que requerirá más exploración en futuros trabajos.

Por otro lado, las correlaciones de la memoria de trabajo verbal con los rendimientos en Matemática son moderados y significativos, pero mucho más bajos que los valores correspondientes en las correlaciones de la memoria de trabajo matemático. Esto es de esperar dada la orientación matemática de estas mediciones.

Estos resultados ponen en evidencia la utilidad académica de considerar la memoria de trabajo como variable en los procesos educativos, ya que su relación con el rendimiento académico es notoria.

Una conclusión es que si se quiere mejorar las capacidades de razonamiento de los estudiantes como lo sugieren los programas de matemática del Ministerio de Educación Pública, entonces se deberían trabajar diferentes esquemas de capacitaciones para docentes y estudiantes que permitan desarrollar capacidades como la memoria de trabajo, el razonamiento deductivo, inductivo y espacial entre otros.

Se plateó también analizar la existencia de diferencias en varias de las habilidades estudiadas según nivel y según tipo de colegio. A partir de los análisis comparativos realizados (ANOVAS) se concluye que hay diferencias significativas entre las notas de razonamiento matemático, memoria de trabajo verbal y memoria de trabajo matemático al considerarlas sobre los distintos tipos de colegio.

Con respecto a la nota en prueba de razonamiento matemático se detectan diferencias significativas para los tres colegios, a favor del Colegio PrivAv sobre el Colegio Privalnt y aún más al compararlo con el Colegio Público. Estos resultados son consistentes con la premisa inicial que planteaba elegir estos colegios en función de los procesos de capacitación en pensamiento matemático de los estudiantes que realizan.

Con respecto a la nota en memoria de trabajo verbal se detectan diferencias significativas entre el Colegio Público con Privalnt y Colegio Público con PrivAv. Pero no se detectan diferencias significativas entre Privalnt y PrivAv (Privados). Se evidencia que estos resultados apuntan en la dirección de que existen elementos, no necesariamente identificados, que inciden en un mayor desarrollo de esta capacidad. Estos factores podrían ser de orden socioeconómico, cultural, autoestima, entre otras posibilidades. Este sin duda es un hallazgo significativo dado el debate existente en la bibliografía sobre el desarrollo de la capacidad memoria de trabajo.

Con respecto a la nota en memoria de trabajo matemático se detectan diferencias significativas para los tres colegios, a favor del Colegio PrivAv. Sobre esta variable no podemos realizar ninguna referencia, ya que no existe literatura al respecto, pero si podemos observar que va de la mano con variables como razonamiento matemático y como ya fue expuesto anteriormente el Colegio PrivAv tiene una gran experiencia en esta rama.

Los resultados de esta tesis van en la dirección apuntada por otros estudios respecto al desarrollo de nuevas medidas de la memoria de trabajo en especial bajo un contexto matemático, así como la necesidad de profundizar en el estudio de ésta y su

influencia en las habilidades cognitivas superiores, así como su aplicación al campo educativo.

En general a partir de la metodología planteada y los instrumentos usados se cumplen los objetivos propuestos. Se establece la relación memoria de trabajo verbal y memoria de trabajo matemática. Los indicios apuntan a constructos diferenciables pero correlacionados. Surgen una serie de correlaciones entre mediciones de la memoria de trabajo verbal y otras dimensiones, todas significativas. En apariencia la memoria de trabajo verbal y la memoria de trabajo matemática tienen correlaciones similares con el rendimiento en Español, no así con el rendimiento Matemática donde, como era de esperarse, la capacidad asociada con al manejo de información de carácter más matemático tiene mayor incidencia sobre los procesos inductivo y espacial y en general sobre el razonamiento matemático.

5.2 Limitaciones y dificultades

Una de las limitaciones que se tuvo en esta investigación fue la irregular colaboración de los estudiantes del colegio Público en la aplicación de la prueba de razonamiento matemático pues su actitud no fue positiva y no hubo un compromiso a pesar de ser solicitado explícitamente.

Una limitación fuerte se presenta en el colegio PrivAv, en donde se habían solicitado los grupos previamente y el día acordado para la aplicación del instrumento de memoria de trabajo verbal los estudiantes de noveno año no se encontraban en la institución.

La mayor dificultad encontrada fue tener que reducir la muestra de estudio, debido a los altos costos de aplicación de los instrumentos. Pues cada prueba de memoria de trabajo verbal se aplica de manera individual y tiene una duración aproximada de 30 minutos por prueba y la prueba de razonamiento matemático tiene una duración aproximada de una hora. Al haber reducido la muestra hay mayor dificultad para sacar generalizaciones de la muestra.

5.3 Trabajo a futuro

Se presentan a continuación una serie de vertientes de trabajo futuro, elementos que a la luz de lo explorado cobran relevancia desde la perspectiva de las investigadoras:

- Algunas de las variables que no se contemplaron y se cree importante estudiar en un futuro son el género, edad, condición socioeconómica de los estudiantes. Variables que son importantes en el desarrollo cognitivo en los estudiantes y en el rendimiento académico.

Como lo señala Primi, Couto, Almeida, Guisande y Miguel (2012), al investigar los efectos de los años de escolaridad y la edad sobre habilidades cognitivas asociadas con el rendimiento matemático como lo son la inteligencia fluida y cristalizada, estas inteligencias son influenciadas por la educación y por la madurez cognitiva y entre estas hay una fuerte correlación con el contexto socioeconómico.

- Un trabajo futuro sin duda interesante, por su posible impacto en el desarrollo de la memoria de trabajo es plantear investigaciones que busquen explorar factores

motivacionales, actitudinales, familiares y socioeconómicos que pueden incidir en el desarrollo de la memoria de trabajo, esto con el fin de establecer alternativas para lograr un mayor desarrollo de esta habilidad.

- Un tema que sin duda debe abordarse es profundizar la exploración de las relaciones del procesamiento de información de carácter verbal y el procesamiento de información asociada con procesos matemáticos simples con una mayor especificidad.
- Sin duda un elemento de análisis importante es el comportamiento de la componente de razonamiento deductivo con la memoria de trabajo en general.

Referencias

- Ackerman, P. T., & Dykman, R. A. (1995). Reading-disabled students with and without comorbid arithmetic disability. *Developmental Neuropsychology*, 11(3), 351-371.
- Alloway, T. P. (2009). Working memory, but not IQ, predicts subsequent learning in children with learning difficulties. *European Journal of Psychological Assessment*, 25(2), 92-98.
- Alloway, T. P., & Alloway, R. G. (2010). Investigating the predictive roles of working memory and IQ in academic attainment. *Journal of experimental child psychology*, 106(1), 20-29.
- Anderson, V. (2001), Assessing executive functions in children: biological, psychological and developmental considerations. *Pediatric Rehabilitation*, 4, 119-136.
- Ashcraft, M. H., & Krause, J. A. (2007). Working memory, math performance, and math anxiety. *Psychonomic bulletin & review*, 14(2), 243-248.
- Atkinson, R. C., & Shiffrin, R. M. (1968). Human memory: A proposed system and its control processes¹. In *Psychology of learning and motivation* (Vol. 2, pp. 89-195). Academic Press.
- Atkinson, R. C., & Shiffrin, R. M. (1971). The control of short-term memory. *Scientific American*, 225(2), 82-91.
- Baddeley, A. D., & Hitch, G. (1974). Working memory. In *Psychology of learning and motivation* (Vol. 8, pp. 47-89). Academic press.

- Baddeley, A. (1992). Working memory. *Science*, 255(5044), 556-559.
- Baddeley, A. (2000). The episodic buffer: a new component of working memory?. *Trends in cognitive sciences*, 4(11), 417-423.
- Baddeley, A. (2003). Working memory: looking back and looking forward. *Nature reviews neuroscience*, 4(10), 829.
- Baddeley, A. (2010). Working memory. *Current biology*, 20(4), R136-R140.
- Baddeley, A. (2012). Working Memory: Theories, Models, and Controversies. September 27, 2011, de University of York, United Kingdom Sitio web: www.annualreviews.org
- Baddeley, A. D., Allen, R. J., & Hitch, G. J. (2011). Binding in visual working memory: The role of the episodic buffer. *Neuropsychologia*, 49(6), 1393-1400.
- Bernstein, E. M., & Putnam, F. W. (1986). Development, reliability, and validity of a dissociation scale. *Journal of nervous and mental disease*.
- Brock, L. L., Rimm-Kaufman, S. E., Nathanson, L., & Grimm, K. J. (2009). The contributions of 'hot' and 'cool' executive function to children's academic achievement, learning-related behaviors, and engagement in kindergarten. *Early Childhood Research Quarterly*, 24(3), 337-349.
- Bull, R., Espy, K. A., & Wiebe, S. A. (2008). Short-term memory, working memory, and executive functioning in preschoolers: Longitudinal predictors of mathematical achievement at age 7 years. *Developmental neuropsychology*, 33(3), 205-228.
- Carriedo, N., & Rucián, M. (2009). Adaptación para niños de la prueba de amplitud lectora de Daneman y Carpenter (PAL-N). *Infancia y Aprendizaje*, 32(3), 449-465.

- Casanova, P. F., García-Linares, M. C., de la Torre, M. J., & Carpio, M. D. L. V. (2005). Influence of family and socio-demographic variables on students with low academic achievement. *Educational psychology, 25*(4), 423-435.
- Case, R., Kurland, D. M., & Goldberg, J. (1982). Operational efficiency and the growth of short-term memory span. *Journal of experimental child psychology, 33*(3), 386-404.
- Caso-Niebla, J., & Hernández-Guzmán, L. (2010). Variables que inciden en el rendimiento académico de adolescentes mexicanos. Artículos en PDF disponibles desde 2007 hasta 2013. A partir de 2014 visítenos en www.elsevier.es/rlp, 39(3), 487-501.
- Chen, Z., & Cowan, N. (2009). Core verbal working-memory capacity: The limit in words retained without covert articulation. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology, 62*(7), 1420-1429.
- Colom, R., Shih, P. C., Flores-Mendoza, C., & Quiroga, M. Á. (2006). The real relationship between short-term memory and working memory. *Memory, 14*(7), 804-813.
- Conway, A. R., Cowan, N., Bunting, M. F., Theriault, D. J., & Minkoff, S. R. (2002). A latent variable analysis of working memory capacity, short-term memory capacity, processing speed, and general fluid intelligence. *Intelligence, 30*(2), 163-183.
- Conway, A. R., Kane, M. J., Bunting, M. F., Hambrick, D. Z., Wilhelm, O., & Engle, R. W. (2005). Working memory span tasks: A methodological review and user's guide. *Psychonomic bulletin & review, 12*(5), 769-786.

- Corsi, P. (1972). Memory and the medial temporal region of the brain. Unpublished doctoral dissertation), McGill University, Montreal, QB.
- Cowan, N. (1989). The reality of cross-modal Stroop effects. *Attention, Perception, & Psychophysics*, 45(1), 87-88.
- Cowan, N. (2008). What are the differences between long-term, short-term, and working memory?. *Progress in brain research*, 169, 323-338.
- Cowan, N. (2016). *Working Memory Capacity: Classic Edition*. Routledge.
- Cowan, N., Rouder, J. N., Blume, C. L., & Saults, J. S. (2012). Models of verbal working memory capacity: What does it take to make them work?. *Psychological review*, 119(3), 480.
- Craik, F. I., & Lockhart, R. S. (1972). Levels of processing: A framework for memory research. *Journal of verbal learning and verbal behavior*, 11(6), 671-684.
- Craik, F. I., & Watkins, M. J. (1973). The role of rehearsal in short-term memory. *Journal of verbal learning and verbal behavior*, 12(6), 599-607.
- Daneman, M., & Carpenter, P. A. (1980). Individual differences in working memory and reading. *Journal of verbal learning and verbal behavior*, 19(4), 450-466.
- Della Sala, S., Gray, C., Baddeley, A., Allamano, N., & Wilson, L. (1999). Pattern span: a tool for unwinding visuo-spatial memory. *Neuropsychologia*, 37(10), 1189-1199.
- de la Nación, P. E. (2017). *Sexto informe del estado de la educación*. San José, Costa Rica: Programa Estado de la Nación.

de Wilde, A., Koot, H. M., & van Lier, P. A. (2016). Developmental links between children's working memory and their social relations with teachers and peers in the early school years. *Journal of abnormal child psychology*, 44(1), 19-30.

Donaldson, M. (1979). *La mente de los niños*. Ediciones Morata.

Elosúa, M. R., Carriedo, N., & García-Madruga, J. A. (2009). Dos nuevas pruebas de Memoria Operativa de Anáforas. *Infancia y Aprendizaje*, 32(1), 97-118.

Elosúa, M. R., Gutiérrez, F., García Madruga, J. A., Luque, J. L., & Gárate, M. (1996). Adaptación española del «Reading Span Test» de Daneman y Carpenter. *Psicothema*, 8(2).

Ericsson, K. A., & Kintsch, W. (1995). Long-term working memory. *Psychological review*, 102(2), 211.

Etchepareborda, M. C., & Abad-Mas, L. (2005). Memoria de trabajo en los procesos básicos del aprendizaje. *Rev Neurol*, 40(Supl 1), S79-S83

Felez-Nobrega, M., Foster, J. L., Puig-Ribera, A., Draheim, C., & Hillman, C. H. (2018). Measuring working memory in the Spanish population: Validation of a multiple shortened complex span task. *Psychological assessment*, 30(2), 274.

Flores, J. C., Castillo-Preciado, R. E., & Jiménez-Miramonte, N. A. (2014). Desarrollo de funciones ejecutivas, de la niñez a la juventud. *Anales de Psicología/Annals of Psychology*, 30(2), 463-473.

Villamisar, D. A. G., & Muñoz, P. (2000). Funciones ejecutivas y rendimiento escolar en educación primaria. Un estudio exploratorio. *Revista complutense de educación*, 11(1), 39.

- Gathercole, S. E., Pickering, S. J., Ambridge, B., & Wearing, H. (2004). The structure of working memory from 4 to 15 years of age. *Developmental psychology*, 40(2), 177.
- Geary, D. C. (2011). Cognitive predictors of achievement growth in mathematics: a 5-year longitudinal study. *Developmental psychology*, 47(6), 1539.
- Goddard, G. V. (1980). Component properties of the memory machine: Hebb revisited. *The nature of thought: Essays in honor of DO Hebb*, 231-47.
- González, K., Otero, L., & Castro, A. M. (2016). Comprensión lectora, memoria de trabajo, fluidez y vocabulario en escolares cubanos. *Actualidades investigativas en educación*, 6(1), 1-18.
- Haidle, M. N. (2010). Working-memory capacity and the evolution of modern cognitive potential: implications from animal and early human tool use. *Current Anthropology*, 51(S1), S149-S166.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación*. México DF.
- J.J. Locke, *An Essay Concerning Human Understanding*, (1975), Peter H. Nidditch (Ed.), Oxford: Clarendon.
- Kane, M. J., Hambrick, D. Z., Tuholski, S. W., Wilhelm, O., Payne, T. W., & Engle, R. W. (2004). The generality of working memory capacity: a latent-variable approach to verbal and visuospatial memory span and reasoning. *Journal of Experimental Psychology: General*, 133(2), 189.

- Kessels, R. P., van den Berg, E., Ruis, C., & Brands, A. M. (2008). The backward span of the Corsi Block-Tapping Task and its association with the WAIS-III Digit Span. *Assessment*, 15(4), 426-434.
- Klingberg, T. (2010). Training and plasticity of working memory. *Trends in cognitive sciences*, 14(7), 317-324.
- Kyllonen, P. C., & Christal, R. E. (1990). Reasoning ability is (little more than) working-memory capacity?!. *Intelligence*, 14(4), 389-433.
- Leech, N. L., Barrett, K. C., & Morgan, G. A. (2005). *SPSS for intermediate statistics: Use and interpretation*. Psychology Press.
- LeFreve, J., DeStafano, D., Coleman, B., & Shanahan, T. (2005). Mathematical cognition and Working memory. *Handbook of mathematical cognition*, 361-377.
- Madrugá, J. A. G., & Corte, T. F. (2008). Memoria operativa, comprensión lectora y razonamiento en la educación secundaria. *Anuario de psicología/The UB Journal of psychology*, 39(1), 133-158.
- Marín, M. (2017). La dimensión de razonamiento matemático. Desarrollo de un instrumento diagnóstico dirigido a múltiples niveles educativos y modelización de su estructura (Tesis doctoral). Universidad de Valencia, Valencia, España.
- Martínez, F. G., Madrugá, J. A. G., López, N. C., Vila, J. O., & Encabo, J. M. L. (2005). Dos pruebas de Amplitud de Memoria Operativa para el Razonamiento Two working memory measures for reasoning. *Cognitiva*, 17(2), 183-210.

Melton, A. W. (1963). Implications of short-term memory for a general theory of memory (No. 2900-410-R). MICHIGAN UNIV ANN ARBOR INST OF SCIENCE AND TECHNOLOGY.

Meyer, M. L., Salimpoor, V. N., Wu, S. S., Geary, D. C., & Menon, V. (2010). Differential contribution of specific working memory components to mathematics achievement in 2nd and 3rd graders. *Learning and Individual Differences*, 20(2), 101-109.

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2014). Reforma curricular en ética, estética y ciudadanía programas de estudio de matemáticas. I y II Ciclo de la Educación Primaria, III Ciclo de Educación General Básica y Educación Diversificada. Costa Rica: autor. Tomado de <https://www.mep.go.cr/programa-estudio>

Miyake, A., Friedman, N. P., Emerson, M. J., Witzki, A. H., Howerter, A., & Wager, T. D. (2000). The unity and diversity of executive functions and their contributions to complex “frontal lobe” tasks: A latent variable analysis. *Cognitive psychology*, 41(1), 49-100.

Morales-López, Y. (2017). La formación continua de docentes de matemáticas para un cambio del currículo a nivel nacional: el caso de Costa Rica (2012–2015). *Perspectivas da Educação Matemática*, 10(23).

Paivio, A. (1990). *Mental representations: A dual coding approach*. Oxford University Press.

- Passolunghi, M. C., Caviola, S., De Agostini, R., Perin, C., & Mammarella, I. C. (2016). Mathematics anxiety, working memory, and mathematics performance in secondary-school children. *Frontiers in psychology*, 7, 42.
- Pizarro, R. (1985). Rasgos y actitudes del profesor efectivo. *Santiago de Chile: Pontificia Universidad Católica.*
- Primi, R., Couto, G., Almeida, L. S., Guisande, M. A., & Miguel, F. K. (2012). Intelligence, age and schooling: Data from the Battery of Reasoning Tests (BRT-5). *Psicologia: Reflexão e Crítica*, 25(1), 79-88.
- Raghubar, K. P., Barnes, M. A., & Hecht, S. A. (2010). Working memory and mathematics: A review of developmental, individual difference, and cognitive approaches. *Learning and individual differences*, 20(2), 110-122.
- Ramírez, G., Gunderson, E. A., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2013). Math anxiety, working memory, and math achievement in early elementary school. *Journal of Cognition and Development*, 14(2), 187-202.
- Rodríguez, I. R., Bonilla, C. M., López, G. M., Juárez, C. E., Vásquez, F. J., & Murillo, K. G. Instituto de Desarrollo Profesional Uladislao Gámez Solano: Flory María Corrales Segura. Asesora Nacional Mario Avendaño Arguedas. Departamento de Planes y Programas.
- Shah, P., & Miyake, A. (1996). The separability of working memory resources for spatial thinking and language processing: An individual differences approach. *Journal of experimental psychology: General*, 125(1), 4.

- Shiffrin, R. M., & Atkinson, R. C. (1969). Storage and retrieval processes in long-term memory. *Psychological Review*, 76(2), 179.
- Simmons, F. R., Willis, C., & Adams, A. M. (2012). Different components of working memory have different relationships with different mathematical skills. *Journal of experimental child psychology*, 111(2), 139-155.
- Simone, A. N., Marks, D. J., Bédard, A. C., & Halperin, J. M. (2018). Low working memory rather than ADHD symptoms predicts poor academic achievement in school-aged children. *Journal of abnormal child psychology*, 46(2), 277-290.
- St Clair-Thompson, H. L., & Gathercole, S. E. (2006). Executive functions and achievements in school: Shifting, updating, inhibition, and working memory. *The quarterly journal of experimental psychology*, 59(4), 745-759.
- Süß, H. M., Oberauer, K., Wittmann, W. W., Wilhelm, O., & Schulze, R. (2002). Working-memory capacity explains reasoning ability—and a little bit more. *Intelligence*, 30(3), 261-288.
- Unsworth, N., & Engle, R. W. (2007). The nature of individual differences in working memory capacity: active maintenance in primary memory and controlled search from secondary memory. *Psychological review*, 114(1), 104.
- Vandenbroucke, L., Verschueren, K., Desoete, A., Aunio, P., Ghesquière, P., & Baeyens, D. (2018). Crossing the bridge to elementary school: The development of children's working memory components in relation to teacher-student relationships and academic achievement. *Early Childhood Research Quarterly*, 42, 1-10.

- Vidal-Abarca, E., Gilabert, R., Martínez, T., Sellés, M. P., Abad, N., & Ferrer, C. (2007). Test de estrategias de comprensión. Madrid: Instituto Calasanz de Ciencias de la Educación.
- Ward, S. L., & Overton, W. F. (1990). Semantic familiarity, relevance, and the development of deductive reasoning. *Developmental Psychology*, 26(3), 488.
- Waters, G. S., & Caplan, D. (1996). The capacity theory of sentence comprehension: critique of Just and Carpenter (1992).
- Waters, G. S., & Caplan, D. (2003). The reliability and stability of verbal working memory measures. *Behavior Research Methods, Instruments, & Computers*, 35(4), 550-564.
- Wechsler, D. (1999). Manual for the Wechsler Abbreviated Scale of Intelligence. San Antonio, USA: The Psychological Corporation.
- Witt, M. (2011). School based working memory training: Preliminary finding of improvement in children's mathematical performance. *Advances in cognitive psychology*, 7, 7.
- Zhang, W., & Luck, S. J. (2011). The number and quality of representations in working memory. *Psychological Science*, 22(11), 1434-1441.

ANEXOS

Anexo 1: PRUEBA DE AMPLITUD LECTORA (PAL)

Consigna

Como enseguida verás, van a ir apareciendo en la pantalla, sucesivamente, frases que tendrás que leer en voz alta. Cuando aparezca una interrogación significa que una serie de frases ha terminado, y tu tarea consiste en recordar en voz alta la última palabra de cada una de las frases en el orden en que fueron presentadas.

Por ejemplo, si aparecen sucesivamente las frases:

“Era tanto el ruido que venía de la calle que tuvimos que cambiarnos de sitio”
“Mi madre nos hizo un bizcocho de chocolate para llevarlo a la fiesta”, al aparecer la interrogación tendrías que decir en voz alta las palabras SITIO y FIESTA, porque “sitio” es la última palabra de la primera frase y “fiesta” es la última palabra de la segunda. Este es el orden correcto.

Si no recuerdas las palabras en el orden exacto, trata de decirlas en el orden en que las recuerdes, siempre que no empieces por la última palabra de la última frase. La prueba comenzará con series de dos frases, pero el número de frases de cada serie irá aumentando progresivamente durante el desarrollo de la prueba. Esto se te indicará cada vez que ocurra.

No importa la rapidez con que leas las frases, lo que sí importa es que comiences a leer cada frase tan pronto como aparezca en la pantalla.

Vamos a hacer algunos ejercicios de práctica para que te familiarices con la tarea. Empezamos con una serie de dos frases:

(ensayos prácticos)

Como acabas de ver, esta prueba requiere mucha atención. Ten en cuenta que las series serán cada vez más largas y, por tanto, más difíciles; así que no debes desanimarte si no puedes recordar todas las palabras de las frases. En cualquier caso, di las palabras que recuerdes aunque no estés completamente seguro. ¿Estás preparado?...Pues comenzamos.”

Al cambiar de nivel se avisa al sujeto diciendo: “Ahora pasamos a otra serie con una frase más”.

Frases de Práctica (3 series de 2 frases)

1. Estaba tan distraído que tuvimos que llamarle varias veces para que nos hiciera caso.
 2. Se tapó los oídos con las manos porque no podía soportar aquellos gritos.
-

3. Aunque el profesor explicó el problema, todos nos quedamos con bastantes dudas.
4. Después de terminar todos los exámenes, tuvimos vacaciones durante casi una semana.

-
5. Debido a la lluvia y el fuerte viento no pudimos seguir mucho tiempo en moto.
 6. Estábamos paseando por la Casa de Campo cuando nos encontramos a tus padres.
-

Frases de Prueba (3 series de 2 , 3, 4, 5 y 6 frases)

Series de dos frases (Nivel 2)

- 2.1. Según todas las encuestas, Robert Redford es el actor más famoso del cine.
- 2.2. Aquel verano hizo tanto frío que mucha gente tuvo que cambiar sus planes.

-
- 2.3. Ayer todo el pueblo acudió al ayuntamiento para escuchar el discurso del alcalde.
 - 2.4. Por haber aprobado todo el curso su abuelo le regaló una preciosa pluma.
-

- 2.5. Sus bonitos y expresivos ojos se volvieron hacia mí con una profunda mirada.
 - 2.6. Cuando nos dimos cuenta de que tenía fiebre, fuimos corriendo a avisar al médico.
-

Series de tres frases (Nivel 3)

- 3.1. Aunque estuvimos toda la tarde estudiando, no encontramos la solución del problema.
- 3.2. Como no tengamos cuidado es posible que agotemos todos los recursos de la tierra.
- 3.3. Ahora que un hombre había muerto, la policía no tendría más remedio que actuar.

-
- 3.4. Cansada del mal comportamiento de la clase, la profesora fue a quejarse al director.
 - 3.5. Después del concierto los músicos salieron a saludar mientras el público aplaudía y cantaba.
 - 3.6. Con el fin de realizar los análisis médicos el doctor hospitalizó al enfermo.
-

- 3.7. El jefe de policía informó al presidente de que los terroristas planeaban matarle.
 - 3.8. Los monumentos históricos son numerosos y están bien presentados en la nueva guía.
 - 3.9. Su mujer le regañaba con frecuencia porque no se preocupaba de los niños.
-

Series de cuatro frases (Nivel 4)

- 4.1. Las películas no muestran las cosas tal y como ocurren en la vida real.
- 4.2. Con gran interés Pedro contempló muy detenidamente todos los cuadros del

museo.

4.3. Cuando el abogado terminó de interrogar al testigo, el juez levantó la sesión.

4.4. En la ciudad en la que vivo amanece muchos días con una ligera niebla.

4.5. La anciana señora estuvo charlando con su nueva vecina mientras daban un paseo.

4.6. Los leñadores trabajaron mucho hasta que consiguieron toda la madera para la casa.

4.7. Muchos campesinos pensaron que el reparto de los terrenos no había sido justo.

4.8. En comparación con sus primeros trabajos, Dalí llegó a tener un estilo muy personal.

4.9. El tremendo alboroto que provocaba el juego de los niños molestaba a algunos vecinos.

4.10. El sonido de un tren que se aproximaba lo despertó y comenzó a caminar.

4.11. Los obreros decidieron alargar la jornada de trabajo para conseguir una paga extra.

4.12. Los alumnos que presentaron algún trabajo no tuvieron que hacer el examen.

Series de cinco frases (Nivel 5)

5.1. A pesar del frío que hacía, los jóvenes continuaron su excursión en canoa.

5.2. Antes de acabar la fiesta pasamos un buen rato mirando nuestro álbum de fotos.

5.3. Se pidió a los fumadores que se aguantaran hasta que terminara la reunión.

5.4. No quiso echar mucha cebolla a la ensalada porque no le gustaba su olor.

5.5. Sin la rehabilitación mi rodilla no se habría recuperado en tan poco tiempo.

5.6. Cuando los niños tienen problemas siempre cuentan con la intervención de su héroe.

5.7. Me gusta su manera de comportarse, pero no estoy de acuerdo con sus ideas.

5.8. Al final del largo pasillo me encontré frente a una gran puerta de madera.

5.9. No entiendo por qué se enfadó Andrés, aunque creo que fue por mi culpa.

5.10. El joven estudiante decidió leer el libro antes de que terminara el año.

5.11. Supongo que te habrán informado de cuál es el verdadero motivo de mi visita.

5.12. En un momento de la discusión, Jaime recordó detalles que no venían al caso.

5.13. El niño fue castigado severamente por su falta de respeto a los mayores.

5.14. Los exámenes se adelantaron a mayo para hacer el viaje de fin de curso.

5.15. Para olvidarse de los problemas de la oficina comenzó a leer una novela.

Series de seis frases (Nivel 6)

6.1. Cuando terminó la actuación de la orquesta, el público aplaudió durante varios minutos.

6.2. El artículo sobre los dinosaurios me pareció aburrido, confuso y excesivamente largo.

6.3. Los efectos devastadores de la inundación no se notaron realmente hasta meses después.

6.4. Descansó un momento en el puente mientras los dos policías le vigilaban a distancia.

6.5. A las dos horas de iniciarse el incendio, los bomberos pudieron controlar la situación.

6.6. No podía evitar que los recuerdos volvieran una y otra vez a su mente.

6.7. No consiguió llegar muy lejos porque, sin darse cuenta, había dado un gran rodeo.

6.8. Cuando levanté la moto del suelo vi que no había sufrido demasiados daños.

6.9. Durante el tiempo que duró la operación todos permanecimos en la sala de espera.

6.10. Varios leños ardían lentamente en la chimenea, ya que la noche era fría.

6.11. Como no contestaban al teléfono decidí ir a verle personalmente a su despacho.

6.12. Juan se enfadó con Carmen debido a su mala costumbre de comerse las uñas.

6.13. Todavía faltaba una hora para el desayuno y la casa estaba silenciosa y dormida.

6.14. La mejor forma de aprovechar las vacaciones es irse a conocer nuevos lugares.

6.15. Afortunadamente, el nuevo plan de paz fue apoyado por todos los países.

6.16. El profesor nos dijo muy enfadado que en el futuro no admitiría más errores.

6.17. Quisimos avisarles pero nos volvimos atrás cuando vimos que les habíamos cogido.

6.18. Su hijo no era buen estudiante pero demostraba tener una gran voluntad.

Anexo 2: PRUEBA DE AMPLITUD LECTORA (Aplicada al contexto costarricense)

I. PRUEBA DE AMPLITUD LECTORA (PAL)

Consigna

En la siguiente prueba, van a ir apareciendo en la pantalla, sucesivamente, frases que tendrás que leer. Cuando aparezca una interrogación significa que una serie de frases ha terminado, y tu tarea consiste en recordar y escribir la última palabra de cada una de las frases en el orden en que fueron presentadas.

Por ejemplo, si aparecen sucesivamente las frases:

*“Era tanto el ruido que venía de la calle que tuvimos que cambiarnos de sitio”
“Mi madre nos hizo un queque de chocolate para llevarlo a la fiesta”,*

al aparecer la interrogación tendrías que escribir las palabras SITIO y FIESTA, porque “sitio” es la última palabra de la primera frase y “fiesta” es la última palabra de la segunda. Este es el orden correcto.

Si no recuerdas las palabras en el orden exacto, trata de escribirlas en el orden en que las recuerdes, siempre que no empieces por la última palabra de la última frase.

La prueba comenzará con series de dos frases, pero el número de frases de cada serie irá aumentando progresivamente durante el desarrollo de la prueba. Esto se te indicará cada vez que ocurra. No importa la rapidez con que leas las frases, lo que sí importa es que comiences a leer cada frase tan pronto como aparezca en la pantalla.

Vamos a hacer algunos ejercicios de práctica para que te familiarices con la tarea. Empezamos con una serie de dos frases: (ensayos prácticos)

Frases de Práctica (3 series de 2 frases)

1. Estaba tan distraído que tuvimos que llamarle varias veces para que nos hiciera caso.
2. Se tapó los oídos con las manos porque no podía soportar aquellos gritos.
3. Aunque el profesor explicó el problema, todos nos quedamos con bastantes dudas.
4. Después de terminar todos los exámenes, tuvimos vacaciones durante casi una semana.
5. Debido a la lluvia y el fuerte viento no pudimos seguir mucho tiempo en moto.
6. Estábamos paseando por la Casa de Campo cuando nos encontramos a tus padres.

Frases de Prueba (3 series de 2 , 3, 4, 5 y 6 frases)

Como acabas de ver, esta prueba requiere mucha atención. Ten en cuenta que las series serán cada vez más largas y, por tanto, más difíciles; así que no debes desanimarte si no puedes recordar todas las palabras de las frases. En cualquier caso, escribe las palabras que recuerdes aunque no estés completamente seguro. ¿Estás preparado?...Pues comenzamos.”

Al cambiar de nivel se avisa al sujeto diciendo:
“Ahora pasamos a otra serie con una frase más”.

Series de dos frases (Nivel 2)

- 2.1. Según todas las encuestas, Robert Redford es el actor más famoso del cine.
- 2.2. Aquel verano hizo tanto frío que mucha gente tuvo que cambiar sus planes.
- 2.3. Ayer todo el pueblo acudió a la municipalidad para escuchar el discurso del alcalde.
- 2.4. Por haber aprobado todo el curso su abuelo le regaló un precioso bolígrafo.
- 2.5. Sus bonitos y expresivos ojos se volvieron hacia mí con una profunda mirada.
- 2.6. Cuando nos dimos cuenta de que tenía fiebre, fuimos corriendo a avisar al médico.

Series de tres frases (Nivel 3)

- 3.1. Aunque estuvimos toda la tarde estudiando, no encontramos la solución del problema.
- 3.2. Como no tengamos cuidado es posible que agotemos todos los recursos de la tierra.
- 3.3. Ahora que un hombre había muerto, la policía no tendría más remedio que actuar.
- 3.4. Cansada del mal comportamiento de la clase, la profesora fue a quejarse al director.
- 3.5. Después del concierto los músicos salieron a saludar mientras el público aplaudía y cantaba.
- 3.6. Con el fin de realizar los análisis médicos el doctor hospitalizó al enfermo.
- 3.7. El jefe de policía informó al presidente de que los terroristas planeaban matarle.

3.8. Los monumentos históricos son numerosos y están bien presentados en la nueva guía.

3.9. Su mujer le regañaba con frecuencia porque no se preocupaba de los niños.

Series de cuatro frases (Nivel 4)

4.1. Las películas no muestran las cosas tal y como ocurren en la vida real.

4.2. Con gran interés Pedro contempló muy detenidamente todos los cuadros del museo.

4.3. Cuando el abogado terminó de interrogar al testigo, el juez levantó la sesión.

4.4. En la ciudad en la que vivo amanece muchos días con una ligera niebla.

4.5. La anciana señora estuvo charlando con su nueva vecina mientras daban un paseo.

4.6. Los leñadores trabajaron mucho hasta que consiguieron toda la madera para la casa.

4.7. Muchos campesinos pensaron que el reparto de los terrenos no había sido justo.

4.8. En comparación con sus primeros trabajos, Dalí llegó a tener un estilo muy personal.

4.9. El tremendo alboroto que provocaba el juego de los niños molestaba a algunos vecinos.

4.10. El sonido de un tren que se aproximaba lo despertó y comenzó a caminar.

4.11. Los obreros decidieron alargar la jornada de trabajo para conseguir una paga extra.

4.12. Los alumnos que presentaron algún trabajo no tuvieron que hacer el examen.

Series de cinco frases (Nivel 5)

5.1. A pesar del frío que hacía, los jóvenes continuaron su excursión en canoa.

5.2. Antes de acabar la fiesta pasamos un buen rato mirando nuestro álbum de fotos.

5.3. Se pidió a los fumadores que se aguantaran hasta que terminara la reunión.

5.4. No quiso echar mucha cebolla a la ensalada porque no le gustaba su olor.

5.5. Sin la rehabilitación mi rodilla no se habría recuperado en tan poco tiempo.

5.6. Cuando los niños tienen problemas siempre cuentan con la intervención de su héroe.

- 5.7. Me gusta su manera de comportarse, pero no estoy de acuerdo con sus ideas.
- 5.8. Al final del largo pasillo me encontré frente a una gran puerta de madera.
- 5.9. No entiendo por qué se enfadó Andrés, aunque creo que fue por mi culpa.
- 5.10. El joven estudiante decidió leer el libro antes de que terminara el año.

- 5.11. Supongo que te habrán informado de cuál es el verdadero motivo de mi visita.
- 5.12. En un momento de la discusión, Jaime recordó detalles que no venían al caso.
- 5.13. El niño fue castigado severamente por su falta de respeto a los mayores.
- 5.14. Los exámenes se adelantaron a mayo para hacer el viaje de fin de curso.
- 5.15. Para olvidarse de los problemas de la oficina comenzó a leer una novela.

Series de seis frases (Nivel 6)

- 6.1. Cuando terminó la actuación de la orquesta, el público aplaudió durante varios minutos.
- 6.2. El artículo sobre los dinosaurios me pareció aburrido, confuso y excesivamente largo.
- 6.3. Los efectos devastadores de la inundación no se notaron realmente hasta meses después.
- 6.4. Descansó un momento en el puente mientras los dos policías le vigilaban a distancia.
- 6.5. A las dos horas de iniciarse el incendio, los bomberos pudieron controlar la situación.
- 6.6. No podía evitar que los recuerdos volvieran una y otra vez a su mente.

- 6.7. No consiguió llegar muy lejos porque, sin darse cuenta, había dado una gran vuelta.
- 6.8. Cuando levanté la moto del suelo vi que no había sufrido demasiados daños.
- 6.9. Durante el tiempo que duró la operación todos permanecimos en la sala de espera.
- 6.10. Varios leños ardían lentamente en la chimenea, ya que la noche era fría.
- 6.11. Como no contestaban al teléfono decidí ir a verle personalmente a su despacho.
- 6.12. Juan se enfadó con Carmen debido a su mala costumbre de comerse las uñas.

- 6.13. Todavía faltaba una hora para el desayuno y la casa estaba silenciosa y dormida.

- 6.14. La mejor forma de aprovechar las vacaciones es irse a conocer nuevos lugares.
- 6.15. Afortunadamente, el nuevo plan de paz fue apoyado por todos los países.
- 6.16. El profesor nos dijo muy enfadado que en el futuro no admitiría más errores.
- 6.17. Quisimos avisarles pero nos volvimos atrás cuando vimos que les habíamos encontrado.
- 6.18. Su hijo no era buen estudiante pero demostraba tener una gran voluntad.

II. Presentación al estudiante por parte del implementador del instrumento.

Estimado estudiante.

Este instrumento tiene la finalidad conocer mejor algunas habilidades que el estudiante utiliza al resolver problemas de razonamiento. Se trata de algunas actividades de memoria en las que se requiere de su mayor colaboración. Es un proyecto de tesis de estudiantes del Instituto Tecnológico de Costa Rica y queremos, de ante mano, darle gracias por su valioso apoyo.

Instrucciones para los estudiantes

Se presentarán de manera sucesiva frases que tendrás que leer y recordar la última palabra de cada frase. Cuando aparezca una interrogación significa que una serie de frases ha terminado, y tu tarea consiste en recordar y decir la última palabra de cada una de las frases en el orden en que fueron presentadas.

Por ejemplo, si aparecen sucesivamente las frases:

“Era tanto el ruido que venía de la calle que tuvimos que cambiarnos de sitio”

“Mi madre nos hizo un queque de chocolate para llevarlo a la fiesta”,

al aparecer la interrogación (?) tendrías que decir las palabras SITIO y FIESTA, porque “sitio” es la última palabra de la primera frase y “fiesta” es la última palabra de la segunda. Este es el orden correcto.

Si no recuerdas las palabras en el orden exacto, trata de decirlas en el orden en que las recuerdes, siempre que no empieces por la última palabra de la última frase.

La prueba comenzará con series de dos frases, pero el número de frases de cada serie irá aumentando progresivamente durante el desarrollo de la prueba. Esto se te indicará diciendo: “Ahora pasamos a otra serie con una frase más”.

No importa la rapidez con que leas las frases, lo que sí importa es que comiences a leer cada frase tan pronto como se te presente.

Vamos a hacer algunos ejercicios de práctica para que te familiarices con la tarea. Empezamos con una serie de dos frases:

Frases de Práctica (3 series de 2 frases)

1. Estaba tan distraído que tuvimos que llamarle varias veces para que nos hiciera caso.
2. Se tapó los oídos con las manos porque no podía soportar aquellos gritos.

?

3. Aunque el profesor explicó el problema, todos nos quedamos con bastantes dudas.
4. Después de terminar todos los exámenes, tuvimos vacaciones durante casi una semana.

?

5. Debido a la lluvia y el fuerte viento no pudimos seguir mucho tiempo en moto.
6. Estábamos paseando por la Casa de Campo cuando nos encontramos a tus padres.

?

Como acabas de ver, esta prueba requiere mucha atención. Ten en cuenta que las series serán cada vez más largas y, por tanto, más difíciles; así que no debes desanimarte si no puedes recordar todas las palabras de las frases.

En cualquier caso, escribe las palabras que recuerdes aunque no estés completamente seguro.

¿Estás preparado?...Pues comenzamos.”

Series de dos frases (Nivel 2)

2.1. Según todas las encuestas, Robert Redford es el actor más famoso del cine.

2.2. Aquel verano hizo tanto frío que mucha gente tuvo que cambiar sus planes.

?

2.3. Ayer todo el pueblo acudió a la municipalidad para escuchar el discurso del alcalde.

2.4. Por haber aprobado todo el curso su abuelo le regaló un precioso bolígrafo.

?

2.5. Sus bonitos y expresivos ojos se volvieron hacia mí con una profunda mirada.

2.6. Cuando nos dimos cuenta de que tenía fiebre, fuimos corriendo a avisar al médico.

?

Series de tres frases (Nivel 3)

3.1. Aunque estuvimos toda la tarde estudiando, no encontramos la solución del problema.

3.2. Como no tengamos cuidado es posible que agotemos todos los recursos de la tierra.

3.3. Ahora que un hombre había muerto, la policía no tendría más remedio que actuar.

?

3.4. Cansada del mal comportamiento de la clase, la profesora fue a quejarse al director.

3.5. Después del concierto los músicos salieron a saludar mientras el público aplaudía y cantaba.

3.6. Con el fin de realizar los análisis médicos el doctor hospitalizó al enfermo.

?

3.7. El jefe de policía informó al presidente de que los terroristas planeaban matarle.

3.8. Los monumentos históricos son numerosos y están bien presentados en la nueva guía.

3.9. Su mujer le regañaba con frecuencia porque no se preocupaba de los niños.

?

Series de cuatro frases (Nivel 4)

- 4.1. Las películas no muestran las cosas tal y como ocurren en la vida real.
- 4.2. Con gran interés Pedro contempló muy detenidamente todos los cuadros del museo.
- 4.3. Cuando el abogado terminó de interrogar al testigo, el juez levantó la sesión.
- 4.4. En la ciudad en la que vivo amanece muchos días con una ligera niebla.

?

- 4.5. La anciana señora estuvo charlando con su nueva vecina mientras daban un paseo.
- 4.6. Los leñadores trabajaron mucho hasta que consiguieron toda la madera para la casa.
- 4.7. Muchos campesinos pensaron que el reparto de los terrenos no había sido justo.
- 4.8. En comparación con sus primeros trabajos, Dalí llegó a tener un estilo muy personal.

?

- 4.9. El tremendo alboroto que provocaba el juego de los niños molestaba a algunos vecinos.
- 4.10. El sonido de un tren que se aproximaba lo despertó y comenzó a caminar.
- 4.11. Los obreros decidieron alargar la jornada de trabajo para conseguir una paga extra.
- 4.12. Los alumnos que presentaron algún trabajo no tuvieron que hacer el examen.

?

Series de cinco frases (Nivel 5)

- 5.1. A pesar del frío que hacía, los jóvenes continuaron su excursión en canoa.
- 5.2. Antes de acabar la fiesta pasamos un buen rato mirando nuestro álbum de fotos.
- 5.3. Se pidió a los fumadores que se aguantaran hasta que terminara la reunión.
- 5.4. No quiso echar mucha cebolla a la ensalada porque no le gustaba su olor.
- 5.5. Sin la rehabilitación mi rodilla no se habría recuperado en tan poco tiempo.

?

- 5.6. Cuando los niños tienen problemas siempre cuentan con la intervención de su héroe.
- 5.7. Me gusta su manera de comportarse, pero no estoy de acuerdo con sus ideas.
- 5.8. Al final del largo pasillo me encontré frente a una gran puerta de madera.
- 5.9. No entiendo por qué se enfadó Andrés, aunque creo que fue por mi culpa.
- 5.10. El joven estudiante decidió leer el libro antes de que terminara el año.

?

- 5.11. Supongo que te habrán informado de cuál es el verdadero motivo de mi visita.
- 5.12. En un momento de la discusión, Jaime recordó detalles que no venían al caso.
- 5.13. El niño fue castigado severamente por su falta de respeto a los mayores.
- 5.14. Los exámenes se adelantaron a mayo para hacer el viaje de fin de curso.
- 5.15. Para olvidarse de los problemas de la oficina comenzó a leer una novela.

?

Series de seis frases (Nivel 6)

- 6.1. Cuando terminó la actuación de la orquesta, el público aplaudió durante varios minutos.
- 6.2. El artículo sobre los dinosaurios me pareció aburrido, confuso y excesivamente largo.
- 6.3. Los efectos devastadores de la inundación no se notaron realmente hasta meses después.
- 6.4. Descansó un momento en el puente mientras los dos policías le vigilaban a distancia.
- 6.5. A las dos horas de iniciarse el incendio, los bomberos pudieron controlar la situación.
- 6.6. No podía evitar que los recuerdos volvieran una y otra vez a su mente.

?

- 6.7. No consiguió llegar muy lejos porque, sin darse cuenta, había dado una gran vuelta.
- 6.8. Cuando levanté la moto del suelo vi que no había sufrido demasiados daños.
- 6.9. Durante el tiempo que duró la operación todos permanecimos en la sala de espera.
- 6.10. Varios leños ardían lentamente en la chimenea, ya que la noche era fría.
- 6.11. Como no contestaban al teléfono decidí ir a verle personalmente a su despacho.
- 6.12. Juan se enfadó con Carmen debido a su mala costumbre de comerse las uñas.

?

- 6.13. Todavía faltaba una hora para el desayuno y la casa estaba silenciosa y dormida.
- 6.14. La mejor forma de aprovechar las vacaciones es irse a conocer nuevos lugares.
- 6.15. Afortunadamente, el nuevo plan de paz fue apoyado por todos los países.
- 6.16. El profesor nos dijo muy enfadado que en el futuro no admitiría más errores.

6.17. Quisimos avisarles pero nos volvimos atrás cuando vimos que les habíamos encontrado.

6.18. Su hijo no era buen estudiante pero demostraba tener una gran voluntad.

?

III. Instrumento para el implementador.

Prueba de Amplitud Lectora para la medición de la memoria de trabajo

Instituto Tecnológico de Costa Rica
Licenciatura en Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora.
Bach. Ana Catalina Robles Núñez
Bach. María Inés Gómez Jiménez

Nombre completo: _____

Sección: _____

Fecha de nacimiento: ____/____/____

Estimado/a estudiante:

Este instrumento tiene la finalidad conocer mejor algunas habilidades que el estudiante utiliza al resolver problemas de razonamiento. Se trata de algunas actividades de memoria en las que se requiere de su mayor colaboración. Es un proyecto de tesis de estudiantes del Instituto Tecnológico de Costa Rica y queremos, de ante mano, darle gracias por su valioso apoyo.

La información que suministre será manejada confidencialmente, sin evidenciar casos particulares.

Instrucciones:

Se presentarán de manera sucesiva frases que tendrás que leer y recordar la última palabra de cada frase. Cuando aparezca una interrogación significa que una serie de frases ha terminado, y tu tarea consiste en recordar y decir la última palabra de cada una de las frases en el orden en que fueron presentadas.

Si no recuerdas las palabras en el orden exacto, trata de decirlas en el orden en que las recuerdes, siempre que no empieces por la última palabra de la última frase.

Frases de Práctica (3 series de 2 frases)

Primer serie de dos frases Segunda serie de dos Tercera serie de dos frases

caso _____

frases

moto_____

gritos _____

dudas _____

padres_____

semana _____

Series de dos frases (Nivel 2)

Primer serie de dos frases Segunda serie de dos frases Tercer serie de dos frases

cine _____

alcalde _____

mirada _____

planes _____

bolígrafo _____

médico_____

Series de tres frases (Nivel 3)

Primer serie de tres frases Segunda serie de tres Tercer serie de tres frases

problema _____

frases

matarle _____

tierra _____

director _____

guía _____

actuar _____

cantaba _____

niños_____

enfermo _____

Series de cuatro frases (Nivel 4)

Primer serie de cuatro frases sesión_____ Segunda serie de cuatro

real_____

niebla_____

frases

museo_____

paseo_____

casa_____

Tercer serie de cuatro frases

extra_____

justo_____

vecinos_____

examen_____

personal_____

caminar_____

Series de cinco frases (Nivel 5)

Primer serie de cinco frases

Segunda serie de cinco

canoa_____

frases

Tercer serie de cinco frases

fotos_____

héroe _____

visita_____

reunión _____

ideas_____

caso_____

olor_____

madera_____

mayores_____

tiempo _____

culpa_____

curso_____

año_____

novela_____

Series de seis frases (Nivel 6)

Primer serie de seis frases

fría_____

minutos _____

despacho_____

largo_____

uñas_____

después_____

distancia_____

Tercer serie de seis frases

situación _____

dormida_____

mente_____

lugares_____

países _____

Segunda serie de seis frases

errores_____

vuelta_____

encontrado_____

daños_____

voluntad_____

espera

