

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA  
ESCUELA DE QUÍMICA  
CARRERA DE INGENIERÍA AMBIENTAL

Proyecto Final de Graduación para optar por el grado de Licenciatura en Ingeniería Ambiental

**Evaluación y predicción de la expansión del medio granular durante el retrolavado en filtros rápidos**

María Fernanda Vásquez Aburto

CARTAGO, Julio, 2019

**TEC** | Tecnológico de Costa Rica  
Ingeniería Ambiental



**“Evaluación y predicción de la expansión del medio granular durante el  
retrolavado en filtros rápidos”**

Informe presentado a la Escuela de Química del Instituto Tecnológico de Costa Rica  
como requisito parcial para optar por el título de Ingeniero Ambiental con el grado de  
licenciatura

**Miembros del tribunal**

  
\_\_\_\_\_  
**M.Sc. José Andrés Araya Obando**

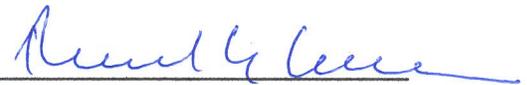
**Director**

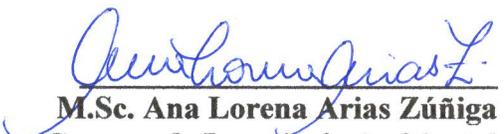


\_\_\_\_\_  
**M.Sc. Andrés Lazo Paez**  
**Lector 1**

  
\_\_\_\_\_  
**Ph.D. Federico Masis Melendez**  
**Lector 2**

  
\_\_\_\_\_  
**M.Sc. Diana Zambrano Piamba**  
**Coordinador COTRAFIG**

  
\_\_\_\_\_  
**M.Sc. Ricardo Coy Herrera**  
**Director Escuela de Química**

  
\_\_\_\_\_  
**M.Sc. Ana Lorena Arias Zúñiga**  
**Coordinadora Carrera de Ingeniería Ambiental**

## **DEDICATORIA**

A Dios, por tanta bendición a lo largo de esta etapa.

A mis papás, Don Luis y Doña Flor. Este logro, los que han sido, y los que serán, siempre son nuestros.

A mis hermanos, Andre, Dani y David. Gracias por tanta comprensión y por el apoyo incondicional.

A mis otros dos amores en la vida, Jeison y Gloriana. Siempre es mejor y más fácil si están ustedes.

## **AGRADECIMIENTOS**

A mi profesor tutor, Andrés Araya, muchas gracias por todo el apoyo, la orientación y las enseñanzas durante este proyecto.

Al personal del CIVCO, especialmente a Don Eduardo por la ayuda en las pruebas de caracterización, a Rommel Cuevas y Braulio Umaña por el apoyo en el montaje de la unidad experimental y a Keilyn Salazar por la ayuda en la preparación del medio filtrante.

Al profesor Luis G. Romero, por permitirme realizar los ensayos en el CIPA. A Don Freddy y a Ricardo por siempre tener tan buena disposición.

Al profesor Erick Romero, por siempre estar dispuesto a atender mis dudas.

## TABLA DE CONTENIDO

<b>1 INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>2 OBJETIVOS</b>	<b>3</b>
2.1 <i>Objetivo general</i>	3
2.2 <i>Objetivos específicos</i>	3
<b>3 REVISIÓN DE LITERATURA</b>	<b>4</b>
3.1 <i>Filtración rápida en medios granulares</i>	4
3.2 <i>Retrolavado del medio filtrante</i>	5
3.2.1 Pérdida de carga durante el retrolavado	8
3.2.2 Velocidad mínima de fluidización	8
3.2.3 Fuerzas involucradas en la fluidización de las partículas	10
3.2.4 Mecanismos de limpieza durante el retrolavado	11
3.3 <i>Expansión del medio filtrante</i>	12
3.3.1 Impacto de la expansión sobre el rendimiento de la filtración	12
3.3.2 Factores influyentes sobre la expansión del medio filtrante	13
3.3.2.1 Velocidad de retrolavado	13
3.3.2.2 Temperatura del agua de retrolavado	14
3.3.2.3 Porosidad del medio	15
3.3.2.4 Densidad de partícula	19
3.3.2.5 Diámetro de la partícula	21
3.3.2.6 Geometría de la partícula	26
3.3.3 Ensayos experimentales de expansión	28
3.3.3.1 Relación diámetro columna – diámetro partícula	30
3.4 <i>Modelos predictivos de expansión</i>	32
3.4.1 Propiedades de los medios fluidizados	32
3.4.2 Modelos de expansión reportados en la literatura	33
3.5 <i>Regresión Lineal múltiple</i>	38
3.5.1 Selección de variables independientes	39
3.5.2 Criterios de evaluación del modelo	40
3.5.2.1 Pruebas de hipótesis en regresión lineal múltiple	40
3.5.2.2 Coeficiente de determinación	41
3.5.2.3 Varianza estimada del error	41
3.5.2.4 Cp de Mallows	42
3.5.2.5 Multicolinealidad	42

3.5.3	Supuestos estadísticos del modelo	43
3.5.3.1	Normalidad de los residuos	44
3.5.3.2	Varianza constante	44
3.5.3.3	Independencia	45
3.5.4	Selección del tamaño de la muestra	46
<b>4</b>	<b>MATERIALES Y MÉTODOS</b>	<b>47</b>
4.1	<i>Selección y evaluación de variables experimentales</i>	47
4.1.1	Caracterización física de los medios filtrantes	47
4.1.2	Diseño y construcción de la unidad experimental	49
4.1.3	Evaluación del efecto del diámetro de la columna de ensayo sobre la expansión	52
4.2	<i>Construcción del modelo predictivo de expansión</i>	53
4.2.1	Datos observados de expansión	53
4.2.2	Construcción del modelo de expansión mediante análisis de regresión	54
4.2.3	Comparación de la respuesta del modelo con datos experimentales	56
4.3	<i>Comparación de la respuesta del modelo predictivo de expansión con curvas teóricas y modelos de expansión teóricos</i>	57
4.3.1	Comparación con modelos predictivos reportados en la literatura	57
4.3.2	Comparación con fichas técnicas de medios filtrantes	60
<b>5</b>	<b>RESULTADOS Y DISCUSIÓN</b>	<b>61</b>
5.1	<i>Selección y evaluación de variables experimentales</i>	61
5.1.1	Caracterización física de los medios filtrantes	61
5.1.2	Evaluación del efecto del diámetro de la columna de ensayo sobre la expansión	66
5.2	<i>Desarrollo del modelo predictivo de expansión</i>	69
5.2.1	Datos observados de expansión	69
5.2.1.1	Influencia de la densidad de la partícula sobre la expansión	69
5.2.1.2	Influencia de la porosidad del medio sobre la expansión	71
5.2.1.3	Influencia del diámetro de la partícula sobre la expansión	72
5.2.1.4	Influencia de la temperatura y la velocidad sobre la expansión	74
5.2.2	Construcción del modelo de expansión a partir de análisis de regresión	74
5.2.3	Comparación de la respuesta del modelo con datos experimentales	81
5.2.3.1	Medio granular Turbidex™	82
5.2.3.2	Medio granular Ag	84
5.2.3.3	Medio de resinas de intercambio iónico	86
5.3	<i>Validación del modelo de expansión</i>	<b>Error! Bookmark not defined.</b>

5.3.1	Comparación con modelos predictivos reportados en la literatura	88
5.3.1.1	Medio granular Ag	89
5.3.1.2	Medio de resinas de intercambio iónico	90
5.3.1.3	Medio granular piedra pómez	91
5.3.1.4	Precisión de predicción de los modelos evaluados	92
5.3.2	Comparación con fichas técnicas de medios filtrantes	93
5.3.2.1	Medio de resinas de intercambio iónico	93
5.3.2.2	Medio granular de antracita	94
5.3.2.3	Medio granular Ag	96
<b>6</b>	<b>CONCLUSIONES</b>	<b>98</b>
<b>7</b>	<b>RECOMENDACIONES</b>	<b>100</b>
<b>8</b>	<b>REFERENCIAS</b>	<b>101</b>
<b>9</b>	<b>APÉNDICES</b>	<b>108</b>
	<i>Apéndice 1: Caracterización física de los medios filtrantes</i>	<i>109</i>
	<i>Apéndice 2: equipo utilizado durante el proyecto</i>	<b>111</b>
	<i>Apéndice 3: Aleatorización de ensayos de expansión</i>	<i>113</i>
	<i>Apéndice 4: Análisis granulométrico para materiales en estudio y determinación de incertidumbre</i>	<i>119</i>
	<i>Apéndice 5: Determinación de porosidad de la piedra pomez por ensayo de trazadores</i>	<i>126</i>
	<i>Apéndice 6: Ajuste del modelo de expansión a partir de análisis de regresión</i>	<i>127</i>
	<i>Apéndice 7: Código de programación utilizado para la resolución del modelo de Soyer &amp; Akgiray (2009)</i>	<i>132</i>
<b>10</b>	<b>ANEXOS</b>	<b>135</b>
	<i>Anexo 1. Fichas técnicas de los medios filtrantes utilizados durante la investigación.</i>	<i>136</i>
	<i>Anexo 2. Valores de densidad y viscosidad cinemática en función de la temperatura del agua.</i>	<i>145</i>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 3-1. Rendimiento de la filtración de medios granulares en términos de turbiedad y pérdida de carga. Adaptado de (AWWA, 2011). .....	5
Figura 3-2. Proceso de filtración y retrolavado en filtros rápidos. Adaptado de (Hitachi, 2019).....	6
Figura 3-3. Relación entre pérdida de carga y velocidad de retrolavado utilizando arena sílica como medio filtrante. Adaptado de Naseer et al., (2011).....	9
Figura 3-4. Relación entre porosidad y expansión del medio filtrante durante el retrolavado. Adaptado de Crittenden et al., (2012).....	16
Figura 3-5. Grado de saturación de partículas granulares. Adaptado de Hunce et al., (2016). .....	19
Figura 3-6. Expansión de la antracita en función del tamaño de la partícula y la velocidad de retrolavado. Adaptado de Hunce et al., (2016).....	21
Figura 3-7. Disminución en la densidad de las partículas de arena sílica recubiertas en función del incremento del diámetro efectivo. ....	25
Figura 3-8. Curva de expansión teórica del medio filtrante comercial Antracita Clack. Adaptado de: (Clack, 2014).....	14
Figura 3-9. Configuración típica de la unidad experimental para ensayos de expansión. Adaptado de Akkoyunlu (2003). ....	29
Figura 3-10. Variación de la resistencia relativa del flujo en función de la porosidad del medio. Adaptado de Rose y Mech, (1945). ....	31
Figura 3-11. Ejemplos de gráficos de normalidad de residuos. a) y b) no cumplen comportamiento normal. c) sí cumple comportamiento normal. Fuente: (Acuña, 2004). .....	44
Figura 3-12. Ejemplos de gráficos para verificar el supuesto estadístico de varianza constante. a) varianza no constante (patrón), b) varianza constante. Fuente: (UCM, 2010).....	45
Figura 3-13. Ejemplos de gráficos para verificar el supuesto estadístico de independencia de los errores. a) y b) errores independientes (autocorrelación negativa). c) errores dependientes (autocorrelación positiva). Fuente: (Acuña, 2004). ....	46
Figura 4-1. Proceso de construcción de unidad experimental. a) Marco de la unidad experimental, b) perforación de piezas de apoyo para las columnas de ensayo.....	50

Figura 4-2. Instalación de bomba sumergible para la recirculación del agua. ....	51
Figura 4-3. Unidad experimental utilizada para ensayos de expansión de medio filtrante..	51
Figura 4-5. Diagrama de la unidad experimental utilizada para los ensayos de expansión.	52
Figura 5-1. Expansiones experimentales de arena sílica en dos columnas de ensayo de diferente diámetro. Temperatura de agua de retrolavado: 20-23 °C. ....	66
Figura 5-2. Expansiones experimentales de la arena sílica, antracita y piedra pómez con tamaño de partícula de 0.85 a 1.18 mm. Temperatura agua de retrolavado: 20-24 °C.	69
Figura 5-3. Promedios de expansión de la arena sílica, antracita y piedra pómez (0.8 – 1.2 mm) en función de la porosidad del medio. ....	71
Figura 5-4. Expansiones experimentales de la arena sílica en función de la velocidad de retrolavado y el tamaño de partícula. Temperatura de agua de retrolavado: 20-24 °C.	72
Figura 5-5. Análisis de interacción entre las variables predictoras. ....	76
Figura 5-6. Gráfica de residuos para ajustar el modelo de regresión. ....	80
Figura 5-7. Comparación entre la expansión experimental y la expansión predicha por el modelo de regresión, del material de turbidex. ....	83
Figura 5-8. Comparación entre la expansión experimental y la expansión predicha por el modelo de regresión, del material Filter Clack-Ag®. ....	84
Figura 5-9. Comparación entre la expansión experimental y la expansión predicha por el modelo de regresión, del material de resinas de intercambio iónico. ....	87
Figura 5-10. Predicción de la expansión del medio Filtro Clack-Ag®. ....	89
Figura 5-11. Predicción de la expansión del medio de resinas de intercambio iónico. ....	90
Figura 5-12. Predicción de la porosidad final de la piedra pómez durante el retrolavado. ..	91
Figura 5-13. Predicción de la expansión de las resinas de intercambio iónico, de acuerdo con fichas técnicas y al modelo de regresión. ....	93
Figura 5-14. Predicción de la expansión de la antracita, de acuerdo con fichas técnicas y al modelo de regresión. ....	95
Figura 5-15. Predicción de la expansión del Filtro Clack-Ag®, de acuerdo con fichas técnicas y al modelo de regresión. ....	96

## LISTA DE CUADROS

Cuadro 3-1. Principales métodos de retrolavado reportados en la literatura.....	7
Cuadro 3-2. Porosidades típicas de medios filtrantes.....	15
Cuadro 3-3. Metodologías reportadas para la determinación de la porosidad del medio granular.....	16
Cuadro 3-4. Principales parámetros utilizados para representar el tamaño de partícula del medio filtrante. ....	23
Cuadro 3-5. Modelos predictivos de expansión de medio filtrante en la literatura.....	36
Cuadro 3-6. Metodologías utilizadas para la selección de variables independientes en el modelo de regresión.....	39
Cuadro 3-7. Pruebas de hipótesis en regresión lineal múltiple. ....	40
Cuadro 4-1. Medios filtrantes y tamaños de partícula utilizados para los ensayos experimentales.....	48
Cuadro 4-2. Velocidades experimentales de retrolavado para cada tamaño de arena sílica.	52
Cuadro 4-3. Velocidades de retrolavado ensayadas para cada medio filtrante en estudio..	54
Cuadro 4-4. Modelos de expansión predictivos seleccionados. ....	58
Cuadro 5-1. Características físicas experimentales y teóricas de los medios granulares en estudio.....	61
Cuadro 5-2. Análisis de varianza para las expansiones con arena sílica de 0.6-0.8 mm.....	67
Cuadro 5-3. Análisis de varianza para las expansiones con arena sílica de 0.8-1.2 mm.....	68
Cuadro 5-4. Resultados de la metodología de “Mejores subconjuntos” del software Minitab. ....	75
Cuadro 5-5. Resultados estadísticos del modelo de regresión. Resultados obtenidos con el software estadístico Minitab. ....	76
Cuadro 5-6. Características de las variables con los que se construyó el modelo y de los medios con los que se realizó la comparación de respuesta. ....	82
Cuadro 5-7. Porcentajes de error entre los datos de expansión experimentales y en la respuesta de expansión de los modelos teóricos y el modelo de regresión. ....	88
Cuadro 5-8. Características para la construcción de los modelos teóricos evaluados en esta investigación.....	88

## **LISTA DE SIGLAS Y ACRÓNIMOS**

ASTM	American Society for Testing and Materials
CIPA	Centro de Investigación en Protección Ambiental
CIVCO	Centro de Investigación en Vivienda y Construcción
LIM	Laboratorio Institucional de Microscopía
AWWA	American Water Works Association
NSF	National Science Foundation
EPA	Environmental Protection Agency

## LISTA DE SIMBOLOS

A	Área de columna de ensayo
B	Masa del balón aforado lleno con agua a su capacidad máxima de calibración
C	Masa del balón aforado lleno con agua y material granular a su capacidad máxima de calibración
d	Diámetro partícula
D	Diámetro columna de ensayo
$d_g$	Diámetro geométrico
$d_h$	Diámetro hidráulico
$F_a$	Fuerza de cuerpo acelerado
$F_b$	Fuerza boyante
$F_g$	Fuerza de gravedad
$F_r$	Fuerza de arrastre
g	Constante de gravedad
$G_a$	Número de Galileo
h	Pérdida de carga
$k_1$	Constante empírica del modelo de Sholji (1987)
$k_3$	Constante empírica del modelo de Sholji (1987)
$k_I$	Constante de pérdida de carga del modelo de (Akgiray & Saatçi (2001)
$k_v$	(Akgiray & Saatçi (2001)
$L_c$	Altura columna de ensayo
L	Altura final del medio filtrante
$L_0$	Altura inicial del medio filtrante
$m_{\text{medio granular}}$	Masa del medio granular
Q	Caudal de retrolavado
Re	Número de Reynolds
S	Masa del material granular en condición saturada superficialmente seca
$t_{50}$	Tiempo mitad conductividad máxima
v	Velocidad de retrolavado

$V_{mf}$	Velocidad mínima de fluidización
$V_p$	Volumen partículas
$V_{poros}$	Volumen de poros
$v_s$	Velocidad de asentamiento
$\rho$	Densidad de agua de retrolavado
$\rho_b$	Densidad aparente
$\rho_p$	Densidad de partícula
$\varepsilon_o$	Porosidad del medio fijo
$\varepsilon$	Porosidad del medio expandido
$\psi$	Esfericidad
$\mu$	Viscosidad cinemática

## RESUMEN

Al finalizar la etapa de filtración, se realiza la limpieza del medio granular a través del retrolavado. Debido a la fluidización de las partículas durante el retrolavado, se produce un aumento en la altura del medio granular que se expresa como un porcentaje de expansión. Conocer la expansión que alcanza el medio es esencial en la efectividad del retrolavado, ya que se asegura que la expansión inadecuada del filtro es una de las causas más frecuentes de los problemas relacionados con la calidad del agua. Actualmente, una de las herramientas que se utilizan para predecir el porcentaje de expansión consiste en las curvas teóricas de las fichas técnicas de los medios filtrantes, las cuales se diseñan a partir de ensayos experimentales, por tanto, surge la necesidad de verificar si representan adecuadamente el comportamiento del medio en plantas de tratamiento. Además, se han diseñado una serie de modelos matemáticos; sin embargo, la resolución de estas ecuaciones representa cierto grado de complejidad, lo que dificulta su uso a nivel operacional. En esta investigación se buscó proveer un estudio sistemático para evaluar y comprender las variables que influyen en la expansión del medio filtrante y proponer una herramienta alternativa de predicción debido a las dificultades que presentan las herramientas actuales. Se caracterizaron experimentalmente los medios filtrantes en estudio, los cuales corresponden a arena sílica, antracita, AG, piedra pómez, resinas de intercambio iónico y Turbidex™, y se analizó la influencia de cada característica sobre la expansión del medio granular, se evaluó la influencia del diámetro de la columna sobre la expansión del medio filtrante, se construyó un modelo predictivo de expansión mediante análisis de regresión, en donde se analizaron los parámetros y supuestos estadísticos para analizar la calidad estadística, y se comparó la respuesta de predicción del modelo con: datos de expansión experimentales de medios de Turbidex™, Ag y resinas de intercambio iónico, la respuesta de tres modelos teóricos de expansión y la respuesta de tres curvas teóricas de expansión. Se observó que la porosidad para medios que registren valores mayores a 60%, se determina de manera precisa mediante un ensayo de trazadores. Se determinó que al mantener relaciones de diámetro columna – diámetro partícula mayores a 25, la influencia del diámetro de la columna sobre la expansión del medio granular no es significativa. Se observó que el aumento de 100 kg/m<sup>3</sup> en la densidad de la partícula, provocó en promedio una disminución en la expansión de 3%. Además, se presenció una disminución en el porcentaje de expansión de 8 a 11% conforme se aumentó en 0.3 mm el diámetro geométrico de la arena sílica. No se cuantifica el efecto de la temperatura sobre la expansión del medio filtrante, debido a que en el rango de trabajo (20-24 °C) no se evidenciaron cambios en la expansión. El modelo de regresión explica la variación en la expansión del medio filtrante y existe una asociación estadísticamente significativa entre las variables predictoras y la expansión, se afirma con un 95% de confianza. El modelo de regresión presentó porcentajes de error en la predicción de la expansión menores a 15% para los medios filtrantes de arena sílica, antracita, piedra pómez y Turbidex™, para las resinas de intercambio iónico el error resulta en 62% y para el medio granular de Ag el error es de 94%. Se evidenció un problema en la predicción del modelo de regresión cuando el medio granular presenta un coeficiente de uniformidad mayor a 1.6 y se compone por partículas esféricas. Con respecto a los modelos teóricos evaluados, en ninguno de los casos se obtuvo un porcentaje de error de predicción menor a 15%. Finalmente, con respecto a las curvas teóricas, -en el caso de la antracita las expansiones experimentales (20-24 °C) se encontraron entre las curvas de expansión teóricas de 16 y 27 °C, para las resinas de intercambio iónico, las expansiones experimentales (20-23°C) se encontraron entre las curvas de expansión teóricas de 15.56 y 26.67 °C y para el caso del medio de Ag (20-23°C) superaban desde 10 hasta 20% las expansiones teóricas a 16 y 27 °C. Se requiere mayor velocidad de retrolavado para expandir medios más densos y de mayor tamaño. Es posible predecir el porcentaje de expansión del medio granular durante el retrolavado mediante el modelo de regresión múltiple construido en esta investigación, si el medio filtrante presenta características dentro del rango de diseño.

**Palabras clave:** Expansión, medio granular, retrolavado, predicción, regresión lineal múltiple

## ABSTRACT

At the end of the filtration stage, the granular media cleaning is carried out through the backwash. Due to particle fluidization during backwash, there is an increase in the height of the granular media that is expressed as an expansion percentage. Knowing the expansion reached by the granular media is essential in the effectiveness of backwashing, because it has been shown that improper expansion of the filter is one of the most frequent causes of problems related to water quality. Currently, the theoretical expansion curves of the technical data sheets are used to predict the expansion, which are designed from experimental tests, therefore, there is a need to verify whether they adequately represent the behavior of the medium in the treatment systems. On the other hand, a series of mathematical models have been designed; however, the resolution of these equations represents a certain degree of complexity, so they are difficult to use at the operational level. Therefore, this research is looking for provide a systematic study to evaluate and understand the variables that influence in the granular media expansion and propose an alternative prediction tool due to the difficulties presented by the current tools. The filter media under study were experimentally characterized and the influence of each characteristic on the expansion of the granular medium was analyzed, the influence of the diameter of the column on the expansion of the filter medium was evaluated, a predictive model of expansion was constructed by regression analysis, where the statistical parameters and assumptions were analyzed to evaluate the statistical quality, and the prediction response of the model is compared with: experimental expansion data of Turbidex<sup>TM</sup> granular media, Ag and ion exchange resins, the response of three theoretical expansion models and the response of three theoretical expansion curves. It was determined that the porosity for granular media that records values greater than 60%, is determined precisely by a tracer test. It was determined that by keeping the column diameter – particle diameter ratio greater than 25, the influence of the column diameter over the media granular expansion isn't significant, with 95% confidence. It was observed that the increase of 100 kg/m<sup>3</sup> in the particle density, caused on average a decrease in the expansion of 3%. In addition, there was noticed a decrease in the expansion of 8 to 11% as the geometric diameter of the silica sand was increased by 0.3 mm. It wasn't possible to quantify the effect of temperature on the granular media expansion, because in the working range (20-24 ° C) there were no changes. The regression model explains the variation in the expansion of the filter medium and there is a statistically significant association between the predictive variables and the expansion of the filter medium, it is stated with 95% confidence. The regression model produces percentages errors in the expansion prediction less than 15% for the filtering media of silica sand, anthracite, pumice and Turbidex<sup>TM</sup>, for the ion exchange resins the error results in 62% and 94% of error for the granular media of Ag. There was a problem in the prediction of the regression model when the granular media presents a uniformity coefficient greater than 1.6 and is composed of spherical particles. With respect to the theoretical models evaluated, in none of the cases a percentage of prediction error less than 15% was obtained. Finally, with respect to the theoretical curves, in the case of anthracite the experimental expansions (20-24 ° C) were found between the theoretical expansion curves of 16 and 27 ° C. In the case of ion exchange resins, experimental expansions (20-23 ° C) were found between the theoretical expansion curves of 15.56 and 26.67 ° C. On the other hand, the experimental expansions of the Ag filter (20-23 ° C) exceeded from 10 to 20% the theoretical expansions at 16 and 27 ° C.

**Key words:** Expansion, granular media, backwash, prediction, multiple linear regression

## 1 INTRODUCCIÓN

La filtración rápida utilizando medios granulares es una de las operaciones más importantes y comúnmente utilizadas en el tratamiento de agua potable (Hunce, Soyer, & Akgiray, 2018). Las partículas retenidas en el medio filtrante provocan la colmatación del filtro, lo que ocasiona que el agua pierda energía al pasar a través del filtro y se produzca un aumento en la pérdida de la carga disponible en el sistema (Crittenden et al., 2012), por lo tanto es necesario remover las partículas del filtro. La remoción de partículas se realiza en la etapa de retrolavado, en donde se envía un flujo de agua ascendente que causa que la fuerza de arrastre iguale el peso del medio y de esta manera se fluidicen las partículas y se produzca la expansión del medio filtrante (J. C. Crittenden et al., 2012). La comprensión del retrolavado es esencial para el correcto funcionamiento del filtro, ya que, se asegura que ésta etapa es mucho más influyente en la calidad del agua filtrada que el proceso de filtración en sí (Akgiray & Saatçi, 2001; B. M. Brouckaert, Amirtharajah, Brouckaert, & Amburgey, 2006a; Stevens, 1986).

La principal característica de fluidización del medio filtrante durante el retrolavado corresponde al porcentaje de expansión, el cual depende de la velocidad de retrolavado, la temperatura del agua de retrolavado, la porosidad del medio, la densidad de la partícula y el tamaño de la partícula (Algahtani & Lovitt, 2014). Si el porcentaje de expansión no es el adecuado durante el retrolavado, no se generará una limpieza completa del medio filtrante, lo que conlleva a largos períodos de maduración del filtro después del retrolavado, sensibilidad a sobretensiones hidráulicas durante cambios en el flujo, disminución de la duración de la corrida de filtración y acumulación de material particulado; lo que afectará directamente el rendimiento del filtro y la calidad del agua filtrada (Anderson & Chescattie, 2003).

Con el fin de evitar este tipo de problemáticas, es importante contar con las herramientas necesarias que permitan predecir con precisión la expansión del medio filtrante durante el retrolavado (Mihal, Kalu, Arsenijevi, Gari, & Grbay, 2016). Actualmente, una de las alternativas corresponde al uso de las fichas técnicas de los medios filtrantes comerciales, en las que se establece una relación entre la expansión del medio filtrante y la velocidad de retrolavado. Según la norma NFS/ANSI 61 (2016), la cual corresponde al lineamiento de calidad bajo el que se acreditan los fabricantes norteamericanos de componentes para sistemas de

potabilización de agua, los ensayos experimentales de expansión que se realizan para obtener las curvas teóricas deben tomar lugar en una columna de ensayo circular de diámetro mínimo de 100 mm. Sin embargo, no se ha documentado un proceso de validación de la información que se describen en estos documentos, lo que disminuye la confiabilidad para esta alternativa.

Asimismo, se han desarrollado en los últimos años diversos modelos que describen el comportamiento del medio filtrante durante el retrolavado (Akgiray & Saatçi, 2001; Amirtharajah, 1971; Richardson & Zaki, 1954; Sholji, 1987; Soyer & Akgiray, 2009; Wen & Yu, 1966), los cuales buscan predecir el porcentaje de expansión considerando las diferentes condiciones involucradas. A pesar de la significativa contribución que se ha aportado, en algunos casos se presenta la desventaja de que los datos de entrada que se requieren para los modelos no se encuentran disponibles en la mayoría de las plantas de tratamiento. Además, algunas ecuaciones requieren de cálculos iterativos ya que no se pueden resolver analíticamente; lo que dificulta el uso de esta alternativa a nivel práctico (Akgiray & Saatçi, 2001; Brouckaert, Amirtharajah, Brouckaert, & Amburgey, 2006).

Debido a la importancia que presenta la expansión sobre el rendimiento de la filtración, en esta investigación se busca evaluar las variables que influyen sobre este fenómeno con el fin de entender el comportamiento del medio durante el retrolavado. Para la investigación se trabajó con seis medios filtrantes: arena sílica, antracita, Ag, piedra pómez, resinas de intercambio iónico y Turbidex<sup>TM</sup>. La arena sílica y la antracita se utilizan con frecuencia debido a la capacidad de retención de flóculos muy pequeños que no se remueven en etapas anteriores (Crittenden et al., 2012). El medio filtrante Ag consiste en arena de cuarzo no hidratada y cuenta con la ventaja de producir menor pérdida de carga en comparación a otros medios debido a que se compone de partículas de mayor tamaño (Kozyatnyk, 2016). La piedra pómez es una piedra volcánica y presenta grandes ventajas como medio filtrante debido a la baja densidad y alta porosidad que la caracterizan (Farizoglu, Nuhoglu, Yildiz, & Keskinler, 2003). Las resinas de intercambio iónico utilizadas corresponden a resinas catiónicas de ácido fuerte, las cuales se utilizan para remover cationes del agua mediante intercambio iónico (Oda, 2017). Por su parte, Turbidex<sup>TM</sup> es un medio filtrante compuesto de silicato de aluminio (zeolitas), y se caracteriza por presentar gran área superficial que produce un proceso efectivo de remoción de sólidos en suspensión (Kozyatnyk, 2016).

Se determinaron experimentalmente las variables de porosidad de medio, densidad de partícula y tamaño de partícula. Además, se determinó la influencia que genera la columna de ensayo sobre la expansión del medio filtrante. Asimismo, con el fin de proveer de una herramienta de predicción práctica, se utilizan los datos observados de expansión de la arena sílica antracita y piedra pómez para desarrollar un modelo de expansión predictivo a partir del análisis de la calidad estadística del modelo de regresión lineal múltiple, en donde se pretenden incluir como variables de entrada parámetros que se puedan determinar fácilmente por el operador o que ya estén disponibles en las plantas de tratamiento. Además, se comparó la respuesta de predicción del modelo diseñado con el fin de analizar la capacidad de predicción. La comparación se realizó con datos observados de expansión de las resinas de intercambio iónico, Turbidex<sup>TM</sup> y Ag. Asimismo, se comparó la respuesta con tres modelos teóricos: el modelo desarrollado por Wen & Yu (1966), el cual se diseña a partir de partículas esféricas, el modelo propuesto por Akgiray & Saatçi (2001) que se caracteriza por presentar una forma funcional sencilla, y el modelo construido por Soyer & Akgiray (2009), el cual incorpora la variable esfericidad en su forma funcional. Finalmente, se comparó la respuesta con las curvas de expansión teóricas de la antracita, Ag y las resinas de intercambio iónico.

## 2 OBJETIVOS

### 2.1 OBJETIVO GENERAL

Evaluar y predecir el fenómeno de expansión del medio granular durante el retrolavado en filtros rápidos.

### 2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Determinar la influencia que produce el diámetro de la columna de ensayo sobre la expansión del medio filtrante.
- Desarrollar un modelo predictivo de expansión del medio filtrante mediante análisis de regresión múltiple.
- Comparar la respuesta del modelo predictivo de expansión desarrollado con las curvas comerciales de los medios y modelos teóricos de expansión reportados en la literatura.

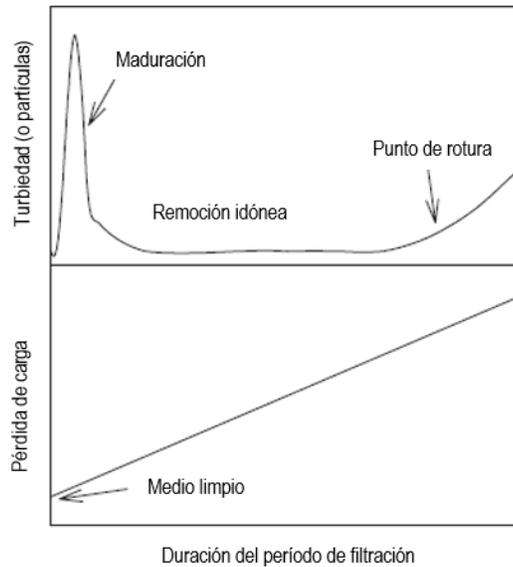
### 3 REVISIÓN DE LITERATURA

#### 3.1 FILTRACIÓN RÁPIDA EN MEDIOS GRANULARES

La filtración por medios granulares es una de las operaciones más importantes y comúnmente utilizadas en el tratamiento de agua potable (Hunce et al., 2018). La tecnología más común de filtración por medios granulares corresponde a la filtración rápida. El término se utiliza para distinguirla de la filtración lenta en arena, una tecnología antigua con una tasa de filtración de 50 a 100 veces más lenta (AWWA, 2011). Dentro de las características claves de la filtración rápida se incluye: medios granulares tamizados para una mayor uniformidad, pretratamiento de coagulación, retrolavado para eliminar las partículas acumuladas y una dependencia de la filtración profunda como el mecanismo principal de eliminación de partículas (Crittenden et al., 2012). La selección y el rendimiento de la filtración por medios granulares se ven influenciados significativamente por la calidad del agua cruda y la configuración del proceso previo a la filtración (AWWA, 2011).

Los procesos de filtración por medios granulares se pueden clasificar en función de la fuente de energía que se aplique para hacer pasar el agua a través del filtro. Históricamente, la fuente más común en grandes plantas de tratamiento corresponde a la gravedad, sin embargo, la energía que se aplica también puede ser causada por presión en un recipiente cerrado dentro del cual se alojan los medios del filtro (AWWA, 2011).

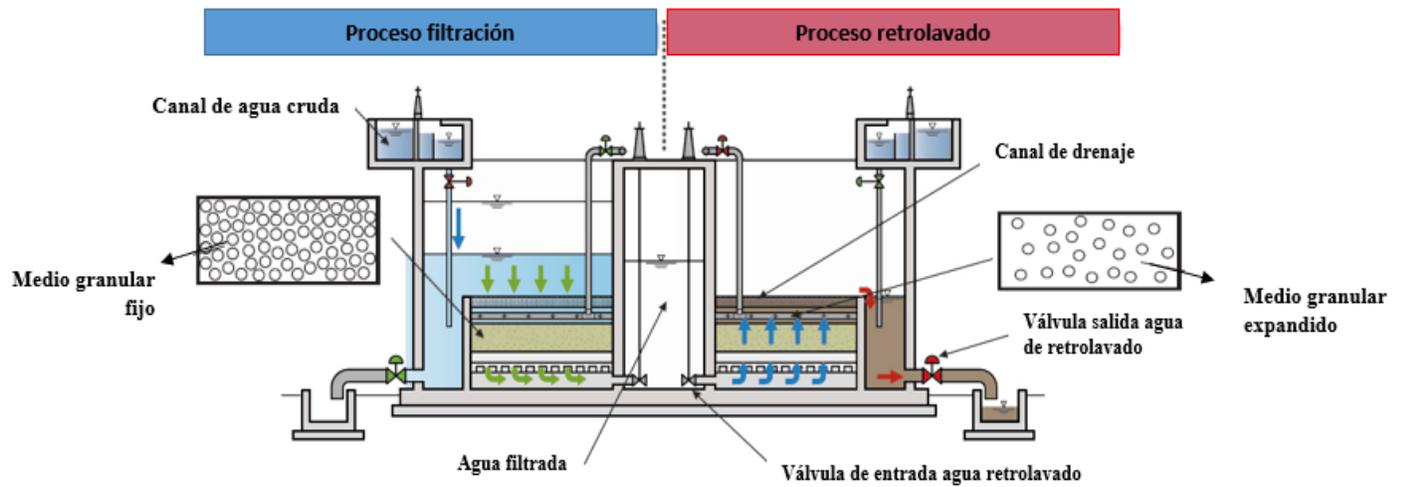
El rendimiento de la filtración típicamente se describe mediante la medición de la calidad del agua filtrada y la pérdida de carga en función del tiempo de operación del filtro; en la Figura 3-1 se muestra el comportamiento característico de las variables mencionadas. Durante la operación de la filtración, los sólidos se eliminan del agua de entrada del filtro y se acumulan principalmente en los poros y, hasta cierto punto, en la superficie del medio filtrante. Por otra parte, cuando el agua pasa por el filtro colmatado, la fricción causa que el agua pierda energía, por lo tanto, la presión en el efluente es menor a la presión en el afluente. Es decir, se produce un aumento en la pérdida de carga disponible en el sistema (Crittenden et al., 2012). Al identificar el aumento en la turbiedad del agua filtrada y/o el aumento en la pérdida de carga disponible en el sistema, es necesario realizar la limpieza del medio filtrante mediante el retrolavado para recuperar la capacidad de remoción (Logsdon, Hess, Chipps, & Rachwal, 2002).



**Figura 3-1. Rendimiento de la filtración de medios granulares en términos de turbiedad y pérdida de carga. Adaptado de (AWWA, 2011).**

### 3.2 RETROLAVADO DEL MEDIO FILTRANTE

El proceso efectivo de retrolavado del medio filtrante es esencial para el rendimiento del filtro, inclusive, algunos autores aseguran que ésta etapa es mucho más crítica que el proceso de filtración en sí (Akgiray & Saatçi, 2001; B. M. Brouckaert, Amirtharajah, Brouckaert, & Amburgey, 2006a; Stevens, 1986). El propósito del retrolavado consiste en remover las impurezas retenidas en el filtro y lograr que el medio recupere la capacidad de remoción deseada, de manera que no se desarrollen problemas relacionados con la calidad del agua filtrada (AWWA, 2011). En esencia, el retrolavado consiste en enviar un flujo de agua ascendente a través del medio filtrante, con suficiente fuerza para lograr separar los depósitos acumulados en el filtro y removerlos del sistema (Logsdon et al., 2002). En la Figura 3-2 se evidencia el proceso de filtración y retrolavado.



**Figura 3-3. Proceso de filtración y retrolavado en filtros rápidos. Adaptado de (Hitachi, 2019).**

La necesidad de dar inicio al proceso de retrolavado se indica a través de uno o más de los siguientes tres criterios: la pérdida de carga a través del medio filtrante es mayor al límite disponible, la calidad del agua filtrada es menor a lo establecido en el reglamento correspondiente, o se alcanzó el límite de tiempo máximo de filtración establecido (J. C. Crittenden et al., 2012). En el Cuadro 3-1. Principales métodos de retrolavado reportados en la literatura. Cuadro 3-1 se mencionan los principales métodos de retrolavado descritos en la literatura.

Cuadro 3-1. Principales métodos de retrolavado reportados en la literatura.

**Cuadro 3-1. Principales métodos de retrolavado reportados en la literatura.**

Método	Descripción	Ventajas	Desventajas
Retrolavado con fluidización completa.	Corresponde al procedimiento tradicional de retrolavado. El agua de retrolavado se introduce en la sección inferior del filtro a través del sistema de drenaje. El medio filtrante se fluidiza gradualmente conforme aumenta la tasa de retrolavado, lo que provoca la expansión de este. Se debe iniciar gradualmente por al menos 30 segundos, para evitar el disturbio del medio de soporte y el proceso se continúa hasta que el agua de desecho presente valores de turbiedad alrededor de 10 NTU.	Es posible reproducir el procedimiento en filtros donde se utilicen medios granulares finos, medios granulares dobles y triples, y grava de soporte graduada; además, no se corre el riesgo de pérdida de medio filtrante debido al desbordamiento del agua de retrolavado.	El retrolavado por fluidización es un método de lavado débil. La razón de esta debilidad se atribuye a la falta de abrasión que ocurre entre las partículas del lecho fluidizado. De esta manera, el retrolavado a contracorriente generalmente se asiste por un sistema auxiliar de limpieza como el lavado de la superficie o la limpieza por aire.
Lavado superficial y retrolavado con fluidización completa.	Los sistemas de lavado superficial inyectan agua mediante los orificios ubicados desde 2.5 a 5 cm por encima de la superficie del medio. El lavado de superficie se extiende por 1 a 2 minutos antes del retrolavado y, por lo general, se continúa durante la mayor parte de este. El lavado de superficie se finaliza 2 o 3 minutos antes del final del retrolavado.	Es un procedimiento relativamente simple, ya que solamente se necesita una fuente de agua a alta presión en conjunto con un sistema de boquillas de distribución. Además, el mantenimiento del sistema se puede dar de manera sencilla ya que este se coloca sobre la superficie del medio filtrante.	Las boquillas de distribución rotarias algunas veces se atascan temporalmente en una posición fija y no giran según lo previsto. Asimismo, si se forma material particulado con suficiente tamaño y densidad, el lavado superficial puede provocar que el material se introduzca a través de filtro y se dificulte el proceso de retrolavado. Por otra parte, los sistemas de lavado de superficie obstruyen el acceso a la superficie del filtro, dificultando el mantenimiento y la reparación de este. Adicionalmente, las boquillas están sujetas a obstrucciones.
Retrolavado asistido de aireación.	Los sistemas de lavado de aire suministran aire a la zona del filtro completa a través de orificios de distribución que se colocan normalmente bajo el medio filtrante. El lavado de aire se utiliza para mejorar la efectividad de la operación del retrolavado. La metodología del lavado de aire varía en función del tamaño del medio filtrante. En este sentido, los principales procedimientos corresponden a: aireación antes del retrolavado, limpieza simultánea con aireación y retrolavado durante el aumento del nivel antes de desbordamiento y limpieza simultánea con aireación y retrolavado durante el desbordamiento.	Representa un incremento en la efectividad de la operación del retrolavado debido a que el principal mecanismo de limpieza presente durante el proceso consiste en colisiones entre partículas, lo cual produce un mejor resultado de remoción de material depositado en comparación con la fuerza de cizallamiento del fluido (principal mecanismo de remoción durante el retrolavado con fluidización completa).	Si se emplea aireación durante el desbordamiento del agua de retrolavado, surge el riesgo potencial de perder medio filtrante; por lo tanto, el sistema se debe diseñar y operar apropiadamente para evitar este problema.

Fuente: (AWWA, 2011; J. C. Crittenden et al., 2012; Logsdon et al., 2002)

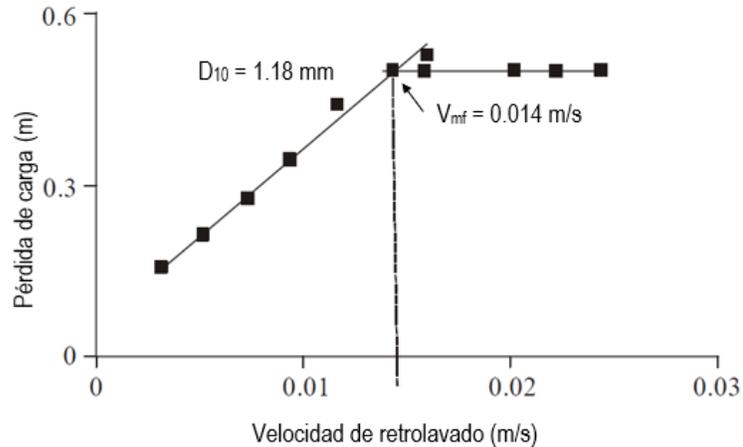
### **3.2.1 Pérdida de carga durante el retrolavado**

Durante el retrolavado se presenta el fenómeno de fluidización, este surge cuando un flujo ascendente pasa a través de un medio granular a suficiente velocidad como para suspenderlo en el fluido (Kulkarni, 2007). Mientras el agua de retrolavado fluye en sentido ascendente, la pérdida de carga a través del lecho fijo es una función lineal de la tasa de flujo a velocidades superficiales bajas, cuando el flujo es laminar. Para partículas granulares más densas o de mayor tamaño, puede convertirse en una función exponencial a velocidades de flujo más altas si el número de Reynolds ingresa al régimen de transición (Akkoyunlu, 2003; J. C. Crittenden et al., 2012).

De acuerdo a lo descrito por Akgiray y Saatçi (2001), a medida que la velocidad de retrolavado aumenta, la fuerza de la resistencia iguala en magnitud a la fuerza gravitacional y las partículas permanecen suspendidas en el fluido. Después de ese punto, cualquier aumento adicional en la velocidad de flujo provocará que el medio filtrante se expanda, al tiempo que mantiene una caída de presión constante, la cual es igual al peso boyante del medio filtrante (Kulkarni, 2007).

### **3.2.2 Velocidad mínima de fluidización**

La velocidad de retrolavado que se requiere para dar inicio al proceso de fluidización del medio filtrante se conoce como velocidad mínima de fluidización y, de acuerdo a un enfoque hidráulico, el cálculo para obtener este valor se basa en la determinación de la velocidad de retrolavado que produce que la pérdida de carga se iguale al peso boyante del medio en la porosidad del lecho fijo y se mantenga una pérdida de carga constante a través del sistema (Naseer, Alhail, & Xi-Wu, 2011); éste comportamiento se evidencia en la Figura 3-4.



**Figura 3-4. Relación entre pérdida de carga y velocidad de retrolavado utilizando arena sílica como medio filtrante. Adaptado de Naseer et al., (2011).**

Si el medio filtrante se compone por partículas que se encuentran dentro de un rango amplio de tamaño, la velocidad mínima de fluidización será menor para las partículas más pequeñas en comparación a la que se requiere para las partículas de mayor tamaño, por lo tanto, se produce un cambio gradual desde el medio fijo al medio fluidizado y surge la necesidad de calcular la velocidad mínima de fluidización para las partículas más grandes con el fin de asegurar la fluidización completa del medio (AWWA, 2011). En este sentido, se debe considerar el riesgo de que la velocidad mínima de fluidización para las partículas más grandes, provoque la pérdida de las partículas de menor tamaño (J. C. Crittenden et al., 2012).

Los medios filtrantes comerciales utilizados en plantas de tratamiento de agua potable indican la distribución del tamaño de partículas mediante el coeficiente de uniformidad. Sin embargo, en algunos casos, el rango de tamaño de partículas por el que se compone el medio es más amplio, o difiere, al que se especifica en la ficha técnica. Por lo tanto, surge la necesidad de evaluar a nivel experimental el medio granular para conocer con exactitud la distribución del tamaño de partículas y así prevenir problemas relacionados a la fluidización durante el retrolavado (Logsdon et al., 2002).

El cálculo de la velocidad mínima de fluidización representa gran importancia en la determinación de la tasa de retrolavado. Se sugiere que la velocidad mínima de retrolavado sea igual a 1.3 veces la velocidad mínima de fluidización y se recomienda una expansión del medio entre 20 y 30%, para asegurar el movimiento adecuado de las partículas del medio filtrante. Por otra parte, se menciona que la velocidad mínima de retrolavado más cercana a la velocidad mínima de fluidización podría evitar el movimiento de capas de soporte de

grava y las modificaciones hidráulicas que esto conlleva (J. C. Crittenden et al., 2012; Xue, 2011).

### 3.2.3 Fuerzas involucradas en la fluidización de las partículas

En una suspensión, el movimiento de las partículas depende de su tamaño y densidad, y de las fuerzas externas que experimente. Las partículas no se podrán fluidizar si las fuerzas descendentes predominan, se perderá medio si las fuerzas ascendentes predominan y se mantendrán suspendidas (fluidizadas) cuando las fuerzas ascendentes y descendentes sean equivalentes (AWWA, 2011). Las fuerzas externas que intervienen durante el retrolavado se describen a continuación (J. C. Crittenden et al., 2012; Kulkarni, 2007):

- Fuerza gravitacional ( $F_g$ ): se debe al peso de la partícula y actúa en dirección negativa (descendente).
- Fuerza de resistencia ( $F_r$ ): también se conoce como la fuerza de arrastre y corresponde a la fuerza de fricción que actúa sobre la partícula debido a su movimiento en el fluido. Cuando la velocidad del fluido es mayor que la velocidad de la partícula, la fuerza de resistencia actúa en dirección positiva (ascendente). Es la fuerza más dominante sobre la partícula, por lo tanto, es la que más contribuye al movimiento ascendente de esta.
- Fuerza boyante ( $F_b$ ): de acuerdo con el principio de Arquímedes, la fuerza boyante que actúa sobre la partícula es equivalente al peso del fluido desplazado por la partícula. La fuerza boyante actúa en dirección positiva (ascendente).
- Fuerza de cuerpo acelerado ( $F_a$ ): es función del peso del agua que se desplaza por la partícula y actúa en dirección opuesta a la fuerza boyante. Se define como una reacción al movimiento ascendente de las partículas, por lo tanto, actúa en dirección negativa (descendente).

Utilizando las leyes de movimiento de Newton, el balance de fuerzas de una partícula fluidizada se presenta en la (Ec. 3.16).

$$F = F_b + F_r - F_g - F_a \quad (\text{Ec. 3-1})$$

La velocidad requerida para suspender una partícula aislada en un campo de flujo uniforme (es decir, por encima del medio filtrante) serán menores que las que se requieren dentro del medio filtrante, debido a que el volumen ocupado por este provoca que se requieran fuerzas de arrastre mayores (Akgiray & Saatçi, 2001).

### **3.2.4 Mecanismos de limpieza durante el retrolavado**

Las teorías de filtración reportadas previamente en la literatura hipotetizan que los sólidos depositados en el filtro se pueden clasificar en dos tipos: el primer tipo se debe a la interacción entre las capas del medio filtrante y los sólidos suspendidos que se pretende remover, y también debido a las fuerzas de cohesión moleculares (fuerzas de Van der Waals); y el segundo tipo considerara los sólidos suspendidos que se depositan en los poros del filtro, la fuerza de cohesión que se produce entre las partículas adyacentes en este caso es despreciable (Amirtharajah, 1971).

En la primera fase del retrolavado, en la porosidad del medio se rompen pequeñas partículas y se forma una suspensión con sólidos muy ligeros en la fase líquida, de este modo es posible afirmar que la suspensión del retrolavado presenta características de turbulencia idénticas a las de un líquido puro, debido a la baja densidad y las pequeñas velocidades de deslizamiento de las partículas. Durante las fases posteriores del retrolavado, los sólidos que se tienden a remover son aquellos que se encuentran alrededor de la partícula, se espera que la remoción de las partículas adsorbidas sea baja debido a que las únicas fuerzas involucradas en este caso corresponden a las fuerzas hidrodinámicas. Además, la dispersión inicial del material sedimentado se debe a una dispersión turbulenta dentro del medio fluidizado, la cual alcanza un máximo a porosidades que rondan entre 65 – 70%. Hacia el final del retrolavado, la capa límite adyacente a la partícula recubierta se convierte en la sección significativa para la eliminación de las partículas filtradas y las fuerzas de corte son la causa principal de la eliminación de sólidos.

A pesar de que las fuerzas de corte representan el mecanismo de limpieza durante las últimas fases del retrolavado, las características de turbulencia y las fuerzas de corte hidrodinámico se reproducen en el sistema simultáneamente y ambas contribuyen a la limpieza del filtro en todas las fases. Finalmente, es importante mencionar que se ha demostrado que el

mecanismo de abrasión y colisión entre las partículas no contribuye significativamente a la limpieza del filtro si el retrolavado consiste en fluidización completa, debido a que la energía del agua de retrolavado se consume en fluidizar el medio y esto ocasiona que las partículas del medio se mantengan separados (Logsdon et al., 2002).

### 3.3 EXPANSIÓN DEL MEDIO FILTRANTE

#### 3.3.1 Impacto de la expansión sobre el rendimiento de la filtración

De acuerdo con Anderson y Chescattie (2003), la expansión del medio filtrante representa uno de los procesos más importantes durante el retrolavado ya que, influye significativamente en el rendimiento del filtro. Por ejemplo, un porcentaje inadecuado de expansión no permite la fluidización completa del medio, en este caso el agua de retrolavado en algunas zonas del filtro podría presentar velocidades mayores y tiempos de retención muy bajos, cercanos a cero. Por lo tanto, en otras secciones del filtro se dejarían partículas atrapadas, y se desarrollan zonas del filtro en donde el flujo del agua se “estanca”, es decir, no se limpia (AWWA, 2011). En este caso, las partículas que se retienen dentro del filtro no se muestran como suciedad en el agua durante el retrolavado, lo que conlleva a que el operario concluya incorrectamente que el filtro está limpio. Por el contrario, si la expansión del medio es muy alta, se corre el riesgo de que se pierda medio filtrante y de ésta manera se modifiquen las condiciones de diseño del filtro y se reducirá uno de los mecanismos de limpieza debido a la gran separación entre las partículas (Kulkarni, 2007; Logsdon et al., 2002). Además, al reproducir una expansión muy alta, se estaría utilizando una velocidad de retrolavado mayor, lo que se traduce en mayor consumo de agua y, por lo tanto, incremento en los costos operativos y en el impacto ambiental (Logsdon et al., 2002).

Asimismo, si la expansión del medio no es suficiente se corre el riesgo de que solamente las partículas de menor tamaño se fluidifiquen y se posicionen en la sección superior del medio después del retrolavado, generando el fenómeno conocido como estratificación (J. C. Crittenden et al., 2012). La estratificación afecta el rendimiento del filtro de diversas maneras: la acumulación de partículas de menor tamaño provocará pérdida de carga excesiva en los primeros centímetros del medio, y la remoción de partículas del agua se llevará a cabo

principalmente en la sección superior, provocando que no se utilice efectivamente la profundidad del medio (AWWA, 2011).

De este modo, una inadecuada expansión del medio durante el retrolavado no generará una limpieza completa del medio, lo que conlleva a largos períodos de maduración del filtro después del retrolavado, sensibilidad a sobretensiones hidráulicas durante cambios en el flujo, disminución de la duración de la corrida de filtración y acumulación de material particulado; lo que afectará directamente el rendimiento del filtro y la calidad del agua filtrada (Anderson & Chescattie, 2003).

Con el fin de evitar este tipo de problemáticas, es importante contar con las herramientas necesarias que permitan una mejora en el comportamiento hidráulico y en los parámetros de calidad del agua para predecir con precisión el porcentaje de expansión del medio durante el retrolavado (Mihal et al., 2016). El cual a su vez, es función de la matriz de agua, del contaminante predominante en la fuente de agua, de la velocidad superficial de retrolavado, de las características físicas del medio y de la densidad y viscosidad del agua de retrolavado, principalmente (Algahtani & Lovitt, 2014).

### **3.3.2 Factores influyentes sobre la expansión del medio filtrante**

Cuando se realiza el retrolavado del filtro con fluidización completa, el medio filtrante se expande por encima de su altura de medio fijo (Brouckaert et al., 2006). El porcentaje de expansión se afecta principalmente por las características del medio filtrante y del agua de retrolavado, a continuación, se mencionarán las principales variables involucradas en el proceso de expansión del medio filtrante.

#### **3.3.2.1 Velocidad de retrolavado**

El porcentaje de expansión que se desea alcanzar depende linealmente de la velocidad de retrolavado que se aplique en el sistema. La velocidad de retrolavado generalmente se encuentra entre 30 y 60 m/h, con lo que busca alcanzar expansiones de medio entre 20 – 30% (Crittenden et al., 2012). Adicionalmente, se puede considerar la porosidad de medio expandido para fijar la tasa de retrolavado. En este sentido, se ha demostrado previamente que la ocurrencia de valores máximos para la mayoría de los parámetros de turbulencia para medios filtrantes de arena sílica se presentan a porosidades entre 65 y 70%; este hecho ha llevado a

inferir que la condición para lograr un proceso de retrolavado óptimo para este medio probablemente estaría centrada en esta porosidad (Logsdon et al., 2002).

### 3.3.2.2 *Temperatura del agua de retrolavado*

La fuerza que causa que el medio filtrante se fluidice está relacionada a la viscosidad del agua de retrolavado. El agua fría presenta mayor viscosidad, lo que provoca que la tasa de retrolavado necesaria para alcanzar un porcentaje de expansión de medio específico sea menor en comparación al agua con mayor temperatura, la cual cuenta con menor viscosidad (Logsdon et al., 2002). El comportamiento descrito anteriormente se evidencia en la Figura 3-5, en donde el porcentaje de expansión a la misma velocidad varía en función de la temperatura del agua de retrolavado.

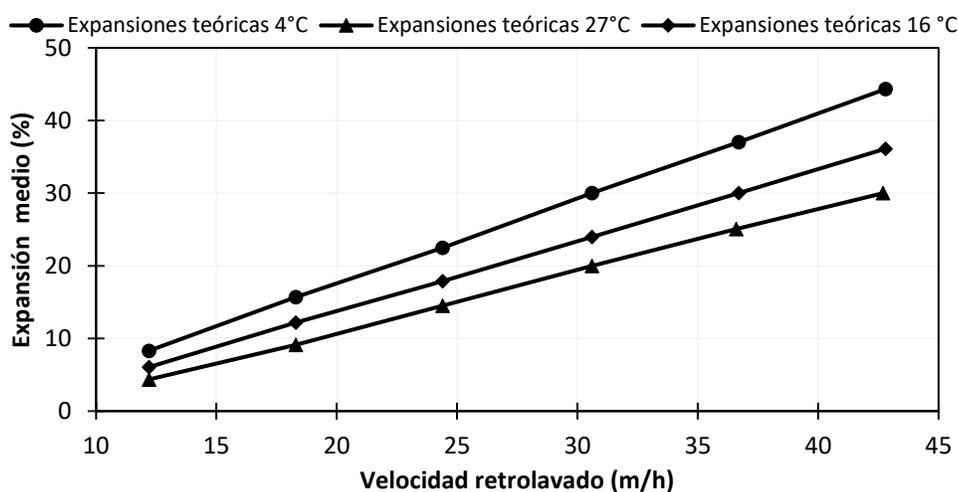


Figura 3-5. Curva de expansión teórica del medio filtrante comercial Antracita Clack. Adaptado de: (Clack, 2014).

Por lo tanto, en lugares en donde se presenten estaciones climáticas muy marcadas (verano e invierno, por ejemplo) es recomendable modificar la tasa de retrolavado para compensar el cambio en la viscosidad del agua de retrolavado. En caso de que no se ajuste correctamente la tasa de retrolavado a diferentes temperaturas, se podría ocasionar pérdida de medio si la temperatura decrece o retrolavado inadecuado si la temperatura incrementa (Amirtharajah, 1971).

### 3.3.2.3 Porosidad del medio

La porosidad del medio es la relación entre el volumen de espacios vacíos y el volumen total del medio filtrante (J. C. Crittenden et al., 2012). Durante la operación del retrolavado, el agua que se bombea a través del sistema experimenta resistencia al flujo debido a la composición del medio filtrante (Kulkarni, 2007), un cambio de 1% en la porosidad del medio representará un cambio de hasta 9.5% en la velocidad de retrolavado (Stevenson, 1994). En el Cuadro 3-2, se presentan los valores comunes de porosidad de medio reportados en la literatura para diversos medios filtrantes.

**Cuadro 3-2. Porosidades típicas de medios filtrantes.**

<b>Medio filtrante</b>	<b>Porosidad de medio (%)</b>
Arena sílica	40 - 43
Antracita	42 - 60
Carbón activado	50
Piedra pómez	69.5 - 80
Pirolusita	48 - 52

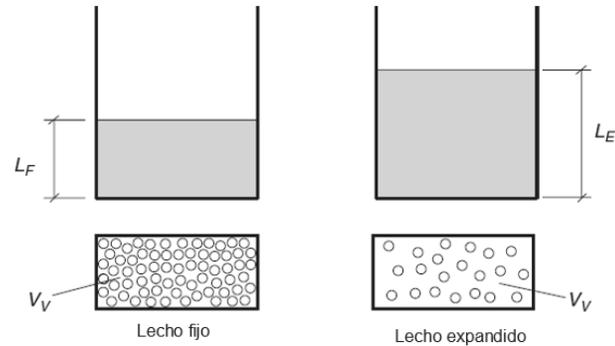
Fuente: (AWWA, 2011; Crittenden, Trussell, Hand, Howe, & Tchobanoglous, 2012; Dharmarajah & Cleasby, 1986; Sholji, 1987; Siwec, 2007).

En el Cuadro 3-2 se observa que la mayor porosidad del medio la presenta la piedra pómez. La piedra pómez consiste en una roca que se forma durante erupciones volcánicas, lo cual resulta en ciertas características particulares como formas irregulares de partículas y una alta porosidad, tanto de medio como de partícula (Farizoglu et al., 2003). Lo anterior justifica la diferencia en la porosidad cuando se compara con el resto de los medios filtrantes los cuales, a su vez, consisten en medios comerciales.

Es importante considerar que la porosidad del medio filtrante varía a partir del diámetro de las partículas que lo integran. El mismo medio filtrante presentará menor espacio de vacíos si está compuesto por partículas más pequeñas, en comparación a si está compuesto por partículas de mayor tamaño (Kulkarni, 2007).

Por otra parte, la velocidad de retrolavado en el lecho filtrante es mayor que para una partícula aislada debido a la presencia del medio, causando mayores fuerzas de resistencia

que expanden el medio; conforme el medio se expande, el incremento de la porosidad reduce la tasa de retrolavado hasta que la resistencia del medio sea equivalente a la fuerza gravitacional (J. C. Crittenden et al., 2012). La relación entre expansión del medio y la porosidad se describe en la Figura 3-6, donde  $L_f$  representa la altura inicial (altura de medio fijo),  $L_e$  la altura del medio expandido y  $V_v$  la porosidad del medio.



**Figura 3-6. Relación entre porosidad y expansión del medio filtrante durante el retrolavado. Adaptado de Crittenden et al., (2012).**

Debido a la importancia que representa la relación de vacíos en la expansión del medio filtrante, se reportan diferentes métodos para su determinación. En el Cuadro 3-3, se presentan las principales metodologías para la determinación de la porosidad del medio granular.

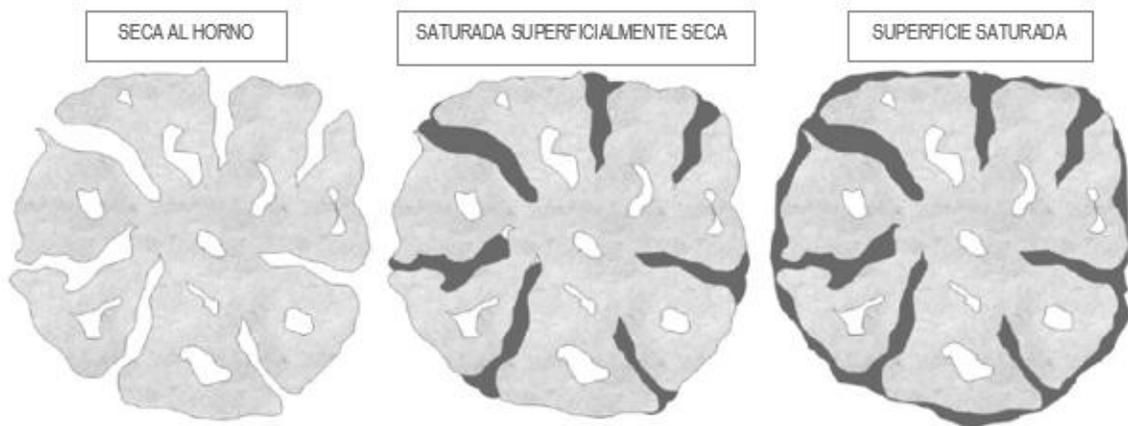
Cuadro 3-3. Metodologías reportadas para la determinación de la porosidad del medio granular.

Metodología	Descripción	Fórmulas	Ventajas	Desventajas
Medición de porosidad en columna (Logsdon et al., 2002).	Se coloca medio filtrante en la columna de ensayo con masa y densidad de partícula conocida, se compacta el medio por 30 segundos o hasta que no se aprecie un cambio en la altura del medio. Se mide la altura del medio y se calcula el volumen.	<p><b>Porosidad:</b></p> $\varepsilon_0 = 1 - \frac{M}{\rho_p - V} \quad (\text{Ec. 3-2})$ <p>Donde:  <math>\varepsilon_0</math>: porosidad de medio fijo.  <math>M</math>: masa del medio  <math>\rho_p</math>: densidad de partícula  <math>V</math>: volumen del medio en la columna</p>	Representa un procedimiento sencillo a nivel de planta piloto.	Se calcula la porosidad en la columna de ensayo, la cual podría verse modificada debido al efecto pared (página 13). Por lo tanto, se debe analizar si es correcto afirmar que la porosidad en la columna es la misma porosidad en los filtros de las plantas de tratamiento.
Determinación de vacíos según la norma ASTM C29/C29m – 17a “Standard Test Method for Bulk Density (Unit Weight) and Voids in Aggregate”.	Se determina previamente la densidad de partícula de acuerdo con lo descrito en la norma ASTM C128-15. Se coloca medio filtrante en un recipiente de volumen conocido, se determina la densidad del medio mediante la relación masa volumen.	<p><b>Peso unitario:</b></p> $M_c = \frac{(G - T)}{V} \quad (\text{Ec. 3-3})$ <p>Donde:  <math>M_c</math> = Peso unitario del medio granular en condición seco al horno (kg/m<sup>3</sup>).  <math>G</math> = Masa del agregado más el recipiente (kg).  <math>T</math> = Masa del recipiente (kg).  <math>V</math> = Volumen del recipiente (m<sup>3</sup>).</p> <p><b>Porosidad:</b></p> $\varepsilon_0 = 100 * \frac{[(S * \rho) - M_c]}{(S * \rho)} \quad (\text{Ec. 3-4})$ <p>Donde:  <math>S</math> = Gravedad específica (base seca)  <math>W</math> = Densidad del agua (998 kg/m<sup>3</sup>).</p>	No se calcula porosidad en columna de ensayo, por lo tanto, se podría reproducir este procedimiento para estimar la porosidad del medio en plantas de tratamiento.	La precisión de estas normas se ha evaluado para materiales que presenten porcentajes de absorción menores a 2%. Para materiales con porcentajes de absorción mayores, no se asegura la obtención de un dato preciso.
Ensayo de trazadores para la determinación de la porosidad (Ergh, 2005).	Se prepara una disolución con un trazador y se inyecta en una columna en la que encuentre el medio a caudal constante. Durante la inyección del trazador, se determina la conductividad de la disolución. Se finaliza el ensayo	<p><b>Porosidad:</b></p> $\varepsilon_0 = \frac{Q * t_{50}}{L * A} \quad (\text{Ec. 3-5})$ <p>Donde:  <math>Q</math>: caudal de la disolución (m<sup>3</sup>/min)  <math>t_{50}</math>: tiempo medio para el máximo valor de conductividad (min)</p>	Al utilizar este procedimiento para la determinación de porosidad de medio en materiales con porosidades mayores a 60%, se han obtenido resultados precisos.	Se requiere de instrumentación más específica en comparación con el resto de los métodos. Como lo es una bomba para recircu-

Metodología	Descripción	Fórmulas	Ventajas	Desventajas
	cuando la conductividad en la salida del sistema sea igual a la conductividad en la entrada del sistema.	$L$ : altura de la columna de ensayo (m) $A$ : área de la columna de ensayo (m)		lar la disolución, un conductímetro y agitador para la disolución de entrada.
Determinación de porosidad a partir de la técnica de desplazamiento de agua (Happines, 2014).	Se determina previamente la densidad aparente del medio y la densidad de partícula Se coloca medio filtrante en una probeta debidamente graduada. Se introduce en la probeta un volumen conocido de agua. Se realiza la lectura del nivel del agua y el nivel del medio. Se deja saturar el medio por 24 horas y se vuelve a realizar la lectura en el nivel del agua y el nivel del medio. A partir de la diferencia en el nivel de agua es posible determinar la porosidad del medio.	<p><b>Porosidad:</b></p> $\varepsilon_0 = 1 - \frac{\rho_b}{\rho_p} \quad (\text{Ec. 3-6})$ <p>Donde: <math>\rho_b</math>: densidad aparente (g/mL)</p>	Representa un procedimiento sencillo, lo que facilita su reproducción en plantas de tratamiento de agua potable.	No se obtienen resultados precisos para medios filtrantes con porosidades mayores a 60%.

### 3.3.2.4 Densidad de partícula

Se han determinado diferentes definiciones de densidad, así como el método correspondiente para su determinación, el método seleccionado, en principio, depende del área de aplicación. En el caso de los medios filtrantes, se debe considerar que una partícula porosa contiene poros tanto abiertos como cerrados. Los poros abiertos presentan conexiones con la superficie exterior de la partícula, a diferencia de los poros cerrados. De esta manera, un fluido que fluye alrededor de la partícula puede penetrar dentro del poro abierto (Yiğit Hünce, Soyer, & Akgiray, 2016), este comportamiento se ilustra en la Figura 3-7.



**Figura 3-7. Grado de saturación de partículas granulares. Adaptado de Hünce et al., (2016).**

Por lo tanto, es posible definir más de un tipo de densidad para una partícula porosa que está inmersa en un fluido. La densidad basada en la masa total de la partícula y el fluido, en donde se contiene la matriz sólida y los poros abiertos y cerrados, será diferente a la densidad esquelética (densidad media de la matriz sólida, incluidos los poros cerrados) y se conoce como “densidad húmeda”, “densidad relativa” o “densidad hidráulica” (Stevenson, 1994). La densidad relativa es la misma que la densidad esquelética para materiales no porosos, pero la densidad esquelética será mayor que la densidad relativa para materiales porosos (Logsdon et al., 2002).

La densidad relativa de la partícula es uno de los factores más importantes en la determinación de la tasa de retrolavado para alcanzar un porcentaje de expansión específico a una temperatura de fluido dada; además, determina la tasa a la cual el medio filtrante se

asienta después del retrolavado (Logsdon et al., 2002). Los requerimientos del retrolavado serán mayores para materiales más densos del mismo diámetro (Crittenden et al., 2012), lo cual es un factor esencial a considerar en la etapa de diseño del filtro.

Por otra parte, al considerar que las curvas teóricas y los modelos predictivos de expansión se diseñan con medios filtrantes limpios, se debe analizar si las características del medio se modifican cuando en éste se genera un recubrimiento específico debido a la remoción de contaminantes durante la filtración. Knocke, Occiano, & Hungate (1991) caracterizaron físicamente medios filtrantes de 4 plantas de tratamiento antes y después de remover el recubrimiento de  $MnO_x(s)$  formado en la superficie de la partícula. Los resultados obtenidos indicaron que la presencia del recubrimiento en la partícula no generó cambios significativos sobre la densidad de la partícula. Por lo tanto, concluyen que la presencia de recubrimientos de óxido no afecta el comportamiento hidráulico del fluido tanto en la operación del filtro como durante el retrolavado.

Asimismo, Sharma, Petrusevski, & Schippers (2002) evaluaron la variación de la densidad de partícula al comparar medios limpios con medios recubiertos de óxidos de hierro de 12 plantas de tratamiento de agua potable. Se observó que cuando el recubrimiento de óxido de hierro era relativamente delgado (recubrimiento que constituye menos del 20% del volumen o masa total de la partícula) no se evidenciaba un cambio significativo en la densidad de partícula del medio recubierto con respecto al medio limpio. Sin embargo, con el incremento en el espesor del recubrimiento, se evidenció una disminución significativa de la densidad de partícula cuando se compara con los valores de densidad de partícula del medio limpio. Prasad & Belsare (1984) también reportaron disminución significativa en la densidad de partícula con el desarrollo del recubrimiento de óxido. Para el caso anterior, se concluyó que la variación en la densidad de la partícula debido al recubrimiento de óxido en el medio filtrante, aumenta en función del tiempo de uso del medio. Sharma et al. (2002) observaron una disminución significativa de densidad de partícula en los medios filtrantes que se han utilizado por un período mayor a 1 año.

Por lo tanto, se evidencia que la posible disminución de la densidad del medio debido a la formación del recubrimiento, dependerá de la calidad del agua filtrada y el período de operación del medio filtrante. De modo que, surge la necesidad de evaluar cada caso específicamente para verificar la variación en la densidad del medio.

### 3.3.2.5 Diámetro de la partícula

El tamaño de partícula del medio filtrante se selecciona en función de las partículas que se desean remover del agua a tratar, considerando las condiciones de operación del proceso y el diseño del filtro. De esta manera, es posible asegurar que el medio será retenido por las estructuras de retención de los medios asociados (Logsdon et al., 2002). Además, la selección correcta de la tasa de retrolavado depende del diámetro de partícula del medio ya que, la velocidad mínima de fluidización es directamente proporcional al diámetro medio del medio granular (Brouckaert et al., 2006b).

Al aumentar el diámetro de la partícula, se incrementa el área superficial y el peso de cada partícula, lo que provoca que se requiera mayor magnitud de fuerza de arrastre para igualar el peso boyante del medio (Naseer et al., 2011). Por lo tanto, manteniendo la misma velocidad de retrolavado, la partícula de mayor tamaño alcanzará menor expansión y la partícula de menor tamaño alcanzará mayor expansión. Tal comportamiento se observa gráficamente en la Figura 3-8.

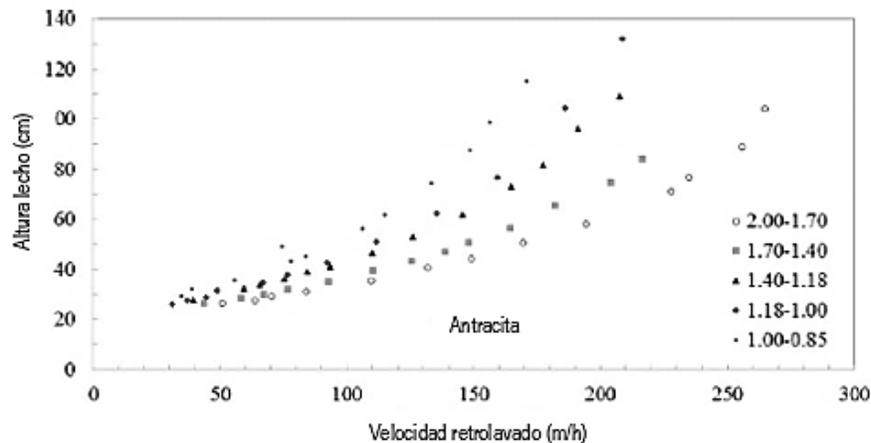


Figura 3-8. Expansión de la antracita en función del tamaño de la partícula y la velocidad de retrolavado. Adaptado de Hunce et al., (2016).

La distribución del tamaño de partículas se describe mediante el coeficiente de uniformidad, el cual representa la relación entre el diámetro al cual el 60% del medio es más pequeño, y el diámetro al cual el 10% del medio es más pequeño, el cálculo para la obtención de este parámetro se muestra en la ecuación 3-7.

$$CU = \frac{d_{60}}{d_{10}} \quad (\text{Ec. 3-7})$$

Donde,  $CU$ : coeficiente de uniformidad y  $d_{60}$ : diámetro al cual el 60% de las partículas del medio es menor.

Los medios filtrantes deben presentar coeficientes de uniformidad entre 1.3 – 1.7 (Crittenden et al., 2012). Si el sistema se compone por partículas esféricas de tamaño uniforme, el comportamiento del medio durante el retrolavado se podría describir fácilmente. Sin embargo, en el caso de la filtración, los medios filtrantes consisten en materiales naturales que se forman por partículas de una gama más pequeña o grande de tamaño, es decir, el medio está compuesto de partículas de un cierto intervalo granulométrico (Yiğit Hunce et al., 2016). En este caso, el medio presenta la tendencia de segregarse durante la fluidización, las partículas con mayor tamaño tienden a migrar hacia la sección inferior del filtro y las partículas de menor tamaño tienden a migrar a la sección superior, disminuyendo de esta manera la efectividad de la filtración ya que se aumenta la pérdida de carga a través del filtro (Duriš, Garić-Grulović, Arsenijević, Jaćimovski, & Grbavčić, 2013). Además, un medio filtrante estratificado ocupará una altura mayor en comparación al medio filtrante que está mezclado adecuadamente (Logsdon et al., 2002).

Debido a la importancia del conocimiento del tamaño de las partículas en los sistemas fluidizados para predecir el comportamiento del sistema, se han definido diferentes parámetros que describen el diámetro de partícula representativo, así como su distribución, en el Cuadro 3-4 se presenta un resumen de estos.

Cuadro 3-4. Principales parámetros utilizados para representar el tamaño de partícula del medio filtrante.

Parámetro	Descripción	Fórmulas	Ventajas	Desventajas
Diámetro efectivo	El diámetro efectivo ( $d_{10}$ ) corresponde al diámetro medio de la partícula al cual el 10% del medio por peso es más pequeño. Se determina a partir de la distribución de tamaño resultante de un análisis granulométrico.	El diámetro efectivo se determina gráficamente con la curva granulométrica.	Representa un procedimiento sencillo. Además, corresponde al método comúnmente utilizado para describir la distribución de tamaño de medios granulares.	Al no representar el diámetro predominante en el medio, se corre el riesgo de que no se describa con exactitud el comportamiento del medio durante el retrolavado al utilizar esta variable.
Diámetro equivalente	Corresponde al diámetro de la partícula esférica que tendría el mismo volumen que la partícula no esférica. Se determina para medios que se conformen por partículas que puedan identificarse individualmente. El proceso se realiza mediante la medición de peso de una cantidad conocida de partículas (se recomiendan de 100 a 300), se obtiene el diámetro a partir de la densidad de partícula.	<p><b>Diámetro equivalente:</b></p> $d_{eq} = \left( \frac{6 * m}{N * \pi * \rho_p} \right)^3 \quad (\text{Ec. 3-8})$ <p>Donde:  <math>d_{eq}</math>: diámetro equivalente (mm)  <math>m</math>: masa de la partícula (mg)  <math>N</math>: número de partículas utilizadas en el ensayo  <math>\rho_p</math>: densidad de partícula (mg/m<sup>3</sup>)</p>	Describe adecuadamente el diámetro predominante en el medio, por lo cual se utiliza en la mayoría de los modelos de expansión teóricos construidos con partículas no esféricas.	A pesar de que el procedimiento para su determinación es sencillo, se requiere invertir tiempo para pesar cada partícula. Lo anterior dificulta la posibilidad de replicar este procedimiento en plantas de tratamiento.
Diámetro de superficie	Corresponde al diámetro de una esfera que tiene la misma relación del área de la superficie externa y volumen, con respecto a la partícula.	<p><b>Diámetro de superficie:</b></p> $d_{sv} = \frac{1}{\sum \frac{x_i}{d_i}} \quad (\text{Ec. 3-9})$ <p>Donde:  <math>d_{sv}</math>: diámetro de superficie (mm)  <math>x_i</math>: fracción de masa de las partículas  <math>d_i</math>: rango de tamaño i</p>	Describe adecuadamente el diámetro predominante en el medio.	Se requiere invertir tiempo para separar cada partícula. Lo anterior dificulta la posibilidad de replicar este procedimiento en plantas de tratamiento.

Parámetro	Descripción	Fórmulas	Ventajas	Desventajas
Diámetro medio de partícula por Microscopio electrónico de barrido	Se describe la distribución de tamaño y el diámetro promedio de medio mediante microscopía electrónica de barrido. El procedimiento consiste en colocar la muestra en el microscopio y determinar el diámetro de cada partícula de manera aleatoria. Se recomienda realizar la lectura de diámetro de al menos 100 partículas para aportar representatividad al ensayo.	<p><b>Diámetro medio:</b></p> $d_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_i}{n} \quad (\text{Ec. 3-10})$ <p>Donde:  <math>d_m</math>: diámetro medio (mm)  <math>n</math>: número de partículas</p>	El principio del procedimiento es sencillo y los resultados representan directamente la distribución de tamaño de partículas tanto para el caso de partículas esféricas, como para partículas no esféricas.	El acceso a equipos especializados como el Microscopio Electrónico de Barrido es limitado en algunos casos.
Diámetro geométrico	Se utiliza el diámetro geométrico cuando se cuenta con medio filtrante tamizado en dos números de tamices consecutivos. Es decir, cuando se cuenta con un rango estrecho de partículas.	<p><b>Diámetro geométrico:</b></p> $d_g = \sqrt{d_{\text{tamiz pasando}} \cdot d_{\text{tamiz retenido}}} \quad (\text{Ec. 3-11})$ <p>Donde:  <math>d_g</math>: diámetro geométrico  <math>d_{\text{tamiz pasando}}</math>: último número de tamiz por el que pasó el medio filtrante (mm)  <math>d_{\text{tamiz retenido}}</math>: último número de tamiz por el que se retuvo el medio filtrante (mm)</p>	El cálculo para su obtención es muy sencillo, ya que solamente se requiere conocer el número de tamiz y su respectiva abertura.	Para materiales que se conformen por una distribución amplia de tamaño, se debe realizar inicialmente un análisis granulométrico.

Fuente: (Crittenden et al., 2012; Kaluderović Radoičić et al., 2014; Song et al., 2015; Yiğit Huncce et al., 2016)

Por otra parte, es necesario analizar si el tamaño de la partícula del medio granular se modifica cuando en ésta se genera un recubrimiento debido a la remoción de contaminantes durante la filtración. Knocke et al., (1991) analizaron el tamaño de partículas de arena sílica y antracita antes y después de remover el recubrimiento de óxido de manganeso de la superficie, y determinaron que no se genera un cambio significativo en el tamaño de la partícula. Por lo tanto, concluyen que la presencia de recubrimientos en el medio filtrante no genera modificaciones en el comportamiento del medio durante el retrolavado cuando se compara con el comportamiento del medio limpio. Por otra parte, Sharma et al., (2002) encontraron en su investigación que el tamaño de las partículas del medio de arena sílica utilizado para la remoción de hierro incrementa con el tiempo de uso. La razón de crecimiento del diámetro efectivo de la partícula varió, en promedio, de 0.7% a 20.7% por año. Además, realizaron un análisis granulométrico a partir del cual determinaron que no se presentó variación del coeficiente de uniformidad del medio, lo que indica que el crecimiento de las partículas se generó uniformemente para todo el medio y sugieren que tal comportamiento se justifica si se mezcla adecuadamente durante el retrolavado. Asimismo, concluyeron que la disminución de la densidad del medio recubierto es función del incremento en el diámetro efectivo; tal comportamiento se evidencia en la Figura 3-9.

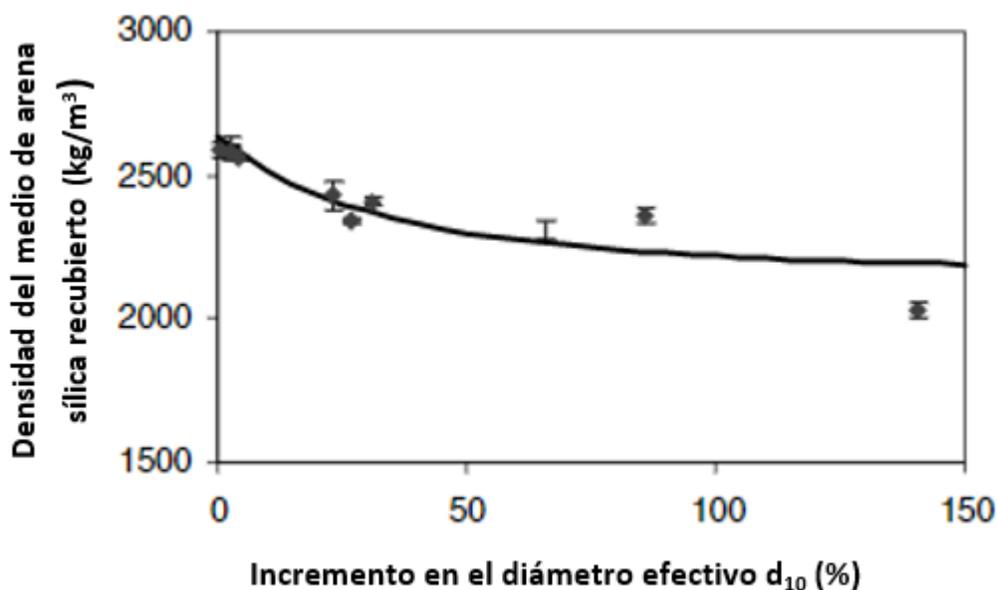


Figura 3-9. Disminución en la densidad de las partículas de arena sílica recubiertas en función del incremento del diámetro efectivo.

En este sentido se debe considerar la importancia que presenta el diámetro de la partícula sobre la expansión. Stevenson (1994) reportó que el incremento de 10% en el tamaño de la partícula representó un cambio del 21% en la tasa de retrolavado. Por lo tanto, es necesario analizar para cada caso la posible variación del diámetro de medio recubierto cuando se compara con el medio limpio.

### ***3.3.2.6 Geometría de la partícula***

Algunos de los modelos matemáticos que se han desarrollado para predecir el porcentaje de expansión que alcanza el medio durante el retrolavado asumen por simplicidad que las partículas son esféricas. Sin embargo, las partículas que componen los medios filtrantes comúnmente utilizados no presentan superficies esféricas, lo que afecta el diseño del filtro y el rendimiento del retrolavado de diversas maneras:

- La forma de la partícula afecta el tamaño representativo que se determina por análisis granulométrico. Esto porque para las partículas esféricas la abertura del tamiz corresponderá al diámetro de la partícula, pero para partículas no esféricas, la abertura del tamiz teóricamente corresponde a la mayor dimensión de la sección transversal de la partícula (Crittenden et al., 2012).
- La manera en la se acomodan las partículas del medio filtrante se define por la forma de las partículas que lo conforman, de acuerdo con una relación inversamente proporcional (Logsdon et al., 2002). La porosidad para partículas esféricas normalmente corresponde a 38%, pero la porosidad de medios filtrantes con formas irregulares oscila entre 40 a 60% (Crittenden et al., 2012). De esta manera, la forma de la partícula determina la cantidad del medio filtrante (en masa) que se requiere para obtener la altura deseada (Stevenson, 1994).
- Además, al definir la porosidad del medio filtrante, se modifica de igual manera la hidráulica del flujo (Crittenden et al., 2012). Lo anterior se debe a que el agua que se bombea a través del sistema experimenta resistencia debido a la composición del medio filtrante, la cual varía en función de la porosidad (Kulkarni, 2007).

La forma de la partícula se representa normalmente por la esfericidad, la cual corresponde a la relación entre el área superficial de una esfera con volumen equivalente y el área superficial de la partícula (Amirtharajah & Cleasby, 1972). En la práctica, la esfericidad es la medida en la que la partícula se asemeja a una esfera (Logsdon et al., 2002).

A nivel práctico, es posible determinar la esfericidad de la partícula de diversas formas. Una de las alternativas consiste en realizar ensayos de expansión en una columna de ensayo y a partir de los resultados obtenidos, se procede a despejar el valor de esfericidad de modelos matemáticos (Radoičić et al., 2014). Se podría utilizar el modelo desarrollado por Dharmarajah & Cleasby (1986), el cual se presenta en la Ec. 3-11; o el modelo construido por Soyer & Akgiray (2009b), el cual se describe en la Ec. 3-12.

$$\log(\varphi) = 0.56543 + 1.09348 * \log Re_1 + 0.17979 * (\log Re_1)^2 - 0.00329 * (\log Re_1)^4 \quad (\text{Ec. 3-12})$$

$$\varphi = \frac{\varepsilon^3}{(1 - \varepsilon)^2} * \frac{\psi^3 * d_{eq}^3 * \rho * (\rho_p - \rho) * g}{216 * \mu^2} \quad (\text{Ec.3-12-1})$$

$$Re_1 = \frac{\psi * d_{eq} * \rho * V}{6\mu * (1 - \varepsilon)} \quad (\text{Ec. 3-12-2})$$

$$\log \varphi = \log(3.137 * Re_1 + 0.673 * Re_1^{1.766}) - (0.930 + 0.274 * \log Re_1)(-\log \psi)^{1.262} \quad (\text{Ec. 3-13})$$

Donde,  $\varphi$ : parámetro de retrolavado,  $Re_1$ : número de Reynolds modificado,  $\varepsilon$ : porosidad del medio expandido,  $\psi$ : esfericidad del medio,  $\rho$ : densidad del agua ( $\text{kg/m}^3$ ),  $g$ : constante de gravedad ( $\text{m/s}^2$ ),  $\mu$ : viscosidad cinemática ( $\text{kg/ms}$ ) y  $V$ : velocidad de retrolavado ( $\text{m/s}$ )

Además, se puede determinar el valor de esfericidad mediante ensayos experimentales de pérdida de carga de medio filtrante en columnas de ensayo (Haarhoff & Vessal, 2010). Los resultados obtenidos en estas pruebas se utilizan para despejar el valor de esfericidad de la ecuación de pérdida de carga en medios fijos, la cual corresponde a la desarrollada por Ergun (1952) y se describe en la ecuación 3-13.

$$(\text{Ec.3-14})$$

$$h = k_v * \frac{(1 - \varepsilon)^2}{\varepsilon^3} * \frac{\mu * L * V}{\rho * g * d^2} + k_l * \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon^3} * \frac{L * V^2}{g * d}$$

Donde,  $k_v$ : constante de pérdida de carga debido a fuerzas viscosas y  $k_l$ : constante de pérdida de carga debido a fuerzas inerciales.

Los procedimientos anteriores presentan la desventaja de que se pueden reproducir solamente si se cuenta con una unidad experimental, ya que se requieren datos experimentales para resolver las ecuaciones. Por lo tanto, se limita la posibilidad de realizar estos ensayos en plantas de tratamiento si no se cuenta con ensayos experimentales.

Por otra parte, Sholji (1987) definió la esfericidad de la partícula como la relación del diámetro hidráulico de igual volumen al diámetro geométrico de la partícula, la relación se evidencia en la (Ec. 3-15).

$$\psi = \frac{d_h}{d_g} \quad (\text{Ec. 3-15})$$

Donde,  $d_h$ : diámetro hidráulico.

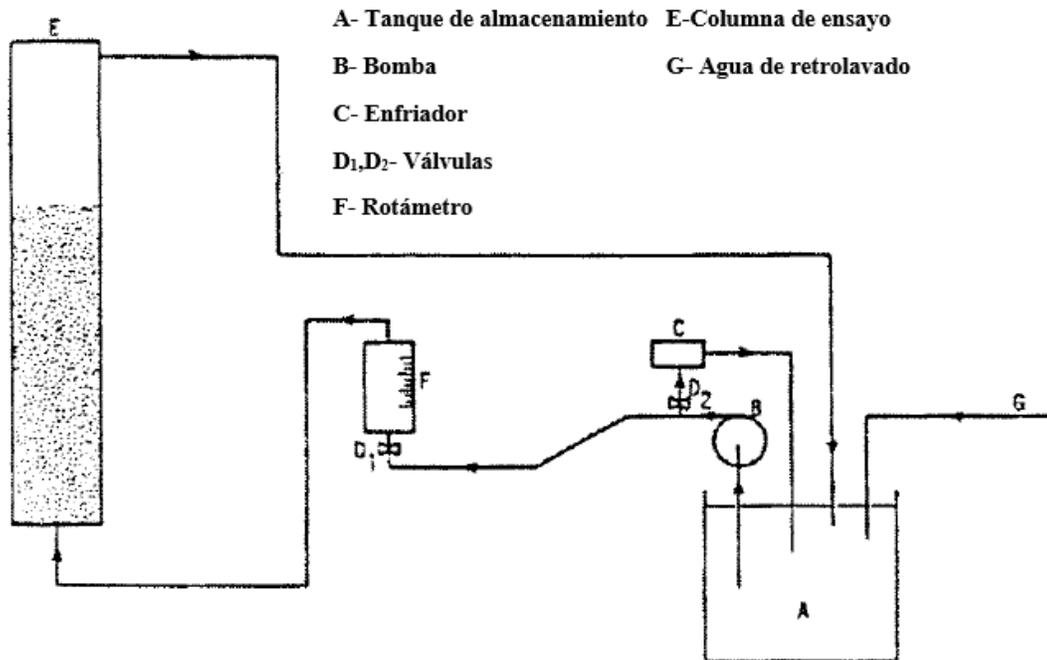
Los valores de esfericidad de los medios filtrantes más comunes que se reportan en la literatura corresponden realmente a parámetros empíricos de ajuste para pérdida de carga y no a mediciones independientes de forma (Haarhoff & Vessal, 2010). De esta manera, se ha concluido que otras variables, como la porosidad, representan mayor impacto en el diseño del filtro y que la selección arbitraria de un valor de esfericidad no aporta en gran magnitud a la precisión de las ecuaciones de diseño (Crittenden et al., 2012).

### 3.3.3 Ensayos experimentales de expansión

Considerando la importancia que representa la expansión del medio filtrante sobre el rendimiento de la filtración, los ensayos de expansión en unidades experimentales se han convertido en una herramienta fundamental para la comprensión del fenómeno (Brouckaert et al., 2006b).

Las unidades experimentales se conforman normalmente por columnas de ensayo circulares en donde se coloca el medio filtrante. La expansión durante el retrolavado se mide directamente utilizando marcas permanentes en la columna en donde se especifique el nivel operacional del medio (altura fija del medio o altura inicial del medio), estas también se

pueden colocar a lo largo de la columna para mostrar la distancia a la que se expande el medio. Además, se utilizan medidores de caudal, como los rotámetros, para conocer la velocidad de retrolavado. En algunos casos, con el fin de evaluar el efecto de la temperatura de retrolavado, se incluyen equipos enfriadores en el sistema. Asimismo, debido a que en la mayoría de los casos se trabaja con medio limpio, se utilizan tanques de almacenamiento y bombas centrífugas para recircular el agua de retrolavado a través del sistema (Logsdon et al., 2002; TOP, 2006). El uso de columnas de ensayo presenta la ventaja de que se permite observar la altura total del medio durante el retrolavado, por lo que se evidencia el comportamiento del medio (Brouckaert et al., 2006b). La configuración típica de las unidades experimentales para ensayos de retrolavado se muestra en la Figura 3-10.



**Figura 3-10. Configuración típica de la unidad experimental para ensayos de expansión. Adaptado de Akkoyunlu (2003).**

Una de las limitaciones que se registran al trabajar con unidades experimentales consiste en que el medio filtrante no se asentará completamente después del retrolavado debido al diámetro de la columna, este comportamiento se presenta en diámetros menores o iguales a 6 pulgadas (Logsdon et al., 2002). Por lo tanto, se debe compactar el medio después de cada retrolavado, hasta que el disturbio de la columna no cause compactación adicional; de lo

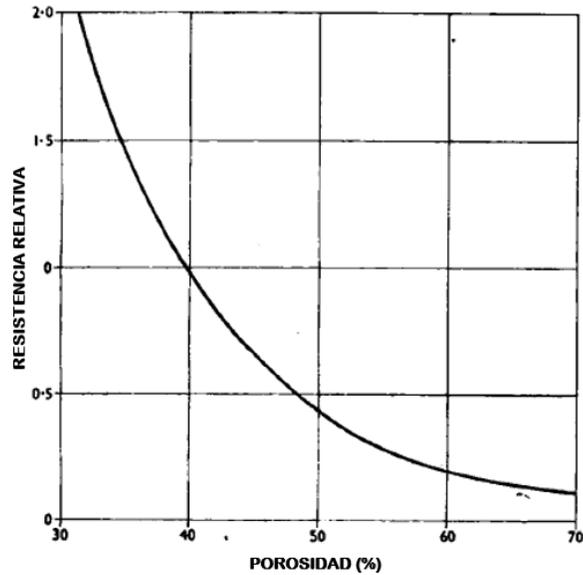
contrario, se podrían registrar alturas de retrolavado erróneas en los ensayos (Amirtharajah, 1971).

Por otra parte, los ensayos de expansión realizados en unidades experimentales pretenden asegurar que los resultados obtenidos a nivel experimental se reproducen satisfactoriamente a escala real (plantas de tratamiento de agua potable) (Brouckaert et al., 2006). Por lo tanto, se debe registrar adecuadamente las velocidades de retrolavado con el respectivo porcentaje de expansión, y para ambos casos (unidad experimental y planta de tratamiento) se debe contar con la información relacionada a la temperatura del agua de retrolavado y las características físicas del medio filtrante, con el fin de realizar una comparación adecuada entre ambos escenarios. Asimismo, surge la necesidad de analizar si las condiciones de la unidad experimental producen un efecto sobre la expansión del medio filtrante, en donde la columna de ensayo en la que se coloca el medio ha recibido especial atención (Akgiray & Soyer, 2006).

### ***3.3.3.1 Relación diámetro columna – diámetro partícula***

Roblee et al. (1958) encontraron en su investigación que la porosidad del medio mostró un comportamiento oscilatorio en la región cercana a la pared de la columna, alcanzado un valor constante aproximadamente 4 a 5 diámetros de partículas desde la pared. Benenati y Brosilow (1962) manifestaron que la porosidad del medio varió de forma oscilatoria, en donde la amplitud disminuye conforme se aumenta la distancia de la pared, y no se observaron oscilaciones a una distancia mayor a 4.5 diámetros de partículas desde la pared. Asimismo, en la investigación realizada por Rose y Mech (1945) se demostró que la pared de la columna proporciona una reducción a la resistencia del flujo, ya que la porosidad en el medio es mayor en las capas cercanas a la pared de la columna en comparación con la porosidad en las capas más cercanas al centro del medio, y concluyeron que el flujo que pasa a través de la capa cercana a las paredes de la columnas es menos turbulento en comparación a aquel hacia el interior del medio filtrante.

En conclusión, el efecto pared surge de una combinación entre el aumento de la porosidad y los pasajes de flujo menos turbulentos en la capa de medio adyacente al contenedor de la pared. En la Figura 3-11, se muestra la relación entre la resistencia del flujo y la porosidad del medio filtrante.



**Figura 3-11. Variación de la resistencia relativa del flujo en función de la porosidad del medio. Adaptado de Rose y Mech, (1945).**

Con el fin de justificar la variación en la porosidad del medio, se han dirigido investigaciones en donde se relaciona la variación de la porosidad promedio del medio con la relación entre el diámetro de la partícula y el diámetro de la columna, y se encontró que para relaciones de diámetro columna y diámetro partícula entre 1 y 2 la variación de la porosidad se representa en forma de parábola, se observó una disminución exponencial de la variación de la porosidad para relaciones de diámetro columna y diámetro partícula que se encuentren entre 2 y 10, y se obtuvieron valores de porosidad constantes en las relaciones mayores a 10 (Carman, 2008). Además, se encontró una relación lineal entre la relación inversa del diámetro columna-diámetro partícula y la porosidad del medio, bastante similar a una función de decaimiento exponencial (Rose & Mech, 1945).

La variación de la porosidad del medio en la región cercana a la pared influye en la caída de presión, la retención de fluidos, la velocidad lineal y la distribución del tiempo de residencia (De Klerk, 2003). De esta manera, Rose y Mech (1945) demostraron que la velocidad se mantiene constante a través del medio filtrante, excepto en un anillo alrededor de la pared de la columna, en donde la velocidad es aproximadamente 50% mayor que en cualquier otro punto del medio debido al aumento de la porosidad.

De acuerdo con Akgiray y Soyer (2006), los efectos pared se deben considerar cuando los datos obtenidos en columnas pequeñas se usan para derivar una correlación que se pretende

aplicar a equipo de escala industrial, o cuando una correlación aplicable directamente a columnas de gran tamaño se desea aplicar a columnas de menor tamaño. Por lo tanto, es importante cuantificar con precisión las variaciones de porosidad en pequeñas proporciones de columna diámetro y diámetro de partícula (De Klerk, 2003).

### 3.4 MODELOS PREDICTIVOS DE EXPANSIÓN

Considerando que no es posible observar la expansión del medio en las plantas de tratamiento, se han desarrollado una serie de modelos matemáticos (Akgiray & Saatçi, 2001; Amirtharajah & Cleasby, 1972; Dharmarajah & Cleasby, 1986; Richardson & Zaki, 1954; Sholji, 1987; Soyer & Akgiray, 2009; Wen & Yu, 1966) en los que se consideran las diferentes condiciones operativas involucradas en el retrolavado, con el fin de predecir la expansión del medio filtrante. Se busca que estos modelos resulten útiles fuera de un entorno de laboratorio estrechamente controlado, tanto para la etapa de diseño del filtro como para la optimización del retrolavado, y se pretende que los datos de entrada requeridos estén disponibles en las plantas de tratamiento de agua potable (Brouckaert, Amirtharajah, Brouckaert, & Amburgey, 2006b).

#### 3.4.1 Propiedades de los medios fluidizados

La mayoría de modelos matemáticos que se han desarrollado previamente para determinar la expansión del medio filtrante durante el retrolavado, incorporan las siguientes propiedades de sistemas fluidizados (Akgiray & Saatçi, 2001; Amirtharajah & Cleasby, 1972; Sholji, 1987):

1. Se considera un sistema con cantidad constante de sólidos, que se expande en una columna de sección transversal constante, desde un valor de porosidad altura inicial, a un valor de porosidad y valor de altura final. Igualando el volumen de sólidos antes y después de la expansión, se obtiene:

$$l_o (1 - \varepsilon_o) = l_e (1 - \varepsilon) \quad (\text{Ec. 3.16})$$

Donde,  $l_0$ : altura inicial o altura de medio fijo (cm),  $l_e$ : altura final o altura de medio expandido.

2. La segunda propiedad surge a partir del hecho de que una partícula del medio filtrante suspendida en un fluido requiere que la fuerza de arrastre del fluido que la está desplazando debe contrarrestar exactamente la fuerza de gravedad. En efecto, la pérdida de carga a través del lecho fluidizado debe igualar el peso boyante de las partículas que conforman el medio, y mantenerse constante en el sistema fluidizado con cantidad constante de partículas. Para cada unidad de medio filtrante retrolavado, la premisa anterior conduce a la siguiente ecuación de pérdida de carga constante:

$$h \rho_f g = l_e (\rho_p - \rho_f) g (1 - \epsilon) \quad (\text{Ec. 3.17})$$

Donde,  $\rho$ : densidad del fluido ( $\text{kg/m}^3$ ).

3. Richardson y Zaki (1954), determinaron que la relación entre la velocidad superficial de retrolavado o la velocidad de fluidización y la velocidad de asentamiento de una partícula es función de la porosidad de expansión instantánea, y generalmente se expresa como:

$$\frac{V}{V_s} = \epsilon^n \quad (\text{Ec. 3.18})$$

Donde,  $V_s$ : velocidad de asentamiento sin obstáculos de la partícula individual del medio filtrante y  $n$ : coeficiente de expansión, el cual varía en función de los diferentes regímenes de flujo.

### 3.4.2 Modelos de expansión reportados en la literatura

Muchos autores basaron sus correlaciones para predecir el porcentaje de expansión en la función del porcentaje de vacíos. Idealmente, una ecuación que relacione la velocidad y el vacío con el fin de predecir el porcentaje de expansión que alcanza el medio filtrante tendría las siguientes características: i) se basa en un modelo físico admisible; ii) debe ser aplicable a partículas tanto esféricas como no esféricas; iii) debe ser aplicable tanto para lechos fijos como para lechos fluidizados, hasta el límite en donde la porosidad tiende a 1 ( $\epsilon \rightarrow 1$ ); y iv)

debe tomar en cuenta los efectos de la pared de la columna de ensayo de manera correcta y precisa (Akgiray & Soyer, 2006; Amirtharajah, 1971; Brouckaert, 2004). En este sentido, es importante considerar que las aplicaciones de ingeniería involucran lechos de partículas en expansiones bajas. En este caso, expansión baja se representa por las porosidades inferiores a 0.9, las cuales están muy por encima de las porosidades observadas para los medios filtrantes comunes durante el retrolavado (0.5 – 0.7) (Amirtharajah, 1971; Logsdon et al., 2002). Por lo tanto, la extensión de los modelos de lecho fijo a lechos fluidizados puede proporcionar el método de correlación más indicado.

Se han realizado importantes aportes en la predicción de la expansión del medio filtrante, los principales modelos reportados en la literatura se muestran en el Cuadro 3-5. Las primeras ecuaciones para predecir el porcentaje de expansión del medio durante el retrolavado fueron desarrolladas por Fair, Hatch, y Hudson (1933), estas representaban el comportamiento de fluidización bajo condiciones de flujo laminares, exclusivamente. Durante los siguientes años, se realizó un esfuerzo por extender el modelo de fluidización a la condición del flujo turbulento, la ecuación que se describe en el artículo de Wen y Yu (1966) representa una manera simplificada para predecir la velocidad mínima de fluidización (Ec.3.20). En este modelo se considera que la relación de la fuerza gravitacional efectiva sobre la partícula y la fuerza de arrastre es muy sensible al coeficiente de expansión (Ec. 3.18). Por lo tanto, desarrollaron una relación funcional alternativa entre el porcentaje de vacíos y un parámetro de retrolavado. Es importante considerar que los modelos de esta forma se construyeron con medios constituidos por partículas esféricas, por tanto, se debe verificar su precisión para medios con partículas no esféricas.

Otro enfoque de modelo predictivo de expansión de medio filtrante reportado en la literatura corresponde al que expresa la expansión del medio filtrante en términos de variables individuales, tales como la esfereicidad de las partículas, el porcentaje de vacíos del medio, la viscosidad del fluido, la velocidad superficial del agua de retrolavado, el diámetro de las partículas y la densidad de las partículas y el fluido. Este tipo de modelo fue sugerido por Dharmarajah y Cleasby (1986), donde se encontró el poder de cada variable individual al retroceder con datos experimentales (Ec.3.24). Las potencias en este modelo de mínimos cuadrados se encontraron ajustándolas con amplios datos experimentales. Este tipo de modelo representa “el estado del arte” de los modelos de expansión. Recientemente, Soyer

& Akgiray (2009) realizaron un esfuerzo por mejorar la precisión de predicción del modelo propuesto por Dharmarajah y Cleasby, la ecuación representa la misma forma y los coeficientes de cada variable se ajustó con amplios datos experimentales (Ec.3.24). La principal dificultad que presentan este tipo de modelos consiste en que su resolución se puede realizar solamente por cálculos iterativos, por tanto, es necesario contar con un programa de computación al utilizar este tipo de modelos.

Además, Sholji (1987) desarrolló un modelo en donde se trata de incorporar todas las variables del modelo anterior en una ecuación a través de suposiciones físicas y de la ecuación de la continuidad utilizando una consideración axiomática de continuidad para cualquier régimen de flujo (Ec.3.26), en lugar de la ecuación desarrollada por Richardson y Zaki (1954); este modelo puede ser usado para cualquier condición hidráulica. La desventaja de este modelo radica en que presenta como variables de entrada coeficientes que se obtienen solamente mediante ensayos experimentales.

Por otra parte, Akgiray & Saatçi (2001) realizaron un esfuerzo por extender la ecuación de Ergun, la cual calcula la pérdida de carga en el medio fijo, para la resolución de la porosidad expandida del medio durante el retrolavado (Ec.3.30). Este modelo representa la ventaja de que su resolución se realiza de manera sencilla, sin embargo, presenta como variables de entrada coeficientes de pérdida de carga. Los autores mencionan que los coeficientes obtenidos en su investigación se pueden utilizar para predecir la expansión del medio filtrante, sin embargo, es necesario realizar mayor investigación para confirmar la certeza de esta premisa.

**Cuadro 3-5. Modelos predictivos de expansión de medio filtrante en la literatura.**

Modelo No.	Ecuaciones	Autor /Año
Ec.3.19 Ec.3.19.1	$\frac{V}{V_s} = \varepsilon^n$ $1 < Re < 200$	Richardson & Zaki (1954)
Ec.3.20	$Ga * \varepsilon^{4.7} = (18 Re_1 + 2.7 Re_1^{1.687})$	Wen & Yu, (1966)
Ec.3.21	$dGa/Re^e = (af(\varepsilon)^b)^c$ donde: $a = 1.21, b = 1.25$ si $\varepsilon < 0.85$ ; $a = 0.77, b = 2.70$ si $\varepsilon > 0.85$ ; $c = 1, d = 1/18, e = 1$ si $Ga < 18$ . $c = 1.4, d = 1/13.9, e = 1.4$ si $18 < Ga < 10^5$ ; $c = 2, d = 3, e = 2$ si $Ga > 10^5$ $f(\varepsilon) = (1 - 1.21 (1 - \varepsilon)^{23})^{-1}$	Riba & Couderc, (1977)
Ec.3.22 Ec.3.22.1 Ec.3.22.2	$Re_{p\infty} / Re_p = 1 + 2.35 (d/D)$ $\varepsilon^{5.14} + 0.048 \varepsilon^{2.28} Re_p^{\varepsilon+0.2} = Re_p (1 + 0.06 Re_p^{\varepsilon+0.2}) / Re_p$ si $\varepsilon \leq 0.85$ $\varepsilon^{5.14} + 0.06 \varepsilon^{3.65} Re_p^{\varepsilon+0.2} = Re (1 + 0.06 Re_p^{\varepsilon+0.2}) / Re_p$ si $\varepsilon > 0.85$	Garslde & Al-Dibouni, (1977)
Ec.3.23 Ec.3.23.1 Ec.3.23.2 Ec.3.23.3 Ec.3.23.4	$1.61 \psi^{1.35} \varepsilon^{-4.94} = (Ar / 0.75 * (24Re + C_1 Re^2))$ , donde: $C_1 = 2.53 - 0.280 \varepsilon^{2.3 \psi}$ , si: $\psi < 0.8$ ; $Re = 200 - 500$ $C_1 = 2.53 - 0.615 \varepsilon^{1.27 \psi}$ , si: $0.8 < \psi < 0.906$ ; $Re = 200 - 500$ $C_1 = 2.25 (Re / 1.33 * 10^6)^{0.216 \psi}$ , si: $\psi < 0.8$ ; $Re = 500 - 3000$ $C_1 = 0.8 (100 / Re)^{0.34}$ , si: $\psi = 1$	Limas-Ballesteros, Riba, & Courderc, (1982)
Ec.3.24	$\log Al = 0.56543 + 1.0934 \log Re_1 + 0.17979 (\log Re_1)^2 - 0.00392 (\log Re_1)^4$	Dharmarajah & Cleasby, (1986)
Ec.3.25	$\varepsilon^{4.8} Ga = Re^2 ((17.3/Re)^\alpha + 0.336^\alpha)^{1/\alpha}$	Gibilaro, Di

Modelo No.	Ecuaciones	Autor /Año
Ec.3.25.1	$\alpha = 2.55 - 2.1 [\tanh(20 \varepsilon - 8)]^{1/3}$	Felice, Waldram, & Foscolo, (1986)
Ec.3.26	$\frac{L}{L_0} = \frac{k_1 * (1 - \rho_0)}{[1/(\frac{v}{v_s})]^{1/2}}$	Sholji, (1987)
Ec.3.27	$Ar * \varepsilon^{4.8} = 17.3 Re_1 + 0.336 Re_1^2$	Foscolo, Gibilaro, & Waldram, (1983)
Ec.3.28	$Ar * \varepsilon^{4.73} = 20.4 Re_1 + 1.44 Re_1^{1.8}$	Hartman, Trnka, & Havlín, (1992)
Ec.3.29	$Ar * \varepsilon^\beta = 18 Re_1 + 2.7 Re_1^{1.687}$ , donde: $\beta = 4.7 / 0.65 * \exp [ - (1.5 - \log Re_1)^2 / 2 ]$	Di Felice, (1994)
Ec.3.30	$\varepsilon = \sqrt[3]{X + \sqrt{X^2 + Y^3}} + \sqrt[3]{X - \sqrt{X^2 + Y^3}}$	Akgiray & Saatçi, (2001)
Ec.3.30.1	$X = \frac{\mu * v}{2g * (\rho_p - \rho) * d^2} * (k_v + \frac{k_l * \rho * v * d}{\mu})$	
Ec.3.30.2	$Y = \frac{k_v * \mu * v}{3g * (\rho_p - \rho) * d^2}$	
Ec.3.31	$\log \varphi = \log(3.137 * Re_1 + 0.673 * Re_1^{1.766}) - (0.930 + 0.274 * \log Re_1)(-\log \psi)^{1.262}$	Soyer & Akgiray, (2009)
Ec.3.31.1	$\varphi = \frac{\varepsilon^3}{(1 - \varepsilon)^2} * \frac{\psi^3 * d_{eq}^3 * \rho * (\rho_p - \rho) * g}{216 * \mu^2}$	
Ec.3.31.2	$Re_1 = \frac{\psi * d_{eq} * \rho * V}{6\mu * (1 - \varepsilon)}$	

### 3.5 REGRESIÓN LINEAL MÚLTIPLE

Debido a las dificultades prácticas que supone el uso de los modelos predictivos de expansión reportados en la literatura, se busca una alternativa para la construcción del modelo que resulte en una forma más sencilla y que las variables de entrada se encuentren fácilmente disponibles en plantas de tratamiento. Por tanto, considerando que la expansión es el resultado de la interacción de múltiples variables (ver sección 3.3.2), se considera un análisis de regresión lineal múltiple para construir un modelo predictivo de expansión.

La regresión lineal corresponde a un conjunto de técnicas estadísticas que son utilizadas para establecer una relación entre una variable dependiente o variable de respuesta, y más de una variable independiente o variables predictoras; con el fin de predecir el comportamiento de la variable dependiente a partir del comportamiento de las variables predictoras (Acuña, 2004). La regresión lineal generalmente utiliza el método de estimación de mínimos cuadrados ordinarios, del cual se obtiene la ecuación al minimizar la suma de los residuos al cuadrado. La ecuación que representa la relación se conoce como modelo de regresión (Dagnino, 2014), la forma del modelo se observa en la (Ec. 3-32).

$$y = \beta_0 + \beta_1 * x_1 + \beta_2 * x_2 + \dots + \beta_i * x_i + \varepsilon \quad (\text{Ec. 3-32})$$

Donde,  $y$ : variable dependiente,  $x$ : variable independiente,  $\beta$ : coeficiente de regresión del modelo de regresión y  $\varepsilon$ : error aleatorio.

En la ecuación (Ec. 3-32) se admite que todos los factores o causas que influyen en la variable dependiente pueden dividirse en dos grupos: en el primero se contiene a las variables independientes y el segundo incluye un conjunto amplio de factores no controlados que se agrupan bajo el nombre de perturbación o error aleatorio. El error aleatorio provoca que la dependencia entre las variables dependientes y la variable independiente no sea perfecta, sino que esté sujeta a incertidumbre (UCM, 2010). Los modelos de regresión lineal múltiple presentan la ventaja de que son sencillos de resolver (Rojo, 2008), lo cual facilitaría su uso por operarios en plantas de tratamiento de agua potable.

### 3.5.1 Selección de variables independientes

La selección de las variables predictoras del modelo representa un procedimiento de suma importancia en el análisis de regresión lineal. Se debe considerar que no todas las variables predictoras presentan igual importancia, por lo tanto, es más eficiente trabajar con un modelo donde las variables importantes estén presentes y no se incluya las que tienen poca importancia (Marín, 2013). Además, algunas variables podrían perjudicar la confiabilidad del modelo, especialmente si se encuentran correlacionadas con otras. Por otra parte, a nivel económico, representa mayor conveniencia utilizar un modelo con pocas variables. Asimismo, se busca que el modelo ajuste adecuadamente los datos experimentales utilizando la menor cantidad de variables predictoras posibles, lo que permite que sus predicciones sean más confiables (Gutiérrez & De la Vara, 2008). En el Cuadro 3-6, se describen los principales métodos computacionales para la selección de las variables independientes en el modelo de regresión.

**Cuadro 3-6. Metodologías utilizadas para la selección de variables independientes en el modelo de regresión.**

Métodos	Descripción
Métodos “Stepwise”	El método consiste en elegir el mejor modelo en forma secuencial, pero incluyendo (o excluyendo) una sola variable independiente en cada paso de acuerdo con ciertos criterios. El proceso secuencial termina cuando una regla de parada se satisface. Existen tres algoritmos comúnmente utilizados: eliminación hacia atrás (se inicia con el modelo completo y en cada paso se elimina una variable), selección hacia adelante (al inicio se considera solamente la variable independiente que se encuentre más relacionada a la variable dependiente, y agregan variables hasta que se cumplan las condiciones establecidas), y la selección paso a paso (se inicia el proceso de evaluación con una sola variable independiente y en cada paso se añade otra, pero se analiza si algunas de las variables independientes ya incluidas puede ser eliminada).
Método de los mejores subconjuntos	Se utiliza en los casos en donde se consideren menos de 31 variables independientes. El método de los mejores subconjuntos ofrece información sobre el ajuste de varios modelos diferentes, permitiendo seleccionar un modelo con base en cuatro estadísticos diferentes. Se debe considerar que este procedimiento es automático y, por tanto, no considera la importancia práctica de ninguna de las variables independientes.

Fuente: (Acuña, 2004; Marín, 2013)

Por otra parte, cuando el efecto de un factor depende del nivel del otro factor, se considera la existencia de interacciones entre variables independientes (Rojo, 2008). La interpretación de la interacción es de vital importancia para entender cómo actúan los factores sobre la variable de respuesta, para acumular conocimiento sobre el caso en estudio (Gutiérrez & De

la Vara, 2008). Si se presentan interacciones entre las variables independientes, la incorporación de estas en el modelo, representarían un aumento sustancial en la confiabilidad de los resultados obtenidos en el análisis de regresión (Acuña, 2004).

### 3.5.2 Criterios de evaluación del modelo

#### 3.5.2.1 Pruebas de hipótesis en regresión lineal múltiple

En el análisis de regresión lineal múltiple es necesario evaluar en qué nivel el modelo (la línea recta) explica la relación entre la variable dependiente y las variables independientes, la primera forma de evaluación consiste en realizar una serie de pruebas de hipótesis sobre el modelo (Gutiérrez & De la Vara, 2008). Las pruebas de hipótesis consisten en investigar si lo afirmado por la hipótesis nula es verdad o no, la estrategia de prueba parte del supuesto de que  $H_0$  (hipótesis nula) es verdadera, y si los resultados de la investigación contradicen en forma suficiente dicho supuesto, entonces se rechaza  $H_0$  y se acepta la hipótesis alternativa ( $H_1$ ) (Acuña, 2004). El estadístico de prueba corresponde a un número calculado a partir de los datos y la hipótesis nula, cuya magnitud permite discernir si se rechaza o no la hipótesis nula (UCM, 2010). En el Cuadro 3-7, se mencionan las pruebas de hipótesis utilizadas en regresión lineal múltiple.

**Cuadro 3-7. Pruebas de hipótesis en regresión lineal múltiple.**

Prueba de hipótesis	Descripción	Hipótesis	Estadístico de prueba
Prueba F	La hipótesis global más importante sobre un modelo de regresión múltiple consiste en determinar si la regresión es significativa. Se determina la utilidad del modelo mediante la evaluación de todos los coeficientes de regresión de la variable predictora.	$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$ , es decir, todos los coeficientes de regresión del modelo son iguales a cero y por lo tanto no presentan una contribución significativa al explicar la variable dependiente. $H_1: \beta_i \neq 0$ para al menos un $i = 1, 2, \dots, k$ . Es decir, alguno de los coeficientes de regresión es distinto de cero, esto es, al menos una de las variables del modelo puede ser utilizada para explicar la variación de la variable dependiente.	Valor p de la prueba F
Prueba t	Se evalúa si el coeficiente de regresión de cada una de las variables independientes difiere significativamente de cero, con el fin de determinar si la asociación entre la respuesta y cada término incluido en el modelo	$H_0: \beta_i = 0$ ( $i=1,2,\dots,p$ ), o sea, el coeficiente del predictor es igual a cero y, por tanto, no genera aporte significativo en el modelo. $H_1: \beta_i \neq 0$ , es decir, el coeficiente de la variable predictora es diferente de cero y, por tanto, genera aporte significativo en el modelo.	Valor p de la prueba t

Prueba de hipótesis	Descripción	Hipótesis	Estadístico de prueba
	es estadísticamente significativa.		

Fuente: (Acuña, 2004; Gutiérrez & De la Vara, 2008; Marín, 2013)

### 3.5.2.2 *Coefficiente de determinación*

El coeficiente de determinación ( $R^2$ ) explica qué porcentaje de la variabilidad total de la variable dependiente puede ser explicada por las variables independientes, en consecuencia, corresponde a una medida de la capacidad de predicción del modelo (UCM, 2010). Además, el coeficiente de determinación puede analizarse como una medida de la fuerza de asociación lineal entre la variable dependiente y las variables independientes (Rojo, 2008).

El resultado del coeficiente de determinación oscila entre 0 y 1. Cuanto más se encuentre su valor cercano de 1, mayor será el ajuste del modelo a la variable que se trata de explicar. De forma inversa, cuanto más cerca se encuentre su valor de 0, menos ajustado estará el modelo y, por tanto, menos fiable será (Gutiérrez & De la Vara, 2008).

El coeficiente de determinación se utiliza como un parámetro de comparación cuando se debe elegir entre diferentes modelos. Como una regla práctica, se debería elegir un modelo con  $k$  variables si al incluir una variable adicional el coeficiente de determinación no se incrementa en aproximadamente un 5% (Acuña, 2004).

### 3.5.2.3 *Varianza estimada del error*

La varianza estimada del error ( $S$ ) evalúa el nivel en el que el modelo describe la respuesta, se mide en las unidades de la variable de respuesta y representa la distancia que separa a los valores de los datos de los valores ajustados (Laguna, 2009). Sin embargo, un valor de varianza estimada del error bajo no indica por sí solo que el modelo cumple los supuestos estadísticos, se debe examinar las gráficas de residuos para verificar los supuestos (Gutiérrez & De la Vara, 2008).

#### 3.5.2.4 *Cp de Mallows*

El Cp de Mallows corresponde a un coeficiente a partir del cual se compara la precisión y el sesgo del modelo completo con modelos que incluyen un subconjunto de los predictores, por lo que es muy utilizado para elegir entre varios modelos de regresión (Gutiérrez & De la Vara, 2008). Por lo general, se buscan modelos en donde el Cp de Mallows sea pequeño y se encuentre cercano al número de predictores del modelo más la constante (Marín, 2013). Si el valor del Cp de Mallows es pequeño, se indica que el modelo es relativamente preciso (presenta valores bajos de varianza) para estimar los coeficientes de regresión verdaderos y pronosticar futuras respuestas (UCM, 2010).

#### 3.5.2.5 *Multicolinealidad*

La multicolinealidad en regresión consiste en una condición que se presenta cuando algunas variables independientes incluidas en el modelo están correlacionadas con otras variables independientes (UCM, 2010). La multicolinealidad representa una problemática porque puede incrementar la varianza de los coeficientes de regresión, generando múltiples consecuencias:

- Los coeficientes se consideran insignificantes mediante la prueba t, aún y cuando existe una relación significativa entre la variable dependiente y la variable independiente (Marín, 2013).
- Los coeficientes de los predictores muy correlacionados variarán ampliamente de una muestra a otra (Acuña, 2004).
- La eliminación de cualquier término muy correlacionado del modelo afectará considerablemente los coeficientes estimados de los demás términos muy correlacionados. Los coeficientes de los términos muy correlacionados incluso podrían presentar el signo incorrecto (UCM, 2010).

Para medir el grado de multicolinealidad se pueden examinar los factores de inflación de la varianza (FIV), los cuales representan el incremento en la varianza debido a la presencia de multicolinealidad. Si el valor del FIV es igual a 1, se concluye que las variables independientes no están correlacionadas; si se encuentra entre 1 y 5, se indica que las variables independientes son moderadamente correlacionadas; y si el valor es mayor a 5, se señala que las variables independientes son altamente correlacionadas (Acuña, 2004). En este sentido, se

consideran valores adecuados del FIV entre 1 y 5 (UCM, 2010). Por otra parte, si la correlación de una variable independiente con otras variables independientes es casi perfecta, los valores del FIV por lo general superan un mil millones (Marín, 2013).

Cuando en el modelo se agregan interacciones y términos de orden superior, se aumenta la multicolinealidad entre las variables independientes. Una alternativa para reducir esta fuente de multicolinealidad corresponde a la estandarización de los predictores, lo cual permite mejorar la precisión de la estimación de los coeficientes de regresión (UCM, 2010). Asimismo, una solución alternativa a la multicolinealidad representa la eliminación de las variables independientes muy correlacionadas, debido a que suministran información redundante, su eliminación no suele reducir drásticamente el coeficiente de determinación (Rojo, 2008).

### **3.5.3 Supuestos estadísticos del modelo**

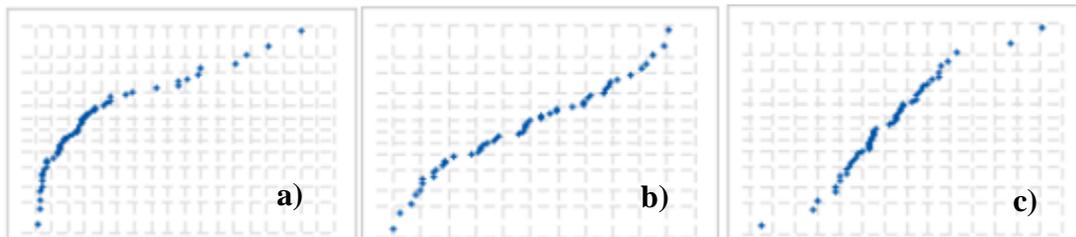
La interpretación del modelo de regresión se debe acompañar de una evaluación para verificar los supuestos estadísticos del modelo, a partir de los cuales se describe la confiabilidad de los resultados obtenidos en el análisis de regresión. Estos supuestos corresponden a: normalidad, varianza constante e independencia (Acuña, 2004). Con el fin de prevenir en lo posible que los supuestos no se violen, se deben aplicar tres principios básicos del diseño de experimentos: repetición, aleatorización y bloqueo (tomar en cuenta todos los factores que puedan afectar la respuesta adecuada).

Es una práctica común utilizar la muestra de residuos para comprobar los supuestos del modelo, ya que si los supuestos se cumplen, los residuos o residuales se pueden ver como una muestra aleatoria de una distribución normal con media cero y varianza constante (Marín, 2013). Los residuos se definen como la diferencia entre la respuesta observada y la respuesta predicha por el modelo, lo cual permite realizar un diagnóstico más directo de la calidad del modelo, ya que su magnitud señala qué tan bien describe a los datos experimentales para la construcción del modelo (Gutiérrez & De la Vara, 2008). A continuación, se describen los supuestos estadísticos y los respectivos diagnósticos para su evaluación.

### 3.5.3.1 Normalidad de los residuos

Uno de los supuestos estadísticos del modelo de regresión consiste en que los residuos presenten una distribución de probabilidad normal (Laguna, 2009). La falta de normalidad de los errores provoca que los estimadores no sean eficientes, y que los intervalos de confianza de los parámetros del modelo y las pruebas estadísticas no sean exactos (Marín, 2013).

Para verificar la normalidad de los errores se pueden utilizar gráficos de normalidad, en el cual se grafican los errores versus los valores que se esperarían si existiera normalidad. Habrá normalidad si los puntos se alinean cerca de la línea que pasa por el origen, de lo contrario, los errores no presentarían una distribución normal (UCM, 2010). Cabe enfatizar el hecho de que el ajuste de los puntos a una recta no tiene que ser perfecto, dado que el análisis de varianza resiste pequeñas y moderadas desviaciones al supuesto de normalidad (Gutiérrez & De la Vara, 2008). En la Figura 3-12 se muestran ejemplos de gráficos para verificar la normalidad de los residuos de regresión.



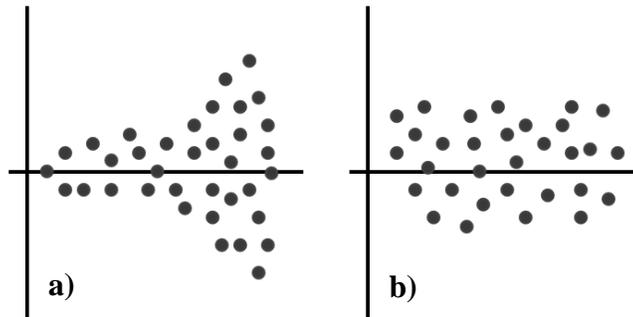
**Figura 3-12. Ejemplos de gráficos de normalidad de residuos. a) y b) no cumplen comportamiento normal. c) sí cumple comportamiento normal. Fuente: (Acuña, 2004).**

### 3.5.3.2 Varianza constante

El supuesto estadístico que indica que, en el modelo de regresión lineal múltiple los errores tienen varianza constante es importante para que los estimadores mínimos cuadrados sean óptimos. El fenómeno de varianza constante también se conoce como homocedasticidad. En la mayoría de los casos, la varianza no constante se acompaña con el hecho de que no hay normalidad (Acuña, 2004).

Para detectar si la varianza es constante se realiza un gráfico de residuales vs los valores ajustados. En el caso en que los puntos se alineen arbitrariamente alrededor de una franja

horizontal centrada en cero (sin ningún patrón claro y contundente), se indica varianza constante. Si, por el contrario, los puntos forman algún tipo de patrón, se indica una violación de la suposición de varianza constante (Gutiérrez & De la Vara, 2008). En la Figura 3-13 se presentan ejemplos de gráficos para verificar el supuesto de varianza constante.

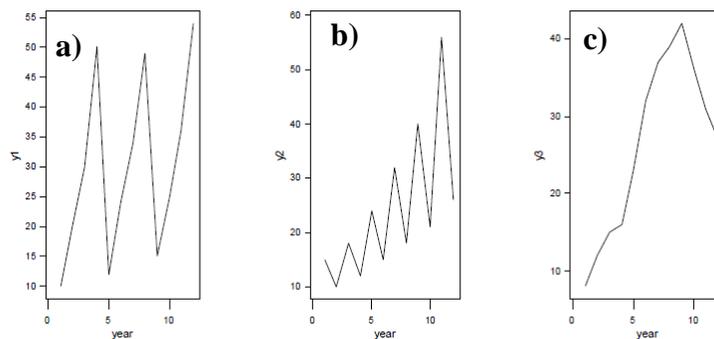


**Figura 3-13. Ejemplos de gráficos para verificar el supuesto estadístico de varianza constante. a) varianza no constante (patrón), b) varianza constante. Fuente: (UCM, 2010).**

### 3.5.3.3 *Independencia*

En el modelo de regresión se asumen que los errores son independientes entre sí, es decir, que se presenta autocorrelación negativa. La importancia de este supuesto afecta directamente la calidad de los estimadores, los contrastes individuales sobre los parámetros de la prueba t y la calidad de las predicciones del modelo (Granados, 2016). La violación de este supuesto generalmente indica deficiencias en la planeación y ejecución del experimento; además, se evidencia la aplicación incorrecta del principio de aleatorización (Marín, 2013).

La suposición de independencia en los residuos puede verificarse si se grafica el orden en el que se colectó un dato contra el residuo correspondiente. Por lo tanto, si al graficar en el eje horizontal el tiempo y en el vertical los residuos, se detecta una tendencia o patrón no aleatorio claramente definido, esto es evidencia de que existe una correlación entre los errores y, por lo tanto, el supuesto de independencia no se cumple (Laguna, 2009). En la Figura 3-14, se muestran ejemplos de gráficos para evaluar la independencia de los errores.



**Figura 3-14. Ejemplos de gráficos para verificar el supuesto estadístico de independencia de los errores. a) y b) errores independientes (autocorrelación negativa). c) errores dependientes (autocorrelación positiva). Fuente: (Acuña, 2004).**

### 3.5.4 Selección del tamaño de la muestra

Seleccionar el número de réplicas que se realizarán para cada tratamiento (réplicas) consiste en una decisión esencial en el diseño de experimentos (Acuña, 2004). A pesar de que se reportan varios métodos para estimar el tamaño muestral, presentan poca aplicabilidad porque requieren cierto conocimiento previo sobre la varianza del error experimental (Gutiérrez & De la Vara, 2008).

De acuerdo a Marín (2013), se recomienda que el número de réplicas en las situaciones experimentales en las que se involucran diferentes factores, varíe entre 5 y 10. Asimismo, indica que a menor diferencia esperada entre los tratamientos, mayor será la cantidad de réplicas necesarias para detectar diferencias significativas, y viceversa, es decir, si se esperan grandes diferencias entre tratamientos se podrían trabajar con menor cantidad de réplicas. Además, si se espera variación significativa dentro de cada tratamiento debido a la variación de fuentes no controladas, es necesario aumentar la cantidad de réplicas. Finalmente, si en el diseño experimental se incluyen más de cuatro tratamientos, se justifica la reducción en el número de réplicas.

## 4 MATERIALES Y MÉTODOS

El trabajo realizado corresponde a una investigación aplicada. Inicialmente, se realizó la caracterización física de los medios filtrantes en estudio. Seguidamente, se llevó a cabo el diseño y construcción de la unidad experimental para la realización de los ensayos de expansión. Posteriormente, se realizaron ensayos de expansión y análisis estadísticos para evaluar el efecto del diámetro de la columna de ensayo sobre la expansión del medio filtrante. Asimismo, se construyó el modelo predictivo de expansión a partir de ensayos de expansión, metodologías estadísticas para la selección de variables independientes del modelo y la evaluación de la calidad de ajuste de la regresión mediante el análisis de parámetros y supuestos estadísticos. Adicionalmente, se determinó la exactitud del modelo mediante la comparación entre la predicción de expansión del modelo y los resultados experimentales de expansión de medios filtrantes que no se utilizaron en el diseño del modelo. Finalmente, se comparó la respuesta de predicción del modelo con la respuesta de predicción de tres modelos de expansión reportados en la literatura y las curvas teóricas de expansión descritas en las fichas técnicas de los medios filtrantes.

### 4.1 SELECCIÓN Y EVALUACIÓN DE VARIABLES EXPERIMENTALES

#### 4.1.1 Caracterización física de los medios filtrantes

En función de lo descrito en la sección 3.3.2, la caracterización de los medios filtrantes consistió en la determinación de densidad de partícula (gravedad específica), porcentaje de vacíos del medio filtrante y el tamaño predominante de partícula del medio filtrante. Las pruebas para la determinación de la densidad de partícula y porosidad del medio se realizaron en el Laboratorio de Agua Potable y Agua Residual del edificio de Ingeniería Ambiental y en el Centro de Investigación en Protección Ambiental, y la prueba para la determinación del tamaño de partícula se llevó a cabo en el Centro de Investigación en Vivienda y Construcción (CIVCO).

Inicialmente, se llevó a cabo el lavado del medio filtrante necesario para todos los ensayos según lo descrito en la norma ASTM C117 “Standard Test Method for Materials Finer than 75- $\mu\text{m}$  (No 200) Sieve in Mineral Aggregates by Washing” (ASTM International, 2017). Seguidamente, se realizó el análisis granulométrico de cada medio filtrante de acuerdo con

la norma ASTM C136 “Standard Test Method for Sieve Analysis of Fine and Coarse Aggregates” (ASTM, 2014). Ambas metodologías se describen en el Apéndice 1

Posteriormente, considerando la importancia que representa el tamaño de la partícula sobre la expansión del medio filtrante (ver sección 3.3.2.5) y, por tanto, la necesidad de analizar con precisión la variable del tamaño durante la investigación, se realizó una selección de tamaño para algunos medios. Los medios y los tamaños se seleccionaron en función de la cantidad de medio disponible para los ensayos experimentales y los resultados del análisis granulométrico. Además, con el fin de replicar la distribución de tamaño de las partículas que se presenta a nivel de planta de tratamiento de agua potable, se utilizaron medios filtrantes tal cual su presentación de fábrica, es decir, sin realizar una selección previa de tamaño (material crudo). En el Cuadro 4-1, se resumen los medios filtrantes, las marcas comerciales y los respectivos tamaños de partículas utilizados a lo largo de la investigación, en el Anexo 1, se muestran las fichas técnicas de los medios.

**Cuadro 4-1. Medios filtrantes y tamaños de partícula utilizados para los ensayos experimentales.**

No.	Medio filtrante	Marca comercial	Rango de tamaño de partículas (mm)
1	Arena sílica	Clack	0.6 - 0.85
2	Arena sílica	Clack	0.85 - 1.12
3	Antracita	Clack	0.85 - 1.12
4	Piedra pómez	Fuente natural	0.85 - 1.12
5	Ag	Clack	0.075 - 2.5*
6	Resinas de intercambio iónico	Recintech CG10	0.15 - 1.18*
7	Turbidex™	Turbidex™	0.075 - 2.5 *

\*Material crudo

Para representar el diámetro de partícula se determinó el valor predominante de diámetro en el medio filtrante mediante la identificación del número de tamiz en donde se retiene la mayor cantidad de material en masa, el promedio de tamaño de partícula retenida en este tamiz se obtiene calculando el promedio geométrico de la abertura de diámetro de los dos tamices adyacentes (Baker & Herrman, 2002). En la ecuación (Ec. 4-1) **Error! Reference source not found.** se muestra la relación aplicada.

$$d_{geom} = \sqrt{d_{tamiz\ pasando} * d_{tamiz\ retenido}} \quad (\text{Ec. 4-1})$$

Donde,  $d_g$ : diámetro geométrico,  $d_{tamiz\ pasando}$ : último número de tamiz por el que pasó el medio filtrante (mm) y  $d_{tamiz\ retenido}$ : último número de tamiz por el que se retuvo el medio filtrante (mm).

Además, para los medios crudos, la medida de uniformidad del medio filtrante se calculó mediante el coeficiente de uniformidad del medio, el cálculo se presenta en la ecuación 4-2. Los datos requeridos se obtuvieron de la curva granulométrica de cada medio filtrante.

$$CU = \frac{d_{60}}{d_{10}} \quad (\text{Ec. 4-2})$$

Adicionalmente, considerando que no es posible obtener un valor de coeficiente de uniformidad para los medios filtrantes con rangos de tamaño seleccionados entre dos tamices adyacentes, se llevaron a cabo mediciones de diámetro mediante Microscopía Electrónica de Barrido. Con las mediciones se buscó verificar la uniformidad del tamaño de partícula. Las mediciones se efectuaron en el Laboratorio Institucional de Microscopía (LIM-TEC), con el microscopio SEM TM – 3000. Se realizaron mediciones para los medios de arena sílica (0.85 – 1.18 mm), antracita y piedra pómez. El procedimiento realizado se detalla en el APÉNDICE 1: CARACTERIZACIÓN FÍSICA DE LOS MEDIOS FILTRANTES

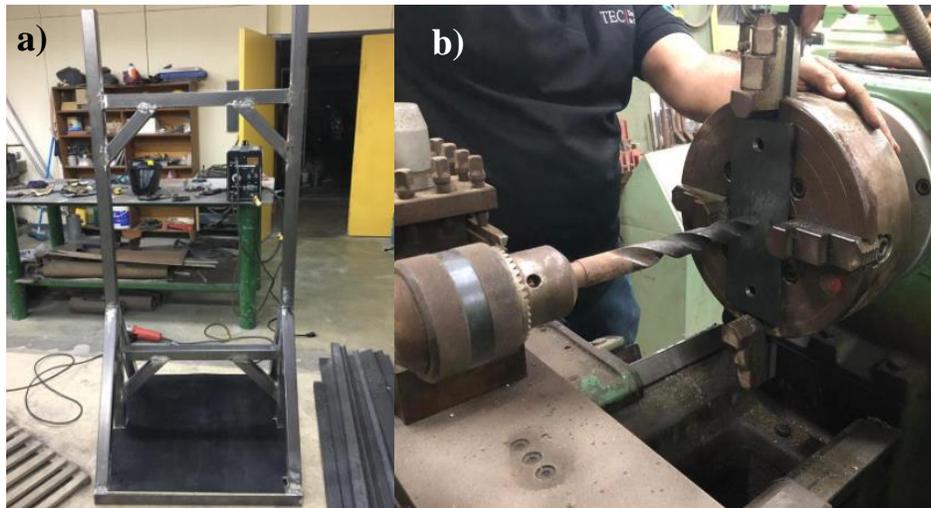
Por otra parte, la densidad de partícula y la porosidad del medio se determinaron de acuerdo con la metodología descrita por Happines (2014), el procedimiento se describe en el Apéndice 1.

Adicionalmente, considerando que la porosidad de medio de la piedra pómez es mayor a la reportada comúnmente para los medios filtrantes (Cuadro 3-2), se realizó un ensayo de trazadores para validar el resultado obtenido por la metodología descrita por Happines (2014). El ensayo de trazadores se realizó en función de la metodología detallada por Ergh (2005). La descripción del procedimiento se muestra en el Apéndice 1.

#### **4.1.2 Diseño y construcción de la unidad experimental**

Se diseñó el marco de la unidad experimental considerando que este debe soportar el peso de las columnas de ensayo con el medio filtrante. La construcción de la unidad experimental consistió inicialmente en la soldadura y pintura del marco. Asimismo, se llevó a cabo el corte

y la perforación de las piezas de apoyo para las columnas de ensayo. Esta etapa inicial de construcción se efectuó en el CIVCO. En la Figura 4-1, se muestra parte del proceso.



**Figura 4-1. Proceso de construcción de unidad experimental. a) Marco de la unidad experimental, b) perforación de piezas de apoyo para las columnas de ensayo.**

Seguidamente se llevó a cabo la instalación hidráulica de la unidad experimental en el CIPA, en donde se montaron las columnas de ensayo en el marco, se realizó la instalación de una bomba sumergible marca Vulcano para recircular el agua de retrolavado a través del sistema, se conectaron dos rotámetros marca Blue-White Industries para realizar la medición del caudal y las respectivas mangueras y válvulas de entrada y salida. En la Figura 4-2, se muestra la instalación de la bomba sumergible y en la Figura 4-3, se observa la unidad experimental construida.



**Figura 4-2. Instalación de bomba sumergible para la recirculación del agua.**



**Figura 4-3. Unidad experimental utilizada para ensayos de expansión de medio filtrante.**

El diámetro interno de las columnas de ensayo corresponde a 9.5 cm (columna 1) y 5 cm (columna 2), en la Figura 4-4 se muestra en detalle el diagrama de la unidad experimental. Se colocó medio de soporte en la sección inferior de cada columna con el fin de evitar la pérdida de material.

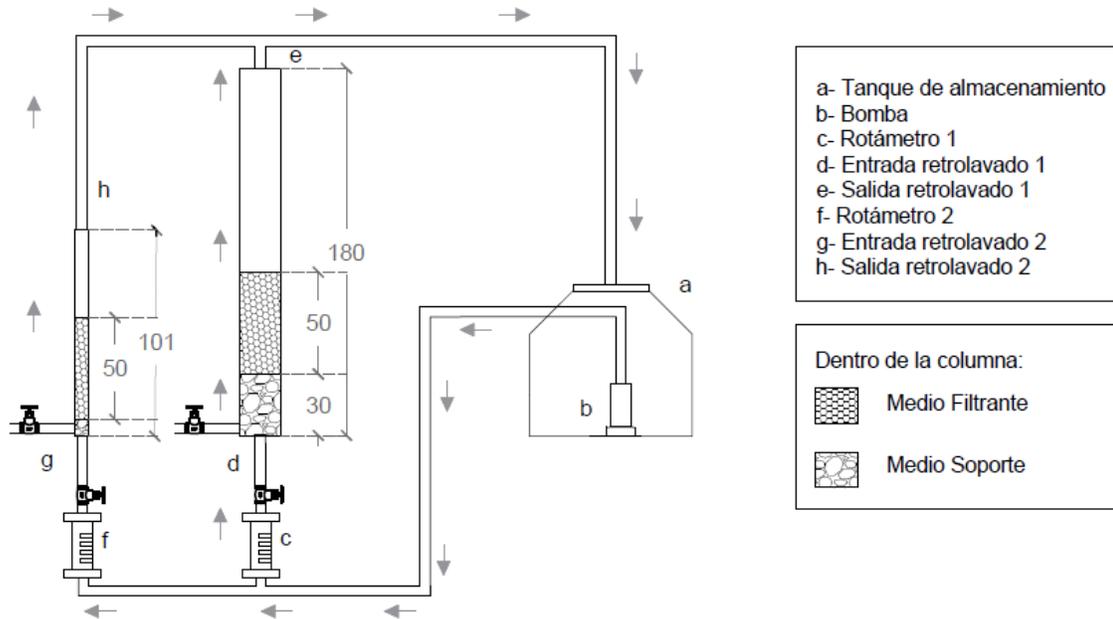


Figura 4-4. Diagrama de la unidad experimental utilizada para los ensayos de expansión.

#### 4.1.3 Evaluación del efecto del diámetro de la columna de ensayo sobre la expansión

En función de la cantidad de medio filtrante disponible para los ensayos experimentales y de su distribución granulométrica, se seleccionó el medio filtrante de arena sílica para esta prueba. Se realizaron 140 ensayos de retrolavado con dos rangos de tamaño: 0.6 – 0.85 mm y 0.85 – 1.18 mm, para explorar la relación diámetro columna - diámetro partícula. Se seleccionaron 5 velocidades de retrolavado experimentales para cada rango de tamaño y se realizaron 7 repeticiones por cada velocidad, considerando lo descrito para el tamaño de la muestra en la sección 3.5.4. Cada velocidad experimental se reprodujo en ambas columnas, con el propósito de comparar la expansión del medio filtrante que se alcanza durante el retrolavado a una misma velocidad en columnas con diferente diámetro, las velocidades experimentales se muestran en el Cuadro 4-2.

Cuadro 4-2. Velocidades experimentales de retrolavado para cada tamaño de arena sílica.

No.	Velocidades de retrolavado (m/h)	
	Arena sílica (0.6 - 0.85) mm	Arena sílica (0.85-1.18) mm
1	19.20	33.86
2	29.63	42.32
3	44.86	51.27
4	50.79	55.76

No.	Velocidades de retrolavado (m/h)	
	Arena sílica (0.6 - 0.85) mm	Arena sílica (0.85-1.18) mm
5	59.25	59.25

Se utilizó la herramienta estadística DOE del software Minitab para aleatorizar los ensayos experimentales, el resultado de la aleatorización se muestra en el Apéndice 3. Para cada rango de tamaño, se seleccionó la velocidad de retrolavado y el diámetro de la columna como los factores del experimento, cada uno con 5 y 2 niveles, respectivamente.

El análisis estadístico de los resultados obtenidos se llevó a cabo a partir del análisis de varianza (ANOVA) en el software Minitab, en donde se buscó determinar principalmente si existía diferencia significativa entre los promedios de expansión en columnas de ensayo con diferente diámetro. Además, se evaluó la magnitud de los componentes de la variabilidad que explican la diferencias entre los promedios, verificando que el componente de variabilidad del error aleatorio fuera menor al componente de variabilidad de los tratamientos del diseño experimental. Es importante que la variabilidad observada de la respuesta se deba principalmente a los factores del experimento y en menor medida al error aleatorio ya que, de lo contrario, no se podrá distinguir con precisión el verdadero efecto de los factores sobre la respuesta, que en este caso es la expansión del medio filtrante (Gutiérrez & De la Vara, 2008). Se planteó la hipótesis nula  $H_0$  para el factor diámetro, la cual indica que la diferencia de diámetros de la columna de ensayo no influye de manera significativa sobre los promedios de expansión del medio filtrante. Asimismo, la hipótesis alternativa  $H_1$ , donde se plantea que el diámetro de la columna influye de manera significativa sobre los promedios de expansión del medio filtrante.

## 4.2 CONSTRUCCIÓN DEL MODELO PREDICTIVO DE EXPANSIÓN

### 4.2.1 Datos observados de expansión

Se seleccionaron velocidades de retrolavado experimentales para cada medio en función de las características físicas, con el fin de asegurar la fluidización de este y, además, evitar la pérdida de material durante la expansión. Las velocidades experimentales se muestran en el Cuadro 4-3. Las velocidades se controlaron a partir del ajuste del caudal en el rotámetro. Se realizaron 6 réplicas por cada velocidad experimental (ver sección 3.5.4), y se registró la

expansión que alcanzó el medio y la velocidad mínima de fluidización. La temperatura del agua de retrolavado se registró en cada ensayo con un medidor de temperatura Alinktrend modelo TP101. Se aleatorizó el orden de los ensayos experimentales para cada medio filtrante en estudio con la ayuda del programa Excel, el plan de los ensayos se muestra en el Apéndice 3.

**Cuadro 4-3. Velocidades de retrolavado ensayadas para cada medio filtrante en estudio.**

No.	Velocidades de retrolavado (m/h)						
	Arena sílica (0.6 - 0.8) mm	Arena sílica (0.8-1.2) mm	An- tracita	Piedra pómez	Resina de inter- cambio iónico*	Tur- bidex™	Ag
1	16.93	16.93	16.93	9.65	8.46	16.93	16.93
2	21.16	21.16	21.16	16.93	9.61	21.16	19.21
3	25.39	25.39	25.39	21.16	12.70	25.39	21.16
4	29.63	29.63	29.63	25.39	12.82	29.63	25.39
5	33.86	33.86	33.86	29.63	16.93	33.86	29.63
6	42.32	42.32	42.32	33.86	19.22	42.32	33.86
7	50.79	50.79	50.79	42.32		38.09	38.09

\* No fue posible ensayar mayor cantidad de velocidades para la resina de intercambio iónico, debido a que se corría el riesgo de perder medio filtrante por el alto porcentaje de expansión con velocidades mayores.

#### 4.2.2 Construcción del modelo de expansión mediante análisis de regresión

Considerando la sensibilidad que presenta el diámetro de partícula sobre la expansión del medio filtrante (sección 3.3.2.5), se decidió utilizar arena sílica (0.6 – 0.85 mm y 0.85 – 1.18 mm), antracita y piedra pómez para el diseño del modelo predictivo; debido a que la variación del diámetro de partícula es mucho menor en este caso en comparación a la que se presenta en los medios filtrantes crudos. De esta manera, es posible asegurar un diámetro promedio mucho más preciso, y se disminuye el error que esta variable podría ocasionar sobre el modelo de expansión.

Tomando en cuenta lo descrito en la sección 1.1, se realizó un análisis de regresión lineal múltiple para la construcción del modelo predictivo de expansión, todos los procedimientos se realizaron con ayuda del software estadístico Minitab. Inicialmente, se llevó a cabo la selección de las variables de entrada del modelo, las cuales se determinaron en función de lo detallado en la sección 3.3.2. Por tanto, se designó la velocidad de retrolavado, la densidad

de la partícula, la porosidad inicial del medio y el tamaño de partícula como las variables independientes o predictoras ( $x_i$ ), y la expansión del medio filtrante se denotaría como la variable dependiente o respuesta ( $y$ ). Se incluyó en el programa los respectivos valores para las variables predictoras y la variable respuesta, los cuales se obtuvieron mediante los ensayos realizados en la sección 4.1.1 y 4.2.1.

Con el fin de analizar la sensibilidad de cada variable sobre la expansión, se utilizó el método de “Mejores subconjuntos” (ver sección 3.5.1), en donde se analizaron las combinaciones de variables que representarían el mejor modelo en función de los parámetros estadísticos del coeficiente de determinación, la varianza del modelo y el  $C_p$  de Mallows. Además, debido a que la influencia que causa la velocidad sobre la expansión de medio filtrante depende de las características físicas que éste presente (sección 3.3.2), se analizaron las posibles interacciones entre las variables, mediante gráficas de interacción, en donde se detecta la interacción entre variables al observarse diferencias entre las pendientes para el nivel menor y mayor del factor en análisis. A partir de los resultados obtenidos, se llevó a cabo la construcción del modelo con el método de Análisis de Regresión.

Al obtener el modelo se llevaron a cabo los diferentes análisis para evaluar la calidad estadística. Inicialmente, se analizaron los coeficientes de las variables mediante la prueba F y la prueba t. La prueba F se utilizó para determinar si los coeficientes de las variables difieren significativamente de cero, es decir, el modelo de regresión explica la variación en la expansión del medio filtrante. Se planteó entonces la hipótesis nula, la cual declara que no existe asociación entre las variables independientes y la variable dependiente, por tanto, las variables independientes no contribuyen significativamente al modelo. Así como la hipótesis alternativa, la cual indica que existe asociación entre las variables independientes y la variable dependiente, por tanto, las variables independientes contribuyen significativamente al modelo. Además, se utilizó la prueba t para determinar si el coeficiente de cada variable difiere significativamente de cero, es decir, la influencia de cada variable sobre la expansión es estadísticamente significativa. En este caso, la hipótesis nula indica que el coeficiente de la variable es igual a cero, no hay asociación estadísticamente significativa entre la expansión del medio filtrante y la variable predictora. Y en la hipótesis alternativa se plantea que el coeficiente de la variable difiere de cero, hay una asociación estadísticamente significativa

entre la variable dependiente y la variable independiente. Para ambas pruebas se utilizó un nivel de significancia de 0.05.

Seguidamente, se llevó a cabo el análisis de los parámetros estadísticos del modelo, los cuales corresponden al coeficiente de determinación y la varianza del modelo. De esta manera, fue posible determinar en qué nivel el modelo explica la relación entre la variable dependiente y las variables independientes.

Además, se evaluaron los coeficientes de cada variable predictora. Se analizó si el signo del coeficiente (el cual representa el aumento o disminución de la expansión en función del cambio en la variable predictora), representa correctamente lo encontrado en la teoría.

Por otra parte, se evaluó la presencia de multicolinealidad en el modelo a través del factor de inflación de la varianza VIF.

Finalmente, se analizó el gráfico de residuos para evaluar el cumplimiento de los supuestos estadísticos (ver sección 3.5.3), los cuales corresponden a: normalidad, independencia y varianza constante.

#### **4.2.3 Comparación de la respuesta del modelo con datos experimentales**

Con el fin de evaluar la capacidad de predicción del modelo desarrollado, se utilizaron los resultados experimentales de expansión de los medios de Turbidex<sup>TM</sup>, Ag y resinas de intercambio iónico, obtenidos en la sección 4.2.1. Las características físicas que se utilizaron como entrada en el modelo de regresión corresponden a las que se determinaron en la sección 4.1.1. Se compararon los resultados del modelo con los resultados experimentales, para obtener un porcentaje de error de predicción. De acuerdo con Yiğit et al., (2016), se consideró un porcentaje de error de predicción aceptable si este era menor o igual a 15%. El error en la predicción de la expansión se calculó como se describe en la (Ec.4-3).

$$\% \text{ Error} = \frac{ABS(\text{exp. modelo} - \text{exp. experimental})}{\text{exp. experimental}} * 100 \quad (\text{Ec.4-3})$$

## 4.3 COMPARACIÓN DE LA RESPUESTA DEL MODELO PREDICTIVO DE EXPANSIÓN CON CURVAS TEÓRICAS Y MODELOS DE EXPANSIÓN TEÓRICOS

### 4.3.1 Comparación con modelos predictivos reportados en la literatura

En esta sección, se realizó la comparación entre el porcentaje de error en la predicción de la expansión del modelo de regresión desarrollado en el punto 5.2.2, y el porcentaje de error de tres modelos teóricos reportados previamente en la literatura (ver sección 3.4). Para la selección se consideró las propiedades del lecho fluidizado bajo las cuales se desarrolló el modelo, las variables de entrada y el porcentaje de error que se reportó tras su uso. Al igual que en la sección 4.2.3, se evaluó que el porcentaje de error fuera menor o igual a 15% para confirmar la precisión en la predicción de la expansión.

Inicialmente, se seleccionó el modelo desarrollado por Akgiray & Saatçi (2001), el cual corresponde a una modificación de la ecuación de Ergun (1952), esta última se conoce como la ecuación de pérdida de carga de medios fijos. La selección de este modelo radica en que presenta una forma sencilla y, por tanto, se puede resolver por calculadora o programas como Excel. Al mismo tiempo, no incorpora en su estructura la variable de esfericidad, lo cual representa una ventaja ya que para su determinación se requieren unidades experimentales.

Además, se seleccionó el modelo desarrollado por Wen & Yu (1966). Este modelo se construyó a partir de partículas esféricas, por lo tanto, se buscó evaluar si al utilizar partículas no esféricas se producían porcentajes de error aceptables. Igualmente, la forma del modelo es sencilla (se puede resolver sin necesidad de cálculos iterativos), por lo cual, se recomienda para la predicción del porcentaje de expansión (Akkoyunlu, 2003; Duriš et al., 2013).

Asimismo, se seleccionó el modelo construido por Soyer & Akgiray (2009), el cual representa una modificación realizada a la ecuación de regresión diseñada por Dharmarajah & Cleasby (1986), esta última se considera como “el estado del arte” de los modelos de predicción de expansión de medios filtrantes (Akgiray & Saatçi, 2001). Este modelo incluye la variable de esfericidad en su estructura, por tanto, se seleccionó con el fin de evaluar si incluir este término representa una mejora a nivel de predicción de expansión en comparación con los modelos que no incluyen esta variable. Para resolver la ecuación fue necesario realizar cálculos iterativos por medio del programa Python, en el Apéndice 7 se muestra el código utilizado. En el Cuadro 4-4 se detallan los modelos predictivos seleccionados.

Cuadro 4-4. Modelos de expansión predictivos seleccionados.

Ecuación	Modelo predictivo de expansión	Autor
(Ec. 4-4)	$Ga * \varepsilon^{4.7} = (18 Re + 2.7 Re^{1.687})$	
(Ec. 4-4-1)	$Ga = \frac{d^3 * \rho(\rho_p - \rho)g}{\mu^2}$	
(Ec. 4-4-2)	$Re = \frac{d * \rho * V}{\mu}$	Wen & Yu, (1966)
<p>Donde, <math>\varepsilon</math>: porosidad de medio expandida, <math>Ga</math>: número de galileo, <math>Re</math>: número de Reynolds, <math>d</math>: diámetro de partícula (m), <math>\rho</math>: densidad agua (kg/m<sup>3</sup>), <math>\rho_p</math>: densidad partícula (kg/m<sup>3</sup>), <math>V</math>: velocidad de retrolavado (m/s), <math>\mu</math>: viscosidad cinemática (kg/ms).</p>		
(Ec. 4-5)	$\varepsilon = \sqrt[3]{X + \sqrt{(X^2 + Y^3)}} + \sqrt[3]{X - \sqrt{(X^2 + Y^3)}}$	
(Ec. 4-5-1)	$X = \frac{\mu * v}{2g * (\rho_p - \rho) * d^2} * (k_V + \frac{k_I * \rho * v * d}{\mu})$	Ergun (1952), adaptada por
(Ec. 4-5-2)	$Y = \frac{k_V * \mu * v}{3g * (\rho_p - \rho) * d^2}$	Akgiray & Saatçi, (2001)
<p>Donde, <math>X, Y</math>: constantes de retrolavado, <math>k_V</math>: constante de pérdida de carga por fuerzas viscosas, <math>k_I</math>: constante de pérdida de carga por fuerzas inerciales.</p>		
(Ec. 4-6)	$\log \varphi = \log(3.137 * Re_1 + 0.673 * Re_1^{1.766}) - (0.930 + 0.274 * \log Re_1)(-\log \psi)^{1.262}$	
(Ec. 4-6-1)	$\varphi = \frac{\varepsilon^3}{(1 - \varepsilon)^2} * \frac{\psi^3 * d_{eq}^3 * \rho * (\rho_p - \rho) * g}{216 * \mu^2}$	
(Ec. 4-6-2)	$Re_1 = \frac{\psi * d_{eq} * \rho * V}{6\mu * (1 - \varepsilon)}$	Soyer & Akgiray, (2009)
<p>Donde, <math>\varphi</math>: constante de retrolavado, <math>Re_1</math>: número de Reynolds modificado, <math>\psi</math>: esfericidad.</p>		

Se utilizaron los resultados de densidad de partícula, porosidad de medio y diámetro de partícula que se obtuvieron en la sección 4.1.1 como variables de entrada en los modelos. La densidad y viscosidad del agua de retrolavado a la temperatura de trabajo se obtuvo a partir de la interpolación entre los datos reportados en Crittenden et al., (2012), los datos utilizados se muestran en el Anexo 1.

Para la determinación de la esfericidad del medio filtrante se adoptó la relación definida por Sholji (1987), en donde se relaciona el diámetro geométrico y el diámetro hidráulico, la relación se muestra en la (Ec. 4-7). Para la determinación del diámetro hidráulico, se utilizaron las velocidades de retrolavado que se ensayaron en la sección 4.2.1, en conjunto con las porosidades finales respectivas de los medios filtrantes.

$$\psi = \frac{d_h}{d_g} \quad (\text{Ec. 4-7})$$

$$d_h^{1.8} = \frac{v^{1.2}}{\frac{g}{130 * v^{0.8}} * \frac{\rho_p - \rho}{\rho} * \frac{\varepsilon^3}{(1 - \varepsilon)^{0.8}}} \quad (\text{Ec. 4-8})$$

Donde,  $d_h$ : diámetro hidráulico,  $d_g$ : diámetro geométrico.

Debido a que los modelos teóricos predicen la porosidad final del medio, se obtuvo la altura final teórica a partir de la porosidad de medio expandido que predice el modelo, de acuerdo con la primera propiedad de los lechos fluidizados (ver sección 3.4.1). La relación entre porosidad y altura final del medio se describe en la ecuación (Ec. 4-9).

$$L_0 * (1 - \varepsilon_0) = L * (1 - \varepsilon) \quad (\text{Ec. 4-9})$$

Donde,  $L_0$ : altura inicial del medio o altura fija del medio,  $L$ : altura final del medio expandido,  $\varepsilon_0$ : porosidad inicial del medio.

A partir de la altura final calculada por el modelo y la altura inicial del medio, se obtuvo el porcentaje de expansión como se describe en la (Ec. 4-10).

$$\% \text{ de expansión} = \frac{(L - L_o)}{L_o} * 100 \quad (\text{Ec. 4-10})$$

#### **4.3.2 Comparación con fichas técnicas de medios filtrantes**

Finalmente, se realizó la comparación entre los resultados del modelo de regresión alimentado de datos experimentales, los resultados experimentales y las curvas teóricas que se incluyen en las fichas técnicas de algunos medios filtrantes (Anexo 1). Las curvas teóricas de expansión se grafican en función de la temperatura. Por tanto, se analizó gráficamente si las expansiones experimentales se encontraban dentro del rango de expansiones teóricas a la temperatura de trabajo. Fue posible realizar la comparación con curvas teóricas para los medios filtrantes de antracita, Ag y resinas de intercambio iónico; ya que son los medios para los que se incluye la curva teórica de expansión en las fichas técnicas.

## 5 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La presentación de los resultados y su respectiva discusión se realizó de la siguiente manera: inicialmente se analizaron los resultados obtenidos al realizar la caracterización física de los medios granulares en estudio y la evaluación del efecto del diámetro de la columna de ensayo sobre la expansión del medio filtrante. Seguidamente, se analizó la influencia de las características físicas del medio sobre la expansión a partir de los resultados obtenidos en los ensayos de experimentales. Posteriormente, se analizó la construcción del modelo predictivo de expansión, el cual se llevó a cabo con los medios filtrantes de arena sílica, antracita y piedra pómez. El análisis consistió en el proceso de selección de variables predictoras, el análisis de los parámetros estadísticos y la verificación de los supuestos estadísticos, con el fin de evaluar la calidad estadística de la regresión lineal múltiple. Además, se presentó la precisión con la que el modelo predice la expansión de los medios filtrantes de resinas de intercambio iónico, Turbidex<sup>TM</sup> y Ag, a partir de la comparación con los datos de expansión experimental. Posteriormente, se mostraron los resultados de la comparación de la precisión del modelo desarrollado en esta investigación y tres modelos reportados en la literatura. Finalmente, se evalúa la veracidad del modelo frente a las fichas técnicas, con el fin de comparar ambas herramientas de predicción.

### 5.1 SELECCIÓN Y EVALUACIÓN DE VARIABLES EXPERIMENTALES

#### 5.1.1 Caracterización física de los medios filtrantes

En el Cuadro 5-1 se resumen las características físicas experimentales obtenidas tras realizar los ensayos de caracterización (sección 4.1.1). Además, se muestran las características físicas teóricas descritas en las fichas técnicas de cada medio filtrante.

Cuadro 5-1. Características físicas experimentales y teóricas de los medios granulares en estudio.

Característica	Arena sílica	Arena sílica	Antracita	Piedra pómez	Ag	Resinas de intercambio iónico	Turbidex™	
<b>Experimental</b>	Densidad de partícula (kg/m <sup>3</sup> )	2724±5	2627±15	1429±10	1018±8	1090±4	1329±2	1775±3
	Porosidad (%)*	40±2	41±2	42±3	64±3 <sup>a</sup> 67.21±0.02 <sup>b</sup>	54±1	38±1	45±1
	Intervalo granulométrico (mm)	0.6 – 0.85	0.85 – 1.18	0.85 – 1.18	0.85 – 1.18	0.075 – 2.5	0.15 – 1.18	0.075 – 2.5
	Diámetro geométrico** (mm)	0.714±0.001	1.001±0.001	1.001±0.001	1.001±0.001	1.718±0.001	0.714±0.002	0.714±0.002
	Coefficiente de uniformidad	NA***	NA	NA	NA	2.13	1.62	1.63
Forma de la partícula	No esférica	No esférica	No esférica	No esférica	Esférica	No esférica	No esférica	
<b>Teórico</b>	Densidad de partícula (kg/m <sup>3</sup> )	2650 – 2750	2650 – 2750	1600	NA	2250	NR	2200
	Intervalo granulométrico (mm)	0.5 – 1.18	0.5 – 1.18	0.6 - 2	NA	0.6 – 1.68	0.3 – 1.18	0.6 - 1.4
	Diámetro efectivo (mm)	0.4 – 0.5	0.4 – 0.5	0.85 – 0.95	NA	0.67	NR	NR
	Coefficiente de uniformidad	>1.6	>1.6	>1.7	NA	1.8	1.6	1.64

\* La porosidad de la piedra pómez se determinó mediante dos metodologías: <sup>a</sup>método descrito por Happines, (2014b) y <sup>b</sup>método de trazadores descrito por Ergh (2005).

\*\* Cálculo de incertidumbre no contempla el aporte de reproducibilidad y repetibilidad.

\*\*\* NA: No aplica. Cálculo de coeficiente de uniformidad válido para medios filtrantes que presenten una distribución granulométrica apta para obtener una curva granulométrica. No es posible obtener una curva granulométrica para materiales que presenten partículas entre dos números de tamices adyacentes

Según Soyer & Akgiray (2009) la densidad experimental de partícula de la arena sílica normalmente se encuentra entre 2628 y 2646 kg/m<sup>3</sup>, por su parte Siwec (2007) indica que la densidad de arena sílica en su ensayo varió según el tamaño de partícula desde 2619 a 2667 kg/m<sup>3</sup>. Además, la ficha técnica de la arena sílica que se ensayó indica que la densidad de partícula varía entre 2650 a 2750 kg/m<sup>3</sup> para el material con la distribución granulométrica completa. En este caso, se observa que para el tamaño de arena sílica entre 0.8 – 1.2 mm, el valor obtenido se encuentra dentro del rango de densidad encontrado en la literatura y la diferencia con el valor teórico es de 23 kg/m<sup>3</sup> lo cual, al ser menor que 66 kg/m<sup>3</sup> (valor aceptado de diferencia) (ASTM, 2012), no representa una diferencia estadísticamente significativa. Con respecto al tamaño menor de arena sílica, el valor de densidad experimental sobrepasa ambos rangos reportados hasta en 80 kg/m<sup>3</sup>; sin embargo, sí se encuentra dentro del rango que se indica por la ficha técnica del medio filtrante. Logsdon et al., (2002) señalan que la disminución en el tamaño de partícula del mismo material provoca un aumento en la densidad de la partícula, comportamiento que se evidencia en este caso. Por lo tanto, aún y cuando el valor de densidad para el tamaño pequeño sobrepasa los valores encontrados en la literatura, este sí se encuentra dentro del rango teórico, y se supone que el aumento en la densidad se causa por la disminución en el tamaño de la partícula.

Con respecto a la porosidad de la arena sílica, Kulkarni (2007) indica que el mismo medio filtrante presentará menor espacio de vacíos si está compuesto por partículas más pequeñas, comportamiento que se observa en los valores de porosidad de los dos tamaños de arena sílica ensayados. Por otra parte, Crittenden et., (2012) señalan que la porosidad de la arena sílica en los filtros rápidos normalmente se encuentra entre 40-43%. Asimismo Siwec, (2007) reportó en su investigación porosidades experimentales de arena sílica entre 41 y 42%. Para este caso, ambos valores de porosidad experimentales se encuentran dentro del rango reportado en la literatura.

Por otra parte, para el caso de la antracita, Logsdon et al., (2002), reportan que la densidad de partícula de la antracita se encuentra dentro del rango de 1400 a 1700 kg/m<sup>3</sup>, así como Crittenden et al., (2012), en donde se mencionan densidades de 1400 a 1800 kg/m<sup>3</sup>. En consecuencia, se observa que el valor obtenido para la antracita se considera adecuado de acuerdo con ensayos anteriores. Sin embargo, se observa que el valor de densidad experimental de partícula es mayor al valor teórico, el cual se reporta para el material que presenta

todos los rangos granulométricos (material crudo). Por tanto, en este caso se presume que al disminuir la distribución granular entre dos tamices adyacentes (0.8 – 1.2 mm) y no contemplar las partículas de menor tamaño presentes en el material crudo, se produce una disminución de densidad de partícula al trabajar con material de mayor tamaño, tal y como se describe por Logsdon et al., (2002).

Asimismo, la porosidad de la antracita ronda desde 42% (Stevenson, 1994) hasta 60% (Dharmarajah & Cleasby, 1986). En consecuencia, se concluye que el resultado experimental de la porosidad de la antracita se encuentra dentro del rango reportado por otros autores.

Con respecto a la piedra pómez, la densidad de partícula que se reporta ronda desde 700 kg/m<sup>3</sup> (Farizoglu et al., 2003) hasta 1187 kg/m<sup>3</sup> (Happines, 2014b). En este caso, el valor de densidad resultó en (1018±8) kg/m<sup>3</sup> (ver Cuadro 5-1) por tanto, se supone que el valor se encuentra dentro del rango reportado. Por otra parte, la porosidad de la piedra pómez se caracteriza por presentar un valor mayor al de los medios filtrantes comunes, en donde Kuslu & Sahin (2013) registraron variaciones desde 71.7 hasta 80.3%, variando el valor en función del tamaño de la partícula. En este caso, se evidencia en el Cuadro 5-1 que el valor de porcentaje más cercano al rango reportado en la literatura, corresponde al obtenido a partir de la metodología de Ergh (2005).

Con respecto al medio filtrante Ag, se observa una diferencia entre la densidad experimental y la densidad teórica de 1160 kg/m<sup>3</sup>, asimismo, se observa que la distribución de tamaños experimentales y teóricos difieren entre sí, siendo esta diferencia de 0.92 mm para el extremo superior del rango de tamaños y 0.59 mm para el extremo inferior. Además, se muestra que el valor de partícula predominante en el medio (diámetro geométrico), no se encuentra dentro del rango de tamaños teóricos reportados por la ficha técnica. Por tanto, se supone que, en función de la diferencia en el tamaño, se justifica la diferencia en la densidad de la partícula. Por otra parte, es importante considerar que según Crittenden et al (2012), el coeficiente de uniformidad de un material granular que se desee utilizar en un filtro, debe presentar valores entre 1.3 y 1.7. En este caso, se observa que el valor experimental es mayor al teórico por 0.5 unidades, provocando que el valor experimental se encuentre fuera de lo recomendado. Por otro lado, se visualiza en el que el valor experimental para la porosidad del medio se encuentra dentro del rango reportado para los medios filtrantes, el cual varía de 40 a 60% (ver sección 3.3.2.3).

Por otra parte, con respecto al medio filtrante de Turbidex™, se observa una diferencia de  $425 \text{ kg/m}^3$  en la densidad de partícula, siendo mayor la densidad teórica. Además, se observa que el rango de la distribución granulométrica determinado a nivel experimental es mayor al que se indica teóricamente, presentando tamaños de partículas mayores en 1.1 mm y menores en 0.5 mm. Por tanto, se supone que la diferencia en la densidad de la partícula se origina debido a la diferencia en la distribución del tamaño de partículas. Asimismo, se observa que el coeficiente de uniformidad experimental y teórico difiere en 0.01 unidades. Por lo que se presume que, a pesar de la diferencia en los tamaños de partícula, en ambos casos el medio se distribuye de forma similar y, además, el valor del coeficiente se encuentra dentro del rango aceptado (1.3-1.7) para medios granulares destinados a la filtración de agua potable. Finalmente, con respecto a la porosidad del medio, se evidencia que el valor experimental se encuentra dentro de los valores comunes para los medios filtrantes.

Siguiendo el análisis para las resinas de intercambio iónico, se observa que el valor de densidad de partícula teórico no se reporta en la ficha técnica, sin embargo, Crittenden et al (2012) indican que la densidad de partícula para las resinas se encuentra cercana a  $1300 \text{ kg/m}^3$ . El valor experimental varía en  $29 \text{ kg/m}^3$ , lo cual no representaría una variación significativa con respecto al valor teórico (ASTM, 2012). Con respecto a la distribución de tamaño, se observa que la diferencia en el rango se percibe solamente en el extremo inferior, presentando una diferencia de 0.15 mm. Además, es posible observar que los valores del coeficiente de uniformidad experimental y teórico varían en 0.02. Por lo que se presume, que la homogeneidad del material se describe correctamente por la ficha técnica. Además, es posible observar que la porosidad experimental del medio calculada para las resinas de intercambio iónico representa el valor menor con respecto al resto de medios filtrantes. Las resinas de intercambio iónico se caracterizan por su esfericidad (Kulkarni, 2007), lo que provoca que la porosidad para estos medios sea menor a la que se reporta para los medios granulares (Stevenson, 1994).

Finalmente, cuando el tamaño del medio se encuentra entre dos números de tamices adyacentes, no es posible calcular el coeficiente de uniformidad, ya que se requieren datos de la curva granulométrica (Crittenden et., 2012). Por lo tanto, para verificar la homogeneidad de la distribución del tamaño de partículas entre dos tamices, se obtuvieron las mediciones de diámetro superficial por medio de SEM para los tamaños de agregado que se encuentran

entre 0.8 – 1.2 mm, estas indican que el tamaño promedio de partícula para la arena sílica es de  $(1.07 \pm 0.20)$ , el de la antracita es de  $(1.09 \pm 0.19)$  y el de la piedra pómez es de  $(1.03 \pm 0.10)$ . El promedio de las aberturas de los tamices adyacentes es de 1.01. Por lo tanto, se confirma la homogeneidad del tamaño de partículas para estos casos, de manera que se asegura una variación en el diámetro menor al compararla con la que se presenta en los materiales crudos.

De acuerdo a los resultados obtenidos, se concluyó que el método descrito por Happines (2014) genera resultados precisos, y se supone que la diferencia entre los valores experimentales y teóricos para algunos medios se deben a la diferencia entre la distribución del tamaño. Se evidenció que en el caso de materiales con altos valores de porosidad ( $>60\%$ ), es necesario realizar una prueba adicional, como la prueba de trazadores en este caso, en donde se determina la porosidad del medio con mucha más precisión.

### 5.1.2 Evaluación del efecto del diámetro de la columna de ensayo sobre la expansión

En la Figura 5-1 se muestran los resultados de expansión de dos rangos de tamaño de arena sílica ensayados en dos columnas de diferente diámetro.

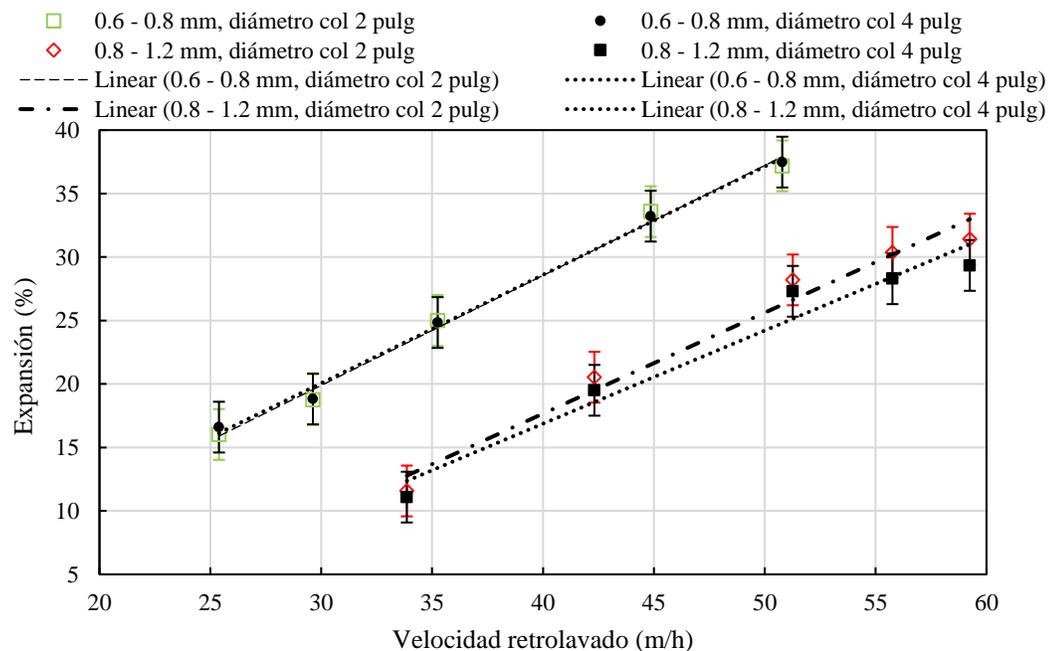


Figura 5-1. Expansiones experimentales de arena sílica en dos columnas de ensayo de diferente diámetro. Temperatura de agua de retrolavado: 20-23 °C.

En la Figura 5-1 se observan diferencias entre los promedios de las expansiones para diferentes columnas en el caso del tamaño de 0.8-1.2 mm, variando estas desde 0.49 hasta 2.07%. La diferencia que se presenta entre las expansiones de la arena sílica de 0.8-1.2 mm en las columnas de ensayo se puede justificar a partir del efecto pared. Según Duriš et al., (2016), la relación diámetro columna y diámetro partícula debe ser mayor a 50 para asegurar la ausencia del efecto pared, por su parte; Tatari, Smets, & Albrechtsen, (2013) indican que este fenómeno es insignificante cuando el tamaño de la partícula es 25 veces mayor que el diámetro de la columna. En este caso, la arena sílica con tamaño de 0.8-1.2 mm presenta una relación con la columna de 2 pulgadas de diámetro igual a 48. Por lo tanto, a pesar de que la relación es conveniente, es posible que se produzca un leve aumento de porosidad del medio alrededor de las paredes de la columna (efecto pared), lo que en este caso representaría un aumento en la velocidad de retrolavado (De Klerk, 2003). Lo anterior se evidencia en la Figura 5-1, en donde el promedio de la expansión que se alcanza durante el retrolavado en la columna de 2 pulgadas es mayor a la que se reproduce en la columna de 4 pulgadas.

Por otra parte, con respecto al tamaño de arena sílica entre 0.6-0.8 mm, los promedios de las expansiones en ambas columnas a la misma velocidad, son altamente similares, variando la diferencia en los promedios de las expansiones desde 0.06 hasta 0.58%. Para este caso, la relación diámetro columna – diámetro partícula es mayor a 50 para las dos columnas de ensayo, justificando de esta manera el comportamiento del medio durante el retrolavado.

Con el fin de determinar si la diferencia entre los promedios de las expansiones es significativa, se realizaron dos análisis de varianza, uno para cada rango de tamaño de partícula. Los resultados se evidencian en los Cuadro 5-2 y Cuadro 5-3.

**Análisis de varianza**

Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Diámetro	1	3.98	0.78	0.79	0.425
Velocidad	4	4180.27	1045.07	1050.17	0.000
Diámetro*Velocidad	4	7.38	1.00	8.09	0.000
Error	60	0.78	0.12		
Total	69	4192.41			

**Cuadro 5-2. Análisis de varianza para las expansiones con arena sílica de 0.6-0.8 mm**

#### Análisis de varianza

Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Velocidad	4	2506.71	626.677	41.42	0.002
Diámetro	1	110.13	110.126	7.28	0.054
Velocidad*Diámetro	4	60.53	15.132	39.76	0.000
Error	60	22.84	0.381		
Total	69	2700.20			

**Cuadro 5-3. Análisis de varianza para las expansiones con arena sílica de 0.8-1.2 mm**

De acuerdo con las figuras anteriores, se observa que el valor p de la variable de diámetro de la columna es mayor a 0.05 en los dos casos, por lo tanto, se acepta la hipótesis nula. De esta manera, para el caso de ambos rangos de tamaño de partícula, según la hipótesis nula se concluye que la influencia del diámetro sobre la expansión no es estadísticamente significativa, con un 95% de confianza.

Por lo tanto, debido a que el diámetro de la columna no representó influencia significativa sobre la expansión, no se incluyó como variable en la construcción del modelo de predicción mediante análisis de regresión.

Sin embargo, se evidenció en ambas columnas que después del retrolavado la altura del medio era mayor a la altura inicial, es decir, el medio no se asentaba lo suficiente como para volver a la altura original. Según Logsdon et al., (2002), este comportamiento es común en columnas que presenten diámetros menores a 6 pulgadas. Por tanto, aún y cuando en este caso el diámetro de la columna no produce influencia significativa sobre la expansión, es importante contar con los instrumentos necesarios para lograr que la altura inicial de medio sea la misma al inicio de cada retrolavado. En este caso, se utilizó un mazo para golpear la columna y lograr que después de cada ensayo de expansión el medio presentara la misma altura inicial. Lo anterior representa especial importancia debido a que un cambio en la altura del medio provocará un cambio en el valor de porosidad inicial y se generará una variación en la resistencia que experimenta el agua del retrolavado al ingresar al sistema (Logsdon et al., 2002), lo que producirá un efecto sobre la expansión durante el retrolavado.

Finalmente, es importante recordar que para otros casos se debe considerar la relación diámetro partícula-diámetro columna en los ensayos de expansión, en donde valores mayores a 50 generan buenos resultados, y valores mayores a 25 corresponde a la relación mínima recomendada.

## 5.2 DESARROLLO DEL MODELO PREDICTIVO DE EXPANSIÓN

### 5.2.1 Datos observados de expansión

De acuerdo con lo descrito en la sección 4.2.2, el diseño del modelo predictivo de expansión se llevó a cabo con los medios filtrantes de arena sílica (0.6-0.85 mm y 0.85-1.18 mm), antracita (0.85-1.18 mm) y piedra pómez (0.85-1.18 mm). Durante los ensayos experimentales se evidenció la influencia de las características físicas de los medios filtrantes sobre la expansión, las cuales se describen a continuación.

#### 5.2.1.1 Influencia de la densidad de la partícula sobre la expansión

Inicialmente, al utilizar materiales filtrantes en el mismo rango de tamaño, fue posible observar la influencia de la densidad y la porosidad sobre la expansión del medio a la misma velocidad de retrolavado.

En la Figura 5-2 se representa gráficamente el comportamiento de los medios filtrantes de arena sílica, antracita y piedra pómez, todos con el rango de tamaño de 0.8 – 1.2 mm.

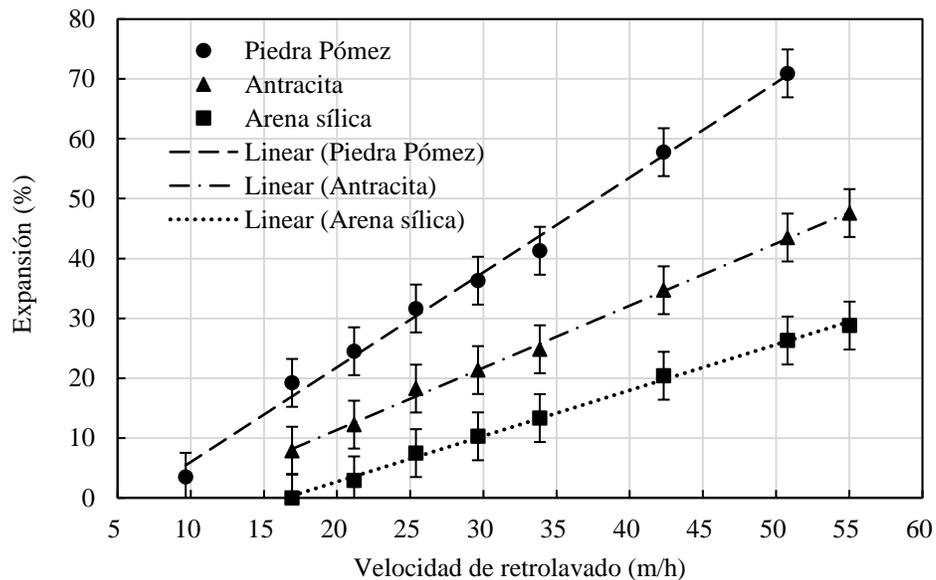


Figura 5-2. Expansiones experimentales de la arena sílica, antracita y piedra pómez con tamaño de partícula de 0.85 a 1.18 mm. Temperatura agua de retrolavado: 20-24 °C.

De acuerdo con lo observado en el Cuadro 5-1 y en la Figura 5-2, es posible concluir que a una misma velocidad de retrolavado, conforme se aumenta el valor de densidad de partícula, se disminuye el porcentaje de expansión. Para este caso se observó que el aumento de  $100 \text{ kg/m}^3$  en la densidad de la partícula, provocó en promedio una disminución en la expansión de 3 unidades. El comportamiento observado se respalda por Escudero & Heindel (2011), ya que señalan que si el volumen de cada medio filtrante se mantiene constante, los materiales con mayor densidad presentan valores mayores de masa. Por tanto, conforme aumenta la masa del material se requiere mayor velocidad de retrolavado para que la fuerza de arrastre y la fuerza boyante del agua de retrolavado contrarresten la fuerza gravitacional que actúa sobre el medio filtrante, y se inicie el proceso de fluidización, según lo descrito en la sección 3.2.3. En este sentido, se recomienda el uso de materiales con bajas densidades cuando se requieren altos valores de diámetro de partícula y la tasa de retrolavado es limitada (AWWA, 2011).

De esta manera, se evidencia que conocer el valor de la densidad de la partícula es importante en la determinación de la tasa de retrolavado que se requiere para alcanzar un porcentaje de expansión específico. Por lo tanto, se podría presentar una problemática en los casos en donde la densidad de partícula experimental del medio difiere significativamente de la densidad de partícula teórica reportada en las fichas técnicas, tal y como sucedió con los medios de Ag y Turbidex<sup>TM</sup> (sección 5.1.1). La problemática en la diferencia radica en que si se reporta en la ficha técnica un valor mayor de densidad de partícula al que realmente presenta el medio, las velocidades de retrolavado que se buscan para estos casos serían mayores a las que se necesitarían realmente, ya que se busca expandir un medio filtrante que ejerce un valor mayor de fuerza gravitacional. En este caso, se generaría pérdida de agua de retrolavado al utilizar velocidades mayores a las necesarias, y se corre el riesgo de perder medio filtrante debido a los altos porcentajes de expansión (AWWA, 2011). el caso contrario, en donde se reporte en la ficha técnica un valor de densidad menor al que realmente presenta el medio, se podría generar la problemática de utilizar una velocidad de retrolavado menor a la necesaria y, por lo tanto, reproducir en el sistema porcentajes de expansión menores al que se busca alcanzar, ya que en este caso se pretendería expandir un medio que ejerce menor fuerza gravitacional.

### 5.2.1.2 Influencia de la porosidad del medio sobre la expansión

Por otra parte, el agua de retrolavado experimenta resistencia al flujo debido al medio filtrante, la cuál será mucho mayor en comparación a aquella que se presenta en el caso de una columna de ensayo vacía (Kulkarni, 2007). En consecuencia, la resistencia que experimente el flujo será función de la relación de vacíos del medio.

En este caso en particular, se observó que el aumento de una unidad en la porosidad del medio provocó un aumento de 11 unidades en la expansión del medio filtrante (caso arena – antracita). Asimismo, se observó que el aumento de 25 unidades en la porosidad del medio causó un aumento de 17 unidades en la expansión del medio filtrante (caso antracita – piedra pómez). La diferencia entre el promedio de expansiones al aumentar los valores de los porcentajes de vacío se observa en la Figura 5-3.

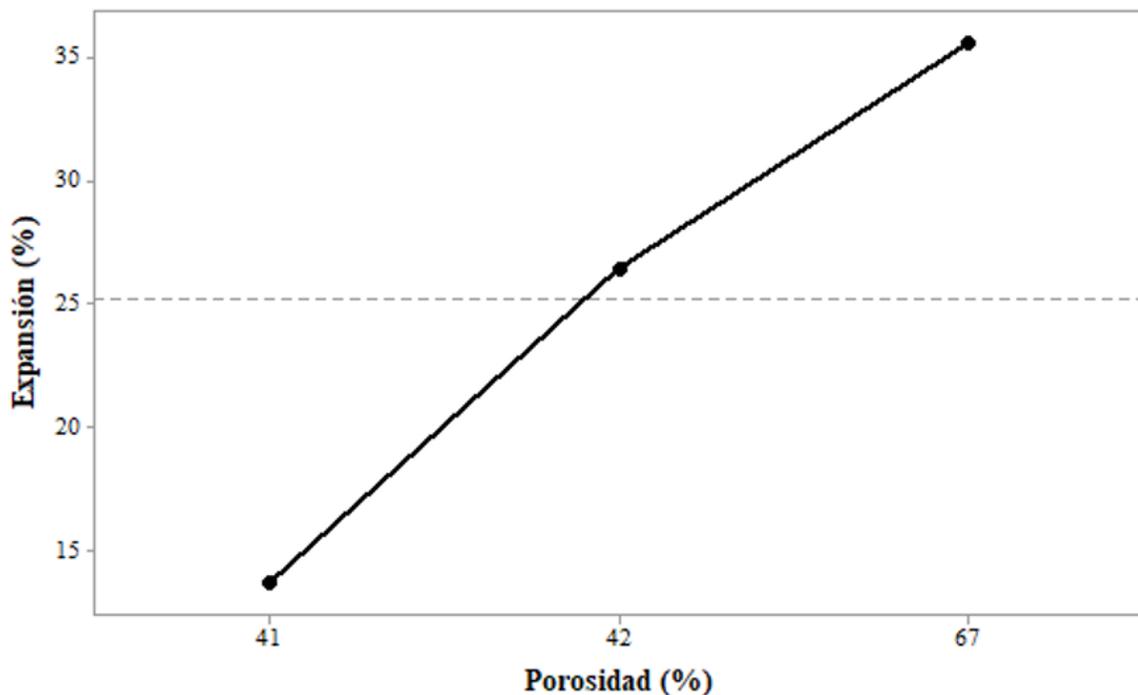


Figura 5-3. Promedios de expansión de la arena sílica, antracita y piedra pómez (0.8 – 1.2 mm) en función de la porosidad del medio.

La razón por la cual las diferencias entre porosidades no son uniformes se debe a la diferencia en las densidades del medio. Sin embargo, sí es posible visualizar que conforme se aumenta la porosidad del medio, se aumenta la expansión del medio filtrante, tal y como se indica por Logsdon et al., (2002). Con el fin de analizar la influencia de la porosidad del

medio sobre la expansión, Stevenson (1994) realizó ensayos de expansión en donde varió el porcentaje de porosidad para el mismo medio filtrante, y concluyó que el aumento del 1% en la porosidad, provocó un cambio de 9.5% en la velocidad de retrolavado para alcanzar la misma expansión.

### 5.2.1.3 Influencia del diámetro de la partícula sobre la expansión

Posteriormente, se evidenció la influencia que causa el diámetro de la partícula sobre la expansión, al realizar ensayos de retrolavado con arena sílica de dos rangos de tamaño. La Figura 5-4, representa la variación en la expansión en función del diámetro de la partícula. Es posible observar menor expansión del medio filtrante para el diámetro de partícula mayor y viceversa, comportamiento que se explica a partir de que el aumento del diámetro implica incremento en el área superficial y el peso individual de cada partícula, lo que ocasiona un aumento en la magnitud de fuerza de arrastre necesaria para expandir el medio (Naseer et al., 2011). En el caso de la arena sílica, en donde la variación del diámetro geométrico es de 0.3 mm aproximadamente, se observó que la diferencia en los promedios de expansión para las mismas velocidades de retrolavado rondan desde 8 hasta 11 unidades.

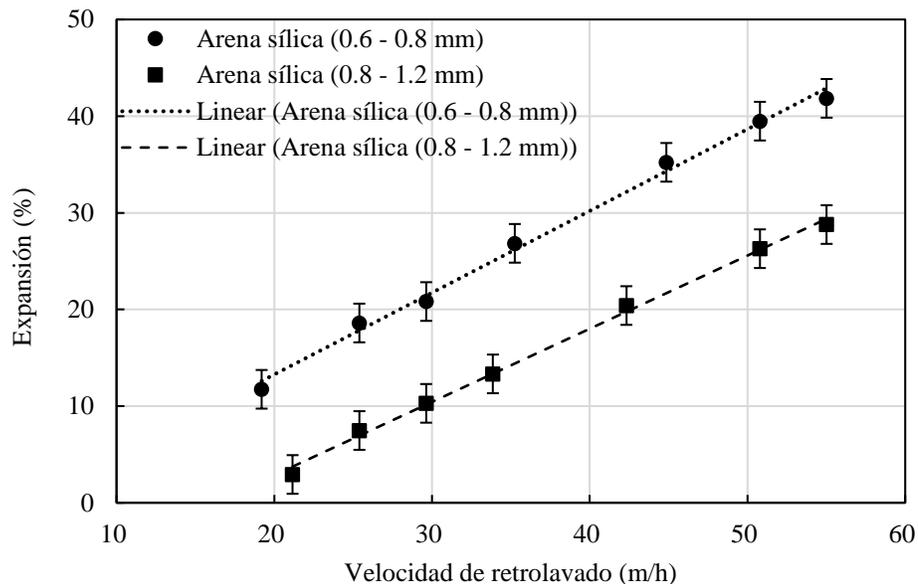


Figura 5-4. Expansiones experimentales de la arena sílica en función de la velocidad de retrolavado y el tamaño de partícula. Temperatura de agua de retrolavado: 20-24 °C.

A pesar de que los requerimientos en la tasa de retrolavado son menores para los materiales más pequeños es importante considerar que al disminuir el tamaño de la partícula, se disminuye la porosidad del medio y se aumenta la pérdida de carga a través del sistema, reduciendo de esta manera el período de filtración (AWWA, 2011). Con respecto a los tamaños de partícula mayores, se presenta la limitación en el mecanismo de remoción, en donde se retienen partículas hasta un diámetro específico (Crittenden et al., 2012).

Por tanto, se evidencia que se debe conocer el diámetro de partícula predominante del medio para fijar una tasa de retrolavado a partir de la cual se reproduzca el porcentaje de expansión que se busca. Considerando la importancia del tamaño de la partícula, se genera la necesidad de analizar si la distribución granulométrica que se describe en las fichas técnicas corresponde a la distribución granulométrica que presenta en el material crudo. Para este caso, en la sección 5.1.1, se determinó que la distribución granulométrica experimental de los medios de Ag y Turbidex™, es mayor a la distribución granulométrica descrita por la ficha técnica. Por lo tanto, al describir incorrectamente la distribución del tamaño de partícula, surge la posibilidad de reproducir una velocidad de retrolavado incorrecta en el sistema, y se pueden producir una serie de problemáticas (tal y como se mencionó previamente para el caso de la densidad en la sección 5.2.1.1): se fija una velocidad de retrolavado alta, se genera una pérdida de agua de retrolavado adicional y se corre el riesgo de perder medio filtrante, modificando así las condiciones de diseño o, se fija una velocidad de retrolavado baja y no se reproduce la correcta fluidización del medio filtrante, reduciendo de esta manera la calidad del retrolavado (Anderson & Chescattie, 2003). Asimismo, si se modifica el coeficiente de uniformidad del medio, se corre el riesgo de que se genere estratificación en el filtro (Crittenden et al., 2012).

Adicionalmente, tomando en cuenta lo anterior y lo discutido en la sección 5.2.1.1, se debe considerar la posibilidad de que en los casos en los que la ficha técnica no especifique correctamente las propiedades físicas del medio filtrante, se provoque que las curvas teóricas de expansión no describan de manera precisa la expansión del medio a nivel experimental y en las plantas de tratamiento. Lo anterior se justifica en función de que para alcanzar un porcentaje de expansión específico se debe fijar una velocidad de retrolavado en función de las características físicas del medio, por tanto, si las características físicas no son correctas

se corre el riesgo de que tampoco lo sea la velocidad de retrolavado y, entonces, se alcance un porcentaje de expansión distinto al que se indica por la ficha técnica.

Finalmente, considerando la importancia del tamaño sobre la expansión, se justifica la elección de diseñar el modelo de regresión con rangos de tamaño que se encuentren entre dos números de tamices adyacentes (sección 4.2.2), en donde se aseguró una variación mínima en el diámetro de las partículas y, por tanto, se permitió cuantificar con mucha más precisión el efecto que ejerce el diámetro sobre la expansión del medio filtrante.

#### ***5.2.1.4 Influencia de la temperatura y la velocidad sobre la expansión***

Por otra parte, en esta investigación no fue posible cuantificar la influencia de la temperatura sobre la expansión, ya que el rango de temperatura de trabajo se mantuvo entre 20 – 25 °C ( $23.8 \pm 0.7$ ) y los cambios en la expansión del medio filtrante no se evidenciaron; sin embargo, a nivel práctico, es un factor esencial que se debe considerar en lugares en donde se presenten cambios de estaciones muy marcados. Souza et al., (2016) concluyeron en su investigación que la tasa de retrolavado que fijaron para condiciones bajo 25°C fue aproximadamente 50% mayor que la que se necesitó para condiciones bajo temperaturas de alrededor 5°C.

Finalmente, en las Figura 5-2 y Figura 5-4 se evidencia la relación lineal que existe entre la velocidad de retrolavado y la expansión del medio filtrante, y la dependencia que se genera en función de la densidad de la partícula, el tamaño predominante de la partícula y la porosidad del medio. Conocer y entender la influencia que cada variable produce sobre el medio filtrante permite fijar con precisión la tasa de retrolavado que se requiere para alcanzar la expansión deseada.

### **5.2.2 Construcción del modelo de expansión a partir de análisis de regresión**

De acuerdo con los resultados obtenidos previamente, se evidenció que, para explicar el fenómeno de expansión es necesario considerar las propiedades físicas del medio filtrante, y la velocidad y temperatura de retrolavado. En este caso en particular, al no cuantificar la influencia de la temperatura sobre la expansión, se desarrolló el modelo bajo las temperaturas

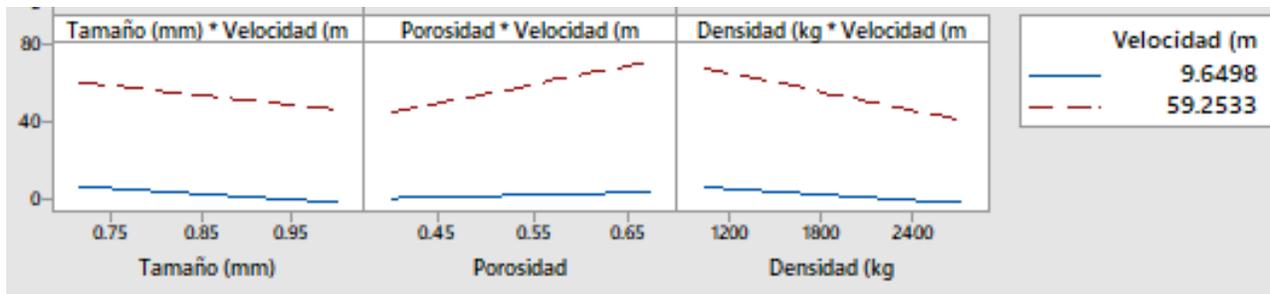
de ensayo las cuales se encuentran entre 20 – 24 °C. Todas las metodologías utilizadas se realizaron mediante el software estadístico Minitab.

Inicialmente, se analizaron las variables de densidad de partícula, tamaño de partícula (diámetro geométrico), porosidad del medio y velocidad de retrolavado como las variables predictoras y la expansión como la variable respuesta. Se utilizó la metodología de “Mejores subconjuntos” para determinar la combinación de variables que representarían el mejor modelo en términos del coeficiente de uniformidad, la varianza del modelo y el Cp de Mallow. Los resultados obtenidos tras utilizar el método de “Mejores subconjuntos” se detallan en el Apéndice 6. En el Cuadro 5-4 se resumen los resultados del procedimiento de “Mejores subconjuntos”.

**Cuadro 5-4. Resultados de la metodología de “Mejores subconjuntos” del software Minitab.**

<b>Modelo</b>	<b>Variables</b>	<b>Coefficiente de determinación (R<sup>2</sup>)</b>	<b>Cp de Mallows</b>	<b>Varianza (S)</b>
1	Velocidad	59.6	1112.5	10.042
2	Porosidad	9.5	2765.2	15.031
3	Velocidad y Porosidad	85.7	254.8	5.9957
4	Velocidad y densidad	83.2	335.8	6.4888
5	Velocidad, densidad y tamaño	90.1	109.9	4.9893
6	Velocidad, densidad y porosidad	87.9	181.9	5.5129
7	Velocidad, densidad, porosidad y tamaño	93.4	5	4.0991

En términos del coeficiente de determinación (R<sup>2</sup>) se observa que los mejores modelos corresponden a los modelos número 5 y 7 que contiene 3 (velocidad, densidad y tamaño) y 4 variables (velocidad, densidad, porosidad y tamaño), con valores de R<sup>2</sup> iguales a 90.1 y 93.4 respectivamente. Según Acuña (2004), si la diferencia del R<sup>2</sup> entre dos modelos es menor a 5%, se debe elegir el que presente menor número de variables. Por tanto, si se considerara solamente el valor de R<sup>2</sup> se debería seleccionar el modelo que contiene 3 variables. Seguidamente, se deben elegir modelos en donde el Cp de Mallows sea pequeño y se encuentre cercano al número de predictores del modelo más la constante (Marín, 2013). En este caso se observa que el Cp de Mallows para el modelo número 7, el cual contiene las 4 variables



(velocidad, densidad, porosidad y tamaño), es exactamente 5. Por tanto, para este caso, el modelo número 7 representa la mejor opción. Seguidamente se presenta la varianza del modelo (S), debido a que se desea que el modelo presente el menor número de varianza posible (Gutiérrez & De la Vara, 2008), para este caso se seleccionó el modelo número 7, el cual contiene las 4 variables predictoras. Por lo tanto, considerando la evaluación de los tres parámetros estadísticos, se concluye que el modelo con mejor calidad estadística corresponde al modelo número 7, el cual contiene las 4 variables predictoras (velocidad, densidad, porosidad y tamaño).

Seguidamente, al seleccionar las variables predictoras del modelo, se llevó a cabo un análisis para evaluar la presencia de interacciones entre variables (ver sección 3.5.1). Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 5-5.

**Figura 5-5. Análisis de interacción entre las variables predictoras.**

En la Figura 5-5 se observa que existe diferencias entre las pendientes para el nivel menor y mayor de velocidad. Al presentarse diferencia entre las pendientes se concluyó que existe interacción entre las variables de tamaño-velocidad, porosidad-velocidad y densidad-velocidad. Por tanto, al incluir las interacciones entre las variables, se generaría un aumento sustancial en la confiabilidad de los resultados obtenidos en el análisis de regresión, de acuerdo con Acuña (2004).

A continuación, en el Cuadro 5-5 se presenta el análisis de varianza del modelo que arrojó los mejores resultados, en el Apéndice 6 se detallan la totalidad de los resultados estadísticos obtenidos al realizar el análisis de regresión.

**Cuadro 5-5. Resultados estadísticos del análisis de varianza del modelo de regresión.**

Fuente	Valor p
Regresión	0.000

Tamaño (mm)	0.000
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	0.000
Velocidad (m/h)	0.000
Porosidad (%)	0.079
Tamaño (mm) * Velocidad (m/h)	0.000
Porosidad (%) * Velocidad (m/h)	0.000
Densidad (kg/m <sup>3</sup> ) * Velocidad (m/h)	0.000

En el Cuadro 5-5 se observan inicialmente los resultados del análisis de varianza, en donde el valor p de la regresión es menor a 0.05, por tanto, se rechaza la hipótesis nula. De esta manera, se concluyó que el modelo de regresión explica la variación en la expansión del medio filtrante, con un 95% de confianza. Posteriormente, se evidencia que el valor p para la variable predictora de porosidad es mayor a 0.05, por tanto, se aceptó la hipótesis nula, la cual indica que no existe asociación estadísticamente significativa entre la expansión del medio y la porosidad inicial del medio. En este sentido, se excluyó la variable individual de porosidad del modelo. Asimismo, se observó para el resto de las variables predictoras, un valor p menor a 0.05, por lo que se rechazó la hipótesis nula. Se concluyó que existe una asociación estadísticamente significativa entre las variables predictoras de velocidad, densidad, tamaño, tamaño\*velocidad, densidad\*velocidad y porosidad\*velocidad y la expansión del medio filtrante, con un 95% de confianza.

Seguidamente, se analizaron los parámetros estadísticos del modelo. La desviación estándar (S) entre los valores experimentales de expansión y los valores ajustados por el modelo fue de aproximadamente 1%, lo cual es conveniente en términos prácticos, ya que, el cambio de un 1% en la expansión del medio filtrante no representa modificaciones significativas en los mecanismos de limpieza durante la fluidización del medio, considerando que el cambio que se presenta en la porosidad del medio es mínima (Amirtharajah, 1971).

Con respecto al coeficiente de determinación ( $R^2$ ) se evidenció que el modelo ajusta de forma precisa un 99,56% de la variación en la expansión del medio. Por lo tanto, se concluyó que el modelo cuantifica correctamente la fuerza de relación entre la expansión del medio filtrante y las variables predictoras.

Posteriormente, se analizaron los resultados de los coeficientes. En el Cuadro 5-6 se resumen los resultados de las pruebas estadísticas relacionadas a los coeficientes numéricos de cada variable predictora.

**Cuadro 5-6. Resultados de pruebas estadísticas relacionadas a los coeficientes numéricos de cada variable predictora.**

Variable predictora	Coefficiente numérico	Valor p, prueba t	VIF
Tamaño (mm)	-26.11	0.000	1.91
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	-0.001923	0.000	2.75
Velocidad (m/h)	1.1376	0.000	3.67
Tamaño (mm) * Velocidad (m/h)	-0.4057	0.000	1.09
Porosidad (%) * Velocidad (m/h)	1.612	0.000	2.80
Densidad (kg/m <sup>3</sup> ) * Velocidad (m/h)	-0.000243	0.000	2.65

Para este caso, el coeficiente para un término representa el cambio que sufre la expansión del medio promedio con un cambio en la variable predictora, en tanto que el resto de las variables predictoras se mantienen constantes. El signo del coeficiente indica el aumento o disminución de la expansión de acuerdo con la relación con la variable. Es posible evaluar la significancia de la variable predictora a partir del tamaño del coeficiente (Rojo, 2008).

Por lo tanto, de acuerdo con el Cuadro 5-6, se evidenció que para el diámetro de la partícula el modelo indica que conforme se aumenta el tamaño del medio y el resto de variables se mantienen constantes, la expansión del medio se disminuye, comportamiento que se discutió anteriormente (Figura 5-4), además, es posible observar que esta variable ejerce la mayor variabilidad de acuerdo al tamaño del coeficiente (en valor absoluto), lo que reafirma la sensibilidad de este parámetro sobre la expansión del medio filtrante. Con respecto a la densidad, el modelo indica una disminución en la expansión si se aumenta en una unidad la densidad y el resto de las variables se mantienen constantes, comportamiento que se afirma por bases teóricas y por los ensayos experimentales realizados. La velocidad representa un aumento en la expansión de acuerdo con el modelo, tal y como se espera debido a la relación lineal entre estas variables.

Además, se incluyeron interacciones como variables, las cuales fueron necesarias para que el modelo cumpliera con los supuestos estadísticos. Según (León & Montero, 2001), las interacciones corresponden a “lo que ocurre cuando el efecto de una variable cambia dependiendo del nivel de una segunda variable”. En este sentido, se evidenció en los datos observados que la velocidad de retrolavado provocará una expansión del medio filtrante específica en función de las características físicas que éste presente. La interacción tamaño-velocidad

presenta signo negativo, lo que reafirma que conforme se aumenta el tamaño, la misma velocidad provocará una expansión menor. La interacción porosidad-velocidad, presenta signo positivo, en este caso el aumento de la porosidad provocará que la misma velocidad de retrolavado reproduzca mayor expansión en el medio. Finalmente, la interacción densidad – velocidad presenta signo negativo, lo que evidencia que el aumento de la densidad del medio filtrante a la misma velocidad de retrolavado disminuye el porcentaje de expansión que se alcanza.

Por otra parte, en el Cuadro 5-6 se muestra el valor p de la prueba t. El valor p mide la relación entre el coeficiente y su error estándar, con el fin de comprobar si el coeficiente es significativamente diferente de cero (Gutiérrez & De la Vara, 2008). De acuerdo con el valor p de la prueba t, se rechaza la hipótesis nula. Por lo tanto, se cuenta con suficiente evidencia para establecer que existe una asociación estadísticamente significativa entre la expansión del medio y las variables predictoras en el modelo, con un 95% de confianza.

Finalmente, se presenta en el Cuadro 5-6 el factor de inflación de la varianza (VIF por sus siglas en inglés), el cual describe la correlación entre los predictores. La multicolinealidad representa una problemática porque puede aumentar la varianza de los coeficientes de regresión, lo que dificulta la evaluación del impacto individual que cada uno de los predictores correlacionados ejercen sobre la respuesta (Rojo, 2008). Si el valor del VIF es igual a 1 se dice que las variables no están relacionadas, si se encuentra entre 1 y 5 las variables son moderadamente correlacionadas, y si el valor es mayor a 5, las variables se encuentran altamente correlacionadas. Para este caso, se observa que la correlación entre las variables es moderada, lo que no representa problemas a nivel estadístico (Acuña, 2004).

Por otra parte, se realizó el análisis de las gráficas de residuos para evaluar el ajuste del modelo de regresión, las gráficas se muestran en el Apéndice 6.

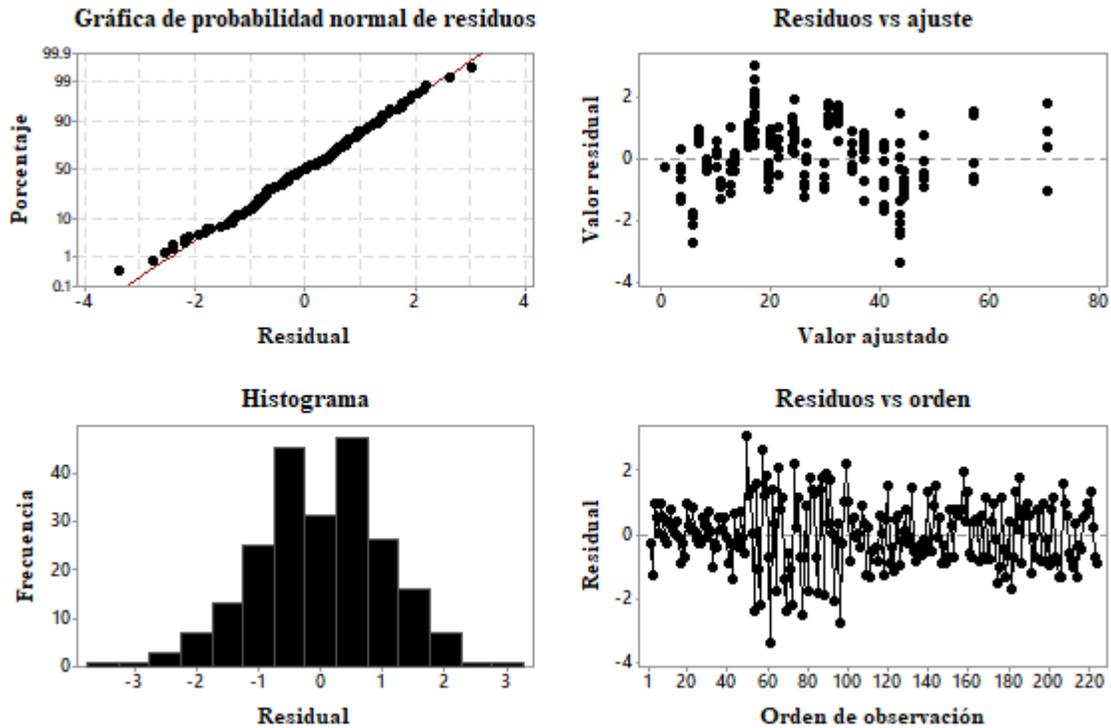


Figura 5-6. Gráfica de residuos para ajustar el modelo de regresión.

Para verificar el supuesto de que los residuos están distribuidos normalmente, se utilizó la gráfica de probabilidad de normalidad de los residuos. De acuerdo con el gráfico obtenido y a la prueba de normalidad realizada (Apéndice 6), se concluyó que el comportamiento de los residuos se ajusta correctamente a una distribución normal, con un 95% de confianza. La importancia en el supuesto de normalidad radica en que de este depende que los estimadores sean eficientes, y que los intervalos de confianza de los parámetros del modelo y las pruebas estadísticas sean exactos (Marín, 2013).

Seguidamente, se verificó el supuesto de que la varianza de los errores es constante y presentan promedio igual a cero, ya que de esto dependen la veracidad del error estándar, los intervalos de confianza y las pruebas de hipótesis (Gutiérrez & De la Vara, 2008). Según Acuña (2004) se presenta varianza no constante cuando en el gráfico residuos vs ajuste se observa una dispersión en abanico o se presenta algún tipo de patrón. En este caso, se puede observar que en el gráfico *Residuos vs ajuste* los puntos aparecen alineados arbitrariamente alrededor de la franja horizontal centrada en cero, por lo que se indica que la varianza es constante y, además, se muestra el promedio igual a cero.

Finalmente, se analizó la correlación entre los errores para verificar el supuesto de los que los residuos son independientes entre sí. La correlación de los errores afecta directamente la estimación del error estándar de los coeficientes de regresión, ya que estos se subestiman, por lo que los intervalos de confianza y predicción tienden a ser más estrechos de lo que deberían; así los valores p de los predictores dejan de ser fiables y se podría caer en el error de considerar significativos parámetros que en realidad no lo son (Marín, 2013). En el gráfico *Residuos vs orden* se muestra que los residuos no muestran tendencias ni patrones cuando se muestran en orden cronológico, lo que permitió concluir que los residuos son independientes entre sí.

Por lo tanto, se concluyó que el modelo de regresión múltiple cumple con los supuestos estadísticos y es adecuado para realizar predicciones de expansión. En la ecuación 5-1, se describe la ecuación resultante del modelo de regresión construido.

$$\begin{aligned} \% \text{ expansión} = & 18.73 - 26.11 * d_g - 0.001923 \rho_p + 1.1376 * V - 0.4057 * d_g * V \\ & + 1.6120 * \varepsilon_0 - 0.000243 * \rho_p * V \end{aligned} \quad (\text{Ec. 5-2})$$

Donde,  $d_g$ : diámetro geométrico (mm),  $\rho_p$ : densidad partícula ( $\text{kg/m}^3$ ),  $V$ : velocidad de retrolavado (m/h),  $\varepsilon_0$ : porosidad inicial.

### 5.2.3 Comparación de la respuesta del modelo con datos experimentales

Es necesario validar el modelo con medios filtrantes distintos a aquellos con los que se realizó el diseño, de manera que se evalúe la precisión de expansión bajo diferentes condiciones. En este caso, se tomó la decisión de evaluar el modelo con medios filtrantes crudos, es decir, no se realizó una selección previa de tamaño para los ensayos. Lo anterior representa especial importancia debido a que, en las plantas de tratamiento los prestadores de servicio utilizan el medio crudo para la filtración, es decir, se utiliza el medio tal cual su presentación de fábrica (presentación descrita en las fichas técnicas, Anexo 1) y no se realiza una selección previa de tamaño de partícula.

En el Cuadro 5-7, se muestran las características físicas bajo las cuales se construyó el modelo, y las características físicas de los medios filtrantes con los que se realizó la comparación.

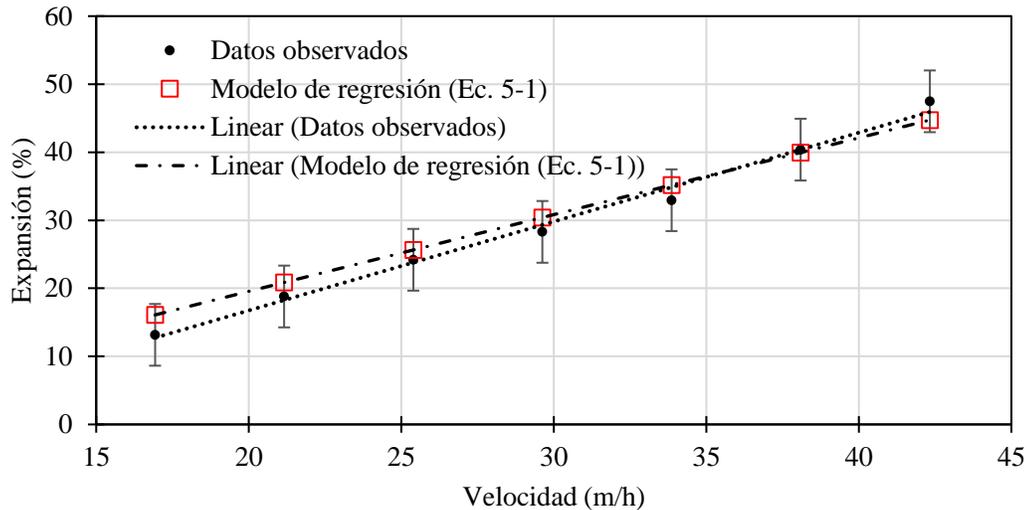
**Cuadro 5-7. Valor de las características físicas con los que se construyó el modelo y de los medios con los que se realizó la comparación de respuesta.**

Característica	Modelo regre- sión (Ec. 5-1)	Turbi- dex™	Ag	Resinas de in- tercambio iónico
Densidad de partícula (kg/m <sup>3</sup> )	2724 - 1018	1775	1090	1329
Porosidad de medio (%)	40 - 67.21	45	54	38
Diámetro geométrico (diámetro predominante) (mm)	0.714 - 1.001	0.714	1.718	0.714
Intervalo granulométrico (mm)	0.6 - 1.18	0.0075 - 2.5	0.0075 - 2.5	0.15 - 1.18
Coefficiente de uniformidad	NA	1.63	2.13	1.62
Medio esférico	NO	NO	NO	SI
Velocidad de retrolavado (m/h)	9.65 - 50.79	16.93 - 38.09	16.93 - 38.09	8.46 - 19.22

### 5.2.3.1 Medio granular Turbidex™

El primer medio con el que se realizó la comparación de respuesta del modelo predictivo construido en esta investigación corresponde a Turbidex™. En el Cuadro 5-7 se observa que las variables de entrada se mantuvieron dentro del rango de aquellas con las que se realizó el diseño, a excepción del intervalo granulométrico del medio. Sin embargo, el tamaño de partícula predominante del medio se encuentra dentro del rango de tamaños con los que se construyó el modelo (ver análisis granulométrico en el Apéndice 4) y, además, se muestra que el coeficiente de uniformidad se encuentra entre 1.3 – 1.7, lo cual corresponde al rango deseado para materiales destinados a la filtración (Crittenden et al., 2012). Debido a que el medio presenta un coeficiente de uniformidad aceptable, es decir, el medio presenta una distribución de tamaño homogénea, se presume que el tamaño de partícula predominante obtenido del análisis granulométrico representa con precisión el comportamiento del medio durante el retrolavado. Asimismo, se observó que el medio de Turbidex™ se compone por partículas granulares de forma irregular, al igual que los medios con los que se llevó a cabo la construcción del modelo de regresión. Por lo anterior, se presume que el comportamiento hidráulico de las partículas de Turbidex™ durante el retrolavado, se pueden comparar con el compor-

tamiento hidráulico de las partículas que componen los medios que se utilizaron para la construcción del modelo. Los resultados relacionados a la comparación de respuesta con el medio de Turbidex™ se presentan en la Figura 5-7.



**Figura 5-7. Comparación entre la expansión experimental y la expansión predicha por el modelo de regresión, del material de Turbidex™.**

En la Figura 5-7 se observa un ajuste adecuado entre los resultados experimentales y los resultados de expansión del modelo de regresión (Ec. 5-2), donde las diferencias entre la respuesta de expansión del modelo y la expansión experimental varían desde 0.8 hasta 3.09 unidades, resultando en porcentajes de error desde 2 hasta 15.2%. De acuerdo con Yiğit et al., (2016), se consideró un porcentaje de error de predicción aceptable si este era menor o igual a 15%. Por lo tanto, para el caso del medio filtrante de Turbidex™, se concluyó que el modelo de regresión construido en esta investigación predice de manera precisa las expansiones que se alcanza durante el retrolavado.

En este caso se presume que, al trabajar con un coeficiente de uniformidad aceptable, la identificación de un tamaño predominante en un material crudo no genera error en los resultados de expansión. Lo anterior representa gran importancia ya que, al diseñar el modelo con un rango de tamaño que se encuentre entre dos números de tamices adyacentes, es esencial asegurar su precisión para materiales en donde no se realice un proceso selectivo de tamaño, situación común en plantas de tratamiento.

### 5.2.3.2 Medio granular Ag

Además, se compararon los resultados experimentales de expansión del Filtro Clack- Ag<sup>®</sup> frente a las expansiones de respuesta del modelo predictivo de expansión, la comparación se presenta gráficamente en la Figura 5-8.

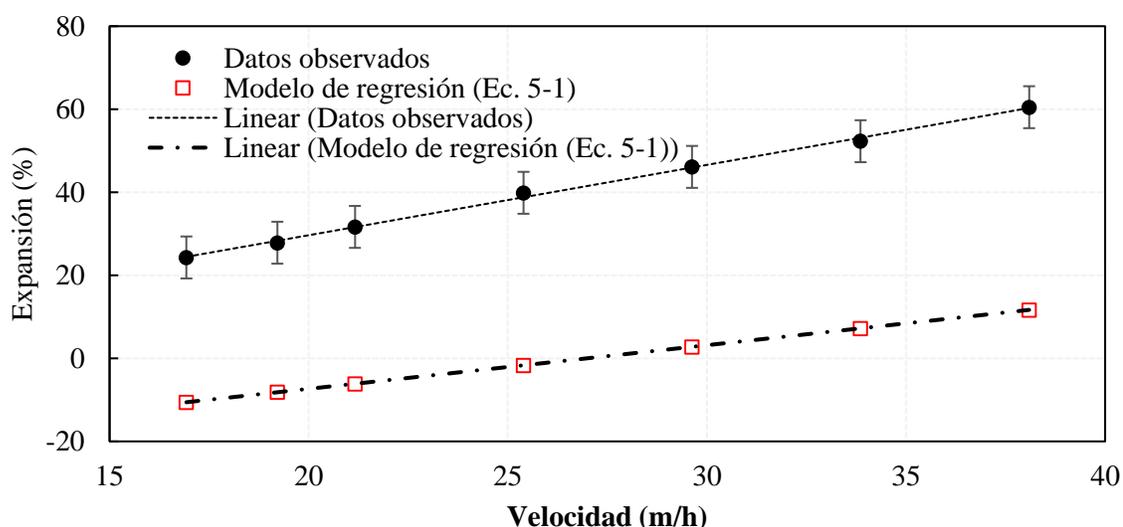


Figura 5-8. Comparación entre la expansión experimental y la expansión predicha por el modelo de regresión, del material Filter Clack-Ag<sup>®</sup>.

En este caso, es evidente que el modelo empírico (Ec. 5-2) predice un porcentaje de expansión menor al experimental, en donde se alcanza una diferencia de hasta 50 unidades, resultado en porcentajes de error de 60 hasta 97%. De acuerdo a los datos que se presentan en el Cuadro 5-7, el valor de porosidad inicial del medio y densidad de partícula para este caso, se mantuvieron dentro del rango bajo el cual se diseñó el modelo, además, la temperatura de agua de retrolavado varió desde 22.7 °C hasta 23.8 °C, por lo tanto, se esperaría que estas variables no causen problema sobre la predicción del modelo.

Por otra parte, se utilizó como tamaño de partícula el valor de 1.718 mm el cual, según el análisis granulométrico (Apéndice 4), corresponde al diámetro de partícula predominante en

el medio filtrante, en el Cuadro 5-7 se observa el intervalo granulométrico. Sin embargo, en los ensayos experimentales de retrolavado se observó que las partículas de mayor tamaño se mantuvieron en la zona inferior del filtro y solo una parte de estas apenas se incorporó al proceso de fluidización, mientras que las partículas de menor tamaño se fluidizaron con mucha más facilidad, marcando estas la altura a la que el medio se expandió. Es decir, la expansión dependió de las partículas de menor tamaño solamente, mientras que las partículas de mayor tamaño, en este caso diámetro predominante, se mantuvieron en la sección inferior del filtro.

El fenómeno descrito anteriormente se conoce como estratificación, y se relaciona directamente al coeficiente de uniformidad, a partir del cual se describe la uniformidad bajo la cual se distribuye el tamaño de partículas que conforma el medio filtrante (AWWA, 2011). Para evitar la estratificación del medio filtrante Crittenden et al (2012) indican que el coeficiente de uniformidad debe encontrarse entre un rango de 1.3-1.7, mientras que la norma ANSI/AWWA B100 (AWWA, 2016), la cual brinda una serie de estándares para los medios granulares que se desean utilizar en filtración, aclara que este no debe ser mayor a 1.7. El coeficiente de uniformidad del material Filtro Clack- Ag<sup>®</sup> presenta un valor de 2.13, por lo tanto, se supone que el comportamiento durante el retrolavado se debe a la falta de homogeneidad del tamaño de partículas.

Asimismo, se ha reiterado que conocer el valor del diámetro de partícula con precisión es esencial para predecir el porcentaje de expansión, sin embargo, en estos casos en donde el coeficiente de uniformidad no se encuentra dentro del rango recomendado, se dificulta fijar un valor de diámetro representativo, y surgen errores en la predicción como el que se muestra en la Figura 5-8. Por lo tanto, se sugiere condicionar el uso del modelo para medios filtrantes que presenten coeficientes de uniformidad dentro del rango aceptado (1.3 – 1.7).

Además, es importante considerar que el fallo en la predicción se atribuye probablemente al fenómeno de estratificación que se presentó en el filtro y no al hecho de que el diámetro de la partícula se encontrara fuera del rango de tamaño bajo el cual se construyó el modelo, lo cual se puede visualizar en el Cuadro 5-7. Sin embargo Gutiérrez & De la Vara (2008), declaran que en regresión lineal múltiple es común que aún y cuando el modelo ajusta adecuadamente la respuesta bajo las condiciones con las que se construyó, se genere una problemática de predicción si se utilizan valores para las variables predictoras que se encuentren

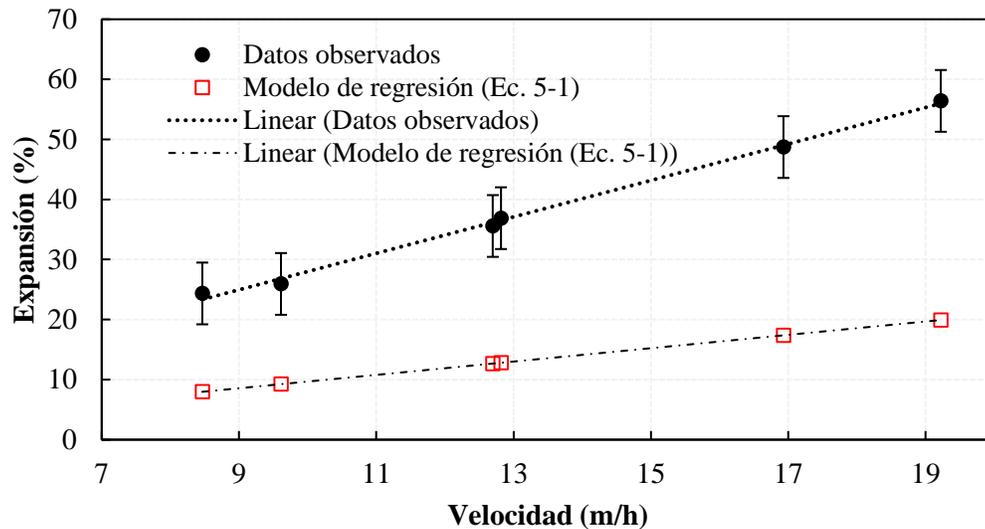
fuera del rango de construcción. Lo anterior se justifica debido a que en la mayoría de los casos, fuera de la región de construcción, los fenómenos físicos que se encuentran detrás del modelo de regresión podrían empezar a influir de diferente forma sobre la variable respuesta (Acuña, 2004). De esta manera, Stevenson (1994) declara que el tamaño de la partícula influye de manera cuadrática sobre la expansión del medio, ya que encontró que un cambio de 10% en el tamaño de la partícula, produce un incremento del 21% en la tasa de retrolavado para alcanzar el mismo porcentaje de expansión. Por lo tanto, surge la necesidad de explorar tamaños de partícula mayores a los que se utilizó en la construcción del modelo, y se debe considerar que el coeficiente de uniformidad se encuentre entre 1.3 – 1.7 para asegurar la homogeneidad del material. Lo anterior con el fin de analizar hasta qué punto es posible describir en un rango amplio ( $> 0.3$  mm, el cual corresponde al rango utilizado en la construcción del modelo) la influencia del tamaño sobre la expansión de manera lineal.

### ***5.2.3.3 Medio de resinas de intercambio iónico***

Por otra parte, se utilizó medio de resinas de intercambio iónico para validar el modelo empírico. Las características físicas del medio que se utilizaron como variables de entrada se encuentra dentro del rango bajo el cual se diseñó el modelo, exceptuando la porosidad inicial y el intervalo granulométrico, tal y como se muestra en el Cuadro 5-7. Sin embargo, se observa que el coeficiente de uniformidad se encuentra entre 1.3 – 1.7, lo que indica que el grado de homogeneidad del medio es adecuado. Por lo tanto, se supone que el diámetro representativo del material seleccionado a partir del análisis granulométrico (Apéndice 4), el cual se encuentra dentro del rango de construcción del modelo, representa de manera adecuada el comportamiento del medio durante el retrolavado.

Por otra parte, se observó que las partículas por las que se compone el medio presentan forma esférica. La esfericidad determina la porosidad del medio de acuerdo a una relación inversa (Logsdon et al., 2002); por lo tanto, se justifica que el medio filtrante esférico con tamaño de partícula de 0.714 mm (menor diámetro ensayado), sea el que presente menor porosidad de medio (Cuadro 5-7). Además, las partículas esféricas se pueden retrolavar a velocidades inferiores, debido a que presentan menor área superficial en comparación a las partículas no esféricas (Stevenson, 1994), disminuyendo de esta manera la magnitud de fuerza de arrastre necesaria para expandir el medio. Comportamiento que se evidencia en la

Figura 5-9, en donde la resina se expande más allá de lo que el modelo empírico (Ec. 5-2) calcula, variando estas diferencias desde 17 hasta 37 unidades, lo que se resulta en porcentajes de error que se encuentran entre 64.3 y 67.3%.



**Figura 5-9. Comparación entre la expansión experimental y la expansión predicha por el modelo de regresión, del material de resinas de intercambio iónico.**

En consecuencia, se debe considerar que el diseño del modelo empírico se llevó a cabo con partículas no esféricas, por tanto, es evidente que falla cuando predice el comportamiento de partículas esféricas durante el retrolavado.

A pesar de la evidente importancia de las implicaciones de la esfericidad en el proceso de retrolavado, los métodos para su determinación presentan gran dificultad (Siwec, 2007), razón por la cual no se incluyó esta variable en el modelo; ya que se busca que las metodologías para la determinación de las variables de entrada se puedan replicar con facilidad en plantas de tratamiento de agua potable. Por consiguiente, se podría evaluar la opción de desarrollar un modelo a partir de partículas esféricas, y evaluar los resultados de este con el fin de contar con una alternativa de predicción precisa para estos casos.

Por lo tanto, se evidencia que el modelo predice la expansión adecuadamente para materiales crudos que cumplan con las condiciones identificadas anteriormente. Además, es importante recordar que la temperatura de agua de retrolavado debe mantenerse en un rango entre 20 y 24 °C, para asegurar la precisión del modelo empírico.

### 5.3 COMPARACIÓN DE LA RESPUESTA DEL MODELO PREDICTIVO DE EXPANSIÓN CON CURVAS TEÓRICAS Y MODELOS DE EXPANSIÓN TEÓRICOS

#### 5.3.1 Comparación con modelos predictivos reportados en la literatura

Para este caso, se abordaron los porcentajes de error en función de la expansión. Para los modelos teóricos, se realizó el cálculo respectivo para expresar la porosidad final en términos de expansión, de acuerdo con lo descrito en la sección 4.3.1. En el Cuadro 5-8 se muestran los porcentajes de error al comparar los datos de expansión experimentales con la respuesta de expansión de cada modelo. Y en el Cuadro 5-9 se muestran los rangos de variables con los que se construyeron los modelos teóricos.

**Cuadro 5-8. Porcentajes de error entre los datos de expansión experimentales y en la respuesta de expansión de los modelos teóricos y el modelo de regresión.**

Medio Filtrante	Porcentaje de error (%)			Modelo de regresión (Ec. 5-2)
	Akgiray & Saatçi (2001)	Wen & Yu (1966)	Soyer & Akgiray (2009)	
Antracita	49	22	NR	2
Arena sílica (0.85-1.18 mm)	208	125	55	13
Arena sílica (0.6-0.85 mm)	74	38	36	12
Ag	87	73	53	94
Piedra pómez	1434	2108	NR	11
Resina de intercambio iónico	40	22	29	62
Turbidex™	29	39	47	11
<b>Promedio</b>	<b>312</b>	<b>401</b>	<b>44</b>	<b>34</b>

**Cuadro 5-9. Características para la construcción de los modelos teóricos evaluados en esta investigación.**

Característica	Akgiray & Saatçi (2001)	Wen & Yu (1966)	Soyer & Akgiray (2009)
Densidad de partícula (kg/m <sup>3</sup> )	1180 - 4393	1200 - 8550	1180 - 4393
Porosidad del medio (%)	NR	0.41 - 0.56	NR**
Diámetro de partícula (mm)	0.208 - 6.01	0.09 - 3	0.208 - 6.01
Esfericidad	0.413 - 1	1	NR
Temperatura	5 - 25	15 - 30	5 - 25

\*Para el caso del desarrollo de los modelos de Akgiray & Saatçi (2001) y Soyer & Akgiray (2009) se utilizaron los mismos datos experimentales.

\*\* NR: No reporta.

### 5.3.1.1 Medio granular Ag

En el caso del material Ag, el mayor porcentaje de error se produce tras el uso del modelo de regresión; sin embargo, se evidencia que el resto de los porcentajes de error son considerablemente altos al compararlos con el porcentaje de error aceptado, el cual no debe ser mayor a 15%. Para este caso, se supone que los modelos teóricos presentan un menor porcentaje de error en comparación al modelo de regresión debido a que en su diseño se incorporan partículas de mayor tamaño, tal y como se observa en el Cuadro 5-7. Por lo tanto, se espera que los modelos teóricos predigan con mayor precisión el comportamiento del medio cuando este se forma por partículas de mayor tamaño al que se utilizó para la construcción del modelo de regresión, como en el caso del medio Ag (Cuadro 5-7). Además, en la Figura 5-10 se observa, en el caso de la totalidad de modelos, la tendencia de predecir expansiones menores a las que se alcanzan experimentalmente. Por lo tanto, se presume que la capacidad de predicción de los modelos teóricos también se ve afectada por la presencia de estratificación del filtro durante el retrolavado.

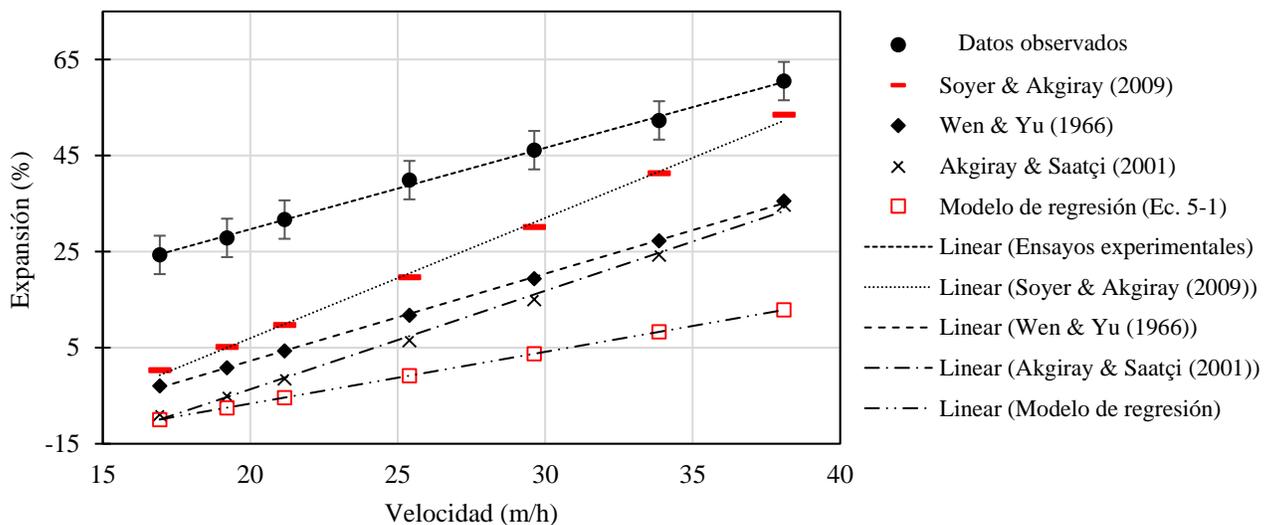


Figura 5-10. Predicción de la expansión del medio Filtro Clack-Ag®.

### 5.3.1.2 Medio de resinas de intercambio iónico

Con respecto al medio de resinas de intercambio iónico, se observa en el Cuadro 5-8 que los menores porcentajes de error se producen al utilizar los modelos construidos por Wen & Yu (1966) y Soyer & Akgiray (2009a). El modelo de Wen & Yu (1966) se construyó a partir de partículas esféricas, y en el modelo de Soyer & Akgiray (2009a) se contempla la variable de esfericidad en su construcción. Por lo tanto, se presume que al incluir la variable de esfericidad, se genera un porcentaje de error menor en comparación al de los modelos que no contemplan la esfericidad en su diseño, los cuales en este caso corresponden a el modelo desarrollado por Akgiray & Saatçi (2001) y el modelo de regresión construido en esta investigación (sección 4.2.2). Sin embargo, en la totalidad de los casos los porcentajes de error reportados son mayor a 15%, por lo tanto, se concluye que ninguno de los modelos en estudio predice con precisión el porcentaje de expansión de las resinas de intercambio iónico. En la Figura 5-11, se observa que la totalidad de modelos tienden a predecir porcentajes menores, al igual que en el caso anterior.

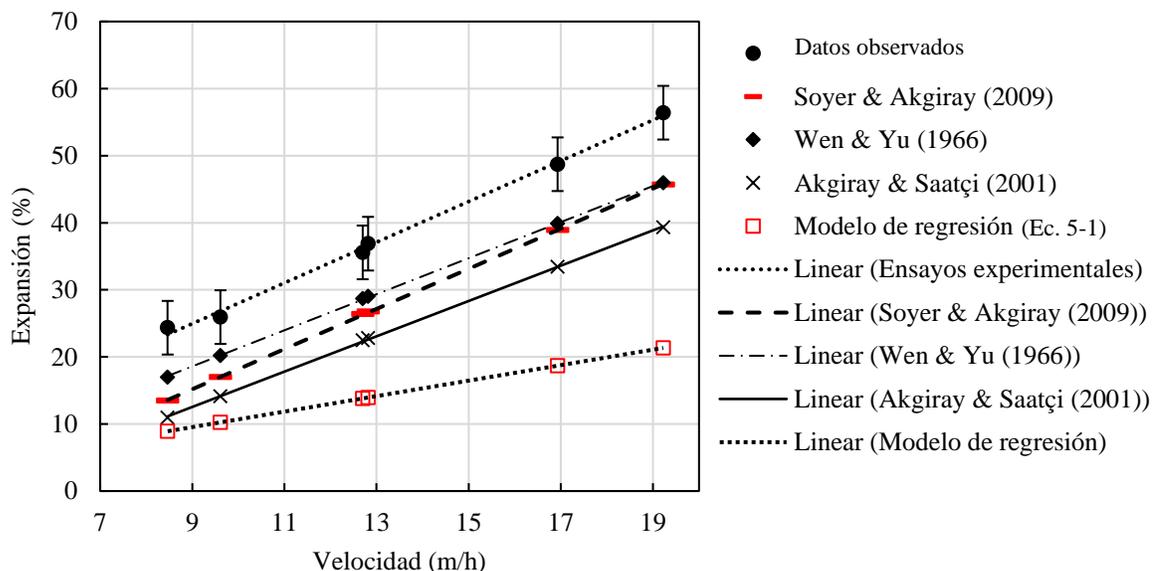


Figura 5-11. Predicción de la expansión del medio de resinas de intercambio iónico.

### 5.3.1.3 Medio granular piedra pómez

Por otra parte, la predicción de la expansión del medio de piedra pómez representa los mayores porcentajes de error en el caso de los modelos teóricos. En este sentido, se debe considerar que la densidad de partícula de la piedra pómez (Cuadro 5-7) se encuentra fuera del rango de variables que se utilizaron para la construcción de los modelos teóricos (Cuadro 5-9).

Adicionalmente, la relación entre la densidad de la piedra pómez y la densidad del agua es muy cercana a 1. Por lo tanto, se sugiere que los modelos teóricos no cuantifican la pequeña diferencia existente entre las densidades, lo que provoca que se considere la piedra pómez como un material que se mantiene suspendido dentro del fluido (flotabilidad neutra), es decir, se anulen entre sí la fuerza gravitacional y la fuerza boyante (Kulkarni, 2007). Por lo tanto, cuando en el sistema ingresa el agua de retrolavado, la fuerza de arrastre que actúa sobre las partículas “en suspensión” provocarán una expansión mayor a la que se alcanza realmente, al no considerar el aporte del peso de la partícula (fuerza gravitacional); este comportamiento se evidencia en la Figura 5-12, en donde la porosidad final que se predice es significativamente mayor a la experimental, resultando en diferencias de expansión mayores hasta en 100 unidades. Asimismo, debido a la particularidad de las características físicas de la piedra pómez, no fue posible obtener el valor de esfericidad para este medio, por tanto, no se realizó la predicción en la expansión de la piedra pómez con el modelo construido por Soyer & Akgiray (2009a).

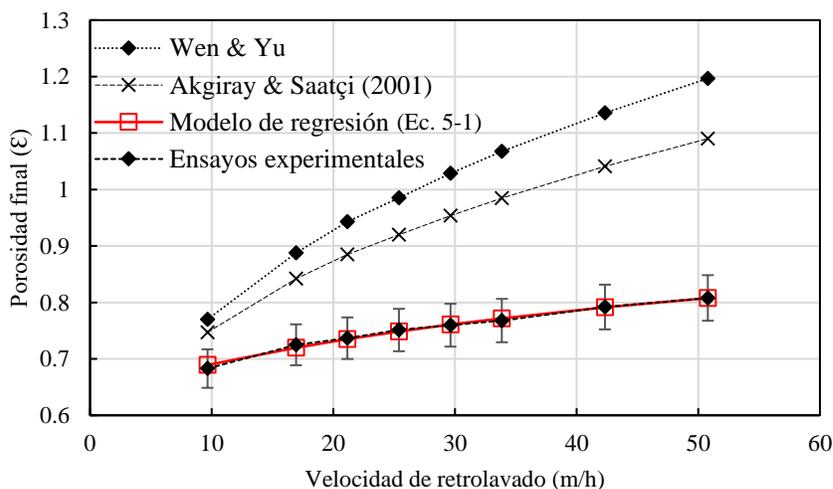


Figura 5-12. Predicción de la porosidad final de la piedra pómez durante el retrolavado.

#### **5.3.1.4 Precisión de predicción de los modelos evaluados**

En el Cuadro 5-8 se evidencia que en promedio el modelo que produce mayores porcentajes de error corresponde al desarrollado por Wen & Yu (1966), el cual se construyó a partir de medios que se componen por partículas esféricas. De acuerdo con los resultados obtenidos, al trabajar con medios filtrantes no esféricos no se recomienda el uso de este modelo, ya que la precisión se ve afectada significativamente por la esfericidad del medio filtrante.

Asimismo, en el Cuadro 5-8 se observa para el modelo propuesto por Akgiray & Saatçi (2001) un alto porcentaje de error en la totalidad de los casos, siendo el menor de 39%. En este modelo se incluyen constantes empíricas de pérdida de carga, las cuales produjeron resultados adecuados en la investigación, por lo que el autor recomienda su uso; sin embargo, se presumen que se podría mejorar la precisión del modelo al determinar a nivel experimental estas constantes para cada medio que se ensaye. En consecuencia, se genera la necesidad de investigar sobre las constantes de pérdida de carga para cada medio filtrante en las siguientes investigaciones, con el fin de evaluar con mayor exactitud la precisión de predicción de este modelo.

Por otra parte, se observa que de los modelos teóricos, el que produjo menor porcentaje de error en la predicción de la expansión corresponde al desarrollado por Soyer & Akgiray (2009), sin embargo; en ninguno de los casos se cumplió con el porcentaje de error deseado (<15%). Además, este modelo presenta la dificultad de que su solución se genera a partir de cálculos iterativos, es decir, es necesario el uso de un software de programación para su resolución. Por tanto, este tipo de modelos son menos prácticos cuando se compara con otras alternativas, como con el modelo de regresión desarrollado en esta investigación o el resto de los modelos teóricos evaluados.

Finalmente, es posible observar en el Cuadro 5-8 que los porcentajes de error para los medios filtrantes con los que se diseñó el modelo de regresión son menores en comparación a los porcentajes de error que se producen al predecir la expansión con los modelos teóricos. Además, se cumple el mismo comportamiento en el caso del medio de Turbidex<sup>TM</sup>, en donde el modelo ajustó adecuadamente las expansiones experimentales. Los problemas en la predicción de la expansión que sufre el modelo de regresión para los medios de Ag y resinas de intercambio iónico se discutieron previamente (sección 5.2.3). Por tanto, se supone que, al

trabajar con medios filtrantes homogéneos, no esféricos, y que presenten características físicas que se encuentren dentro del rango de construcción de modelo (ver Cuadro 5-1), el modelo de regresión predice con precisión la expansión durante el retrolavado, siendo los porcentajes de error en la predicción menor a 15% para la totalidad de los casos descritos (ver Cuadro 5-8). Además, es importante considerar que el modelo representa una forma sencilla, en donde no es necesario realizar iteraciones o transformar la variable respuesta, ya que del modelo se obtiene directamente el porcentaje de expansión en función de las características físicas del medio y la velocidad de retrolavado. Lo anterior representa una ventaja importante a nivel de practicidad ya que, al no representar un nivel alto de complejidad, se facilita su uso por el operador en las plantas de tratamiento de agua potable.

### 5.3.2 Comparación con fichas técnicas de medios filtrantes

#### 5.3.2.1 Medio de resinas de intercambio iónico

Los resultados obtenidos para el medio de resinas de intercambio iónico se muestran en la Figura 5-13. Se observa que los resultados experimentales se muestran entre las líneas teóricas, las cuales describen el comportamiento del medio a diferentes temperaturas. La temperatura del agua de retrolavado en el ensayo se mantuvo entre 20 y 23 °C.

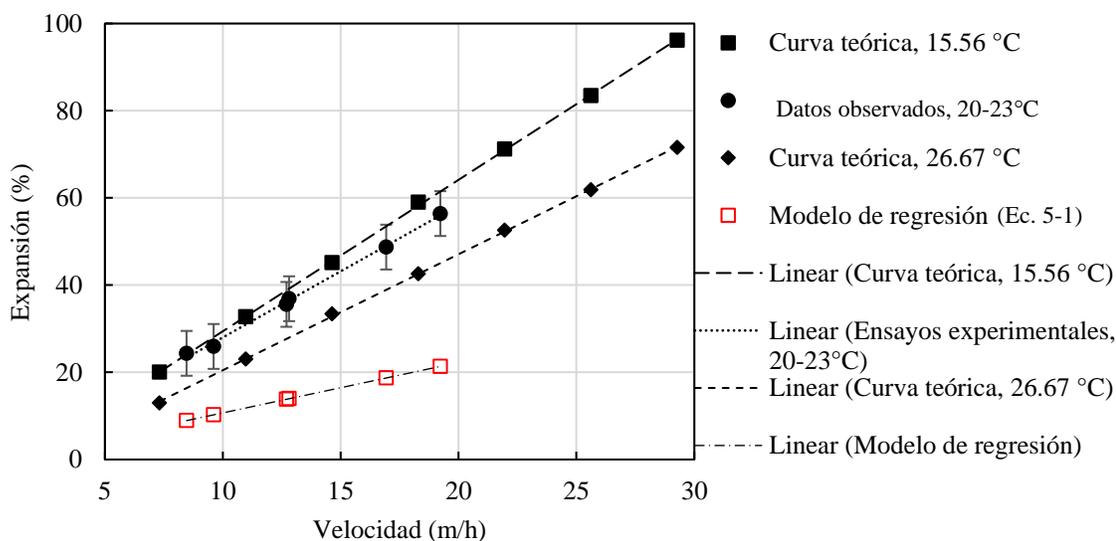
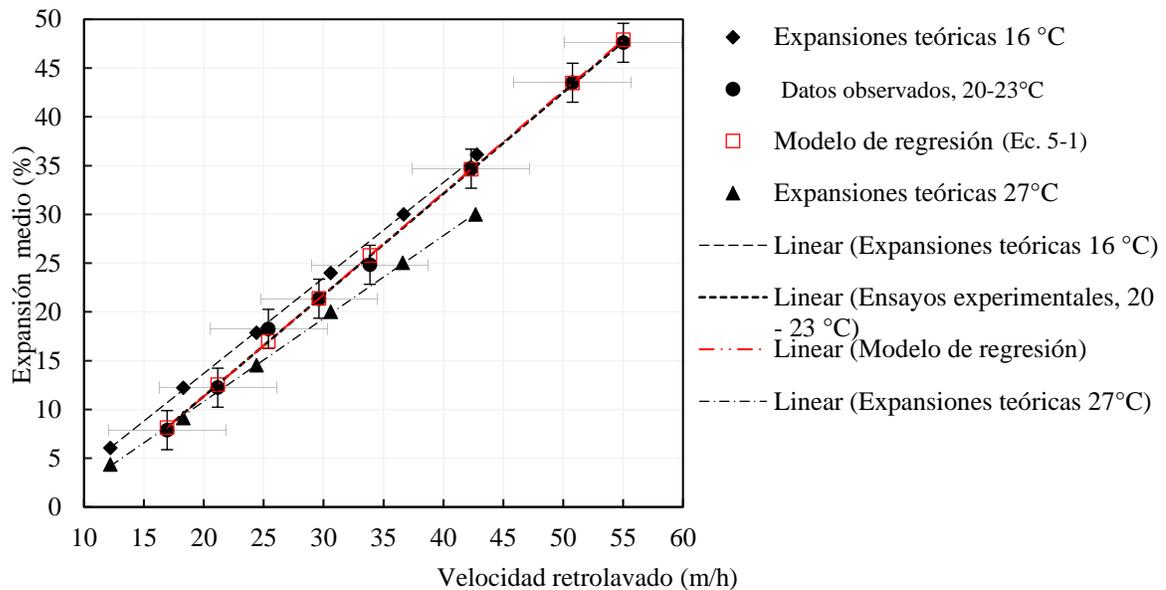


Figura 5-13. Predicción de la expansión de las resinas de intercambio iónico, de acuerdo con fichas técnicas y al modelo de regresión.

De acuerdo con la información descrita en el Cuadro 5-1 se observa que la ficha técnica describe con precisión la distribución granulométrica y el coeficiente de uniformidad, ya que mediante análisis granulométrico, el cual se muestra en el Apéndice 4, se confirmó que el rango de tamaño es solo 0.15 mm menor a lo descrito en la ficha, y el coeficiente de uniformidad experimental es igual al coeficiente de uniformidad teórico. No fue posible comparar el dato de densidad de partícula debido a que no se reporta tal información en la ficha técnica. No obstante, se muestra que, al describir correctamente la distribución de tamaño de partícula, se predice adecuadamente la expansión del medio filtrante. Por lo tanto, en este caso se evidencia que la curva teórica genera mejores resultados al ajustar la expansión experimental comparada a la curva diseñada por el modelo de regresión.

### **5.3.3 Medio granular de antracita**

Por otra parte; comparación con el medio filtrante de antracita. Es importante considerar que la antracita ensayada en esta investigación fue del rango de tamaño de 0.85-1.18 mm; sin embargo, en el análisis granulométrico realizado al material de antracita crudo (Apéndice 4) se confirmó que el diámetro de partícula predominante se encontraba dentro del rango mencionado. Además, se determinó que el material crudo varía en tamaño desde 2.5 hasta 0.075 mm y que el coeficiente de uniformidad se encontraba entre 1.3 – 1.7, el cual corresponde al rango deseado para medios filtrantes (Crittenden et al., 2012). Por tanto, considerando que los tamaños de partícula se distribuyen homogéneamente de acuerdo con el coeficiente de uniformidad, se realizó la comparación entre la curva teórica (contempla todos los rangos del medio de antracita) con los ensayos de expansión de la antracita (0.85 – 1.18 mm), los resultados se muestran en la Figura 5-14.



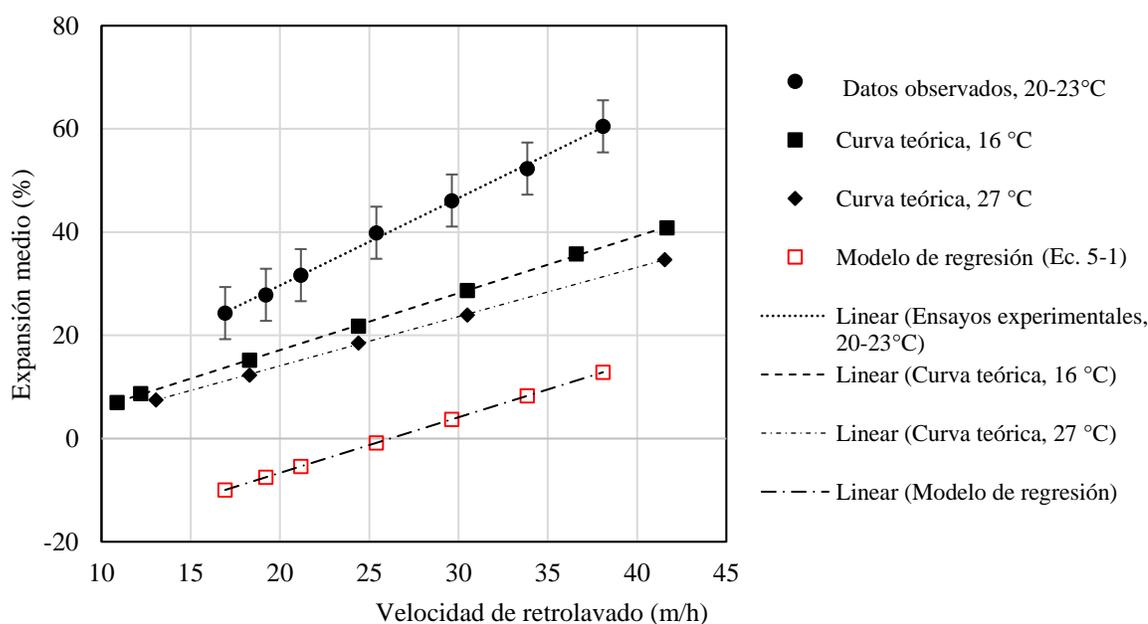
**Figura 5-14. Predicción de la expansión de la antracita, de acuerdo con fichas técnicas y al modelo de regresión.**

En este caso, en la Figura 5-14 se evidencia que tanto el modelo como las curvas teóricas de expansión producen un ajuste adecuado con respecto a los resultados experimentales, ya que la curva experimental de expansión (20 – 23°C), se encuentra dentro de las curvas teóricas de 16 y 27 °C, como es de esperarse. Además, se indica en la ficha técnica que el diámetro efectivo de medio se encuentra entre 0.85-0.95 mm, con un coeficiente de uniformidad menor a 1.7; al confirmar la información experimentalmente se obtuvo un coeficiente de uniformidad de 1.4. Asimismo, se muestra en el Cuadro 5-1 una variación de 230 kg/m<sup>3</sup>, sin embargo, es necesario considerar que al obtenerse la densidad para un rango de diámetro de partícula específico se puede afectar el resultado, debido a que la densidad varía en función del diámetro de partícula (Crittenden et al., 2012).

En síntesis, se observa que la ficha técnica muestra resultados correctos tanto para la predicción de la expansión, como para las características del medio cuando se compara con los resultados experimentales, lo cual, provoca que en este caso se considere como una herramienta de predicción de expansión confiable y precisa.

### 5.3.3.1 Medio granular Ag

Finalmente, se observa en el Cuadro 5-1 que la ficha técnica indica que el tamaño de partículas se encuentra entre 1.68 y 0.6 mm con diámetro efectivo de 0.67 mm y que el coeficiente de uniformidad es igual a 1.8. Igualmente, se menciona que la densidad de partícula corresponde a  $2250 \text{ kg/m}^3$ . A nivel experimental, se observan los resultados del análisis granulométrico (Apéndice 4) en donde la distribución del diámetro de partícula se encuentra entre 2.16 y 0.15 mm, resultando en un coeficiente de uniformidad de 2.13, además, la densidad experimental del medio corresponde a  $1090 \text{ kg/m}^3$ . (Cuadro 5-1). Los resultados de expansión teóricos y experimentales se muestran en la Figura 5-15.



**Figura 5-15. Predicción de la expansión del Filtro Clack-Ag®, de acuerdo con fichas técnicas y al modelo de regresión.**

En este caso se sugiere que las curvas teóricas corresponden a materiales con mayor densidad, tal y como se indica en la ficha técnica del medio. Al ser la densidad del medio menor a la esperada teóricamente, se justifica que el medio se pueda expandir con mayor facilidad a la que se indica por la ficha técnica (Yiğit et al., 2016). Por lo tanto, se observa que al presentar valores teóricos diferentes a los determinados experimentalmente, se produce una disminución evidente de precisión cuando se determina la expansión del medio filtrante. Por

tanto, se concluye para el caso del Filtro Clack-Ag<sup>®</sup> que, al utilizar tanto el modelo de regresión, como la herramienta de la curva teórica, se producen resultados poco precisos en la predicción de la expansión del medio filtrante.

## 6 CONCLUSIONES

Para un rango de temperatura de agua de retrolavado de 20 – 24 °C, se encontró que el aumento en la densidad y diámetro de partícula del medio filtrante provocan una disminución en el porcentaje de expansión a la misma velocidad de retrolavado, debido al aumento en el peso boyante del medio y el área superficial de la partícula.

Si en la planta de tratamiento se presentan limitaciones relacionadas a la velocidad de retrolavado, resulta más conveniente trabajar con medios filtrantes menos densos y de menor tamaño de partícula.

Para relaciones diámetro columna – diámetro partícula mayores a 25, no se evidencia influencia significativa de la columna de ensayo sobre la expansión del medio filtrante.

Es posible predecir el porcentaje de expansión del medio granular durante el retrolavado mediante el modelo de regresión múltiple construido en esta investigación, si el medio filtrante presenta un coeficiente de uniformidad menor a 1.6, se compone por partículas no esféricas, la densidad de partícula se encuentra entre 1018 y 2700 kg/m<sup>3</sup> y el diámetro predominante se encuentra entre 0.7 y 1 mm.

El coeficiente de uniformidad del medio filtrante representa un problema para la predicción de la expansión si es superior a 1.6 ya que se genera el fenómeno de estratificación.

La disminución en el área superficial de las partículas esféricas provoca que su comportamiento durante el retrolavado difiera significativamente del comportamiento que presentan las partículas no esféricas.

El modelo predictivo de expansión construido en esta investigación representa una forma sencilla que facilita su resolución, y las variables de entrada que se requieren se pueden obtener fácilmente en una planta de tratamiento de agua potable.

Los modelos teóricos predictivos utilizados en esta investigación no predijeron con precisión la expansión del medio filtrante, en donde generaron porcentajes de error mayor al aceptado de 15%, para el caso de todos los medios filtrantes en estudio.

Los modelos predictivos de expansión teóricos presentan la desventaja de que para su resolución se necesitan realizar iteraciones o despejes complejos de variables, además, se incluyen en su estructura algunas variables que se obtienen mediante procedimientos complejos.

Las curvas teóricas de expansión no predicen con precisión la expansión para algunos medios filtrantes.

En las fichas técnicas de los medios filtrantes se evidencia una relación entre la exactitud con la que se describe las características físicas del material y la precisión de las curvas teóricas de expansión.

## 7 RECOMENDACIONES

Realizar ensayos de expansión con materiales que presenten diámetros de partícula fuera del rango ensayado en esta investigación, para analizar la capacidad de extrapolación del modelo.

Evaluar la posibilidad de construir un modelo de regresión con medios filtrantes que se compongan de partículas esféricas.

Ensayar medios filtrantes con fichas técnicas que incluyan curvas teóricas para ampliar la evaluación de la capacidad con la que cuentan estas para predecir la expansión del medio filtrante.

Determinar experimentalmente las variables de pérdida de carga para el modelo desarrollado por Akgiray & Saatçi (2001), con el fin de evaluar si se genera una mejora en la capacidad de predicción.

## 8 REFERENCIAS

- Acuña, E. (2004). *Análisis de regresión*. Puerto Rico. Retrieved from [http://www.dm.uba.ar/materias/estadistica\\_Q/2011/1/clase regresion simple.pdf](http://www.dm.uba.ar/materias/estadistica_Q/2011/1/clase%20regresion%20simple.pdf)
- Akgiray, Ö., & Saatçi, A. M. (2001). A new look at filter backwash hydraulics. *Water Science and Technology: Water Supply*, 1(2), 65–72.
- Akgiray, O., & Soyer, E. (2006). An evaluation of expansion equations for fluidized solid – liquid systems Omer Akgiray and Elif Soyer, 517–526. <https://doi.org/10.2166/aqua.2006.040>
- Akkoyunlu, A. (2003). Expansion of Granular Water Filters During Backwash. *Environmental Engineering Science*, 20(6), 655–665. <https://doi.org/10.1089/109287503770736168>
- Algahtani, G., & Lovitt, R. (2014). Cleaning Filter Beds by Fluidization: Comparison of Fluidization Characteristics of Filter Sand and Filtralite. *International Proceedings of Chemical, Biological and Environmental Engineering*, 69(8), 139–142. <https://doi.org/10.7763/IPCBE>.
- Amirtharajah, A., & Cleasby, J. (1972). Predicting expansion of filters during backwash. *Journal / American Water Works Association*, 64(1), 52–59.
- Amirtharajah, Appiah. (1971). Optimum expansion of sand filters during backwash. Retrieved from <http://lib.dr.iastate.edu/rtd>
- Anderson, K., & Chescattie, E. (2003). Incorporating Filter Bed Expansion Measurements Into Your Backwashing. *Wqtc*, 1–16.
- ASTM. (2012). C 127 – 04 Standard Standard Test Method for Density, Relative Density (Specific Gravity), and Absorption. *American Society for Testing and Materials*, i(August), 2–7. <https://doi.org/10.1520/C0128-15.2>
- ASTM International. (2014). Standard Test Method for Sieve Analysis of Fine and Coarse Aggregates. *American Society for Testing Material*. <https://doi.org/10.1520/C0136-06>
- ASTM International. (2017). Standard Test Method for Materials Finer than 75- $\mu$ m (No. 200) Sieve in Mineral Aggregates by Washing 1. *ASTM International*. <https://doi.org/10.1520/C0117-17>
- AWWA. (2011). *Water Quality and Treatment*. (J. K. Edzwald, Ed.) (Sixth Edit). Mc Graw Hill.

- Baker, S., & Herrman, T. (2002). Evaluating Particle Size. *Kansas State University Agricultural Experiment Station and Cooperative Extension Service*, (MF2051), 1–6.
- Benenati, R. F., & Brosilow, C. B. (1962). Void fraction distribution in beds of spheres. *AIChE Journal*. <https://doi.org/10.1002/aic.690080319>
- Brouckaert, B. (2004). Hydrodynamic detachment of deposited particles in fluidized bed filter backwashing, 383. Retrieved from <http://smartech.gatech.edu/handle/1853/5052>
- Brouckaert, B. M., Amirtharajah, A., Brouckaert, C. J., & Amburgey, J. E. (2006a). Predicting the efficiency of deposit removal during filter backwash. *Water SA*, 32(5 SPEC. ISS.), 633–640. <https://doi.org/10.4314/wsa.v32i5.47842>
- Brouckaert, B. M., Amirtharajah, A., Brouckaert, C. J., & Amburgey, J. E. (2006b). Predicting the efficiency of deposit removal during filter backwash. *Water SA*. <https://doi.org/10.4314/wsa.v32i5.47842>
- Carman, P. C. (2008). Fluid flow through granular beds. *Chemical Engineering Research and Design*. [https://doi.org/10.1016/s0263-8762\(97\)80003-2](https://doi.org/10.1016/s0263-8762(97)80003-2)
- Crittenden, J. C., Trussell, R. R., Hand, D. W., Howe, K. j., Tchobanoglous, G., & Borchardt, J. H. (2012). *MWH 's Water Treatment Principles and Design*.
- Crittenden, John C, Trussell, R. R., Hand, D. W., Howe, K. J., & Tchobanoglous, G. (2012). Granular Filtration. *MWH's Water Treatment*, 727–818. <https://doi.org/10.1002/9781118131473.ch11>
- Dagnino, J. S. (2014). Regresión lineal. *Revista Chilena de Anestesia*.
- De Klerk, A. (2003). Voidage variation in packed beds at small column to particle diameter ratio. *AIChE Journal*, 49(8), 2022–2029. <https://doi.org/10.1002/aic.690490812>
- Dharmarajah, A. H., & Cleasby, J. L. (1986). Predicting the expansion behavior of filter media. *Journal / American Water Works Association*.
- Di Felice, R. (1994). The voidage function for fluid-particle interaction systems. *International Journal of Multiphase Flow*. [https://doi.org/10.1016/0301-9322\(94\)90011-6](https://doi.org/10.1016/0301-9322(94)90011-6)
- Duriš, M., Garić-Grulović, R., Arsenijević, Z., Jaćimovski, D., & Grbavčić, Ž. (2013). Segregation in water fluidized beds of sand particles. *Powder Technology*. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2012.10.004>
- Duriš, M., Kaluderović Radoičić, T., Arsenijević, Z., Garić-Grulović, R., & Grbavčić, Ž.

- (2016). Prediction of bed expansion of polydisperse quartz sand mixtures fluidized with water. *Powder Technology*, 289, 95–103. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2015.11.047>
- Ergil, M. (2005). *Modellierung und Simulation von Transportprozessen bei der in-situ Aufbereitung von eisenhaltigem Grundwasser zur Trinkwasserförderung*. Institut für Numerische Methoden und Informatik im Bauwesen Diplomarbeit.
- Ergun, S. (1952). Fluid flow through packed columns. *Chemical Engineering Progress*.
- Escudero, D., & Heindel, T. J. (2011). Bed height and material density effects on fluidized bed hydrodynamics. *Chemical Engineering Science*. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2011.04.036>
- Fair, G. M., Hatch, L. P., & Hudson, H. E. (1933). Fundamental Factors Governing the Streamline Flow of Water Through Sand. *American Water Works Association*, 25(11), 1551–1565.
- Farizoglu, B., Nuhoglu, A., Yildiz, E., & Keskinler, B. (2003). The performance of pumice as a filter bed material under rapid filtration conditions. *Filtration and Separation*. [https://doi.org/10.1016/S0015-1882\(03\)80137-4](https://doi.org/10.1016/S0015-1882(03)80137-4)
- Foscolo, P. U., Gibilaro, L. G., & Waldram, S. P. (1983). A unified model for particulate expansion of fluidised beds and flow in fixed porous media. *Chemical Engineering Science*. [https://doi.org/10.1016/0009-2509\(83\)80045-1](https://doi.org/10.1016/0009-2509(83)80045-1)
- Garslde, J., & Al-Dibouni, M. R. (1977). Velocity-Voidage Relationships for Fluidization and Sedimentation in Solid-Liquid Systems. *Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development*. <https://doi.org/10.1021/i260062a008>
- Gibilaro, L. G., Di Felice, R., Waldram, S. P., & Foscolo, P. U. (1986). A predictive model for the equilibrium composition and inversion of binary-solid liquid fluidized beds. *Chemical Engineering Science*. [https://doi.org/10.1016/0009-2509\(86\)87017-8](https://doi.org/10.1016/0009-2509(86)87017-8)
- Granados, R. (2016). *Modelos de regresión lineal múltiple*. *Documentos de Trabajo en Economía Aplicada*. <https://doi.org/10.1074/jbc.M801593200>
- Gutiérrez, H., & De la Vara, R. (2008). *Análisis y diseño de experimentos*. *Journal of Chemical Information and Modeling*. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>
- Haarhoff, J., & Vessal, A. (2010). A falling-head procedure for the measurement of filter media sphericity, 36(1), 97–104.
- Happines, M. (2014a). In-situ production and testing of arsenic removal adsorbent - Deep

- column study. *British Journal of Psychiatry*, 205(01), 76–77.  
<https://doi.org/10.1192/bjp.205.1.76a>
- Happines, M. (2014b). In-situ production and testing of arsenic removal adsorbent - Deep column study. *British Journal of Psychiatry*, 205(01), 76–77.  
<https://doi.org/10.1192/bjp.205.1.76a>
- Hartman, M., Trnka, D., & Havlín, V. (1992). A relationship to estimate the porosity in liquid-solid fluidized beds. *Chemical Engineering Science*.  
[https://doi.org/10.1016/0009-2509\(92\)87021-H](https://doi.org/10.1016/0009-2509(92)87021-H)
- Hunee, S. Y., Soyer, E., & Akgiray, Ö. (2018). On the backwash expansion of graded filter media. *Powder Technology*, 333, 262–268.  
<https://doi.org/10.1016/j.powtec.2018.04.032>
- Kaluderović Radoičić, T., Duriš, M., Garić-Grulović, R., Arsenijević, Z., & Grbavčić, Ž. (2014). Particle characterization of polydisperse quartz filtration sand. *Powder Technology*, 254, 63–71. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2014.01.003>
- Knocke, W., Occiano, S., & Hungate, R. (1991). Removal of Soluble Manganese by Oxide-coated Filter Media: Sorption Rate and Removal Mechanism Issues. *American Water Works Association*, 83(8), 64–69. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/41293529>
- Kozyatnyk, I. (2016). *Filtration materials for groundwater*.
- Kulkarni, S. (2007). *Predicting Ion Exchange Bead Rise During Backwash Flow*. University of Pune.
- Kuslu, Y., & Sahin, U. (2013). A comparison study on the removal of suspended solids from irrigation water with pumice and sand-gravel media filters in the laboratory scale. *Desalination and Water Treatment*, 51(10–12), 2047–2054.  
<https://doi.org/10.1080/19443994.2013.734492>
- Laguna, C. (2009). Correlación Y Regresión Lineal. *Instituto Aragones De Ciencia De La Salud*.
- León, O. G., & Montero, I. (2001). Cómo explicar el concepto de interacción sin estadística: Análisis gráfico de todos los casos posibles en un diseño 2 x 2. *Psicothema*.
- LIMAS-BALLESTEROS, R., RIBA, J. P., & COURDERC, J. P. (1982). EXPANSION OF LIQUID FLUIDIZED BEDS OF NON-SPHERICAL PARTICLES/ EXPANSION DE COUCHES DE PARTICULES NON SPHERIQUES FLUIDISEES PAR UN

## LIQUIDE. ENTROPIE.

- Logsdon, G., Hess, A., Chipps, M. J., & Rachwal, A. (2002). *Filter maintenance and operations guidance manual*.
- Marín, J. M. (2013). Análisis de regresión lineal : El procedimiento Regresión lineal. *Guía Para El Análisis de Datos En SPSS*.
- Mihal, Đ., Kalu, T., Arsenijevi, Z., Gari, R., & Grbav, Ž. (2016). Prediction of bed expansion of polydisperse quartz sand mixtures fluidized with water ☆, 289, 95–103. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2015.11.047>
- Naseer, R., Alhail, S. A., & Xi-Wu, L. (2011). Fluidization and optimum backwashing conditions in multimedia filter. *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*, 3(11), 1304–1309.
- Oda, K. (2017). Ion-exchange resin. In *Ultra-Clean Technology Handbook: Volume 1: Ultra-Pure Water*. <https://doi.org/10.1201/9780203734827>
- Prasad, D. Y., & Belsare, D. K. (1984). The Physico-Chemical Characteristics of the Used Filter Sand and its Role in the Seven Water Works Systems in a Tropical Region. *Acta Hydrochimica et Hydrobiologica*. <https://doi.org/10.1002/aheh.19840120113>
- Riba, J. ., & Couderc, J. . (1977). Expansion de couches fluidisées par des liquides. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 55, 118–121. <https://doi.org/10.1002/cjce.5450550202>
- Richardson, J. F., & Zaki, W. N. (1954a). SEDIMENTATION AND FLUIDISATION : PART I. *Chemical Engineering Research and Design*, 75(3), S82–S100. [https://doi.org/10.1016/S0263-8762\(97\)80006-8](https://doi.org/10.1016/S0263-8762(97)80006-8)
- Richardson, J. F., & Zaki, W. N. (1954b). SEDIMENTATION AND FLUIDISATION : PART I. *Chemical Engineering Research and Design*, 75(3), S82–S100. [https://doi.org/10.1016/S0263-8762\(97\)80006-8](https://doi.org/10.1016/S0263-8762(97)80006-8)
- Roblee, L. H. S., Baird, R. M., & Tierney, J. W. (1958). Radial porosity variations in packed beds. *AIChE Journal*. <https://doi.org/10.1002/aic.690040415>
- Rojo, J. M. (2008). *Regresión Lineal Múltiple*. *VDI-Z Integrierte Produktion* (Vol. 150). Madrid: Instituto de Economía y Geografía.
- Rose, H. E., & Mech, A. (1945). An Investigation into the Laws of Flow of Fluids through Beds of Granular Materials, 141–148.

- Sharma, S. K., Petrusevski, B., & Schippers, J. C. (2002). Characterisation of coated sand from iron removal plants. In *Water Science and Technology: Water Supply*.
- Sholji, I. (1987). Expansion of Granular Filters During Backwashing, *113*(3), 516–531.
- Siwiec, T. (2007a). the Sphericity of Grains of Filtration Beds Applied for Water Treatment on Examples of Selected Minerals. *Electronic Journal of Polish Agricultural Universities*, *10*(March). Retrieved from <http://www.ejpau.media.pl/volume10/issue1/art-30.html>
- Siwiec, T. (2007b). The sphericity of grains of filtration beds applied for water treatment on examples of selected minerals. *Electronic Journal of Polish Agricultural Universities*, [Online], *10*(1). Retrieved from <http://www.ejpau.media.pl/volume10/issue1/art-30.html>
- Song, S. A., Lim, M. J., Jung, K. Y., So, W. W., & Moon, S. J. (2015). Improved light conversion efficiency of dye-sensitized solar cell by dispersing submicron-sized granules into the nano-sized TiO<sub>2</sub> layer. *Archives of Metallurgy and Materials*, *60*(2), 1467–1471. <https://doi.org/10.1515/amm-2015-0155>
- Souza, F. H. De, Pizzolatti, B. S., Marques, J., & Sens, M. L. (2016). Study of slow sand filtration with backwash and the influence of the filter media on the filter recovery and cleaning, *3330*(February). <https://doi.org/10.1080/09593330.2015.1132778>
- Soyer, E., & Akgiray, O. (2009a). A new simple equation for the prediction of filter expansion during backwashing. *Journal of Water Supply: Research and Technology - AQUA*, *58*(5), 336–345. <https://doi.org/10.2166/aqua.2009.090>
- Soyer, E., & Akgiray, O. (2009b). A new simple equation for the prediction of filter expansion during backwashing Elif Soyer and Omer Akgiray, *0*(1), 336–345. <https://doi.org/10.2166/aqua.2009.090>
- Stevens, H. C. (1986). Pressure Filters. *American Water Works Association*, *3*(2), 388–397. Retrieved from <https://www.jstor.org/stable/41224298>
- Stevenson, D. G. (1994). The Specification of Filtering Materials for Rapid-Gravity Filtration. *Water and Environment Journal*. <https://doi.org/10.1111/j.1747-6593.1994.tb01145.x>
- Tatari, K., Smets, B. F., & Albrechtsen, H. J. (2013). A novel bench-scale column assay to investigate site-specific nitrification biokinetics in biological rapid sand filters. *Water*

Research. <https://doi.org/10.1016/j.watres.2013.08.005>

TOP, T. C. on E. W. S. D. (2006). *Filter Assessments Understanding What You See*.

UCM, T. estadística S. (2010). 18. *Análisis de regresión lineal : El procedimiento Regresión lineal. Guía para el análisis de datos*.

Wen, C. Y., & Yu, Y. H. (1966). A Generalized Method for Predicting the Minimum Fluidization Velocity, 610–612.

Xue, F. (2011). The Effect of Backwashing Procedures on Filter Ripening and General Effluent Quality, 1–83.

Yiğit Huncce, S., Soyer, E., & Akgiray, Ö. (2016). Characterization of Granular Materials with Internal Pores for Hydraulic Calculations Involving Fixed and Fluidized Beds. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 55(31), 8636–8651. <https://doi.org/10.1021/acs.iecr.6b00953>

Yiğit, S., Soyer, E., & Akgiray, Ö. (2016). Characterization of Granular Materials with Internal Pores for Hydraulic Calculations Involving Fixed and Fluidized Beds. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 55(31), 8636–8651. <https://doi.org/10.1021/acs.iecr.6b00953>

## **9 APÉNDICES**

## APÉNDICE 1: CARACTERIZACIÓN FÍSICA DE LOS MEDIOS FILTRANTES

**Cuadro.A.1. 1. Metodología para la caracterización de los medios filtrantes.**

Prueba y referencia utilizada	Procedimiento	Cálculos
Lavado del medio filtrante: ASTM C117 “Standard Test Method for Materials Finer than 75- $\mu\text{m}$ (No 200) Sieve in Mineral Aggregates by Washing” (ASTM, 2017).	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Se lavó con agua de cañería. Se hizo pasar el agua del lavado a través de los tamices No. 16 y No. 200 (el No. 16 en la parte superior), evitando que partículas grandes se fueran junto con esta agua decantada, en caso de que esto sucediera las mismas quedaron atrapadas en los tamices y se devolvieron a la olla.</li> <li>2. Se repitió hasta que el agua quedó completamente clara.</li> <li>3. Se llevó al horno hasta alcanzar peso constante (a <math>110\pm 5^\circ\text{C}</math>).</li> </ol>	NA
Granulometría:  ASTM C136 “Standard Test Method for Sieve Analysis of Fine and Coarse Aggregates” (ASTM International, 2014).	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Se trabajó con 10 tamices No: 3/8”, 4, 8, 16, 20, 30, 40, 50, 100 y 200.</li> <li>2. Se pesó el material retenido en cada uno de los tamices y se confirmó que la suma de estas masas no variará más del 0.3% con respecto a la masa seca inicial utilizada.</li> <li>3. Posteriormente, se tabularon los datos para conocer porcentajes retenidos y pasando de cada tamiz, y a partir de la curva granulométrica se obtuvo el coeficiente de uniformidad.</li> </ol>	Se tabularon los datos para conocer los porcentajes retenidos y pasando de cada tamiz. Se construyó la curva granulométrica para calcular el tamaño efectivo ( $d_{10}$ ), $d_{60}$ y el coeficiente de uniformidad (CU).
Determinación de densidad de partícula y porosidad de medio:  (Happines, 2014)	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Se determinó el peso de la probeta de ensayo y del medio filtrante contenido en esta.</li> <li>2. Se determinó el volumen del medio filtrante a partir de lectura directa y se agregó un volumen conocido de agua a la probeta, se registró el volumen del medio y el nivel del agua.</li> <li>3. Se dejó saturar el medio filtrante en la probeta por un período de 24 horas y después se registró la diferencia (mL) en el volumen del agua y el volumen del medio saturado.</li> </ol>	$\text{Densidad aparente } (\rho_b) = \frac{m_{\text{medio granular}}}{V_{\text{medio granular seco}}} \quad (\text{Ec.9-1})$ $\text{Volumen poros} = (V_{\text{agua}} + V_{\text{medio granular saturado}}) - V_{\text{total}} \quad (\text{Ec.9-2})$ $\text{Densidad partícula } (\rho_p) = \frac{m_{\text{medio granular}}}{V_{\text{partículas}}} \quad (\text{Ec.9-3})$ $\text{Porcentaje de vacíos} = 1 - \frac{\rho_b}{\rho_p} \quad (\text{Ec.9-4})$

Prueba y referencia utilizada	Procedimiento	Cálculos
<p>Determinación de la porosidad de la piedra pómez por ensayo de trazadores: (Ergh, 2005)</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Se empacó piedra pómez en una columna de 2.9 cm de diámetro interno y se le inyectó agua sin cloro.</li> <li>2. Se preparó una disolución con NaCl comercial y se inyectó a la columna a caudal constante.</li> <li>3. Durante la inyección, se realizaron lecturas de conductividad del agua en la salida del sistema, para definir el perfil de conductividad y determinar el tiempo en el que la conductividad asume la mitad de su valor máximo.</li> <li>4. A partir del tiempo medio, el valor del caudal utilizado y las dimensiones de la columna de ensayo, se obtiene la porosidad del medio.</li> </ol>	$\text{Porcentaje de vacíos} = 1 - \frac{\rho_b}{\rho_p} \text{ (Ec.9-5)}$ <p>Donde: <math>m_{\text{medio granular}}</math>: Masa del medio granular (g), <math>V_{\text{medio granular saturado}}</math>: Volumen del medio granular saturado (mL), <math>V_{\text{agua}}</math>: Volumen del agua (mL), <math>V_{\text{partículas}}</math>: Volumen de las partículas (mL), <math>V_{\text{poros}}</math>: Volumen de los poros (mL), <math>V_{\text{total}}</math>: Volumen del agua más el medio granular saturado (mL).</p> $\varepsilon = \frac{Q \cdot t_{50}}{L \cdot A} \text{ (Ec.9-5)}$ <p>Donde:</p> <p>: porosidad final del medio, Q: caudal de retrolavado, t50: tiempo medio para máximo valor de conductividad, L: altura de la columna, A: área de la columna.</p>
<p>Determinación de la distribución de tamaño de partícula por Microscopia Electrónica de Barrido: (Song et al., 2015).</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Se colocó cinta reforzada de fibra de carbono eléctricamente conductora sobre los holders de aproximadamente 5 cm de diámetro.</li> <li>2. Se colocó muestra al azar de cada medio granular.</li> <li>3. Se extrajo la cámara del microscopio y se le indicó al sistema cuando capturar la fotografía.</li> <li>4. Se realizó la medición superficial del diámetro de 250 partículas por cada medio granular en estudio.</li> <li>5. Se tabuló la información en Excel para definir el diámetro promedio, la desviación estándar, valores máximos y valores mínimos de cada medio filtrante.</li> </ol>	

## APÉNDICE 2: EQUIPO UTILIZADO DURANTE EL PROYECTO

Nombre del equipo	Imagen	Uso
Equipo de soldadura	 A black industrial welding power source with a yellow label that reads "CHICAGO ELECTRIC WELDING" and "MIG FLUX WIRE WELDER". It is connected to a grey welding cable.	Soldadura de material para la construcción del marco de la unidad experimental para los ensayos de expansión.
Esmeriladora	 A yellow and black DeWalt angle grinder with a protective guard, resting on a concrete floor.	Corte de material para la construcción del marco de la unidad y las piezas de soporte de las columnas.
Equipo de perforación	 A person operating a lathe machine to drill a hole into a metal workpiece. The machine is green and black.	Perforación de las piezas de soporte para la columna de ensayo.
Conductivímetro portátil HQ30D	 A black handheld conductivity meter with a digital display showing "0.00" and several control buttons. A probe is attached to the side.	Lectura de conductividad durante el ensayo de trazadores.

Nombre del equipo	Imagen	Uso
Microscopio SEM TM-3000		Medición del diámetro de partícula.
Rotámetro Blue-White		Medición de caudal durante ensayos de expansión.
Medidor de temperatura Alinktrend TP101		Medición de temperatura del agua de retrolavado durante los ensayos de expansión.

### APÉNDICE 3: ALEATORIZACIÓN DE ENSAYOS DE EXPANSIÓN

**Cuadro.A.3. 1. Aleatorización de ensayos de expansión para arena sílica 0.6 – 0.8 mm, prueba de evaluación efecto del diámetro sobre la expansión.**

Orden Estándar	Orden experimental	Diámetro (pulg)	Velocidad (m/h)	Orden Estándar	Orden experimental	Diámetro (pulg)	Velocidad (m/h)
46	1	4	19.2	60	36	4	59.25
56	2	4	19.2	53	37	2	44.86
34	3	2	50.79	54	38	2	50.79
58	4	4	44.86	65	39	2	59.25
23	5	2	44.86	33	40	2	44.86
5	6	2	59.25	37	41	4	29.63
47	7	4	29.63	25	42	2	59.25
70	8	4	59.25	1	43	2	19.2
49	9	4	50.79	67	44	4	29.63
48	10	4	44.86	55	45	2	59.25
19	11	4	50.79	31	46	2	19.2
14	12	2	50.79	24	47	2	50.79
52	13	2	29.63	36	48	4	19.2
27	14	4	29.63	3	49	2	44.86
42	15	2	29.63	57	50	4	29.63
6	16	4	19.2	39	51	4	50.79
35	17	2	59.25	59	52	4	50.79
22	18	2	29.63	45	53	2	59.25
40	19	4	59.25	50	54	4	59.25
10	20	4	59.25	2	55	2	29.63
21	21	2	19.2	43	56	2	44.86
61	22	2	19.2	64	57	2	50.79
62	23	2	29.63	63	58	2	44.86
15	24	2	59.25	11	59	2	19.2
7	25	4	29.63	51	60	2	19.2
41	26	2	19.2	28	61	4	44.86
16	27	4	19.2	68	62	4	44.86
32	28	2	29.63	69	63	4	50.79
4	29	2	50.79	26	64	4	19.2
66	30	4	19.2	20	65	4	59.25
44	31	2	50.79	12	66	2	29.63
38	32	4	44.86	9	67	4	50.79
13	33	2	44.86	8	68	4	44.86
30	34	4	59.25	18	69	4	44.86
29	35	4	50.79	17	70	4	29.63

**Cuadro.A.3. 2. Plan de ensayos de expansión para arena sílica 0.8 – 1.2 mm, prueba de evaluación efecto del diámetro sobre la expansión.**

Orden Estándar	Orden experimental	Diámetro (pulg)	Velocidad (m/h)	Orden Estándar	Orden experimental	Diámetro (pulg)	Velocidad (m/h)
67	1	4	42.32	20	36	4	59.25
54	2	2	55.76	9	37	4	55.76
34	3	2	55.76	45	38	2	59.25
41	4	2	33.86	17	39	4	42.32
51	5	2	33.86	10	40	4	59.25
69	6	4	55.76	24	41	2	55.76
43	7	2	51.27	56	42	4	33.86
8	8	4	51.27	70	43	4	59.25
61	9	2	33.86	25	44	2	59.25
39	10	4	55.76	65	45	2	59.25
5	11	2	59.25	15	46	2	59.25
31	12	2	33.86	48	47	4	51.27
7	13	4	42.32	58	48	4	51.27
3	14	2	51.27	32	49	2	42.32
47	15	4	42.32	62	50	2	42.32
4	16	2	55.76	37	51	4	42.32
1	17	2	33.86	6	52	4	33.86
27	18	4	42.32	64	53	2	55.76
38	19	4	51.27	16	54	4	33.86
36	20	4	33.86	18	55	4	51.27
12	21	2	42.32	29	56	4	55.76
57	22	4	42.32	63	57	2	51.27
59	23	4	55.76	33	58	2	51.27
42	24	2	42.32	26	59	4	33.86
19	25	4	55.76	22	60	2	42.32
60	26	4	59.25	23	61	2	51.27
11	27	2	33.86	30	62	4	59.25
14	28	2	55.76	53	63	2	51.27
50	29	4	59.25	28	64	4	51.27
52	30	2	42.32	21	65	2	33.86
55	31	2	59.25	68	66	4	51.27
66	32	4	33.86	49	67	4	55.76
40	33	4	59.25	44	68	2	55.76
46	34	4	33.86	2	69	2	42.32
35	35	2	59.25	13	70	2	51.27

**Cuadro.A.3. 3. Plan de ensayos de expansión para arena sílica 0.8 – 1.2 mm. Ensayos experimentales para la construcción del modelo de expansión.**

Orden estándar	Orden experimental	Velocidad (m/h)	Orden estándar	Orden experimental	Velocidad (m/h)
----------------	--------------------	-----------------	----------------	--------------------	-----------------

29	1	16.93	18	22	29.63
24	2	25.39	6	23	42.32
22	3	16.93	36	24	16.93
5	4	33.86	1	25	16.93
25	5	29.63	11	26	29.63
31	6	25.39	16	27	21.16
34	7	42.32	7	28	50.79
8	8	16.93	13	29	42.32
12	9	33.86	9	30	21.16
39	10	29.63	30	31	21.16
27	11	42.32	40	32	33.86
2	12	21.16	21	33	50.79
26	13	33.86	14	34	50.79
17	14	25.39	41	35	42.32
28	15	50.79	33	36	33.86
15	16	16.93	38	37	25.39
4	17	29.63	37	38	21.16
20	18	42.32	3	39	25.39
35	19	50.79	23	40	21.16
32	20	29.63	10	41	25.39
42	21	50.79	19	42	33.86

**Cuadro.A.3. 4. Plan de ensayos de expansión para arena sílica 0.6 – 0.8 mm. Ensayos experimentales para la construcción del modelo de expansión.**

Orden estándar	Orden experimental	Velocidad (m/h)	Orden estándar	Orden experimental	Velocidad (m/h)
5	1	55.02	22	28	55.02
6	2	19.23	23	36	19.23
8	3	19.23	24	29	19.23
9	4	50.79	25	27	50.79
10	5	29.63	26	38	29.63
11	6	29.63	27	31	29.63
12	7	50.79	28	34	50.79
14	8	44.86	29	26	44.86
17	9	25.39	30	37	25.39
21	10	55.02	31	42	55.02
22	11	25.39	32	30	25.39
23	12	55.02	33	35	55.02
25	13	44.86	34	33	44.86
27	14	44.86	35	40	44.86
28	15	35.25	36	32	35.25
29	16	35.25	37	25	35.25
31	17	50.79	38	41	50.79
32	18	35.25	39	39	35.25
33	19	29.63	40	24	29.63
35	20	25.39	41	23	25.39
42	21	19.23	42	22	19.23

**Cuadro.A.3. 5. Plan de ensayos de expansión para antracita.**

<b>Orden estándar</b>	<b>Orden experimental</b>	<b>Velocidad (m/h)</b>	<b>Orden estándar</b>	<b>Orden experimental</b>	<b>Velocidad (m/h)</b>
23	1	21.16	19	22	33.86
7	2	50.79	29	23	16.93
11	3	29.63	42	24	50.79
25	4	29.63	27	25	42.32
13	5	42.32	36	26	16.93
10	6	25.39	32	27	29.63
8	7	16.93	15	28	16.93
33	8	33.86	30	29	21.16
31	9	25.39	3	30	25.39
1	10	16.93	34	31	42.32
35	11	50.79	40	32	33.86
2	12	21.16	22	33	16.93
17	13	25.39	6	34	42.32
14	14	50.79	20	35	42.32
9	15	21.16	18	36	29.63
41	16	42.32	28	37	50.79
39	17	29.63	38	38	25.39
21	18	50.79	12	39	33.86
5	19	33.86	24	40	25.39
37	20	21.16	26	41	33.86
16	21	21.16	4	42	29.63

**Cuadro.A.3. 6. Plan de ensayos de expansión para piedra pómez.**

Orden estándar	Orden experimental	Velocidad (m/h)	Orden estándar	Orden experimental	Velocidad (m/h)
26	1	29.63	12	22	29.63
40	2	29.63	42	23	42.32
10	3	21.16	22	24	9.65
19	4	29.63	3	25	21.16
31	5	21.16	38	26	21.16
34	6	33.86	32	27	25.39
23	7	16.93	16	28	16.93
24	8	21.16	21	29	42.32
29	9	9.65	41	30	33.86
8	10	9.65	7	31	42.32
39	11	25.39	18	32	25.39
11	12	25.39	15	33	9.65
13	13	33.86	25	34	25.39
28	14	42.32	27	35	33.86
14	15	42.32	4	36	25.39
1	16	9.65	5	37	29.63
35	17	42.32	20	38	33.86
9	18	16.93	37	39	16.93
30	19	16.93	6	40	33.86
33	20	29.63	2	41	16.93
17	21	21.16	36	42	9.65

**Cuadro.A.3. 7. Plan de ensayos de expansión para las resinas de intercambio iónico.**

Orden estándar	Orden experimental	Velocidad (m/h)	Orden estándar	Orden experimental	Velocidad (m/h)
6	1	19.22	14	19	9.61
4	2	12.82	1	20	8.46
12	3	19.22	10	21	12.82
19	4	8.46	28	22	12.82
33	5	12.70	8	23	9.61
32	6	9.61	17	24	16.93
25	7	8.46	5	25	16.93
20	8	9.61	31	26	8.46
24	9	19.22	26	27	9.61
3	10	12.70	2	28	9.61
34	11	12.82	36	29	19.22
11	12	16.93	23	30	16.93
15	13	12.70	18	31	19.22
9	14	12.70	35	32	16.93
29	15	16.93	7	33	8.46
27	16	12.70	13	34	8.46
22	17	12.82	16	35	12.82
21	18	12.70	30	36	19.22

**Cuadro.A.3. 8. Plan de ensayos de expansión para Turbidex™.**

Orden estándar	Orden experimental	Velocidad (m/h)	Orden estándar	Orden experimental	Velocidad (m/h)
7	1	38.09	1	22	16.93
18	2	29.63	12	23	33.86
17	3	25.39	34	24	42.32
37	4	21.16	20	25	42.32
8	5	16.93	9	26	21.16
41	6	42.32	27	27	42.32
5	7	33.86	6	28	42.32
23	8	21.16	19	29	33.86
33	9	33.86	28	30	38.09
14	10	38.09	25	31	29.63
13	11	42.32	30	32	21.16
15	12	16.93	10	33	25.39
4	13	29.63	29	34	16.93
22	14	16.93	42	35	38.09
16	15	21.16	24	36	25.39
26	16	33.86	36	37	16.93
32	17	29.63	38	38	25.39
35	18	38.09	31	39	25.39
21	19	38.09	2	40	21.16
40	20	33.86	3	41	25.39
39	21	29.63	11	42	29.63

**Cuadro.A.3. 9. Plan de ensayos de expansión para Ag.**

Orden estándar	Orden experimental	Velocidad (m/h)	Orden estándar	Orden experimental	Velocidad (m/h)
38	1	21.16	39	22	25.39
17	2	21.16	2	23	19.21
34	3	33.86	16	24	19.21
40	4	29.63	19	25	29.63
14	5	38.09	42	26	38.09
10	6	21.16	20	27	33.86
12	7	29.63	23	28	19.21
15	8	16.93	21	29	38.09
26	9	29.63	11	30	25.39
7	10	38.09	28	31	38.09
24	11	21.16	1	32	16.93
22	12	16.93	29	33	16.93
18	13	25.39	32	34	25.39
41	14	33.86	8	35	16.93
31	15	21.16	5	36	29.63
13	16	33.86	9	37	19.21
27	17	33.86	4	38	25.39
36	18	16.93	37	39	19.21
33	19	29.63	6	40	33.86
35	20	38.09	3	41	21.16
25	21	25.39	30	42	19.21

APÉNDICE 4: ANÁLISIS GRANULOMÉTRICO PARA MATERIALES EN ESTUDIO Y DETERMINACIÓN DE INCERTIDUMBRE

Cuadro.A.4. 2. Análisis granulométrico y determinación de incertidumbre para el medio de turbidex.

Tamiz	Abertura (mm)	Peso Retenido (g)	% Retenido	% Retenido Acumulado	% Pasando	Incertidumbre fórmula $\mu_{m.mat}\%$ Retenido	Incertidumbre fórmula $\mu_{m.mat}\%$ Retenido Acum	Incertidumbre fórmula $\mu_{m.mat}\%$ Pasando
3/8"	9.525	0.000	0.000	0.000	100.000	0.000	0.000	0.000
N°4	4.760	0.000	0.000	0.000	100.000	0.000	0.000	0.000
N°8	2.500	0.000	0.000	0.000	100.000	0.000	0.000	0.000
N°16	1.180	12.980	3.489	3.489	96.511	0.002	0.002	0.002
N°20	0.850	99.710	26.800	30.289	69.711	0.002	0.002	0.002
N°30	0.600	192.170	51.652	81.941	18.059	0.002	0.003	0.003
N°40	0.425	40.030	10.759	92.700	7.300	0.002	0.003	0.003
N°50	0.300	10.030	2.696	95.396	4.604	0.002	0.004	0.004
N°100	0.150	7.310	1.965	97.361	2.639	0.002	0.004	0.004
N°200	0.075	5.280	1.419	98.780	1.107	0.000	0.000	0.000
Charola		1.090						

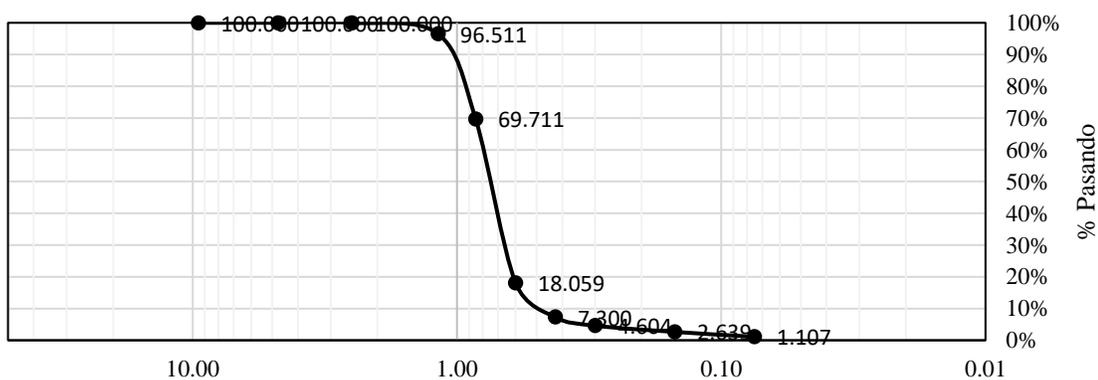
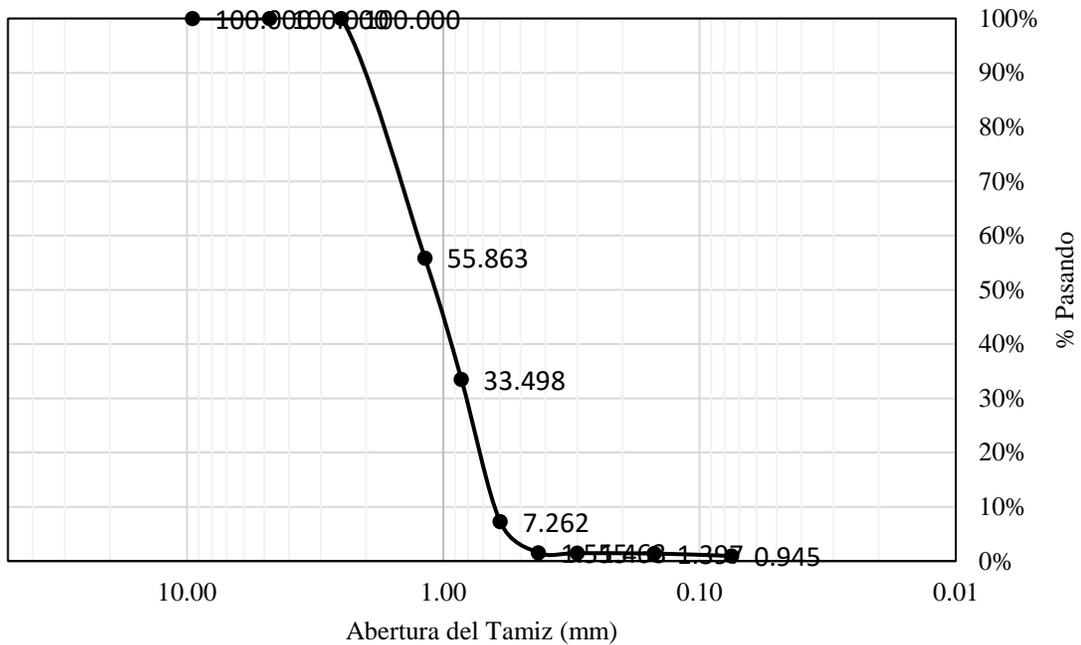


Figura.A.4. 1. Curva granulométrica del medio Turbidex™.



**Cuadro.A.4. 3. Análisis granulométrico y determinación de la incertidumbre para el material Filtro Clack-Ag.**

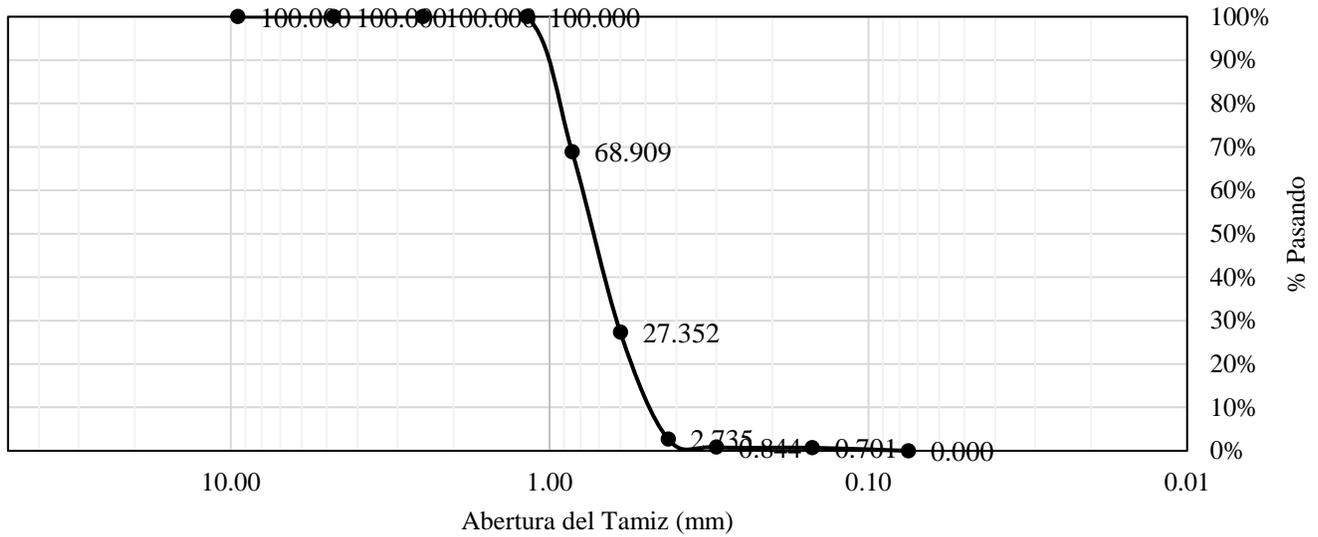
Tamiz	Abertura (mm)	Peso Retenido (g)	% Retenido	% Retenido Acumulado	% Pasando	Incertidumbre fórmula $\mu_{m.mat}$ % Retenido	Incertidumbre fórmula $\mu_{m.mat}$ % Retenido Acum	Incertidumbre fórmula $\mu_{m.mat}$ % Pasando
3/8"	9.525	0.000	0.000	0.000	100.000	0.000	0.000	0.000
N°4	4.760	0.000	0.000	0.000	100.000	0.000	0.000	0.000
N°8	2.500	0.000	0.000	0.000	100.000	0.000	0.000	0.000
N°16	1.180	172.860	44.137	44.137	55.863	0.002	0.002	0.002
N°20	0.850	87.590	22.365	66.502	33.498	0.002	0.002	0.002
N°30	0.600	102.750	26.236	92.738	7.262	0.002	0.003	0.003
N°40	0.425	22.350	5.707	98.445	1.555	0.001	0.003	0.003
N°50	0.300	0.360	0.092	98.537	1.463	0.001	0.003	0.003
N°100	0.150	0.260	0.066	98.603	1.397	0.001	0.004	0.004
N°200	0.075	0.360	0.092	98.695	0.945	0.000	0.000	0.000
Charola		1.370						



**Figura.A.4. 2. Curva granulométrica del medio AG.**

**Cuadro.A.4. 4. Análisis granulométrico y determinación de la incertidumbre para los materiales de resinas de intercambio iónico.**

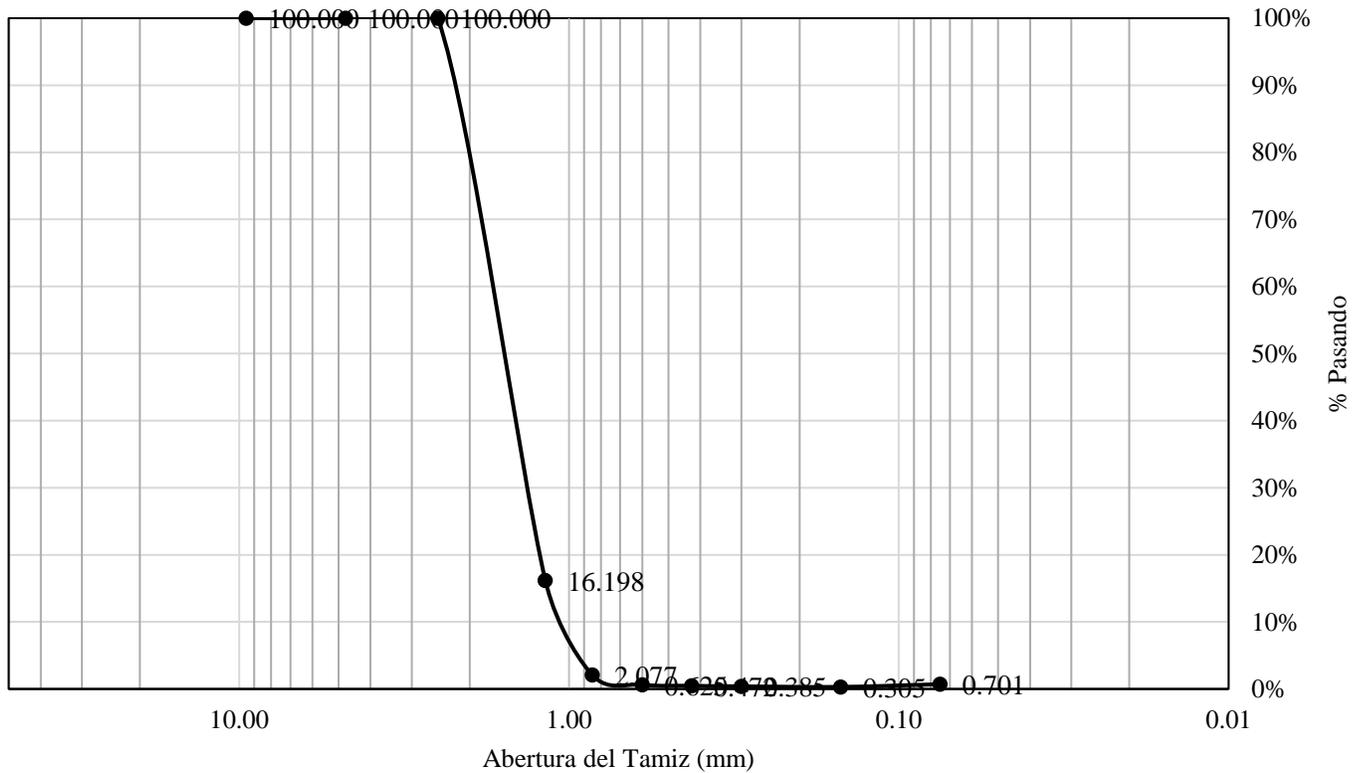
Tamiz	Abertura (mm)	Peso Retenido (g)	% Retenido	% Retenido Acumulado	% Pasando	Incertidumbre fórmula $\mu_{m.mat}\% \text{ Retenido}$	Incertidumbre fórmula $\mu_{m.mat}\% \text{ Retenido Acum}$	Incertidumbre fórmula $\mu_{m.mat}\% \text{ Pasando}$
3/8"	9.525	0.000	0.000	0.000	100.000	0.000	0.000	0.000
N°4	4.760	0.000	0.000	0.000	100.000	0.000	0.000	0.000
N°8	2.500	0.000	0.000	0.000	100.000	0.000	0.000	0.000
N°16	1.180	0.000	0.000	0.000	100.000	0.000	0.000	0.000
N°20	0.850	100.610	31.091	31.091	68.909	0.002	0.002	0.002
N°30	0.600	134.480	41.557	72.648	27.352	0.002	0.003	0.003
N°40	0.425	79.660	24.617	97.265	2.735	0.002	0.003	0.003
N°50	0.300	6.120	1.891	99.156	0.844	0.002	0.004	0.004
N°100	0.150	0.460	0.142	99.299	0.701	0.002	0.004	0.004
N°200	0.075	0.000	0.000	99.299	0.000	0.000	0.000	0.000
Charola		0.000						
$\Sigma + \text{Pas}$ N°200		<b>321.33</b>	<b>99.298517</b>					



**Figura.A.4. 3. Curva granulométrica del medio de resinas de intercambio iónico.**

**Cuadro.A.4. 5. Análisis granulométrico y determinación de la incertidumbre para el medio de piedra pómez.**

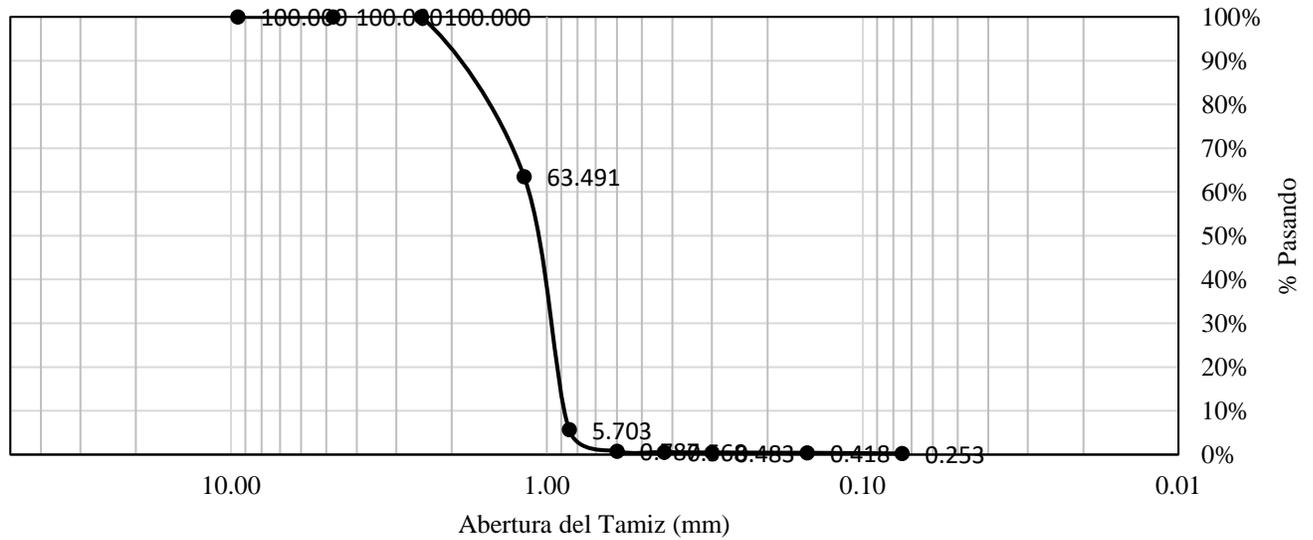
Tamiz	Abertura (mm)	Peso Retenido (g)	% Retenido	% Retenido Acumulado	% Pasando	Incertidumbre fórmula $\mu_{m.mat}\%$ Retenido	Incertidumbre fórmula $\mu_{m.mat}\%$ Retenido Acum	Incertidumbre fórmula $\mu_{m.mat}\%$ Pasando
3/8"	9.525	0.000	0.000	0.000	100.000	0.000	0.000	0.000
N°4	4.760	0.000	0.000	0.000	100.000	0.000	0.000	0.000
N°8	2.500	0.000	0.000	0.000	100.000	0.000	0.000	0.000
N°16	1.180	376.480	83.802	83.802	16.198	0.002	0.002	0.002
N°20	0.850	63.440	14.121	97.923	2.077	0.001	0.002	0.002
N°30	0.600	6.520	1.451	99.375	0.625	0.001	0.002	0.002
N°40	0.425	0.690	0.154	99.528	0.472	0.001	0.003	0.003
N°50	0.300	0.390	0.087	99.615	0.385	0.001	0.003	0.003
N°100	0.150	0.360	0.080	99.695	0.305	0.001	0.003	0.003
N°200	0.075	0.350	0.077	99.772	0.701	0.001	0.004	0.000
Charola		0.270						



**Figura.A.4. 4. Curva granulométrica del medio de piedra pómez.**

**Cuadro.A.4. 6. Análisis granulométrico y determinación de la incertidumbre para el medio filtrante de antracita.**

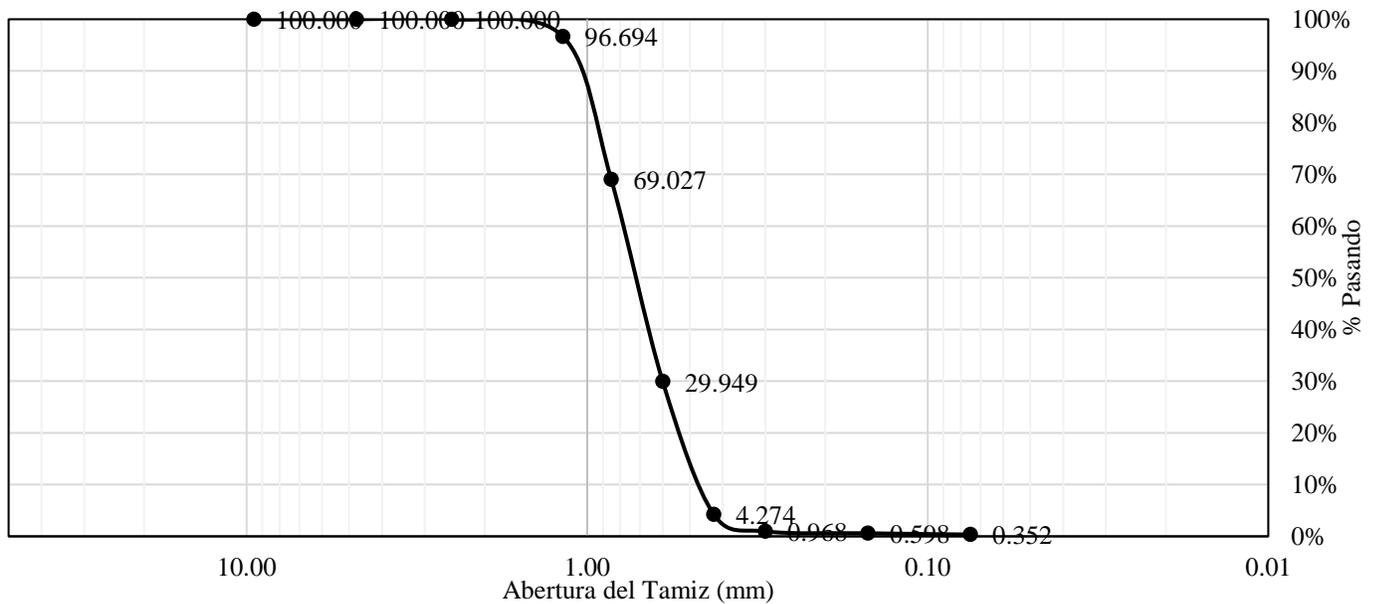
Tamiz	Abertura (mm)	Peso Retenido (g)	% Retenido	% Retenido Acumulado	% Pasando	Incertidumbre fórmula $\mu\text{m.mat}\%$ Retenido	Incertidumbre fórmula $\mu\text{m.mat}\%$ Retenido Acum	Incertidumbre fórmula $\mu\text{m.mat}\%$ Pasando
3/8"	9.525	0.000	0.000	0.000	100.000	0.000	0.000	0.000
N°4	4.760	0.000	0.000	0.000	100.000	0.000	0.000	0.000
N°8	2.500	0.000	0.000	0.000	100.000	0.000	0.000	0.000
N°16	1.180	157.360	36.509	36.509	63.491	0.001	0.001	0.001
N°20	0.850	249.080	57.789	94.297	5.703	0.002	0.002	0.002
N°30	0.600	21.190	4.916	99.213	0.787	0.001	0.002	0.002
N°40	0.425	0.940	0.218	99.432	0.568	0.001	0.003	0.003
N°50	0.300	0.370	0.086	99.517	0.483	0.001	0.003	0.003
N°100	0.150	0.280	0.065	99.582	0.418	0.001	0.003	0.003
N°200	0.075	0.160	0.037	99.620	0.253	0.001	0.000	0.000
Charola		0.020						



**Figura.A.4. 5. Curva granulométrica del medio filtrante de antracita.**

**Cuadro.A.4. 7. Análisis granulométrico y determinación de la incertidumbre para el medio de arena sílica.**

Tamiz	Abertura (mm)	Peso Retenido (g)	% Retenido	% Retenido Acumulado	% Pasando	Incertidumbre fórmula	Incertidumbre fórmula	Incertidumbre fórmula
3/8"	9.525	0.000	0.000	0.000	100.000	0.000	0.000	0.000
N°4	4.760	0.000	0.000	0.000	100.000	0.000	0.000	0.000
N°8	2.500	0.000	0.000	0.000	100.000	0.000	0.000	0.000
N°16	1.180	14.100	3.306	3.306	96.694	0.001	0.001	0.001
N°20	0.850	118.020	27.668	30.973	69.027	0.001	0.002	0.002
N°30	0.600	166.690	39.078	70.051	29.949	0.001	0.002	0.002
N°40	0.425	109.520	25.675	95.726	4.274	0.001	0.003	0.003
N°50	0.300	14.100	3.306	99.032	0.968	0.001	0.003	0.003
N°100	0.150	1.580	0.370	99.402	0.598	0.001	0.003	0.003
N°200	0.075	0.210	0.049	99.451	0.352	0.000	0.000	0.000
Charola		0.040						



**Figura.A.4. 6. Curva granulométrica del medio filtrante de arena sílica.**

APÉNDICE 5: DETERMINACIÓN DE POROSIDAD DE LA PIEDRA POMEZ POR ENSAYO DE TRAZADORES

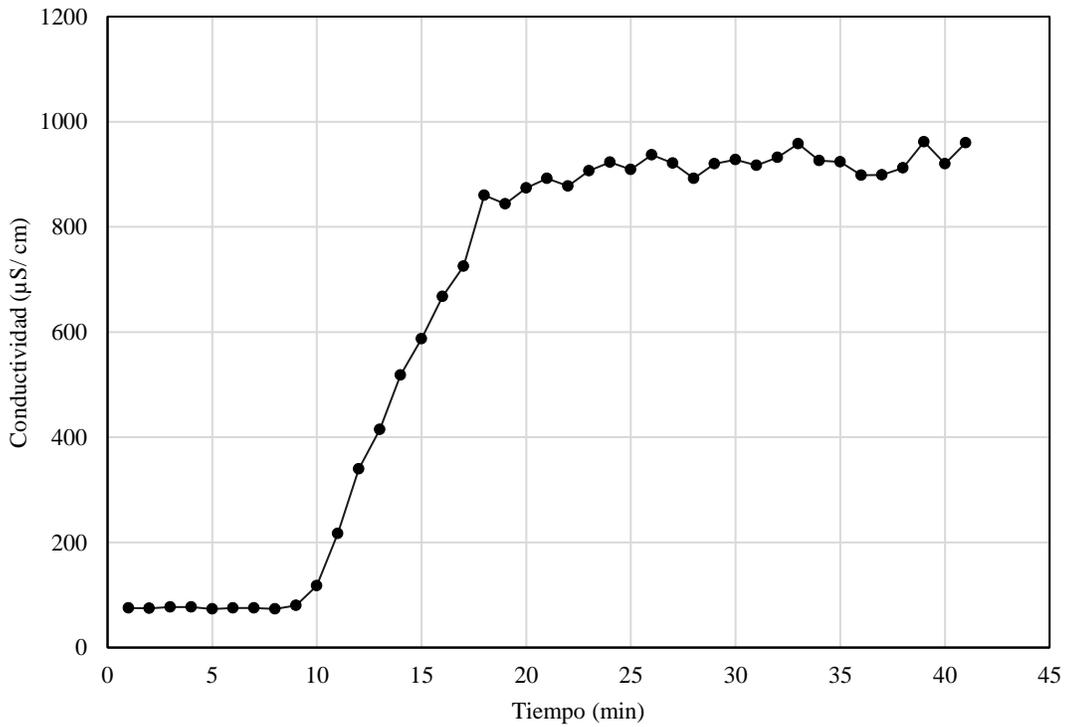


Figura.A.5. 1. Resultados de conductividad utilizando como disolución agua con sal.

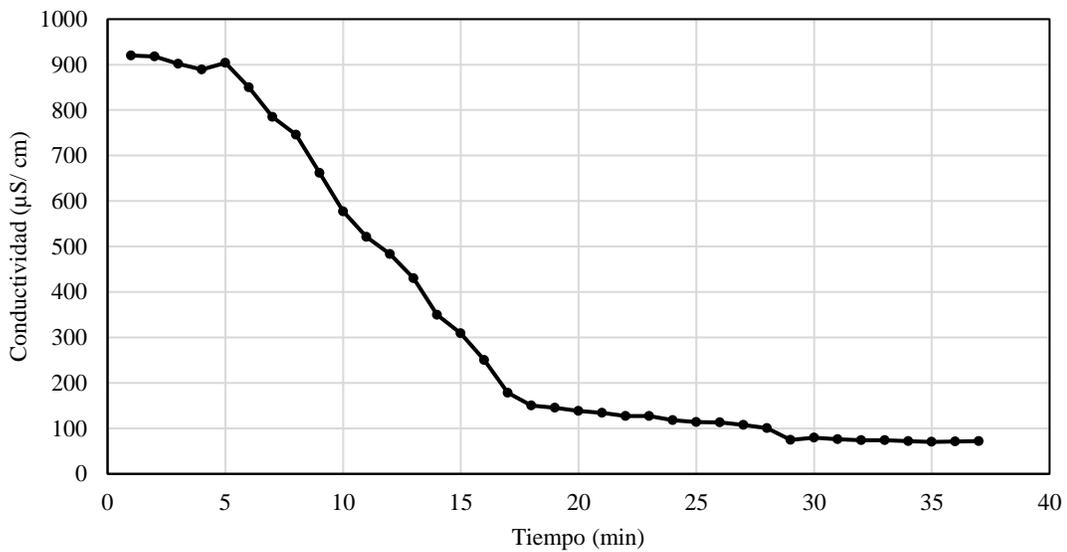


Figura.A.5. 2. Resultados de conductividad utilizando como disolución agua sin sal.

APÉNDICE 6: AJUSTE DEL MODELO DE EXPANSIÓN A PARTIR DE ANÁLISIS DE REGRESIÓN

**Best Subsets Regression: Expansión (%) versus Tamaño, Porosidad, ...**

Response is Expansión (%)

Vars	R-Sq	R-Sq (adj)	R-Sq (pred)	Mallows Cp	S	P o D e r e l T o n o a s s c m i i i a d d d ñ a a a o d d d
1	59.6	59.4	58.9	1112.5	10.042	X
1	9.5	9.0	7.3	2765.2	15.031	X
2	85.7	85.5	85.2	254.8	5.9957	X X
2	83.2	83.1	82.7	335.8	6.4888	X X
3	90.1	90.0	89.7	109.9	4.9893	X X X
3	87.9	87.8	87.5	181.9	5.5129	X X X
4	93.4	93.2	93.0	5.0	4.0991	X X X X

Figura.A.6. 1. Resultados estadísticos de “Mejores subconjuntos” del software Minitab.

Analysis of Variance

Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Regression	4	51426.5	12856.6	765.48	0.000
Tamaño (mm)	1	2922.2	2922.2	173.99	0.000
Porosidad	1	1799.1	1799.1	107.12	0.000
Densidad (kg/m3)	1	3620.3	3620.3	215.55	0.000
Velocidad (m/h)	1	39436.2	39436.2	2348.02	0.000
Error	219	3678.2	16.8		
Lack-of-Fit	27	3628.5	134.4	519.27	0.000
Pure Error	192	49.7	0.3		
Total	223	55104.7			

Model Summary

S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)
4.09823	93.33%	93.20%	92.93%

Coefficients

Term	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant	25.06	4.75	5.28	0.000	
Tamaño (mm)	-36.06	2.73	-13.19	0.000	1.89
Porosidad	42.09	4.07	10.35	0.000	2.57
Densidad (kg/m3)	-0.010427	0.000710	-14.68	0.000	3.66
Velocidad (m/h)	1.0078	0.0208	48.46	0.000	1.10

Figura.A.6. 2. Resultados estadísticos del ajuste del modelo de predicción sin incluir interacciones entre variables.

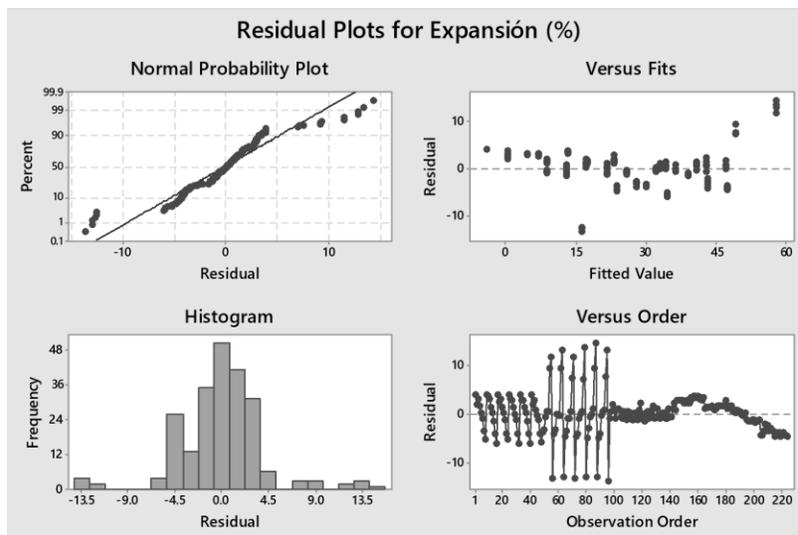


Figura.A.6. 3. Gráficos de residuales para ajustar modelo sin incluir interacciones.

Analysis of Variance

Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Regression	7	54863.7	7837.67	7023.51	0.000
Tamaño (mm)	1	190.6	190.61	170.81	0.000
Porosidad	1	3.5	3.48	3.12	0.079
Densidad (kg/m3)	1	28.0	27.97	25.06	0.000
Velocidad (m/h)	1	144.2	144.20	129.22	0.000
Tamaño (mm)*Velocidad (m/h)	1	61.6	61.60	55.20	0.000
Porosidad*Velocidad (m/h)	1	515.7	515.66	462.09	0.000
Densidad (kg/m3)*Velocidad (m/h)	1	285.2	285.16	255.54	0.000
Error	216	241.0	1.12		
Lack-of-Fit	24	191.3	7.97	30.81	0.000
Pure Error	192	49.7	0.26		
Total	223	55104.7			

Model Summary

S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)
1.05637	99.56%	99.55%	99.53%

Coefficients

Term	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant	22.95	3.36	6.83	0.000	
Tamaño (mm)	-26.64	2.04	-13.07	0.000	1.91
Porosidad	-5.01	2.84	-1.77	0.079	2.63
Densidad (kg/m3)	-0.002601	0.000519	-5.01	0.000	2.75
Velocidad (m/h)	1.0281	0.0904	11.37	0.000	3.67
Tamaño (mm)*Velocidad (m/h)	-0.3926	0.0528	-7.43	0.000	1.09

Figura.A.6. 4. Resultados estadísticos del ajuste del modelo de predicción incluyendo interacciones y la variable de porosidad.

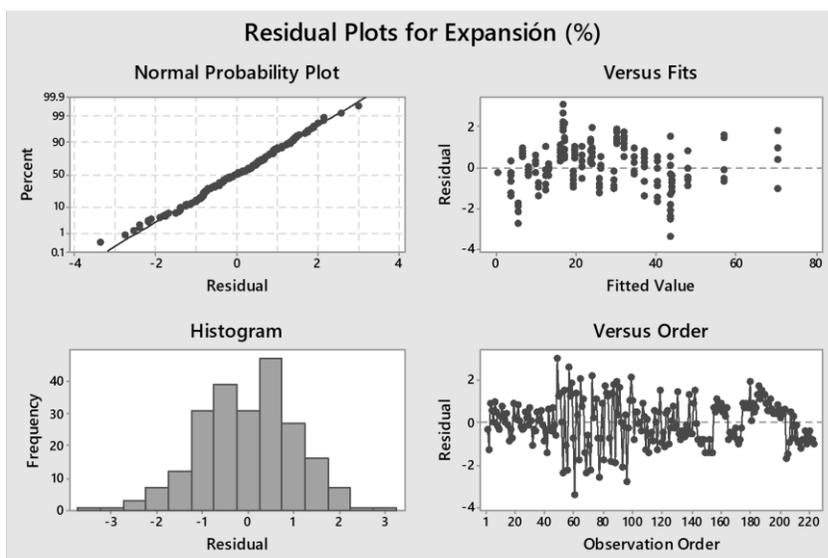


Figura.A.6. 5. Gráficos de residuales para ajustar incluyendo interacciones y la variable porosidad.

Analysis of Variance

Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Regression	6	54860.2	9143.37	8114.26	0.000
Tamaño (mm)	1	187.2	187.15	166.09	0.000
Densidad (kg/m3)	1	33.6	33.57	29.79	0.000
Velocidad (m/h)	1	333.4	333.36	295.84	0.000
Tamaño (mm)*Velocidad (m/h)	1	67.1	67.11	59.55	0.000
Porosidad*Velocidad (m/h)	1	3124.3	3124.33	2772.68	0.000
Densidad (kg/m3)*Velocidad (m/h)	1	632.7	632.73	561.51	0.000
Error	217	244.5	1.13		
Lack-of-Fit	25	194.8	7.79	30.11	0.000
Pure Error	192	49.7	0.26		
Total	223	55104.7			

Model Summary

S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)
1.06152	99.56%	99.54%	99.53%

Coefficients

Term	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant	18.73	2.38	7.88	0.000	
Tamaño (mm)	-26.11	2.03	-12.89	0.000	1.91
Densidad (kg/m3)	-0.001923	0.000352	-5.46	0.000	2.75
Velocidad (m/h)	1.1376	0.0661	17.20	0.000	3.67
Tamaño (mm)*Velocidad (m/h)	-0.4057	0.0526	-7.72	0.000	1.09
Porosidad*Velocidad (m/h)	1.6120	0.0306	52.66	0.000	2.80
Densidad (kg/m3)*Velocidad (m/h)	-0.000243	0.000010	-23.70	0.000	2.65

Figura.A.6.6. Resultados estadísticos del ajuste del modelo de predicción incluyendo interacciones y excluyendo la variable de porosidad.

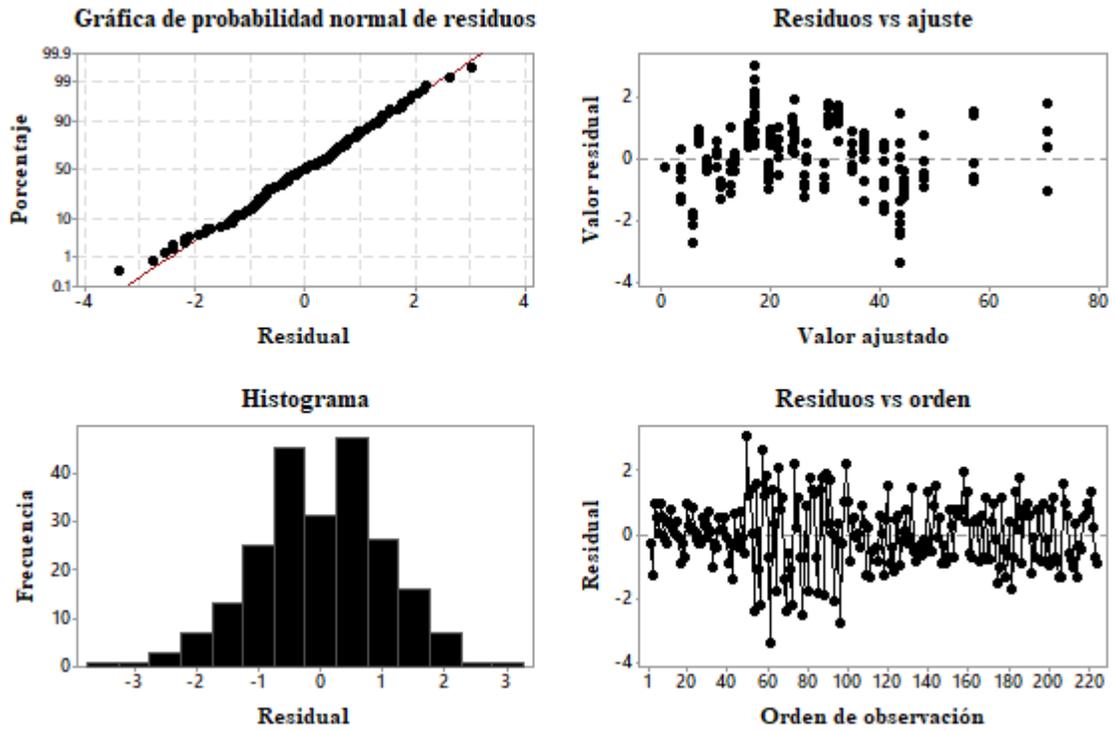


Figura.A.6.7. Gráficas de residuales del modelo de regresión seleccionado.

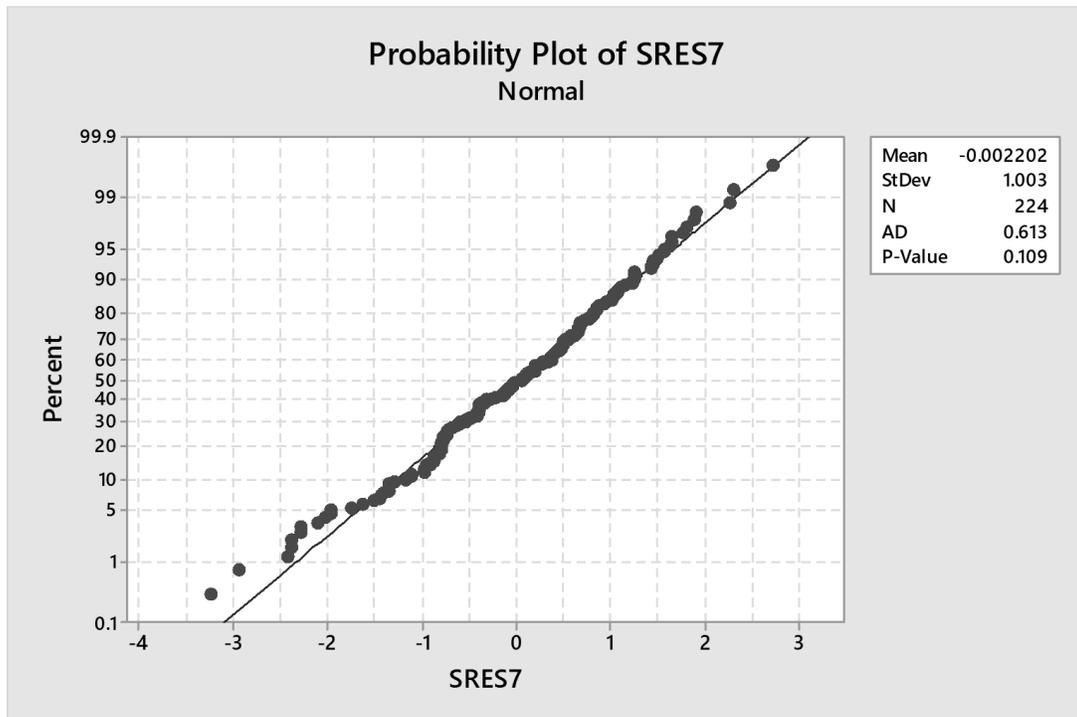


Figura.A.6. 8. Prueba de normalidad de normalidad de los residuos del modelo de ajuste seleccionado.

## APÉNDICE 7: CODIGO DE PROGRAMACIÓN UTILIZADO PARA LA RESOLUCIÓN DEL MODELO DE SOYER & AKGIRAY (2009)

```
#agrego esta libreria para usar log10
import math
#Función para poder manejar la division entre 0
def div(a,b):
    try:
        return a/b
    except ZeroDivisionError:
        return 10000000
#Constantes (ejemplo)
psi = 0.8668
deq = 0.001001499
p = 997.50
v = 0.00268050430
u = 0.00092926
g = 9.81
Pp = 1017.92
#Valor para filtrar los errores mas altos,
#si no sale nada en los otras corridas, solo se sube este valor.
delta = 0.0001

for e in range(3800, 8500):
    e = e/10000 #con esto se prueban valores cada 0.0001
#ecuacion 1
num = (psi*deq*p*v)
den = (6*u*(1-e))
rey = div(num,den)
#ecuacion 2
den2 = ((1-e)**2)
d1 = div(1, den2)
den3 = (216*(u**2))
d2 = div(1,den3)
```

```

phi = (e**3) * d1 *(psi**3)*(deq**3)*p*(Pp-p)*g* d2
#funcion1
f1 = math.log10(phi)
#funcion2
f2 = math.log10( 3.137*rey + 0.673 * (rey**(1.766))) - (0.930 + 0.274* math.log10(rey))* ((-
1* math.log10(psi))**1.262)
#error
error = abs(f1 - f2)
if (error < delta):
    print("Porosidad = ", e, " - Error = ", error )
#en caso de que se quiera probar una porosidad especifica
e = 0.51
#ecuacion 1
num = (psi*deq*p*v)
den = (6*u*(1-e))
rey = div(num,den)
#ecuacion 2
den2 = ((1-e)**2)
d1 = div(1, den2)
den3 = (216*(u**2))
d2 = div(1,den3)
phi = (e**3) * d1 *(psi**3)*(deq**3)*p*(Pp-p)*g* d2
#funcion1
f1 = math.log10(phi)
#funcion2
f2 = math.log10( 3.137*rey + 0.673 * (rey**(1.766))) - (0.930 + 0.274* math.log(rey))* ((-1*
math.log10(psi))**1.262)
error = abs(f1 - f2)
#print("f1 =",f1)
#print("f2 =",f2)
#print("error = ", error)

```



## **10 ANEXOS**

# ANEXO 1. FICHAS TÉCNICAS DE LOS MEDIOS FILTRANTES UTILIZADOS DURANTE LA INVESTIGACIÓN.

Highly spherical shape and uniform grading provide Clack Filter Sand and Gravel with reliable performance. Low soluble impurities limits undesirable mineral leaching into the process stream.

## Filter Sand and Gravel



Clack Filter Sand and Gravel are naturally occurring, river washed, glacial deposit products. Their excellent chemical properties - high silica content and low soluble calcium, magnesium and iron compounds - meet AWWA-B100-96 specifications. Precision sizing and uniform grading to close limits meet the rigid specifications of professional engineers throughout the world.

For over 80 years Clack Filter Sand and Gravel have been satisfying the requirements of industrial, municipal and residential users. These products have been specified and used nationally and internationally because of their high quality, desirable chemical properties, color, and wide range of precision sizing.

Processing and regular analysis of production are supervised by registered professional engineers.

**Clack Filter Sand** is graded specifically for water filtration plants. It can be used in municipal, industrial or residential applications for sediment filtration.

**Clack Uncrushed Gravel** has a highly spherical shape that promotes good flow and even distribution in support beds. Gravel is low in soluble impurities and it will maintain the quality of the treated water, especially in softeners. Three inch layers are recommended in graded support beds.

### ADVANTAGES

- Clack Filter Sand is graded specifically for water filtration plants
- Filter Sand can be used in municipal, industrial or residential applications
- The spherical shape of uncrushed gravel promotes good flow and even distribution

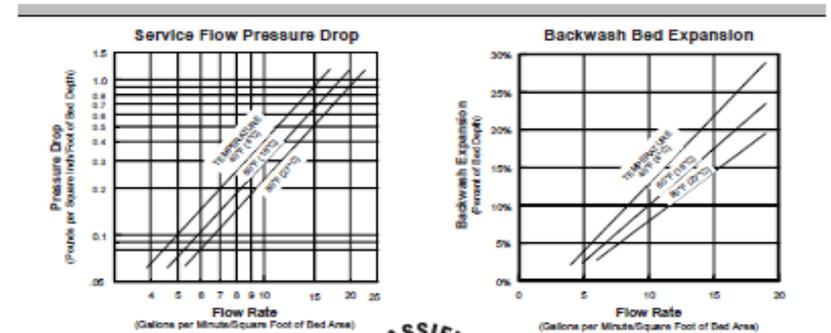
### PHYSICAL PROPERTIES

- Color: Light tan to reddish brown
- Density: 100 lbs./cu. ft.
- Mesh Size: 18x35\*
- Effective Size: 0.60-0.85 mm\*
- Uniformity Coefficient: 1.6 or less\*
- Acid Solubility: 0.3-1.6%
- Specific Gravity: 2.65-2.75

### CONDITIONS FOR OPERATION

- Bed depth: 18-30 in.
- Freeboard: 20% of bed depth (min.)
- Backwash flow rate: 15-20 gpm/sq. ft.
- Backwash bed expansion: 20% of bed depth
- Service flow rate:  
Municipal: 1.5-2 gpm/sq. ft.  
Industrial: 3 gpm/sq. ft.  
Domestic: 5 gpm/sq. ft.

\*All physical properties and conditions for operation are the same for gravel with the exception of mesh size, effective size and uniformity coefficient.



Red Flint Gravel and Filter Sand are manufactured by Red Flint Sand and Gravel LLC. It is classified by Underwriters Laboratories Inc.\* in accordance with Standard NSF/ANSI 61

### ORDER INFORMATION

Part No.	Description	Cu. Ft./Bag	Wt./Cu. Ft.*	Bags/Pallet	Weight/Pallet	Pallet Dimensions
AB071	Filter Sand (0.44-0.55 mm)	1	100 lbs.	30	3050 lbs.	42" x 40" x 45"
AB072	#20 Flint (1.65-2.0 mm)	1	100 lbs.	30	3050 lbs.	45" x 41" x 40"
AB072-01	#20 Flint (1.65-2.0 mm)	0.5 (50 lbs.)	100 lbs.	40	2050 lbs.	42" x 40" x 30"
AB073	1/4 x 1/8 Flint	1	100 lbs.	30	3050 lbs.	42" x 40" x 44"
AB073-02	1/4 x 1/8 Flint	0.5 (50 lbs.)	100 lbs.	40	2050 lbs.	42" x 40" x 30"
AB074	1/2 x 1/4 Flint	1	100 lbs.	20	2050 lbs.	42" x 40" x 28"
AB075	3/4 x 1/2 Flint	1	100 lbs.	20	2050 lbs.	42" x 40" x 28"
AB076	1 x 3/4 Flint	1	100 lbs.	20	2050 lbs.	42" x 40" x 28"

\*Weight per cubic foot is approximate.

The information and recommendations in this publication are based on data we believe to be reliable. They are offered in good faith, but do not imply any warranty or performance guarantee, as conditions and methods of use of our products are beyond our control. As such, Clack makes no express or implied warranties of any kind with respect to this product, including but not limited to any implied warranty of merchantability or fitness for a particular purpose. We recommend that the user determine whether the products and the information given are appropriate, and the suitability and performance of our products are appropriate, by testing with its own equipment. Specifications are subject to change without notice.

The information and recommendations given in this publication should not be understood as recommending the use of our products in violation of any patent or as a license to use any patents of the Clack Corporation.

The filter media listed in this brochure do not remove or kill bacteria. Do not use with water that is microbiologically unsafe or of unknown quality without adequate disinfection before or after the system.

Clack will not be liable under any circumstances for consequential or incidental damages, including but not limited to, lost profits resulting from the use of our products.

CALIFORNIA PROPOSITION 65 WARNING: This product contains crystalline silica which is known to the State of California to cause cancer and other substances which are known to the State of California to cause cancer, birth defects and reproductive harm.



www.clackcorp.com

### Clack Corporation

4462 DURAFORM LANE • WINDSOR, WISCONSIN 53198-9716 USA  
PHONE (800) 846-3010 FAX (800) 846-2586 WEB/EMAIL SERVICE USA (800) 755-3010

Form No. 2352 • 9/3/2008

Figura.A1. 1. Ficha técnica del medio filtrante de arena sílica.

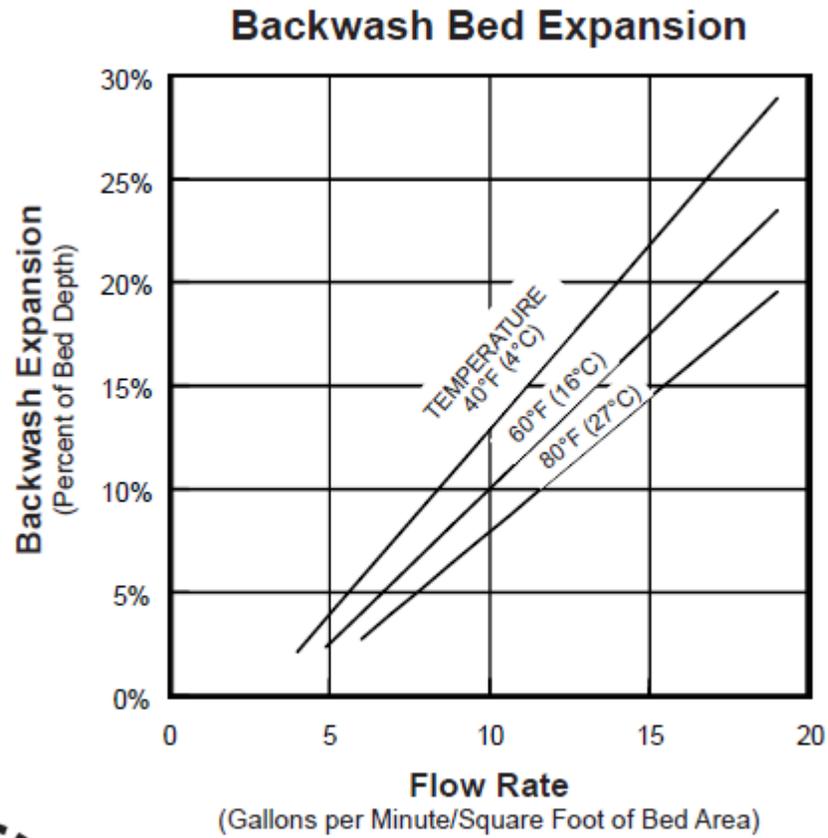


Figura.A1. 2. Curva teórica de expansión de la arena sílica.

Clack Anthracite is a select coal, mined and processed for use in water filtration. It is ideal for single bed, dual bed or multi-media filtration systems.

# Anthracite

## ADVANTAGES

- Higher service flows and longer filter runs than equivalent sand filters
- Close attention to gradation, hardness and purity assures consistent and reliable performance
- Unique density allows Clack Anthracite to be combined with other filtration media in multi-media filters
- Lower uniformity coefficient has less oversized and undersized particles resulting in a highly uniform bed

## PHYSICAL PROPERTIES

- Color: Black
- Bulk Density: 50 lbs./cu. ft.
- Hardness: 3.0-3.8 (Mohs scale)
- Effective Size:
  - #1 Anthracite: 0.6-0.8 mm
  - #1½ Anthracite: 0.85-0.95 mm
  - #2 Anthracite: 1.7-2.0 mm
- Uniformity Coefficient:
  - #1 Anthracite: <1.7
  - #1½ Anthracite: <1.7
  - #2 Anthracite: <1.6
- Mesh Size:
  - #1 Anthracite: 14x30
  - #1½ Anthracite: 10x20
  - #2 Anthracite: 4x12
- Acid Solubility: ≤1%
- Caustic Solubility: <1%
- Apparent Specific Gravity: 1.6 gm/cc
- Meets AWWA Standard B100-01

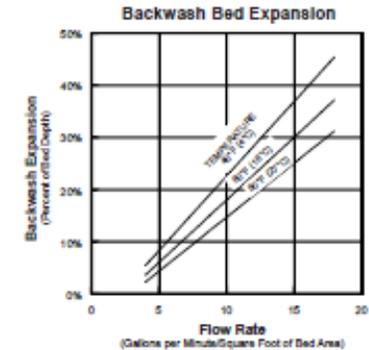
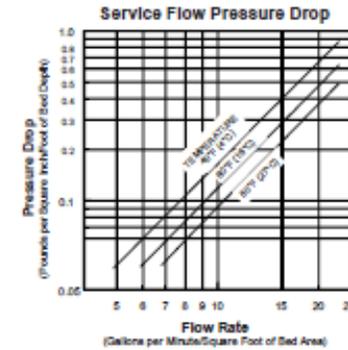
## CONDITIONS FOR OPERATION

- Bed depth: 24-36 in., 10-18 in multi-bed filters
- Freeboard: 50% of bed depth (min.)
- Service flow rate: 5 gpm/sq. ft. or higher depending upon local conditions
- Backwash flow rate:
  - #1 Anthracite: 12-18 gpm/sq. ft.
  - #1½ Anthracite: 18-25 gpm/sq. ft.
  - #2 Anthracite: use air scour
- Backwash bed expansion: 20-40% of bed depth

Although its potential for water treatment has been recognized since ancient times, anthracite coal was not used for this purpose until the beginning of the 20th century. Crushed Anthracite makes an excellent medium density filtration media. Clack Anthracite is mined from the finest Pennsylvania coal. It is specifically selected for water treatment, and during its production goes through several sizing inspections. Representative samples are randomly chosen for a complete laboratory quality control analysis for effective size, uniformity coefficient, specific gravity, acid solubility and hardness.

Because of its angular shape, some of the sediment penetrates deeper into the bed. When compared to equivalent filter sands, this means longer filter runs and less head loss. Backwash rates are also reduced.

Because of its unique density, Clack Anthracite can be used in multi-media filters. At 50 lbs/ft<sup>3</sup>, it will hydraulically classify and remain above heavier media such as Filter Sand or Manganese Greensand, providing a prefiltration layer.



Certified to NSF/ANSI Standard 61

Anthracite Filter Media  
is manufactured by  
Xylem Water Solutions Zelonople LLC

## ORDER INFORMATION

Part No.	Description	Cu. Ft./Bag	Wt./Cu. Ft.*	Bags/Pallet	Weight/Pallet	Pallet Dimensions
A8029	Anthracite #1 (0.6-0.8 mm)	1	50 lbs.	50	2550 lbs.	40" x 48" x 56"
A8030	Anthracite #1½ (0.85-0.95 mm)	1	50 lbs.	50	2550 lbs.	40" x 48" x 56"
A8031	Anthracite #2 (1.7-2.0 mm)	1	50 lbs.	50	2550 lbs.	40" x 48" x 56"

\*Weight per cubic foot is approximate.

The information and recommendations in this publication are based on data we believe to be reliable. They are offered in good faith, but do not imply any warranty or performance guarantee, as conditions and methods of use of our products are beyond our control. As such, Clack makes no express or implied warranties of any kind with respect to this product, including but not limited to any implied warranty of merchantability or fitness for a particular purpose. We recommend that the user determine whether the products and the information given are appropriate, and the suitability and performance of our products are appropriate, by testing with its own equipment. Specifications are subject to change without notice.

The information and recommendations given in this publication should not be understood as recommending the use of our products in violation of any patent or as a license to use any patents of the Clack Corporation.

The filter medias listed in this brochure do not remove or kill bacteria. Do not use with water that is microbiologically unsafe or of unknown quality without adequate disinfection before or after the system.

Clack will not be liable under any circumstance for consequential or incidental damages, including but not limited to, lost profits resulting from the use of our products.



www.clackcorp.com

Clack Corporation

4462 DURAFORM LANE • WINDSOR, WISCONSIN 53298-9716 USA  
PHONE (800) 846-3010 FAX (800) 846-2586 WWW.CLACKCORP.COM

Form No. 2354 • 7/16/2014

Figura.A1. 3. Ficha técnica del medio de antracita.

## Backwash Bed Expansion

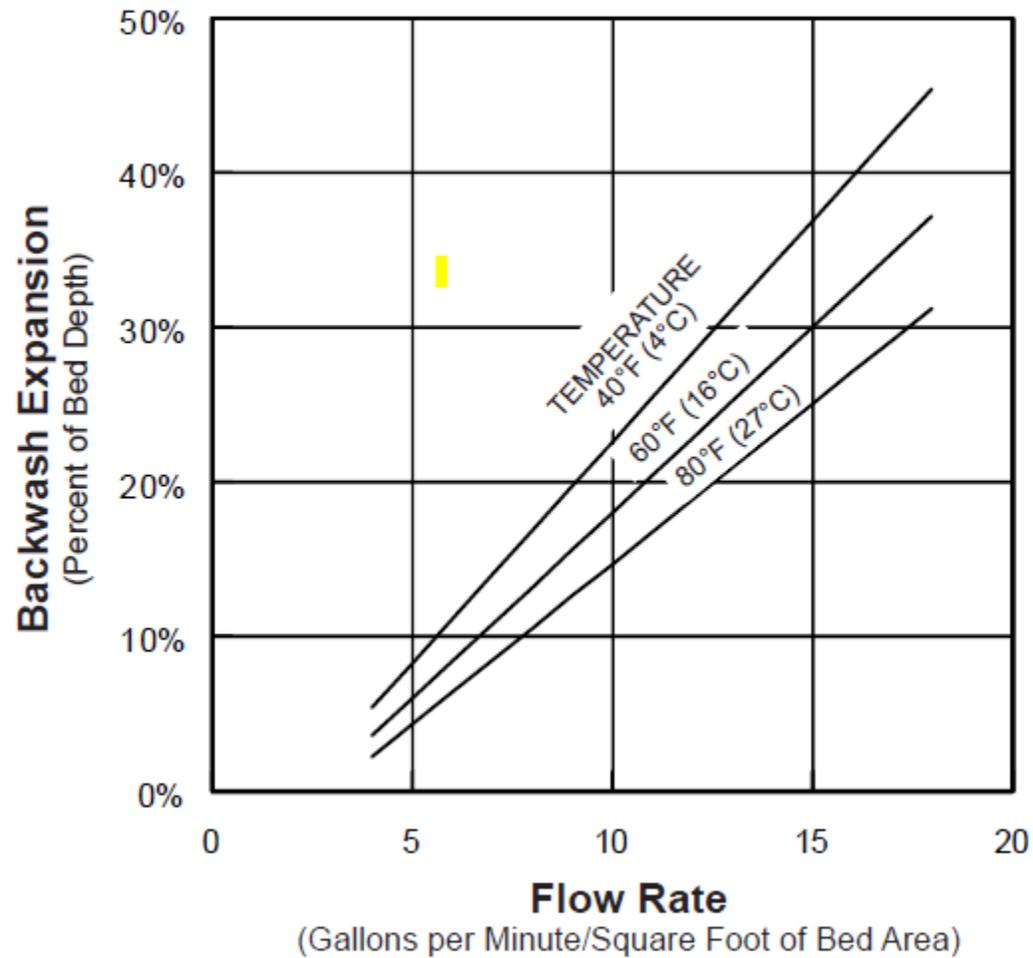


Figura.A1. 4. Curva teórica de expansión del medio antracita.

Clack Filter-Ag is a non-hydrus silicon dioxide media which can be used as highly efficient filter media for the reduction of suspended matter.

## Filter-Ag®

### ADVANTAGES

- There is less pressure loss through a bed of Filter-Ag® than through most other filter medias
- Light weight requires lower backwash rates than those required for other filter medias
- High service rates result in lower equipment costs and a savings in space
- High sediment reduction capacity results in longer filter runs, with a substantial savings in backwash water and time out of service
- Reduced shipping cost due to light weight/cu. ft.
- Replacement of sand with Filter Ag in existing installations may increase filter capacity 100% or more. (Caution should be taken upon start-up that the lightweight Filter-Ag is not washed to drain.)

### PHYSICAL PROPERTIES:

- Color: Light gray to near white
- Bulk Density: 24-26 lbs./cu. ft.
- Specific Gravity: 2.25 gr/cc
- Mesh Size: 12 x 30
- Effective Size: 0.67 mm
- Uniform Coefficient: 1.8
- Hardness: 6 (Mohs scale)

### CONDITIONS FOR OPERATION

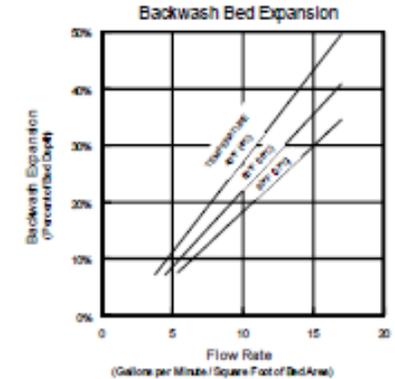
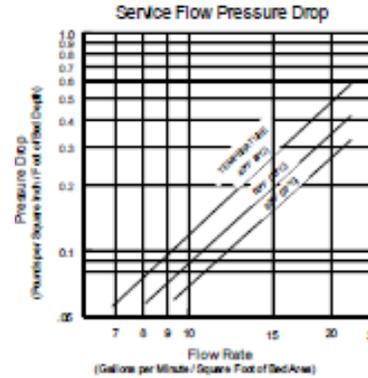
- Water pH range: wide range
- Maximum water temperature: 140°F/60°C
- Bed depth: 24-36 in.
- Freeboard: 30% of bed depth (min.)
- Service flow rate: 5 gpm/sq. ft., although considerably higher rates are often used
- Backwash flow rate: 8-10 gpm/sq. ft.
- Backwash bed expansion: 20-40% of bed depth
- Upon installation allow bed to soak overnight before backwashing

Clack Filter-Ag® has many outstanding advantages over the more common granular filter medias used for suspended solids reduction. Its fractured edges and irregular surface provides a high surface area and complex flow path for efficient removal of suspended matter through out the filter bed, typically reducing suspended solids down to the 20-40 micron range. Filter-Ag's larger particle size creates less pressure loss through the filter and allows deeper sediment penetration into the bed for higher sediment loading and longer filter runs. This large and irregular shape prevents the screening and caking of sediment in the top several inches of the filter bed as happens in the typical sand filter, thus preventing a rapid build up of headloss and blinding problems. Filter-Ag's light weight means lower backwash rates and better bed expansion to release trapped sediment and rinse the filter media during the backwash cycle. This ideal combination of particle shape, size and density make it a good choice where quality water filtration and water conservation are important.

Although not intended to be an iron reduction media, extensive field experience has shown Filter-Ag's rough and jagged surface to be very good at entrapping the fragile iron floc that forms after dissolved iron has been oxidized. The fragmented edges are apparently good floc collection points for the precipitated iron. Typical oxidation methods include aeration, ozonation and chlorination.

Substantial savings can be realized when designing a system using Clack Filter-Ag. Its low pressure drop, high service flow rates and high bed loadings combined with lower backwash rates allow economy in equipment downsizing and reduced pumping requirements. Its light apparent density also saves on handling expense and shipping costs.

Clack Filter-Ag can be applied to systems designed for either pressure or gravity flow. Because of its unique density, Filter-Ag can also be used in multi-media (graded density) filter designs allowing a more flexible approach to difficult filtration problems.



Classified by  
Underwriters Laboratories Inc.\*  
in Accordance with  
Standard ANS/NSF 61

### ORDER INFORMATION

Part No.	Description	Cu. Ft./Bag	Wt./Cu. Ft.*	Bags/Pallet	Weight/Pallet	Pallet Dimensions
A8014	Filter Ag®	1	25 lbs.	70	1800 lbs.	48" x 40" x 64"

\*Weight per cubic foot is approximate.

**Clack Corporation**  
4462 Duraform Lane  
Windsor, Wisconsin 53598-9716 USA  
Phone (608) 846-3010  
Fax (608) 846-2586  
Sales Fax (800) 755-3010  
www.clackcorp.com

Form No. 2551  
Replace Form 1544  
Updated 10/1

Filter-Ag® is a federally registered trademark of Clack Corporation.

The information and recommendations in this publication are based on data we believe to be reliable. They are offered in good faith, but do not imply any warranty or performance guarantee, as conditions and methods of use of our products are beyond our control. As such, Clack makes no express or implied warranties of any kind with respect to this product, including but not limited to any implied warranty of merchantability or fitness for a particular purpose. We recommend that the user determine whether the products and the information given are appropriate, and the suitability and performance of our products are appropriate, by testing with its own equipment. Specifications are subject to change without notice.

The information and recommendations given in this publication should not be understood as recommending the use of our products in violation of any patent or as a license to use any patents of the Clack Corporation.

The filter medias listed in this brochure do not remove or kill bacteria. Do not use with water that is microbiologically unsafe or of unknown quality without adequate disinfection before or after the system.

Clack will not be liable under any circumstances for consequential or incidental damages, including but not limited to, lost profits resulting from the use of our products.

Figura.A1. 5. Ficha técnica del medio de Ag.

# Backwash Bed Expansion

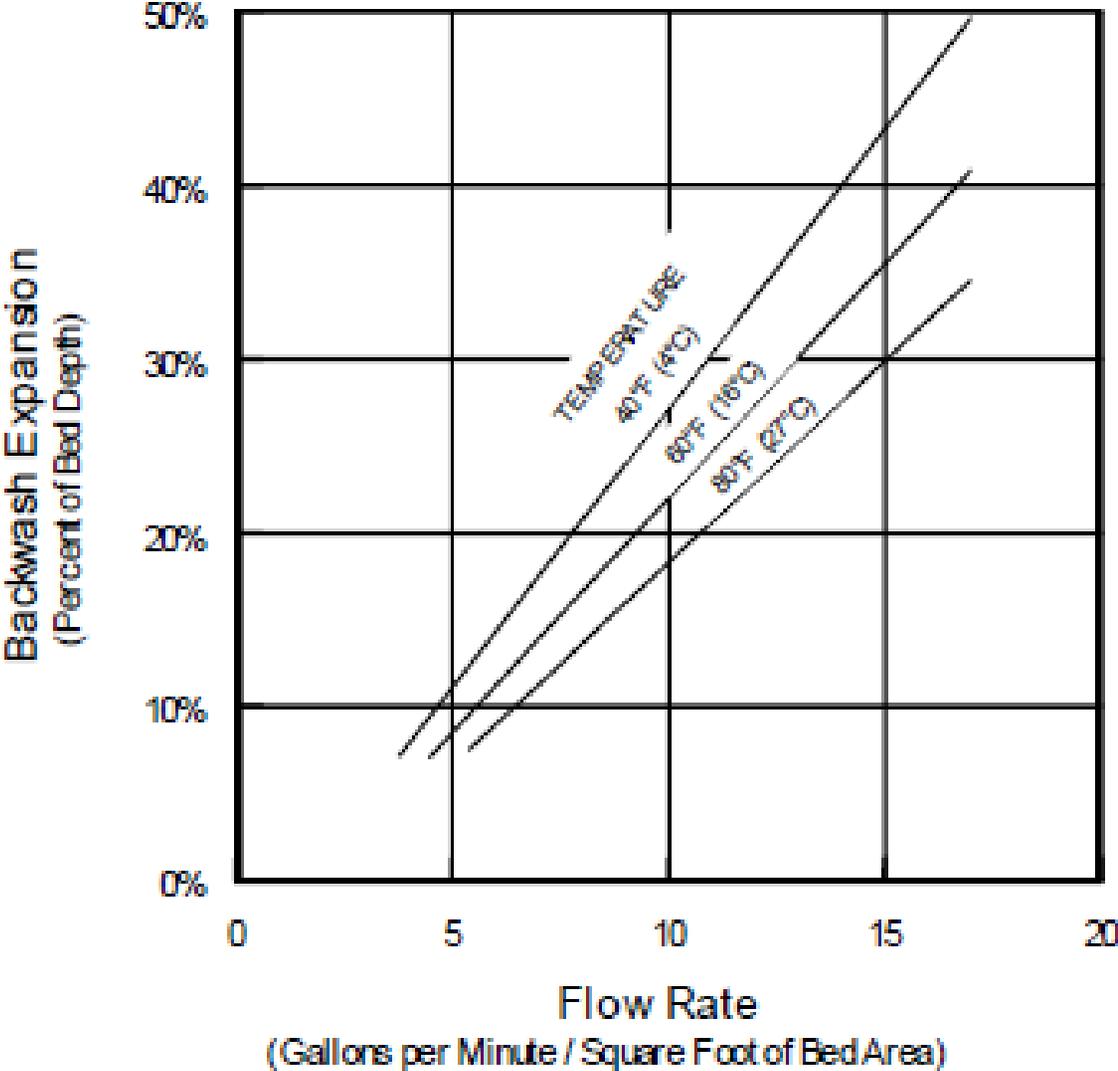


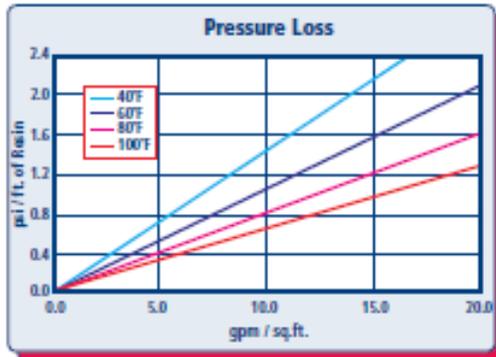
Figura.A1. 6. Curva teórica de expansión del medio Ag.

## FEATURES & BENEFITS

- 10% DIVINYLBENZENE**  
 Gives greatly increased life where resin degradation due to oxidative effects are anticipated
- LOW COLOR THROW**
- SUPERIOR PHYSICAL STABILITY**  
 93% plus sphericity and high crush strengths together with carefully controlled particle distribution provides long life and low pressure drop
- COMPLIES WITH US FDA REGULATIONS**  
 Conforms to paragraph 21CFR173.25 of the Food Additives Regulations of the US FDA

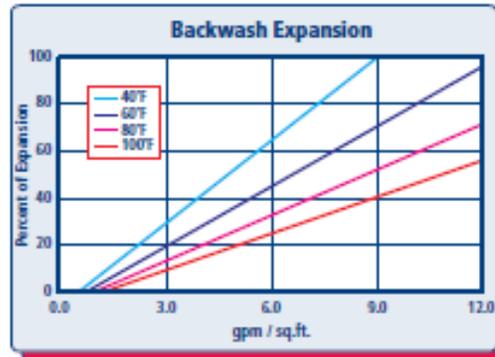
Prior to first use for potable water, resin should be backwashed for a minimum of 20 minutes, followed by 10 bed volumes of downflow flow.

## HYDRAULIC PROPERTIES



### PRESSURE LOSS

The graph above shows the expected pressure loss of ResinTech CG10 per foot of bed depth as a function of flow rate at various temperatures.



### BACKWASH

The graph above shows the expansion characteristics of ResinTech CG10 as a function of flow rate at various temperatures.

160 Cooper Road • West Berlin, NJ 08091 USA • p: 856.768.9600 • f: 856.768.9601 • e: bresin@resintech.com • w: resintech.com

## RESINTECH® CG10

### PHYSICAL PROPERTIES

Polymer Structure	Styrene/DVB
Polymer Type	Gel
Functional Group	Sulfonic Acid
Physical Form	Spherical beads
Ionic Form as shipped	Sodium or Hydrogen
Total Capacity	
Hydrogen form	>2.0 meq/ml
Sodium form	>2.2 meq/ml
Water Retention	
Hydrogen form	46 to 52 percent
Sodium form	39 to 45 percent
Approximate Shipping Weight	
Hydrogen form	52 lbs./cu.ft.
Sodium form	54 lbs./cu.ft.
Swelling, Na to H	4 to 8 percent
Screen Size Distribution (U.S. mesh)	16 to 50
Maximum Fines Content (<50 mesh)	1 percent
Minimum Sphericity	93 percent
Uniformity Coefficient	1.6 approx.
Resin Color	Amber

Note: Physical properties can be certified on a per lot basis, available upon request.

### SUGGESTED OPERATING CONDITIONS

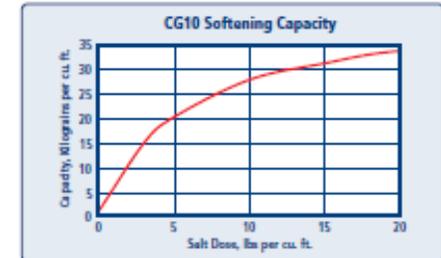
Maximum continuous temperature	
Hydrogen form	265°F
Sodium form	280°F
Minimum bed depth	24 inches
Backwash expansion	25 to 50 percent
Maximum pressure loss	25 psi
Operating pH range	0 to 14 SU
Regenerant Concentration	
Hydrogen cycle	5 to 10 percent HCl
Hydrogen cycle	1 to 8 percent H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>
Salt cycle	10 to 15 percent NaCl
Regenerant level	4 to 15 lbs./cu.ft.
Regenerant flow rate	0.5 to 1.5 gpm/cu.ft.
Regenerant contact time	>20 minutes
Displacement flow rate	Same as dilution water
Displacement volume	10 to 15 gallons/cu.ft.
Rinse flow rate	Same as service flow
Rinse volume	35 to 60 gallons/cu.ft.
Service flow rate	1 to 10 gpm/cu.ft.

Note: These guidelines describe average low risk operating conditions. They are not intended to be absolute minimum or maximum.

For operation outside these guidelines, contact ResinTech Technical Support.

### APPLICATIONS

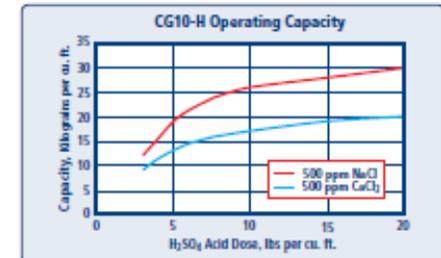
#### SOFTENING



Capacity and leakage data are based on the following: 2:1 Ca/Mg ratio, 500 ppm TDS as CaCO<sub>3</sub>, 0.2% hardness in the salt and 10% brine concentration applied co-currently through the resin over 30 minutes. No engineering downgrade has been applied.

#### DEMINERALIZATION

ResinTech CG10-H can be used as the cation component in a variety of demineralization configurations where a hydrogen form cation resin is coupled with a hydroxide form anion resin. The high density of CG10-H provides ideal separation in polishing mixed beds. CG10-H has higher total capacity and lower chemical efficiency compared to CG8-H.



Capacity based on 500 ppm of total salt (as CaCl<sub>2</sub>) with 0% alkalinity, 36 in. bed depth, flow rate of 2 to 4 gpm per cu. ft. and >30 min. chemical injection time. Sulfuric acid concentration must be stepwise when calcium concentration exceeds 20% of total cations. No engineering downgrade has been applied.

#### HIGH TEMPERATURE USE

ResinTech CG10 is suitable for operation at temperatures as high as 280°F. At temperatures above 212°F, dissolved oxygen in the feedwater is a powerful oxidant and can chemically damage the resin. Oxygen levels in the feed should be reduced to less than 0.05 ppm to ensure a reasonable service life of the resin.

Figura.A1. 7. Ficha técnica del medio de resinas de intercambio iónico.

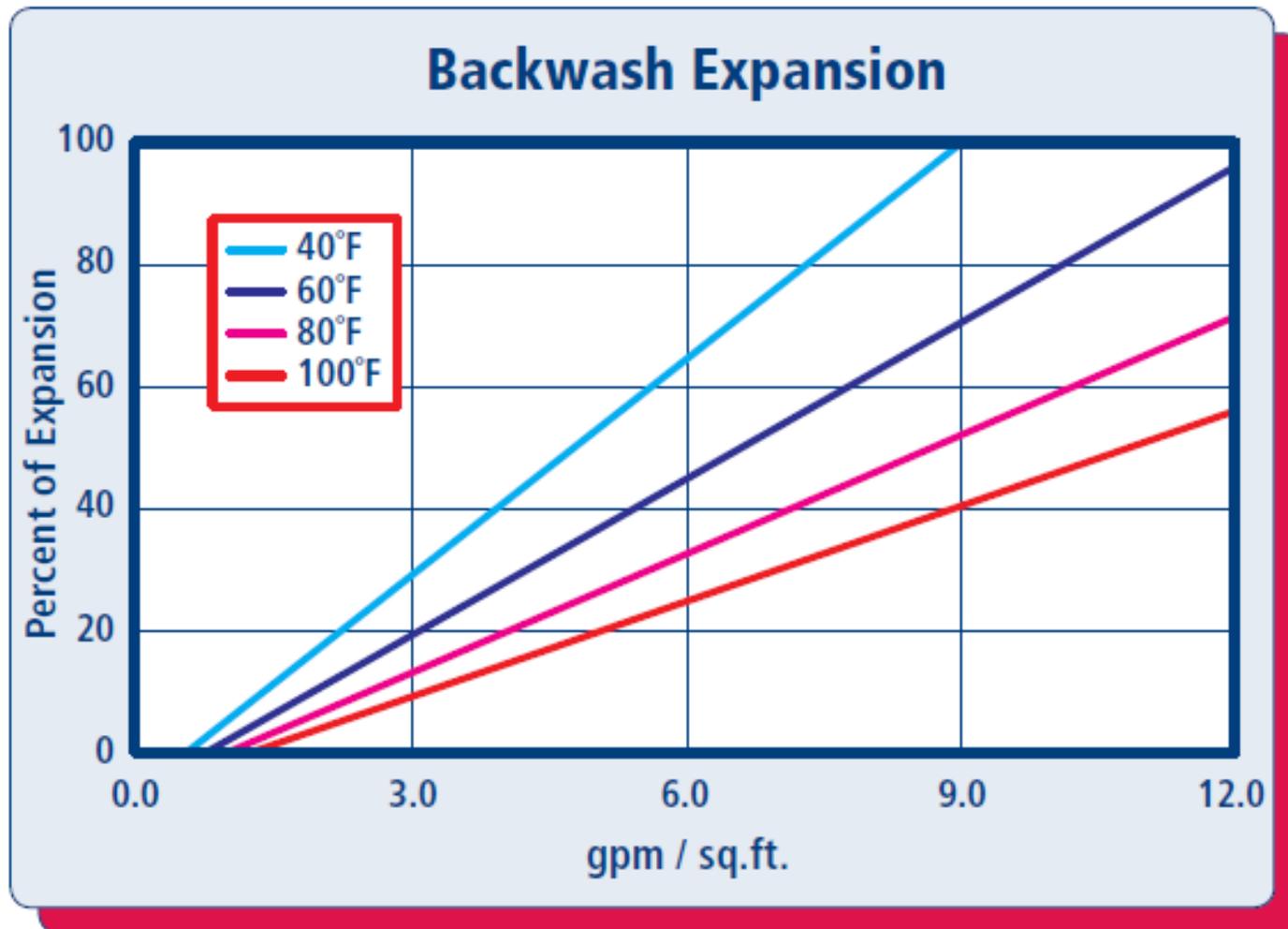


Figura.A1. 8. Curva de expansión del medio de resinas de intercambio iónico.

## SAND/MULTIMEDIA

### 1st & 2nd Generation Filtration

- 1 Suspended solids are mechanically strained with sedimentation and flocculation to 12-30 microns.
- 2 Filtrate often requires additional stages of filtration before it is suitable for use.

## Turbidex™

### 3rd Generation Filtration

- 1 Suspended solids are mechanically strained with Sedimentation, Flocculation, Physical Absorption, Electrostatic Absorption and ion-exchange down to 3-5 microns.
- 2 Quality of filtrate often reduces the need for additional down stream filtration.

## The Science

# Turbidex™

### Vs. The Competition

PROCESS	TURBIDEX™	COMPETITION
A. Mechanical Straining	✓	✓
B. Sedimentation	✓	✓
C. Flocculation	✓	✓
D. Physical Absorption	✓	
E. Electrostatic Absorption	✓	
F. Ion-Exchange	✓	

	TURBIDEX™	MULTIMEDIA	SAND
Pressure Filters *	15-20	12-15	8-12
Gravity Filters *	4-5	4	2-3
Micron Efficiency	3-5µ	12-15µ	25-30µ
Loading Factor	2.8X	1.5X	X

\* FLOW RATE: gpm/ft²

#### OPERATING PARAMETERS

Bed depth: 30 – 48 inches  
 Freeboard: 50% of bed depth  
 Flow rate: 12 – 20 gpm/ ft²  
 Backwash rate: 14 – 18 gpm/ ft²  
 Replacement media ratio : 1:1

#### PHYSICAL CHARACTERISTICS

Color: off-White  
 Bulk Density: 50 lbs./ft³  
 Surface area: 14 to 25 m²/g  
 Mesh Size: 14 x 30  
 Uniformity Coefficient: 1.64

Turbidex™ is Certified with **NSF** The Public Health & Safety Company™  
Standard 61

## The Benefits

### Hyper Filtration Efficiency

With filtration efficiency in the 3 to 5 micron range, Turbidex's enhanced performance results in down stream cost savings for chemicals, filter cartridges, membrane cleaning, membrane life, etc.

### Higher Flow Rates

With nominal service flow rates up to 15 gpm/ft² in pressure filters, Turbidex™ allows significant savings in initial equipment costs when compared to traditional medias. Turbidex™ allows for peak flow rates up to 20 gpm/ft² Turbidex.

### Superior Water Clarity

Traditional sediment filtration media rely on mechanical straining to remove suspended solids for turbidity reduction. Turbidex™ filtration media incorporates straining as well as ion exchange, sedimentation and flocculation to produce crystal clear water down to <0.1 NTU of turbidity.

### Water Savings

The loading capacity of Turbidex™ media is up to 1.5 times greater than multi-media and up to 2.8 times greater than sand filters. This results in longer run times with less frequent backwashing, resulting in significant water savings.

### Lightweight Media

Weighing 50-70% less than traditional medias, using Turbidex™ will result in substantial freight savings.

### Easier to Inventory and Install

A single media versus multiple medias simplifies ordering, shipping and warehousing. Loading one media allows for a quick and easy installation.

### Industries Using Turbidex™

Industrial	Aquaculture
Municipal	Agriculture
Commercial	Pharmaceutical
Food & Beverage	Manufacturing
Water Recycle	Car wash

Figura.A1. 9. Ficha técnica de medio Turbidex™.

ANEXO 2. VALORES DE DENSIDAD Y VISCOSIDAD CINEMATICA EN FUNCIÓN DE LA TEMPERATURA DEL AGUA.

**Cuadro.A2. 1. . Densidad y viscosidad del agua en función de la temperatura. Tomado de Crittenden et al., (2012).**

Temperatura (°C)	Viscosidad cinemática $\mu$ ( $\times 10^{-3}$ kg/ms)	Densidad $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
15	1.139	999.1
20	1.002	998.2
25	0.890	997
30	0.798	995.7

