

CONSTANCIA DE DEFENSA PÚBLICA DE PROYECTO DE GRADUACIÓN

Proyecto de Graduación defendido públicamente ante el Tribunal Evaluador, integrado por los profesores Ing. Gustavo Rojas Moya, Ing. Rafael Baltodano Goulding, Ing. Alonso Poveda Montoya, Ing. José Andrés Araya Obando, como requisito parcial para optar por el grado de Licenciatura en Ingeniería en Construcción, del Instituto Tecnológico de Costa Rica.

GUSTAVO
ADOLFO
ROJAS
MOYA
(FIRMA)

Firmado digitalmente por
GUSTAVO
ADOLFO ROJAS
MOYA (FIRMA)
Fecha: 2021.04.27
20:59:25 -06'00'

Ing. Gustavo Rojas Moya.
Director

RAFAEL STACE
BALDODANO
GOULDING
(FIRMA)

Digitally signed by RAFAEL STACE
BALDODANO GOULDING (FIRMA)
DN: serialNumber=CPF-01-0869-0143,
sn=BALDODANO GOULDING,
givenName=RAFAEL STACE, c=CR,
o=PERSONA FISICA, ou=CIUDADANO,
cn=RAFAEL STACE BALDODANO
GOULDING (FIRMA)
Date: 2021.05.19 11:30:32 -06'00'

Ing. Rafael Baltodano Goulding.
Profesora Guía

WILLIAM
ALONSO
POVEDA
MONTROYA
(FIRMA)

Firmado digitalmente
por WILLIAM ALONSO
POVEDA MONTROYA
(FIRMA)
Fecha: 2021.05.13
18:02:33 -06'00'

Ing. Alonso Poveda Montoya.
Profesor Lector

JOSE ANDRES
ARAYA OBANDO
(FIRMA)

Firmado digitalmente por JOSE
ANDRES ARAYA OBANDO (FIRMA)
Fecha: 2021.04.27 20:08:10 -06'00'

Ing. José Andrés Araya Obando.
Profesor Observador

**Desarrollo de una herramienta
para análisis numérico,
mediante el método de
diferencias finitas de flujo en
medio poroso, considerando
valores de conductividad
hidráulica variable**

Abstract

The present work was developed under the modality of Graduation Project, to opt for degree in Construction Engineering.

The main objective of this project was to generate a flow analysis instrument in an unsaturated porous medium by the finite difference method through the programming of a computer tool. This in order to present an alternative that compiles the progress achieved previously by other works.

The final product is a computer tool, designed with the MathWorks® MATLAB App Designer software, which can plot characteristic curves of soil moisture and variable hydraulic conductivity graphs as a function of soil suction. In addition, the application solves Richards' differential equation for variable hydraulic conductivity values and displays graphs of flow variation with changes in depth and time, in the form of three-dimensional surfaces.

As part of the project's products, a user's manual was also developed to guide future consumers on the correct way to use the tool.

Keywords: Flow, porous medium, unsaturated soil, Richards' equation

Resumen

El presente trabajo se desarrolló bajo la modalidad de Proyecto de Graduación, para optar por el grado de Licenciatura en Ingeniería en Construcción.

El objetivo principal que se planteó para la elaboración de este proyecto consistió en generar un instrumento de análisis de flujo en medio poroso no saturado por el método de diferencias finitas, a través de la programación de una herramienta computacional. Esto con el fin de presentar una alternativa que recopile los avances logrados con anterioridad por otros trabajos.

Como producto final se obtuvo una herramienta computacional, diseñada mediante el software MATLAB App Designer de MathWorks®, la cual es capaz de graficar curvas características de humedad en el suelo y gráficas de conductividad hidráulica variable en función de la succión en el suelo. Adicionalmente, la aplicación resuelve la ecuación diferencial de Richards para valores variables de conductividad hidráulica y muestra gráficas de variación del flujo ante cambios de profundidad y tiempo, en forma de superficies tridimensionales.

Como parte de los productos del proyecto, se desarrolló también un manual de usuario para orientar a futuros consumidores acerca de la forma correcta de emplear la herramienta.

Palabras clave: Flujo, medio poroso, suelo no saturado, ecuación de Richards

**Desarrollo de una herramienta
para análisis numérico,
mediante el método de
diferencias**

**finitas de flujo en medio
poroso, considerando valores
variables de conductividad
hidráulica**

Desarrollo de una herramienta para análisis numérico mediante el método de diferencias finitas de flujo en medio poroso, considerando valores variables de conductividad hidráulica

ANA BEATRIZ GÓMEZ VÍQUEZ

Proyecto final de graduación para optar por el grado de
Licenciatura en Ingeniería en Construcción

Febrero del 2021

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA
ESCUELA DE INGENIERÍA EN CONSTRUCCIÓN

Contenido

| | |
|---------------------------------|----|
| Prefacio..... | 1 |
| Resumen ejecutivo..... | 2 |
| Introducción..... | 3 |
| Marco Teórico..... | 5 |
| Metodología..... | 14 |
| Resultados..... | 18 |
| Análisis de los resultados..... | 24 |
| Conclusiones..... | 28 |
| Recomendaciones..... | 29 |
| Apéndices..... | 30 |
| Referencias..... | 61 |

Prefacio

Desde que Henry Darcy describió los primeros fenómenos asociados al flujo de agua en medios porosos, sus aportes han sido fundamentales en el desarrollo de múltiples ramas de la ingeniería. En particular, cabe destacar la importancia del estudio de los fenómenos de flujo de agua en los suelos, con los cuales se ha descubierto el papel que juega el líquido modificando diversas características del medio sólido.

Espinoza (2005) resalta que las leyes de flujo y los conceptos asociados a las propiedades hidráulicas han sido ampliamente descritos para suelos cuyos poros se encuentran en estado de saturación. El autor recalca, sin embargo, que existen diversas condiciones que generan que los suelos no siempre se encuentren en estado de saturación completa, como el caso de la ubicación cerca de la superficie del terreno.

Si bien, existen trabajos que describen modelos de predicción de parámetros, como la conductividad hidráulica, el perfil de agua-suelo e incluso las condiciones de flujo en suelos no saturados, no son abundantes las herramientas que simplifiquen el estudio del flujo en este tipo de suelos. Además, los estudios realizados suelen enfocarse en unos cuantos aspectos y no en el proceso completo que lleva describir este flujo.

El presente trabajo tiene como principal objetivo desarrollar una herramienta computacional que unifique el proceso requerido para la descripción del flujo en medios porosos no saturados, lo cual permite al usuario obtener resultados útiles desde los parámetros del suelo que está estudiando hasta los datos del flujo que varían de acuerdo con la posición y el tiempo de ensayo.

Resumen ejecutivo

Las innegables diferencias que existen en los fenómenos de flujo en condiciones saturadas, en comparación con aquellos que se presentan cuando un medio se encuentra con un porcentaje de sus poros ocupados por aire, requieren que se estudien modelos que describan ambos tipos de fenómenos con precisión. Sin embargo, a lo largo del desarrollo de la ingeniería, el tema de los suelos no saturados se ha quedado rezagado.

En comparación con el estudio de las condiciones saturadas, existe una cantidad limitada de trabajos que se interesan por desarrollar el tema de los suelos no saturados. El mayor porcentaje de herramientas que automatizan el cálculo de flujo y otros parámetros del suelo, se orientan a resolver condiciones saturadas, generando que en muchas ocasiones se prefiera realizar aproximaciones que suponen condiciones de saturación completa, en lugar de describir las condiciones reales de humedad, aumentando el error en los cálculos.

El presente proyecto recopiló, en primera instancia, el resultado de una investigación bibliográfica de varias fuentes, con el fin de esclarecer las principales diferencias que existen en el comportamiento de los medios no saturados ante la presencia de flujo de fluidos, particularmente, el agua.

Una vez recopiladas las bases teóricas, se procedió a implementarlas en la creación de una aplicación computacional, desarrollada en la herramienta MATLAB App Designer de MathWorks®. Esta herramienta busca unificar los avances logrados por trabajos anteriores que no agrupan el proceso de cálculo de flujo no saturado, sino que se concentran en unos cuantos pasos de este proceso.

Se logró desarrollar una herramienta capaz de calcular parámetros propios de cada suelo bajo ciertas condiciones de humedad, graficar la curva de humedad según el modelo de Fredlund y Xing y determinar la curva de conductividad hidráulica siguiendo el modelo de Gardner. Adicionalmente, genera una superficie tridimensional que ilustra el comportamiento del flujo para distintas profundidades y tiempos, y muestra una tabla resumen donde el usuario puede consultar cada dato individualmente para procesarlos según sus requerimientos.

A lo largo del informe, se presentan los resultados de la investigación bibliográfica, se muestran imágenes donde se aprecia el aspecto y funcionamiento de la aplicación y se validan los resultados obtenidos, comparándolos con ejemplos teóricos de las fuentes bibliográficas.

Introducción

En diversos procesos de ingeniería existe la necesidad de comprender y predecir el comportamiento del flujo de agua, a través de los materiales que conforman los suelos. De acuerdo con Sánchez (s.f.), los descubrimientos de Darcy fueron la base para establecer el conocimiento acerca de los procesos asociados al flujo de agua en el suelo hasta la fecha.

Romaña (2014) señala que la relación establecida por Darcy se cumple siempre y cuando se trate de un flujo gravitacional, estacionario, en un medio saturado sin presencia de aire. Además, el medio permeable debe ser homogéneo e isotrópico y el fluido no debe reaccionar con el medio, esto a fin de que no se presenten cambios en la porosidad y la permeabilidad. Cuando el suelo en estudio no cumple estas características, las relaciones de Darcy pierden y se torna necesario identificar nuevos procedimientos que modelen las condiciones del flujo en el suelo estudiado.

El estudio de los suelos no saturados presenta gran importancia en diversos procesos de ingeniería civil, ya que estos poseen características particulares, como tendencia a cambios volumétricos y una no linealidad en sus parámetros hidráulicos.

Al estudiar el flujo en este tipo de suelos es relevante tomar en consideración lo que indica Romaña (2014):

para suelos saturados se tienen valores constantes de coeficiente de permeabilidad, sin embargo, este coeficiente cambia rápidamente desde la condición de succión cero o cercana a cero y la humedad residual, por lo que en los suelos no saturados no se trata de coeficientes de permeabilidad sino de funciones de permeabilidad. (pág 7)

Para lidiar con los parámetros variables de los suelos no saturados, la ecuación de flujo de Darcy se sustituye por la ecuación diferencial de Richards. De acuerdo con Reyna y Reyna (2012) esta relación, que

ha constituido el pilar para el desarrollo de gran parte de los modelos numéricos que permiten calcular la infiltración en medios porosos no saturados, es una ecuación diferencial en derivadas parciales de segundo orden parabólica lineal, cuya solución implica niveles de complejidad que consumen tiempo y aumenta la posibilidad de errores que se repliquen en los procedimientos posteriores.

La mayoría de los programas computacionales, que se utilizan comúnmente para modelar problemas de hidrogeología, admiten valores fijos y discretos de coeficientes de permeabilidad, generando incongruencias para resolver problemas asociados a medios no saturados. Esto limita procesos de solución y aproximación de problemas como las redes de flujo, las cuales constituyen un método gráfico de para aproximar la solución de problemas y constituyen una importante herramienta, tanto a nivel profesional como académico.

Relacionado con este tema, se han presentado diversos trabajos, como el de Toledo, Morán y Campos (2012) que abarca una modelación de flujo de agua en medios porosos no lineales, mediante diferencias finitas aplicado al sobrevertido en presas de tierra. También destaca la investigación de Fukuchi (2016), donde se utiliza el método de interpolación de diferencias finitas para el análisis numérico de problemas de infiltración.

Este proyecto pretende establecer un instrumento de análisis de flujo en medio poroso no saturado, a través del método de diferencias finitas, al tiempo que se genera una herramienta computacional que permita la obtención de insumos para la solución de problemas de distinta índole, incluyendo las funciones y curvas de permeabilidad, así como la graficación de la curva de flujo. Esta herramienta también podrá ser utilizada como complemento de otros programas computacionales ya existentes, que requieren como datos de entrada los resultados obtenidos a lo largo del análisis de flujo.

El objetivo general de este proyecto es generar un instrumento de análisis de flujo en medio poroso no saturado, por el método de diferencias finitas a través de la programación de una herramienta computacional.

Los objetivos específicos planteados son los siguientes:

1. Establecer la variante apropiada para la ecuación diferencial de flujo en medio poroso no saturado a través de una revisión bibliográfica
2. Definir las curvas de las funciones de permeabilidad para medios porosos no saturados

3. Diseñar una herramienta computacional que automatice el cálculo de redes de flujo en medio poroso no saturado
4. Validar el funcionamiento de la herramienta computacional desarrollada.

Marco Teórico

El suelo como medio Poroso

De acuerdo con Azuje y Guevara (2002), un medio poroso está constituido por una estructura sólida que contiene espacios vacíos, a los cuales se los conoce como poros. Los autores señalan, además, que estos espacios vacíos no describen una geometría regular, por lo tanto, todos difieren entre sí. Sin embargo, es posible identificar que todos los poros están compuestos por dos elementos que son el cuerpo y el cuello; en el cuerpo se almacena el líquido que se encuentra retenido en el poro y este líquido es desalojado a través del cuello, que constituye la distancia más estrecha entre dos partículas de la fase sólida. La estructura de un medio poroso se ve representada en la figura 1.

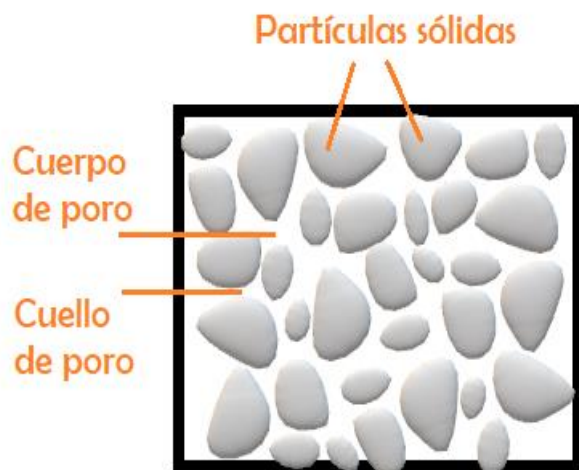


Figura 1. Estructura de un medio poroso
Fuente: Elaboración propia

Los medios porosos poseen propiedades que los identifican, dentro de las cuales destacan la porosidad, la permeabilidad y la densidad. El comportamiento de cada medio y su respuesta ante los diferentes fenómenos físicos y químicos que pueda experimentar, varían de acuerdo con los valores de dichas propiedades, que son distintivas de cada medio.

La porosidad, según Carbonell (1999), se puede definir como la relación que existe entre el volumen total de una muestra del medio y el volumen que ocupan los poros. Por otra parte, Azuje y Guevara (2002) definen la permeabilidad de un medio poroso como la facilidad de fluido para fluir a través de los poros de un medio, siendo afectada por el tamaño de las partículas, el acomodo de las partículas y la porosidad del medio. Por último, la densidad es la relación entre la masa de la matriz sólida y el volumen total del medio, y depende de la forma y disposición de las partículas (Carbonell, 1999).

De acuerdo con la información anterior, se puede inferir que la respuesta de los medios porosos, ante distintos procesos, como el flujo, la infiltración, entre otros, depende en gran medida del tamaño y el acomodo de sus partículas y sus vacíos, los cuales modifican las propiedades antes mencionadas. Desde el punto de vista de Velásquez (2016), estas propiedades influyen directamente en el movimiento y almacenamiento del agua.

Según el Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria de Uruguay (2015), la capa superficial de la superficie terrestre se conoce como suelo y está compuesta por partículas de tamaño variable y poros en los cuales se alojan el aire y el agua. Según esta información, el suelo se adapta a la definición de medio poroso, por cuanto posee partículas sólidas separadas por espacios vacíos. Como tal, el suelo posee propiedades características de los medios porosos y se ve sometido a los mismos fenómenos, entre ellos, el flujo.

Flujo de fluido en el suelo

Según Wesley (2010), a diferencia de otros muchos materiales relacionados con la ingeniería, el suelo no tiene una composición de un material único, sino que es un sistema físico que está compuesto, en general, de tres fases: sólida, líquida y gaseosa. Las partículas de suelo componen la fase sólida o esqueleto de suelo, estas partículas entrelazadas poseen formas y acomodos distintos, lo cual genera la formación de espacios vacíos, es decir, los poros.

En los poros que se forman en el esqueleto de suelo, se aloja la materia correspondiente a las fases líquida y gaseosa. Wesley (2010) señala que la fase gaseosa está compuesta por gases, mientras que la fase líquida está constituida por agua. En esta misma línea, Lu y Likos (2004) afirman que en esta fase se encuentra “cualquier líquido puro o mezclas miscibles o inmiscibles de líquidos”, es decir, que no necesariamente siempre se trata de agua pura, sin embargo, Briaud (2013) aclara que la mayoría del tiempo el gas suele ser aire y el líquido suele ser agua.

Una vez establecidas las fases que pueden presentarse en los suelos, cabe destacar que no siempre están presentes las tres al mismo tiempo. Al respecto, Meza (2012) indica que

“los suelos en estado seco y en estado saturado representan dos condiciones extremas en que solo interactúan dos fases. En ambos casos, se encuentra presente la fase sólida, no obstante, en los suelos secos, donde no hay nivel freático, los poros están completamente ocupados por la fase gaseosa, mientras que, en los suelos saturados, es decir, que se encuentran bajo el nivel freático, todos los poros se encuentran ocupados por la fase líquida”. (pág 27)

Por otra parte, existe el caso de los suelos parcialmente saturados, en los cuales se encuentran presentes las tres fases. Al respecto de estos, Meza (2012) señala que los poros están ocupados tanto por aire como por agua y “la existencia simultánea de las tres fases involucra la aplicación de teorías y conceptos, para el estudio de sus propiedades y comportamiento, adicionales a los relacionados con suelos en condiciones seca o saturada”.

Una comparativa de la estructura de un suelo en estado seco (a), parcialmente saturado (b) y saturado (c) se muestra en la figura 2, donde el color blanco simboliza los espacios rellenos con aire, el color celeste simboliza el agua y el color café representa las partículas sólidas.

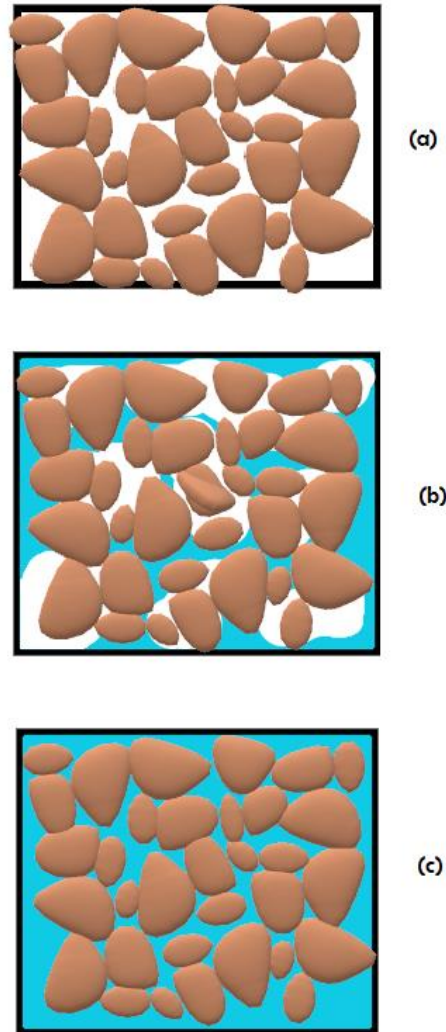


Figura 2. Comparación gráfica de los diferentes estados de humedad del suelo
Fuente: Elaboración propia

Uno de los fenómenos a los cuales se ven sometidos los suelos, en sus diferentes condiciones de saturación, es al flujo tanto de gas como de líquido; como refiere Briaud (2013), “los líquidos y los gases pueden fluir a través de los vacíos entre las partículas de suelo, o bien permanecer estáticas dentro de estos vacíos”.

El fenómeno físico de flujo está asociado con el movimiento de energía o de materia, en este sentido, al movimiento o transporte de fluidos de un punto a otro se le conoce como flujo de fluido y de acuerdo con Domingo (2011), el estudio del flujo de fluidos y la interacción de estos con los medios sólidos, son temas que atañen a la mecánica de fluidos.

De acuerdo con Arregui, Cabrera, Cobacho, Gómez y Soriano (2017) “un fluido es un medio, fácilmente deformable y continuo”, esto último implica que las propiedades físicas propias de cada fluido son constantes. Por otra parte, Domingo (2011) agrega que los fluidos incluyen a los líquidos y a los gases, siendo la principal diferencia entre estos dos la compresibilidad.

Domingo (2011) señala que la alta compresibilidad de los gases hace que la densidad y el volumen varíen fácilmente, además, el movimiento térmico de las partículas se impone sobre las fuerzas de atracción, ocupando todo el espacio en que están contenidos. El mismo autor destaca que, por el contrario, los líquidos cuentan con una compresibilidad baja, las fuerzas de atracción entre sus moléculas puede más que el movimiento térmico, con lo cual el colapso de las moléculas forma el líquido, además, en lugar de ocupar todo el volumen que los contiene, se distribuyen en forma de superficie libre.

De acuerdo con Arregui, Cabrera, Cobacho, Gómez y Soriano (2017), las propiedades de los fluidos incluyen la densidad, la viscosidad y la tensión superficial. Además, Domingo (2011) incluye el peso específico, el volumen específico y presión.

La densidad, según Alpízar (2014), comprende la cantidad de masa de una sustancia por unidad de volumen ocupado. Domingo (2011) indica que la densidad de un fluido homogéneo no presenta variaciones de un punto a otro, en los líquidos el valor de la densidad es más propenso a variaciones por temperatura que por presión, caso contrario a los gases, para los cuales la densidad es sensible a la presión y a la temperatura, ya que estos son compresibles.

La viscosidad, desde el punto de vista de Domingo (2011), “refleja la resistencia de un fluido al movimiento, similar a la fricción en los sólidos”. Este autor señala que todos los fluidos poseen viscosidad, aunque en algunos casos en que se presentan fluidos no viscosos su efecto es despreciable, por el contrario, para los fluidos viscosos es altamente relevante. Interesa el caso particular del agua, que en condiciones de no contaminación es el fluido más abundante que fluye en los suelos, de acuerdo con Pedrós (s.f.) se puede clasificar como un fluido no viscoso, en cuyo caso no es meritorio considerar la influencia de su viscosidad como una variable principal en el estudio del flujo a través de los suelos.

La tensión superficial constituye la capacidad de un líquido que le permite reducir su tamaño superficial hasta llevar al mínimo su energía potencial, con lo cual el equilibrio es estable (Domínguez, Toro y Serrano, 2014). Adicionalmente, Tamir (s.f.) destaca que la tensión superficial de un fluido en movimiento se ve modificada, en su tamaño de película y forma, por el caudal del flujo.

El peso específico, según lo define Domingo (2011) es el peso por unidad de volumen y destaca que esta propiedad es constante para fluidos homogéneos. Por otra parte, según el mismo autor, el volumen específico es aquel ocupado por una unidad de masa, es decir, el recíproco de la densidad.

Domingo (2011) indica que la presión, en general, se define como “la fuerza por unidad de superficie a través de una pequeña superficie que pasa por ese punto; en el caso de los fluidos, si la presión no es solo perpendicular a la superficie, el fluido entra en movimiento”. En el caso de los suelos, se presenta la interacción de dos fluidos, el aire y el agua, cada uno con su respectivo valor de presión que se ejerce en todas direcciones, a la diferencia entre la presión de aire y la presión de agua en los poros se le conoce como succión matricial y es uno de los principales factores asociados al flujo de agua en los suelos (García et al., 2017).

Parámetros hidráulicos asociados al flujo

Algunas de las principales variables relacionadas con los fenómenos de flujo son propias del fluido, mientras que otras son concernientes al medio por el cual transita el flujo. Una descripción concisa, pero que provea un concepto claro de estas variables es indispensable para la comprensión del comportamiento del flujo en diferentes estados de saturación.

El flujo de agua o caudal (Q) es una medida del volumen de agua que puede transitar en un tiempo determinado (Briaud, 2013). Por otra parte, de acuerdo con Naula, Albuja, Carrillo e Izurieta (2016), la tasa de flujo (q) es el caudal que atraviesa por una sección transversal dada. De acuerdo con los autores anteriores, la relación entre el flujo y la tasa de flujo se puede describir a través de la ecuación (1):

$$Q = q \cdot A \quad (1)$$

Donde Q es el flujo
 q es la tasa de flujo
 A es el área transversal

La cabeza hidráulica (h_w) es la presión asociada a la altura del agua en un punto del recorrido horizontal del flujo (Pérez y Renedo, s.f.). Esta altura del agua está asociada también a un potencial hidráulico, el cual según Fredlund, Rahardjo y Fredlund (2012), “puede ser definido en términos de la energía o capacidad de realizar trabajo del agua en un determinado punto”.

Briaud (2013) agrega que la cabeza total puede ser interpretada como la cantidad de energía disponible para el movimiento del agua y se compone de la cabeza de presión, la cabeza de elevación y la cabeza de velocidad. La cabeza de presión describe la energía almacenada en forma de presión, la altura de elevación representa la energía potencial acumulada y de forma análoga, la cabeza de velocidad es representativa de la energía cinética. La ecuación (2) muestra el cálculo de la altura total.

$$h_t = h_p + h_e + h_v \quad (2)$$

Donde h_t es la cabeza total
 h_p es la cabeza de presión
 h_e es la cabeza de elevación
 h_v es la cabeza de velocidad

Desde el planteamiento de Briaud (2013), la altura de velocidad se puede despreciar debido a lo lento del movimiento de agua en los suelos, con lo cual la presión que genera el agua en los poros puede ser calculada a través de la altura de presión y el peso unitario del agua, como indica la ecuación (3) a continuación.

$$u_w = h_p \gamma_w \quad (3)$$

Asociado a los conceptos anteriores, se encuentra el gradiente hidráulico (i), el cual consiste en “la razón de cambio de energía en la cabeza hidráulica por unidad de longitud”. (Wesley, 2010). Además, Fredlund, Rahardjo y Fredlund (2012) indican que este gradiente constituye el principal potencial para la conducción del flujo de agua en el suelo.

Otro parámetro relevante es la permeabilidad, la cual es definida por Angelone, Garibay y Cauhapé (2006) como “la facultad con la cual el agua pasa a través de los poros” (Angelone, Garibay, & Cauhapé, 2006). Lu y Laikos señalan que la permeabilidad (K) solo se ve afectada por el tamaño, la geometría y la distribución de tamaño de los poros, de forma tal que

para uno o varios suelos con idéntica estructura de poro la permeabilidad es la misma y es constante.

Un parámetro estrechamente relacionado con el anterior es la conductividad hidráulica (k) o coeficiente de permeabilidad, esta propiedad es una medida de la relación que existe entre la velocidad y el gradiente hidráulico, es decir, qué tan rápido viaja el agua a través de la fase líquida o bien el aire a través de la fase gaseosa (Briaud, 2013). Además, Lu y Likos (2004) señalan que esta variable es crece proporcionalmente conforme aumenta la densidad del fluido de interés, por lo cual se puede inferir que, al contrario de la permeabilidad, la conductividad depende del fluido y por lo tanto no necesariamente continúa constante al mantener la estructura de poros.

Ley de Darcy

De acuerdo con Briaud (2013), el ingeniero francés Henry Darcy describió esta ley de los fluidos mientras estudiaba un problema en los acueductos de su ciudad. El autor indica que Darcy realizó variaciones en el nivel del agua y la longitud de la muestra mientras medía el flujo de salida y encontró que existe una relación lineal entre la velocidad del agua y el gradiente hidráulico. A la pendiente de esa recta se le llamó conductividad hidráulica y la ley de Darcy enuncia que la velocidad de descarga es igual al gradiente hidráulico por la conductividad hidráulica, tal como se muestra en la ecuación (4):

$$v = ki \quad (4)$$

donde:
 v es la velocidad de descarga
 k es la conductividad hidráulica
 i es el gradiente hidráulico

Romaña (2014) señala algunas condiciones que deben cumplirse para que un flujo pueda ser descrito a través de la Ley de Darcy, dentro de ellas señala que este principio no se aplica a flujo forzado de forma mecánica, térmica o de otras formas de energía, sino solo el flujo que transcurre por un medio poroso únicamente impulsado por la fuerza de gravedad.

Otra característica que destaca Romaña (2014), es la necesidad de que el flujo sea estacionario y que, por lo tanto, se presente estabilidad de agua en los piezómetros. Al respecto, Torres (s.f.) indica que un flujo estacionario es aquel en que cada uno de los elementos sigue una sola línea de flujo pasando por el mismo punto que el anterior.

Según Romaña, también debe ocurrir que el medio esté completamente saturado de agua, sin presencia de aire, esto con el fin de evadir la condición de multifase. Además, debe existir una relación lineal entre velocidad de descarga y gradiente longitudinal de presión, indicando que el flujo es laminar.

El medio que se estudie con la ley de Darcy debe ser homogéneo e isotrópico, para permitir el análisis del flujo unidireccional y sus características químicas deben permanecer constantes sin reacción ante el líquido que fluye (Romaña, 2014).

Conductividad hidráulica y contenido de humedad

De acuerdo con Pérez y García (2015), la conductividad hidráulica expresa la facilidad con que el agua fluye por el medio, juega un papel altamente relevante en el movimiento del agua tanto al interior como al exterior de los suelos. “El conocimiento de la conductividad hidráulica, tanto saturada como no saturada, es necesario como dato inicial en modelos numéricos para predecir el comportamiento del flujo del agua o fluidos a través del suelo” (Peinado et al., 2010).

Ángel y Pineda (2019) agregan que “la conductividad hidráulica describe la movilidad del agua subterránea o superficial, propiedad adyacente de los medios porosos dependientes de la impermeabilidad intrínseca, porosidad del medio y el grado de saturación”. Así pues, los suelos de grano fino como los limos y las arcillas presentan, en general, una menor conductividad hidráulica en relación con suelos de grano grueso, como la mayoría de las arenas y las gravas.

Como se indicó anteriormente, la permeabilidad y la conductividad están estrechamente relacionadas, de hecho, “la baja conductividad hidráulica contribuye a elevar la erosión al provocar un aumento de la escorrentía por disminución de la permeabilidad del suelo” (Pérez y García, 2015). El concepto de conductividad hidráulica es una evolución de lo que Henry Darcy llamó inicialmente permeabilidad, entendida como una constante de proporcionalidad propia y distintiva de cada material (Sánchez, s.f.).

Ángel y Pineda (2019) exponen que los vacíos ocupados por agua se distribuyen en zonas verticales, es decir los capilares, y que dependiendo de la humedad de estas zonas se genera la necesidad de brindar un tratamiento distinto a la variable de conductividad hidráulica. A partir de la anterior consideración, se diferencia dos tipos de

conductividad: la conductividad hidráulica en suelos totalmente saturados y la conductividad hidráulica en suelos parcialmente saturados.

Pérez y García (2015) mencionan que la medición de la conductividad hidráulica es un reflejo fiel de las condiciones de campo, especialmente si se determina para diferentes profundidades para contemplar las variaciones en los horizontes del suelo, ya que este parámetro depende profundamente de la estructura del suelo. Los mismos autores destacan a la conductividad hidráulica como “un parámetro esencial para la determinación cuantitativa del movimiento del agua en el suelo”, esto la convierte además en un factor fundamental para resolver problemas asociados al flujo de agua en el suelo.

Según Ángel y Pineda (2019), el parámetro de conductividad hidráulica puede ser determinado de forma directa en campo o en laboratorio siguiendo distintos métodos, diferenciando también los tipos de ensayo según el contenido de humedad del suelo al momento de tomar la muestra. Los métodos citados por los autores se recopilan en el cuadro 1 a continuación:

Cuadro 1. Métodos de ensayo para obtención de la conductividad hidráulica

| Sitio de ensayo | Condición de humedad | Métodos |
|-----------------|-----------------------|---|
| Laboratorio | Saturado | <ul style="list-style-type: none"> - Permeámetro de carga constante - Permeámetro de carga variable - Permeámetro oscilante |
| | Parcialmente saturado | <ul style="list-style-type: none"> - Método de infiltración - Permeámetro de momento variable |
| Campo | Con nivel freático | <ul style="list-style-type: none"> - Hoyo con barrera - Piezómetro - Dos pozos - Bombeo de pozos - Drenaje de tierra |
| | Sin nivel freático | <ul style="list-style-type: none"> - Permeámetro de hoyo perforado - Inverso del hoyo con barrera - Permeámetro con entrada de aire |

| | | |
|--|--|--|
| | | <ul style="list-style-type: none"> - Infiltrómetro de disco - Goteo - Sorptividad |
|--|--|--|

Fuente: Ángel y Pineda (2019)

Con respecto al contenido de humedad, Miranda (2018) lo define como la proporción de la masa o volumen de humedad con respecto a la masa o volumen de una muestra de suelo; Zotarelli, Dukes y Morgan (2013) sugieren que la cantidad de agua contenida es diferente para cada suelo y depende de su textura y estructura. Cuando un suelo se encuentra en su máxima capacidad de almacenamiento de agua se dice que está en capacidad de capacidad de campo, en el otro extremo, cuando se encuentra en el límite inferior de su capacidad, se denomina punto de marchitamiento permanente. En términos más generales, se utiliza el término saturado cuando el suelo se encuentra en su máxima capacidad, seco en el límite inferior y parcialmente saturado en cualquier condición no extrema.

Miranda (2018) señala que la humedad en el suelo puede encontrarse como agua de combinación química cuando forma parte compuestos químicos, agua higroscópica que se encuentra en equilibrio con la humedad ambiental, agua capilar que es la que se encuentra en los microporos del suelo y agua gravitacional que, aunque también está contenida en los microporos se drena por la fuerza de gravedad.

Zotarelli, Dukes y Morgan (2013) mencionan que el contenido de humedad del suelo está estrechamente ligado a la conductividad hidráulica, ya que cuando se presenta un evento que lleve al suelo al estado de saturación, el tiempo de retención y la cantidad de agua retenida dependerán directamente de factores como la porosidad, la permeabilidad y por ende, la conductividad hidráulica. Es decir, en un suelo con mayor porosidad, que presenta una mayor conductividad hidráulica, se retendrá una menor cantidad de agua por cuanto el tiempo de drenaje será más corto.

(Huaynate, s.f.) explica que el contenido de humedad y su dinámica influye de forma importante en diversos comportamientos mecánicos del suelo, como pueden ser cambios volumétricos, la cohesión, la estabilidad mecánica, entre otros. Para la ingeniería civil es altamente relevante tomar en consideración todos los factores que puedan influir en la capacidad

mecánica del suelo, ya que este el medio de cimentación afecta directamente el comportamiento estructural de las obras de infraestructura y aun cuando no se utiliza como medio de soporte, afecta la seguridad de las obras y comunidades cercanas.

El contenido de humedad puede ser determinado directamente en campo mediante el método gravimétrico que consiste en comparar el peso de una muestra de suelo antes y después de secarla, para así determinar qué porcentaje de su masa corresponde a la fase líquida (Radulovich, 2009). En cuanto a los ensayos en laboratorio, INTECO (2019) especifica dos métodos de ensayo, el método de arbitraje y el método de contenido de agua por masa, el cual requiere secado del material en un horno y se utiliza en suelos que no presenten evidencia de contaminantes que puedan reaccionar violentamente ante la presencia de calor.

Flujo en suelos saturados

Cuando en un suelo con todos sus poros permanentemente ocupados por agua, es decir, saturado, se presenta movimiento de agua, este fenómeno se conoce como flujo saturado. Este tipo de movimiento de líquido se da debido a un gradiente hidráulico y sigue la ley de Darcy; se puede generar después de la presencia de lluvia, riego o condiciones deficientes de drenaje en un suelo. (Salazar y Nájera, 2011).

Briaud (2013) refiere que una de las principales relaciones físicas que describen el comportamiento del flujo saturado es la ecuación de la conservación de masa, que establece la correspondencia que existe entre el flujo, la velocidad y el área transversal, como se muestra en la ecuación (5):

$$Q = vA_t \quad (5)$$

donde:

Q es el flujo
v es la velocidad del agua
A_t es el área transversal

De acuerdo con Briaud (2013), la relación anterior se utiliza como reemplazo debido a la dificultad que supone determinar el área real de vacíos, con lo cual se encuentra una relación entre la velocidad de filtración y la velocidad de descarga, como se muestra en la ecuación (6):

$$vA_t = v_s A_v; \quad \text{o bien:} \quad v = nv_s \quad (6)$$

donde:

v es la velocidad real del fluido
 A_t es el área transversal al flujo
 v_s es la velocidad de filtración
 A_v es el área real de vacíos
 n es la porosidad del suelo

Para los suelos en este estado de saturación, la distribución de la altura de fluido es lineal, por lo tanto, el gradiente hidráulico que expresa la pérdida de energía a lo largo del recorrido del agua es constante. Este gradiente es igual a la tasa de flujo dividida entre la conductividad hidráulica (Lu y Likos, 2004). En esta misma línea, Sánchez (2008) señala que la ley de Darcy se aplica al flujo saturado como lo indica la ecuación 7, la cual se deriva de la aplicación simultánea de la ley de Darcy y la ley de la conservación de la masa:

$$q = -k_s * \frac{dh}{dl} \quad (7)$$

donde:

k_s es la conductividad hidráulica
 q es el caudal que circula por cada m² de sección
 $\frac{dh}{dl}$ es el gradiente hidráulico en incrementos infinitesimales
 El signo negativo indica que el flujo se da de un punto de mayor carga a un punto de menor carga

Como se mencionó anteriormente, la conductividad hidráulica depende del gradiente hidráulico, con lo cual se puede afirmar que la conductividad para este estado de saturación es una constante. En vista de lo anterior, la ecuación (7) es válida para flujo saturado debido a que el total de poros están continuamente disponibles para la transmisión de agua y se cumplen las condiciones descritas, sin embargo, estas condiciones constantes no se cumplen en el flujo en medios porosos parcialmente saturados.

Flujo en suelos no saturados

El flujo no saturado es aquel que se presenta en suelos cuyos poros no se encuentran completamente llenos de agua, sino que coexisten tanto agua como

aire. Ante esta situación, las condiciones que presentan varios de los parámetros que rigen el flujo difieren de aquellas presentes en los medios saturados, con lo cual se vuelve necesario replantear los modelos físicos y matemáticos que describen el comportamiento del flujo.

Previo a describir el comportamiento de los suelos no saturados, es necesario comprender por qué su estudio es relevante. Al respecto, Meza (2011) señala que una de las principales problemáticas asociadas a los suelos no saturados son los suelos expansivos o activos, los cuales son “suelos arcillosos que cambian de volumen debido a cambios en el contenido de humedad” estos cambios de volumen desembocan en daños como agrietamientos a estructuras de peso relativamente bajo, como casas, pavimentos, alcantarillados, entre otros; el autor señala que estas condiciones críticas solo se presentan cuando el suelo no se encuentra completamente saturado.

De acuerdo con Pérez y García (2015), cuando se trata de suelos parcialmente saturados, la presión del es el parámetro que domina cuánta agua es retenida en los poros y cuánta agua es liberada. Los autores destacan este hecho como consecuencia de la teoría capilar que describió el ingeniero francés Henry Darcy, indicando que existe una relación proporcional entre la tensión superficial del agua en el suelo y la presión de succión, además menciona que entre el radio de los poros del suelo y la succión del agua existe una relación inversamente proporcional.

La información anterior se puede interpretar afirmando que conforme aumenta la succión, se da un aumento en el flujo que controla parámetros como la tensión superficial, además, para tamaños de poros mayores, se presentan menores valores de succión, lo cual indica que los primeros poros en desahogarse son los poros de mayor tamaño. A partir del momento en el cual los primeros poros comienzan a desahogarse se le conoce como entrada de aire, ya que, según Pérez y García (2015), “el aire comienza a entrar dentro del agua retenida en los poros”.

Desde el punto de entrada de aire se da una disminución del contenido de humedad debido a que el espacio de los poros comienza a ser ocupado por aire y la succión sigue aumentando, mientras que se disminuye la conductividad hidráulica porque el agua tiene mayor facilidad para fluir por los poros que contienen agua que por los poros que solo contienen aire.

Lu y Likos (2004) señalan que “una de las principales diferencias entre el flujo saturado y el flujo parcialmente saturado es que en el primero la distribución de altura es lineal, y en el segundo esta

distribución es no lineal". Estos autores sugieren que, en el flujo no saturado la conductividad hidráulica es dependiente del valor absoluto del cambio en la altura de fluido y Fredlund, Rahardjo y Fredlund (2012) agregan que "la tasa de flujo de agua a través de los medios porosos es regulada por la conductividad hidráulica".

El grado de saturación afecta al coeficiente de permeabilidad, ya que el agua solo puede fluir por los poros ocupados por la fase líquida. Al respecto Fredlund, Rahardjo y Fredlund (2012) sugieren que se dan cambios de varios órdenes de magnitud en la conductividad a medida que el suelo se desatura y este valor deja de ser constante para tomar la forma de una función matemática. Lu y Likos (2004) concuerdan al afirmar que "la conductividad hidráulica es sensible a la escala, es decir que, a mayor volumen de suelo apto para conducir el fluido, mayor será la conductividad".

Lu y Likos (2004) mencionan también que cuanto mayor sea la succión en un punto del suelo, menos es el grado de saturación, con lo cual la conductividad hidráulica disminuye. La idea anterior permite inferir que la conductividad hidráulica también puede expresarse en función de la succión.

Para comprender mejor el efecto del grado de saturación y la succión en la conductividad hidráulica, Briaud (2013) refiere que el equivalente a la ecuación (6) para suelos no saturados corresponde a la ecuación (8), la cual se presenta a continuación:

$$vA_t = v_s A_w; \quad \text{o bien: } v = S n v_s \quad (8)$$

donde:

S es el grado de saturación

A_w es el área de poros que contienen agua
n corresponde a la porosidad del suelo

De la relación anterior también se puede inferir que, en condiciones similares de saturación, en los suelos de mayor porosidad, es decir, de mayor tamaño de grano, el agua viaja a mayor velocidad (Briaud, 2013).

Otra característica de la conductividad hidráulica es que esta no depende exclusivamente de factores asociados al medio ni a factores asociados al fluido, por el contrario, recibe ambas influencias. De acuerdo con Briaud (2013), para separar la influencia del fluido y la del suelo en la conductividad y la permeabilidad, se utiliza la relación mostrada en la ecuación (9):

$$K = k \frac{\mu}{\gamma} \quad (9)$$

Donde γ y μ corresponden al peso unitario del

suelo y la viscosidad dinámica del fluido, respectivamente.

Sabiendo ahora que la conductividad hidráulica del agua en los suelos no saturados es una función matemática y, por tanto, la forma básica de la Ley de Darcy no describe correctamente esta condición, se vuelve necesario aplicar una modificación que permita incluir una función en lugar de una variable sin alejarse del principio de la Ley original. Al respecto, Espinoza (2005) sugiere que la relación correspondiente es la Ley de Darcy-Buckingham, la cual se muestra en la ecuación (10) a continuación:

$$v = -k(\theta) \frac{\partial h}{\partial l} \quad \text{o bien} \quad v = -k(\psi) \frac{\partial h}{\partial l} \quad (10)$$

Donde v es la velocidad del fluido

$k(\theta)$ es la conductividad hidráulica en función del grado de saturación

$k(\psi)$ es la conductividad hidráulica en función de la succión

$\frac{\partial h}{\partial l}$ corresponde al gradiente hidráulico como derivada parcial de la carga con respecto a la longitud

Ahora bien, tomando en cuenta la ley de la conservación de la masa, la suma de los cambios en el flujo de masa ($\rho \cdot v$) en cada una de las direcciones ortogonales x, y, z, debe contrarrestar la tasa de cambio de la masa de fluido en un volumen determinado ($\rho \cdot \theta$), tal como se muestra en la ecuación (11) (Espinoza, 2005).

$$\frac{\partial(\rho v)_x}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)_y}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v)_z}{\partial z} = \frac{\partial(\rho \theta)}{\partial t} \quad (11)$$

Espinoza (2005) señala que al ser despreciables los cambios en la densidad del fluido, al considerar el agua como incompresible, la ecuación anterior se puede simplificar como se muestra en la ecuación (12):

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (12)$$

Finalmente, al sustituir la ley de Darcy-Buckingham en la ecuación (12), se genera la ecuación (13), que corresponde a la ecuación de Richards para flujo en medio poroso no saturado en tres dimensiones (Espinoza, 2005):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K(\psi) \cdot \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K(\psi) \cdot \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K(\psi) \cdot \frac{\partial \psi}{\partial z} + 1 \right) = C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (13)$$

Donde $C(\psi) = \frac{d\theta}{d\psi}$ es la capacidad específica del suelo

Con lo cual, la ecuación de Richards es la relación correspondiente para la solución de problemas de flujo en suelos no saturados. Esta ecuación requiere que se conozcan de previo, entre otros aspectos, las funciones de conductividad y humedad en función de la succión. Al respecto, Lu y Likos (2004) sugieren que una gran variedad de modelos matemáticos se han desarrollado para modelar la función de conductividad hidráulica no saturada desde sets de datos experimentales limitados o bien para predecir esta función a partir de funciones constitutivas, especialmente a partir de la curva característica suelo-agua. (pág 494)

Por otra parte, Castañeda y Reyes (2014) señalan que el flujo en condiciones no saturadas se calcula a partir de la ecuación (14)

$$q = -k * \frac{dh}{dl} \quad (14)$$

Donde q es el flujo
 k es la conductividad hidráulica
 $\frac{dh}{dl}$ es el cambio de altura de agua por longitud recorrida

Los mismos autores señalan que una ecuación equivalente para el cálculo de flujo a partir de la succión es la que se presenta en la ecuación (15)

$$q = -k * \left(\frac{d\psi}{dl} + 1 \right) \quad (15)$$

Donde $\frac{d\psi}{dl}$ corresponde al cambio en la succión por longitud recorrida

Curva característica de humedad en los suelos

Bonilla y Cancino (2001) mencionan que muchos de los avances numéricos y tecnológicos asociados al estudio de los suelos se relacionan con modelos que requieren información asociada a las propiedades de retención de humedad del suelo. No obstante, realizar mediciones directas o de laboratorio suele involucrar una elevada inversión de recursos económicos y de tiempo, especialmente si se toma en consideración que la variabilidad espacial del suelo implica que se

deba realizar un número considerable de estas mediciones para que la descripción de las propiedades de un área relativamente grande sea representativa.

Bonilla y Cancino (2001) señalan que las curvas de retención surgen como una alternativa viable para la descripción de las características de un suelo requiriendo una menor cantidad de muestras, ya que generan un conjunto continuo de datos adicionales mediante la introducción de las mediciones efectuadas a un modelo matemático. Fredlund, Rahardjo y Fredlund (2012) señalan que las curvas características suelo-agua (CCSA) son una importante herramienta para el entendimiento conceptual acerca de la relación existente entre la cantidad de agua en un suelo y el estado de energía de la fase líquida, así como de la distribución de agua en los vacíos. Estas curvas que se basan en el modelo capilar primario juegan un rol importante en la determinación de las funciones que describen las propiedades de los suelos no saturados.

Las curvas características son también conocidas como curvas de retención y su representación gráfica contiene en el eje de las ordenadas la medida de humedad del suelo, ya sea como grado de saturación (S) o bien como contenido volumétrico (θ); en el eje de las abscisas se presenta la succión mátrica (ψ). En la figura 3 se muestra una curva de retención genérica de un suelo hipotético, donde se destacan varios puntos de interés.

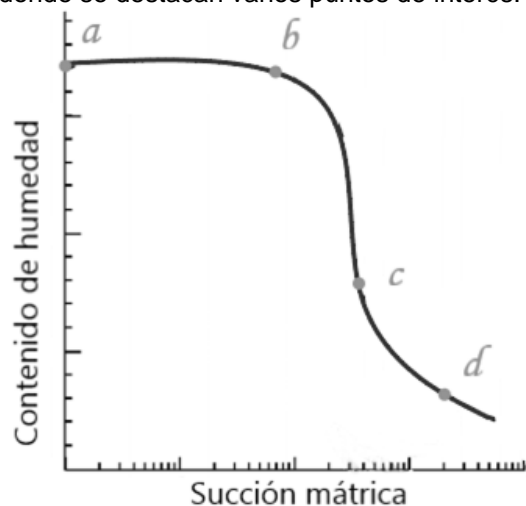


Figura 3. Curva característica genérica
 Fuente: Lu y Likos (2004)

Lu y Likos señalan y describen varios puntos de interés en las curvas características, dentro de los cuales destacan los puntos (a), (b), (c) y (d) mostrados en la figura 3. El punto (a) corresponde al contenido

de humedad saturado, es decir, cuando todos los poros están ocupados por agua, la succión es aproximadamente cero y la conductividad hidráulica es máxima. Entre el punto (a) y el punto (b) el suelo permanece saturado, la succión es limitada. El punto (b) representa la presión de entrada de aire, aquí el aire comienza a ingresar a los poros más grandes, se da un aumento de succión y comienza un drenaje continuo del sistema.

En (c) se presenta un punto de inflexión, el drenaje que se presenta junto con una succión en aumento genera una disminución significativa del contenido de agua, que inicia de forma pronunciada ya que los primeros poros que pierden agua son los más grandes. Finalmente, el punto (d) ocurre aproximadamente en el contenido de agua residual, donde la humedad se presenta principalmente en forma de meniscos discontinuos entre los granos de suelo.

Si bien, se ha establecido que las curvas de retención juegan un papel relevante en el estudio de las funciones de conductividad, para generar una sola curva a partir de datos experimentales se requiere realizar suficientes mediciones, las cuales generan un aumento en el costo económico. Para solucionar las limitaciones de los estudios de campo, se han generado diversas representaciones matemáticas para ajustar y predecir el comportamiento de la curva completa a partir de solo unos cuantos datos de laboratorio, de los cuales Briaud (2013) destaca el modelo de Brooks y Corey (BC) de 1964, el de van Genuchten (VG) de 1980 y el de Fredlund y Xing (FX) de 1994.

Diversos autores mencionan los mismos tres modelos y adicionalmente describen brevemente algunas características que los diferencian. El modelo BC se basa en un conjunto amplio de observaciones experimentales de succión y contenido de humedad; “Brooks y Corey propusieron una ley de potencia que de dos partes donde la potencia λ se denomina índice de distribución de tamaño de poro, su modelo es abierto o no suavizado sobre la presión de entrada de aire” Lu y Likos (2004) su modelo se enuncia como se presenta en la ecuación (15).

$$\theta = S_e = \begin{cases} 1 & \text{para } \psi < \psi_b \\ \left(\frac{\psi_b}{\psi}\right)^\lambda & \text{para } \psi \geq \psi_b \end{cases} \quad (15)$$

donde:

ψ_b corresponde a la presión de entrada de aire

Lu y Likos (2004) destacan que el modelo “tiende a perder aplicabilidad a valores altos de succión que se acercan al contenido de agua residual,

además carece de un punto de inflexión que resulta en una representación pobre de las CCSA para amplios rangos de succión”. Debido a que las limitaciones del modelo pueden causar errores graves en las funciones que requieren como insumo valores que se extraen de estas curvas, no se recomienda el uso del modelo BC.

Por otra parte, según Lu y Likos (2004), van Gutchen sugirió un modelo suavizado de forma cerrada y con tres parámetros de ajuste (n , m y a), cuya forma se muestra en la ecuación (16). Se presenta un punto de inflexión que permite mayor flexibilidad que el modelo de BC, y cuyas transiciones suaves en la presión de entrada de aire y en la aproximación da la condición residual están representadas de forma más efectiva.

$$\theta = S_e = \left[\frac{1}{1+(a\psi)^n} \right]^m \quad (16)$$

Donde θ es la humedad efectiva
 S_e es el contenido de humedad efectivo
 Ψ es la succión
 n , m y a son parámetros de ajuste

El parámetro “a” suele expresarse como α cuando el modelo está se emplea en función de la succión, y se expresa como β cuando el modelo está en función de la altura de agua; ambos parámetros están relaciones a la condición de entrada de aire. El parámetro n está asociado a la distribución de tamaños de poro y el parámetro m se relaciona con la simetría general de la curva característica. (Lu y Likos (2004).

Al respecto de este modelo, Marzan (2013) destaca que la ecuación empírica para la curva de retención se expresa como se muestra en la ecuación (17):

$$\theta = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{(1+|\alpha\psi|^n)^m} \quad (17)$$

Donde θ_r es el contenido volumétrico residual de agua
 θ_s es el contenido volumétrico saturado de agua
 a y n son parámetros de forma
 $m = 1 - 1/n$

Fredlund, Rahardjo, Fredlund (2012) indican que la ecuación de van Genuchten provee mayor flexibilidad en comparación con el modelo de Brooks y Corey. Pucha (2014) señala que el modelo de van Genuchten es el más empleado como punto de referencia y comparación cuando se propone un nuevo modelo, además asegura que “el modelo tiene un adecuado ajuste a las curvas de datos experimentales”.

El último modelo descrito es el de Fredlund y Xing. Este modelo es similar al de VG y basa sus consideraciones en la distribución de tamaños de poros. Cuando se compara con datos experimentales, se nota que es capaz de describir bien las curvas características en un amplio rango de succiones desde 0 hasta 10^6 kPa. La forma del modelo se muestra en la ecuación (18.1) (Lu y Likos, 2004).

$$\theta = B(\psi)\theta_s \left[\frac{1}{\ln [e+(\psi/a)^n]} \right] \quad (18.1)$$

Donde n es un parámetro de ajuste
 e es la constante del logaritmo natural
 $B(\psi)$ es un factor de corrección que fuerza al modelo a pasar por un valor de succión prescrito de 10^6 kPa y se calcula como se describe en la ecuación (18.2)

$$B(\psi) = \left[1 - \frac{\ln(1+\psi/\psi_r)}{\ln(1+10^6/\psi_r)} \right] \quad (18.2)$$

Fredlund y Xing (1994) señalan que para calcular los parámetros requeridos por su modelo se debe proceder como se indica en las ecuaciones (19.1), (19.2), (19.3) y (19.4) a continuación.

$$a = \psi_i \quad (19.1)$$

$$m = 3.76 \ln(\theta_s/\theta_i) \quad (19.2)$$

$$s = \theta_i/\psi_p - \psi_i \quad (19.3)$$

$$n = (1.31^{m+1}/m\theta_s) * 3.72 s \psi_i \quad (19.4)$$

Donde α , m , n , s son factores de ajuste
 ψ_i y ψ_p son valores de succión correspondientes a puntos de inflexión relevantes en la curva de humedad

Modelos de Conductividad Hidráulica

Las ecuaciones que describen la conductividad hidráulica en suelos no saturados pueden representarse en función del contenido de agua volumétrico, de la presión succión o bien de la altura de succión. La figura 4 muestra una curva de conductividad hidráulica genérica para un suelo

hipotético, en la cual se remarcan puntos de interés para el comportamiento de la función de conductividad.

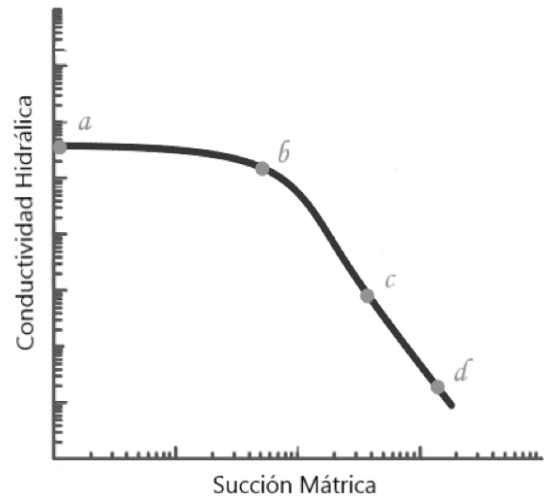


Figura 4. Curva de conductividad hidráulica para un suelo hipotético
 Fuente: Lu y Likos (2004)

Lu y Likos (2004) destacan varios puntos relevantes para la conductividad hidráulica, los cuales se denotan en la figura 4 como (a), (b), (c) y (d). El punto (a) es el punto de saturación total, donde la conductividad hidráulica es máxima puesto que todos los poros se encuentran llenos con agua y por tanto son viables para el paso del fluido. El punto (b) se da a la presión de entrada de aire, es el punto donde comienza a verse una disminución más pronunciada de la conductividad puesto que el aire que ingresa inicialmente a los poros más grandes desplaza el agua.

En el punto (c) la succión sigue en aumento, los poros disponibles para el transporte de líquido son cada vez menos y de menor tamaño, por lo que la conductividad hidráulica continúa disminuyendo. Finalmente, en el punto (d) que ocurre muy cerca del contenido de agua residual, la conductividad hidráulica es reducida casi a cero y el transporte de agua se da en forma de vapor.

Si bien los puntos descritos anteriormente se pueden observar en cualquier curva, la forma y los valores de las gráficas reales son propios de cada suelo y estado de humedad. Así pues, de forma similar a las curvas de retención, para las funciones de conductividad hidráulica no saturada también se han desarrollado varios modelos matemáticos los cuales pueden ser empíricos, macroscópicos o estadísticos.

Lu y Likos (2004) indican que los modelos empíricos y macroscópicos “son funciones simples que incorporan la conductividad hidráulica saturada y varios parámetros de ajuste”. Dentro de los modelos que mencionan Lu y Likos destacan el propuesto por Richards en 1931 y el de Brooks y Corey de 1964. El primero es un modelo en forma de ecuación lineal simple, con dos parámetros de ajuste, como se muestra en la ecuación (20).

$$k(\psi) = a\psi + b \quad (20)$$

Los parámetros a y b corresponden al intercepto y la pendiente de la curva, respectivamente, así el valor de a corresponde a la conductividad saturada, donde la succión es cero. (Lu y Likos, 2004).

El segundo modelo es el de Brooks y Corey, los cuales, según Lu y Likos (2004) se basaron en sus trabajos anteriores para proponer una relación entre la succión y la conductividad hidráulica, como se muestra en la ecuación (21.1).

$$k(\psi) = \begin{cases} k_s & \text{para } \psi \leq \psi_b \\ k_s \left(\frac{\psi_b}{\psi}\right)^\eta & \text{para } \psi > \psi_b \end{cases} \quad (21.1)$$

Donde k_s es la conductividad hidráulica saturada
 ψ_b es la succión en el punto de entrada de aire
 ψ es la succión en un punto determinado

El exponente η se relaciona al parámetro λ sobre distribución de tamaños de poro del modelo de curva característica de los mismos autores, como se muestra en la ecuación (21.2).

$$\eta = 2 + 3\lambda \quad (21.2)$$

Lu y Likos (2004) mencionan que una ventaja práctica del modelo de Brooks y Corey es que la función de conductividad hidráulica puede ser aproximada de forma relativamente fácil si se modela una CCSA utilizando el parámetro λ y la ecuación (15).

Finalmente, se destacan los modelos estadísticos, los cuales se basan en la conceptualización de que el agua viaja a través de tubos capilares que se encuentran interconectados, que pueden ser ordenados en diferentes clases según el orden ascendente de su diámetro promedio, y “la probabilidad de que un poro de tamaño r_i esté conectado a uno de tamaño r_j es igual al producto de la probabilidad de que cada uno exista en una locación

dada” (Lu y Likos, 2004); lo anterior se expresa según la ecuación (22).

$$P(r_i \rightarrow r_j) = f(r_i)f(r_j) \quad (22)$$

Para este modelo, la función de conductividad está basada en una distribución del área promedio de sección transversal de poros, descrita en términos de series para flujo saturado como se muestra en la ecuación (23).

$$k_s = \frac{\rho_w g}{8\mu} \frac{\varepsilon^2}{n^2} [r_1^2 + 3r_2^2 + \dots + (2n - 1)r_n^2] \quad (23)$$

Lu y Likos (2004) señalan que para suelos no saturados el flujo de líquido se da únicamente a través de los poros que contienen líquido, así la función de conductividad hidráulica puede predecirse si la curva característica es conocida. Así, al sustituir la ecuación de Young-Laplace en la ecuación (23) se obtiene la función de conductividad para suelos en estado de saturación parcial que se muestra en la ecuación (24),

$$k(\theta_i) = \frac{T_s^2}{2\mu\rho_w g} \frac{\varepsilon^2}{n^2} [h_1^{-2} + 3h_2^{-2} + \dots + (2n - 1)h_n^{-2}] \quad (24)$$

Donde n es el número de clases de tamaño de poro
 ρ_w es la densidad del agua

Otro modelo para predecir la función de conductividad hidráulica, de acuerdo con Marzan (2013) es el de van Genuchten-Mualem, “el cual describe la conductividad hidráulica en función de la succión” y se muestra en la ecuación (25).

$$k(\psi) = k_s \frac{[1 - |\alpha\psi|^{n-1}(1 - |\alpha\psi|^n)^{-m}]^2}{[1 + |\alpha\psi|^n]^{m\lambda}} \quad (25)$$

Donde k_s es la conductividad hidráulica saturada
 λ es un el parámetro de conectividad de poros

Con respecto al parámetro de conectividad de poros, Sáenz, Sánchez y Muñoz (2005), Lu y Likos (2004) y Lozano, Madero, Tafur, Herrera y Amézquita (2005) coinciden en que el valor determinado por Mualem (1976) para la generalidad de los suelos es de 0.5.

Un último modelo para considerar es el de Gardner (1958), el cual se muestra en la ecuación (26)

$$k(\psi) = k_s e^{-\alpha\psi} \quad (26)$$

Donde α es un parámetro geométrico

ψ es la succión

e es la constante de Euler

Métodos de solución de ecuaciones diferenciales

De acuerdo con González (2014), las ecuaciones diferenciales lineales en derivadas parciales se pueden determinar como aquellas que “involucran derivadas parciales de una función lineal desconocida con dos o más variables independientes y también lineales, con coeficientes que solo dependen de las variables independientes de la función”. La ecuación de Richards cumple estas condiciones, con lo cual se torna relevante puntualizar métodos de solución para este tipo de ecuaciones

Uno de los métodos más utilizados para la solución de este tipo de ecuaciones es por mucho el de las diferencias finitas (Álvarez, Álvarez y Alonso, 2006). Este método numérico consiste en aproximar las derivadas parciales como expresiones algebraicas con los valores de la variable dependiente, evaluadas en un número finito de puntos, donde estos puntos seleccionados se convierten en las incógnitas.

Las diferencias finitas pueden evaluarse como diferencias delanteras, en las cuales se resta al valor futuro el valor presente de la variable y se dividen entre el paso de la variable; diferencias traseras, que consisten en restar el valor anterior al valor presente y dividir esta diferencia entre el paso de la variable, y finalmente, las diferencias centrales consisten en realizar la resta del valor presente y el valor futuro y dividirla entre el doble del paso de la variable.

Acerca del método, Pedrozo, Rosenberger y Schezov (2015) realizaron una comparación entre tres esquemas de cálculo en diferencias finitas, el método implícito, el explícito y el de Crank Nicholson, encontrando que este último, a pesar de ser el más complejo de los tres, presenta menos errores relativos y requiere un menor gasto computacional.

El esquema de solución de Crank-Nicholson se aplica para aproximar la solución a problemas que involucran desplazamientos en una dimensión a la vez que se presentan cambios en el tiempo, tal como es el caso particular de la ecuación de Richards. De acuerdo con Alpaca (2015), este método consiste en aproximar la variable temporal con diferencias traseras, al tiempo que la variable espacial se aproxima mediante diferencias centrales, tal como se muestra en las ecuaciones (27) y (28), respectivamente.

$$f'(x_i) = \frac{u_{j+1}^i - u_j^i}{\Delta j} \quad (27)$$

$$f'(x_i) = \frac{u_j^{i+1} - u_j^{i-1}}{\Delta i} \quad (28)$$

Donde u es la variable parcial de la función
 i es la variable de desplazamiento
 j es la variable temporal

Estas diferencias pueden ser interpretadas de forma gráfica como una grilla similar a la mostrada en la figura 5.

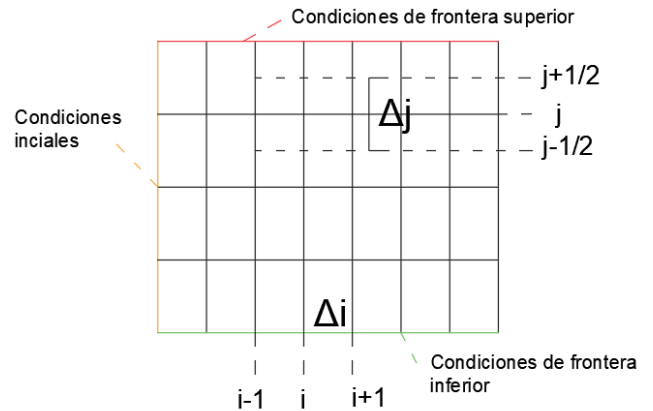


Figura 5. Grilla de condiciones que rigen un modelo de ecuaciones diferenciales lineales en derivadas parciales

Fuente: Elaboración propia

Las diferencias de las ecuaciones anteriores se sustituyen en las derivadas parciales presentes en la ecuación diferencial, que a su vez es separada en coeficientes para mejorar la visualización y el procesamiento, se plantea una matriz tridiagonal con los coeficientes que multiplican a las incógnitas, se establece un vector columna para las incógnitas que se busca despejar, así como un vector columna con las soluciones a las que se iguala el sistema de ecuaciones.

Para comprender mejor el párrafo anterior, se plantea un sistema de ecuaciones con matrices genéricas en la ecuación (29), a continuación, donde a , b y c son los coeficientes que multiplican a la variable incógnita, x es la variable que se busca despejar y D es la matriz de soluciones que resuelve el sistema

$$\begin{bmatrix} b_n & c_n & 0 & \dots & a_n \\ a_{n-1} & b_{n-1} & c_{n-1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & a_i & b_i & c_i & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & a_2 & b_2 & c_2 \\ c_1 & 0 & \dots & a_1 & b_1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_n \\ x_{n-1} \\ \vdots \\ x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_n \\ D_{n-1} \\ \vdots \\ D_2 \\ D_1 \end{bmatrix} \quad (29)$$

Donde a, b, c son polinomios dependientes del diferencial de tiempo, el diferencial de profundidad.

Martínez, Schvezov y Rosenberger (2013) definen los polinomios correspondientes a la matriz tridiagonal de la ecuación de Richards, tal como se enuncia a continuación en las ecuaciones (30.1) a (30.3)

$$a = -\frac{\Delta t}{c(\psi_j^i)2\Delta z^2} \cdot k(\psi_{j-1/2}^i) \quad (30.1)$$

$$b = \frac{\Delta t}{c(\psi_j^i)2\Delta z^2} \cdot \left(k(\psi_{j-1/2}^i) + k(\psi_{j+1/2}^i) \right) + 1 \quad (30.2)$$

$$c = -\frac{\Delta t}{c(\psi_j^i)2\Delta z^2} \cdot k(\psi_{j+1/2}^i) \quad (30.3)$$

Donde Δt es el diferencial de tiempo
 Δz es el diferencial de profundidad
 $C(\psi_j^i)$ es la capacidad específica
 $k(\psi)$ es la conductividad hidráulica en cada nodo o espacio medio correspondiente según las coordenadas de profundidad y tiempo

Los polinomios de la matriz solución D también son definidos por Martínez, Schvezov y Rosenberger (2013) y corresponden a la ecuación (31.1), donde los términos d, e, f, g y h corresponden a las ecuaciones (31.2) a (31.6).

$$D_j = d_j 2\Delta z h_j + d_j f_j \psi_{j-1}^i - (d_j g_j - 1) \psi_j^i + d_j e_j \psi_{j+1}^i \quad (31.1)$$

$$d = \frac{\Delta t}{c(\psi_j^i)2\Delta z^2} \quad (31.2)$$

$$e = k(\psi_{j+1/2}^i) \quad (31.3)$$

$$f = k(\psi_{j-1/2}^i) \quad (31.4)$$

$$g = e + f \quad (31.5)$$

$$h = e - f \quad (31.6)$$

Donde la simbología corresponde a los mismos parámetros descritos para las ecuaciones 30.1 a 30.3.

Metodología

Proceso general del proyecto

El proceso general seguido para desarrollar el proyecto se muestra en la figura 6 a continuación.

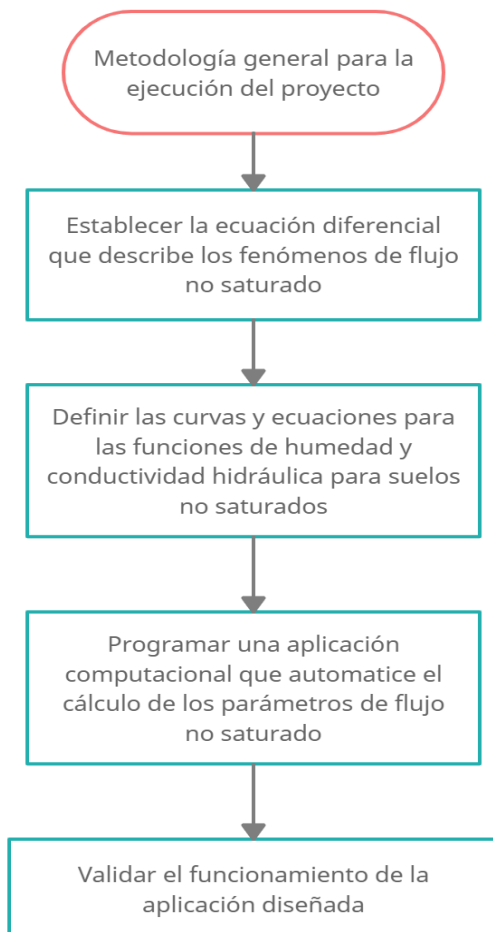


Figura 6. Metodología general del proyecto
Fuente: Elaboración propia

Para llevar a cabo el proyecto, se desarrolló un proceso continuo de investigación bibliográfica para obtener la información necesaria para alcanzar los distintos objetivos planteados.

De forma global, se procedió a desarrollar cuatro objetivos específicos que consisten en, respectivamente, establecer una ecuación que describa adecuadamente los fenómenos asociados al flujo en medios porosos no saturados; definir cuáles ecuaciones describen las curvas requeridas para satisfacer las variables de la ecuación encontrada en el primer objetivo; desarrollar una programación computacional que permita al usuario calcular parámetros de flujo no saturado de forma automática y validar el funcionamiento de dicha aplicación.

Establecimiento de la ecuación de flujo en medio poroso no saturado

En este paso se llevó a cabo una búsqueda y revisión de las fuentes bibliográficas en relación con las diferencias que se presentan entre los fenómenos de flujo saturado y flujo no saturado, con el fin de determinar la ecuación que corresponde a los objetivos del proyecto.

A partir de la información obtenida mediante la revisión bibliográfica, se determinó que existe una ecuación general de flujo que no es válida para los suelos en estado de saturación parcial. Asimismo, la investigación permitió establecer una ecuación general para flujo no saturado y, además, una ecuación específica para flujo vertical en dichas condiciones de humedad.

Una vez que se tuvo delimitada la ecuación pertinente a los intereses del proyecto, se procedió a extraer las variables que se requieren para dar solución a dicha ecuación, de las cuales se determinó que consistían principalmente en una función de humedad que varía con la succión del suelo y una de conductividad hidráulica que también depende de la succión.

El proceso requerido para alcanzar el objetivo 1 se presenta en la figura 7.

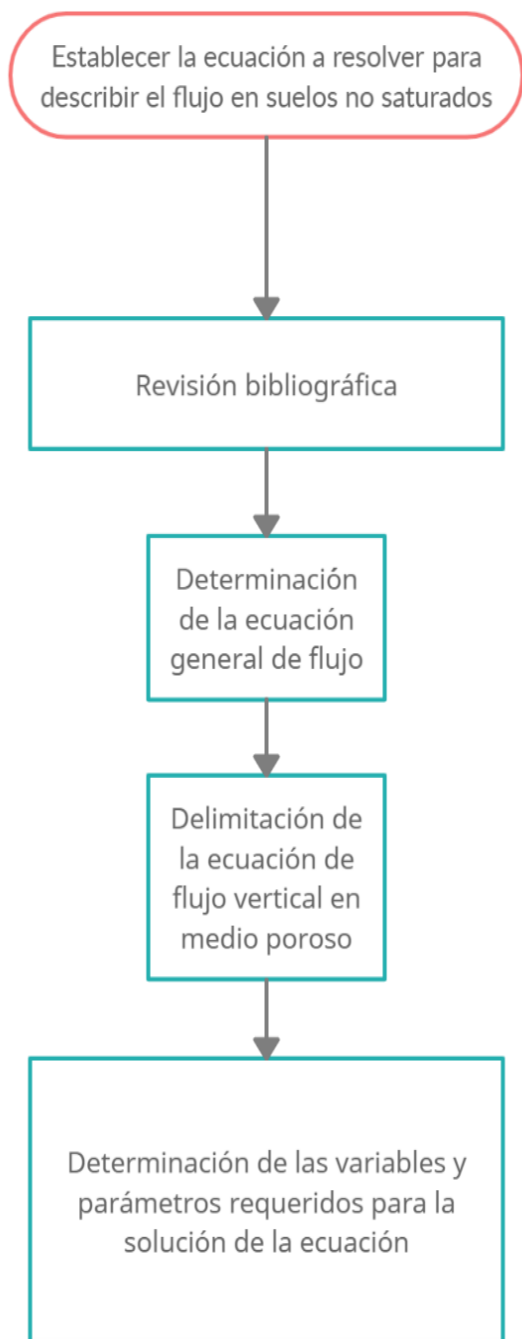


Figura 7. Proceso establecido para alcanzar el objetivo 1

Fuente: Elaboración propia

Definición de las curvas de humedad y conductividad hidráulica

De la información obtenida en el objetivo 1, se derivó la necesidad de investigar ecuaciones que describieran la conductividad hidráulica y el contenido de humedad de los suelos no saturados como funciones que varían con respecto a la succión presente y no como valores estáticos.

Una nueva revisión bibliográfica expuso que no existe un solo modelo de predicción para el comportamiento del contenido de humedad en un suelo que no se encuentra en estado de saturación completa, sino que durante muchos años diferentes modelos y ecuaciones han sido desarrollados por distintos autores.

Para determinar el modelo de humedad que se utilizó en el proyecto, se estudiaron las ecuaciones planteadas por diversos autores. A partir de la información recabada, se determinó preliminarmente cuál ecuación podría presentar más ventajas para el proyecto, esto puesto que para realizar comprobaciones de índole numérico debe esperarse a tener al menos una parte de la programación.

Una vez seleccionada la ecuación para describir el comportamiento de la humedad, se procedió a establecer la ecuación correspondiente a la conductividad hidráulica. De la misma forma que para el contenido de humedad, se recopilaron varios modelos de conductividad hidráulica, los cuales se evaluaron de la misma forma que los modelos de contenido de humedad.

El proceso requerido para satisfacer el objetivo 2 se presenta en los diagramas de la figura 8.

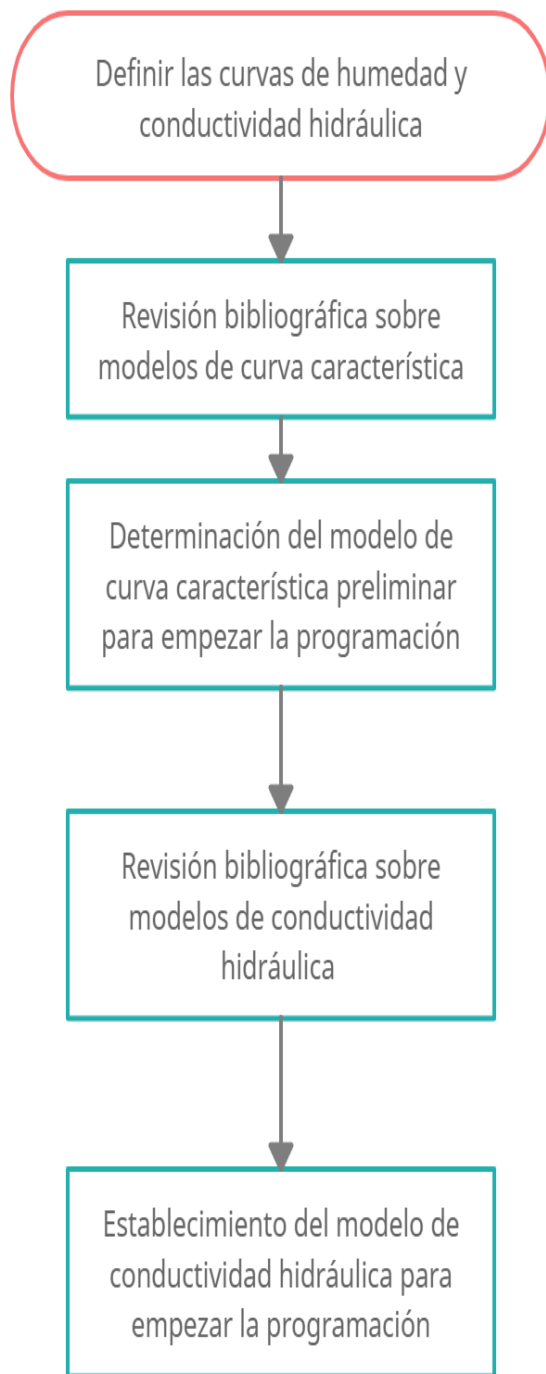


Figura 8. Proceso requerido para alcanzar el objetivo 2.

Fuente: Elaboración propia

Programación y validación de la herramienta tecnológica

Para la consecución de los objetivos específicos 3 y 4 de este proyecto, se planteó el desarrollo de una aplicación o herramienta tecnológica programada en el software App Designer de MATLAB, el cual está ampliamente capacitado para trabajos más especializados con matrices, como las que requirió este proyecto, además de que permite la generación de interfaces de usuario con un entorno de trabajo bastante agradable y relativamente personalizable. Este además, cuenta con guías en su sitio web que permiten al usuario familiarizarse con el lenguaje de programación, así como con las funciones que posee el software.

La aplicación desarrollada se nombró como *UnsaturatedSoils* haciendo referencia a que genera resultados para el trabajo de flujo en suelos no saturados.

En la primera fase del desarrollo de la aplicación, se confeccionó dentro de la interfaz gráfica una tabla en la cual el usuario pueda introducir un número determinado de datos, obtenidos en ensayos preliminares, de humedad y succión del suelo, así como la conductividad hidráulica saturada. Este espacio se definió disponible para la edición del usuario puesto que contempla datos propios de cada suelo ensayado, por lo que varían cada vez que se hace uso de la herramienta.

Una vez que se colocó la tabla en la interfaz, se programó la parte relacionada con la función característica del suelo. Lo primero que se realizó fue una curva preliminar que une de forma gráfica los puntos correspondientes a los datos introducidos por el usuario, de donde el usuario debe, guiado con una imagen que se colocó en la interfaz, determinar ciertos puntos de interés.

Tomando como base los resultados obtenidos a partir de la revisión bibliográfica, se realizó la programación del modelo más idóneo de acuerdo con las características mencionadas en las fuentes bibliográficas, para graficar en la herramienta la curva de humedad contra succión que mejor se ajustara a la realidad. Para ello se evaluó la función con respecto a los datos encontrados en la gráfica preliminar para así obtener una gráfica definitiva a partir del modelo matemático.

Como siguiente paso, se realizó la programación de tres de los modelos de conductividad hidráulica que se obtuvieron de las fuentes

bibliográficas, con lo cual se efectuó una comparación para determinar cuál proporcionaba datos más acercados a los valores tomados de un ejemplo teórico. Una vez determinado el modelo más adecuado, se colocó la gráfica en la interfaz para el usuario.

Finalmente, se efectuó la programación de la ecuación que rige el flujo en medios no saturados, para lo cual se recabó información de dos modelos de solución a la ecuación de Richards mediante el método de las diferencias finitas. Se desarrolló el algoritmo para plantear las matrices y los coeficientes que dan como resultado los valores de succión en tiempo y profundidad, con los cuales se determinan los valores de conductividad y flujo correspondientes a cada punto.

Se decidió que todas las etapas que conforman la aplicación dejaran a libertad del usuario la escogencia de las unidades de medida para trabajar, quedando a su responsabilidad la congruencia de estas durante todo el proceso. Los diagramas de flujo para el diseño de los algoritmos de programación pueden ser consultados en los apéndices 1, 2, 3 y 4 al final del trabajo.

En el apéndice 5 se colocó una vista completa de la interfaz para la interacción del usuario, además se generó un manual de uso para orientar al usuario en la obtención de los diferentes resultados de interés. Finalmente, el código desarrollado para generar la aplicación se recopiló en el apéndice 7.

La metodología seguida para alcanzar el objetivo 3 se muestra en la figura 9. Así mismo, el proceso seguido durante la realización del objetivo 4 se muestra en la figura 8.

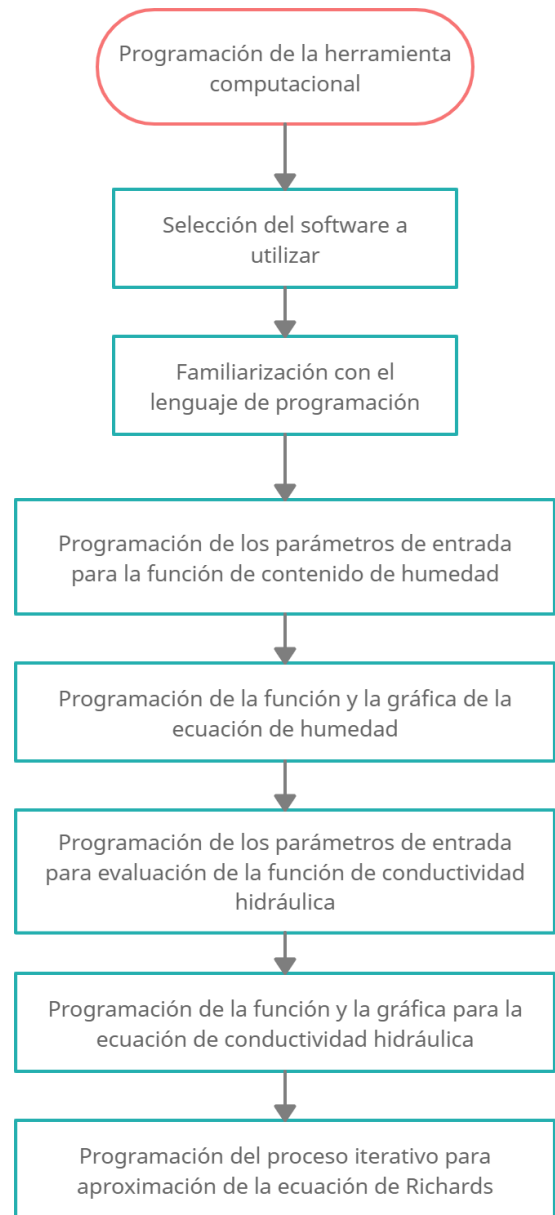


Figura 9. Proceso requerido para alcanzar el objetivo 3

Fuente: Elaboración propia.

Resultados

Definición de la ecuación de flujo en suelo no saturado

La revisión de las fuentes bibliográficas revela que la ecuación apropiada para la descripción de fenómenos de flujo en suelo no saturado es la ecuación de Richards, que constituye una ecuación diferencial de primer orden en diferencias finitas.

Específicamente para flujo vertical, se tiene en cuenta solo el valor de la componente en el eje z de la ecuación de Richards, con lo cual la ecuación de flujo a utilizar durante el desarrollo del proyecto se muestra en la ecuación (29).

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(K(\psi) \cdot \frac{\partial \psi}{\partial z} + 1 \right) = C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (29)$$

Donde $K(\psi)$ es la función de conductividad hidráulica
 $C(\psi)$ es la capacidad específica del suelo
 $\frac{\partial \psi}{\partial t}$ es el diferencial parcial de la succión respecto al tiempo
 $\frac{\partial \psi}{\partial z}$ es el diferencial parcial de la succión respecto a la profundidad

El modelo de solución que sugiere la investigación bibliográfica es el modelo de las diferencias finitas. Además, el método de Crank Nicholson se especifica como la mejor opción dentro de los métodos de diferencias finitas.

Determinación de las curvas de humedad y de conductividad hidráulica

A partir de la investigación bibliográfica efectuada, se determinó que existen modelos matemáticos que

permiten obtener una predicción del comportamiento de la humedad del suelo, a partir de unos cuantos datos experimentales.

Es necesario determinar un modelo de humedad y uno de conductividad hidráulica de forma preliminar para continuar con el proceso. Se escoge el modelo de Fredlund y Xing para la curva característica suelo-agua y el modelo de Gardner para la curva de conductividad hidráulica.

La ecuación (30) corresponde a la curva de humedad y la ecuación (31) corresponde a la curva de conductividad hidráulica.

$$\theta = \theta_s \left[1 - \frac{\ln(1+\psi/\psi_r)}{\ln(1+10^6/\psi_r)} \right] \left[\frac{1}{\ln[e+(\psi/a)^n]} \right] \quad (30)$$

$$k = k_s e^{-\alpha \psi} \quad (31)$$

Donde θ es la humedad para una succión determinada
 θ_s es la humedad saturada cuando la succión tiende a cero
 ψ es la succión para una humedad determinada
 ψ_r es la succión residual

Desarrollo de aplicación e interfaz gráfica

La primera tabla que se presenta en la interfaz gráfica con la que interactúa el usuario, está diseñada para recibir ocho datos de succión y humedad que deben ser obtenidos de ensayos previos, utilizando equipos tales como psicrómetros, papel filtro, tensiómetros, platos de presión, sensores de conductividad térmica y permeámetros, según sea el caso (Chon, 2017).

Lu y Likos (2004) señalan que para obtener una predicción representativa de las curvas de humedad se deben contemplar entre cinco y diez datos experimentales. En esta primera parte de la aplicación se le pide al usuario que también coloque el valor de conductividad hidráulica medida en el suelo en condiciones de saturación.

Los datos de succión introducidos por el usuario deben presentar unidades de kPa y junto con los datos de humedad se grafican como puntos unidos por líneas rectas para obtener una curva experimental preliminar. Esta primera fase se muestra en las figuras 10.a y 10.b a continuación.

Introduzca los datos experimentales y la conductividad hidráulica medida en condiciones saturadas. Genere la curva característica experimental.

| | Succión (kPa) | Humedad (decimal) |
|---|----------------------|----------------------|
| 1 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 2 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 3 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 4 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 5 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 6 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 7 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 8 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |

Conductividad Hidráulica Saturada Ks:

Figura 10.a. Tabla de datos del usuario
Fuente: Aplicación Unsaturated Soils

Generar curva experimental

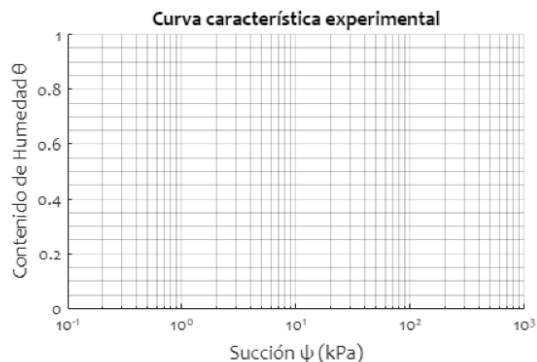
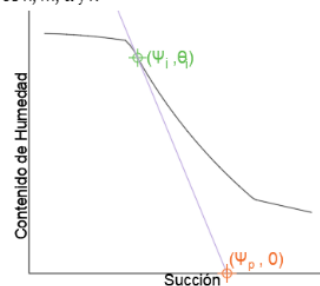


Figura 10.b. Espacio para curva característica experimental.
Fuente: Aplicación Unsaturated Soils

El siguiente espacio en la herramienta muestra al usuario una gráfica de ejemplo con forma similar a la curva preliminar que se obtiene en el paso anterior, esto para guiarle a extraer visualmente los datos que se solicitan para el posterior cálculo de los parámetros geométricos y de ajuste requeridos por el modelo de la curva característica de Fredlund y Xing. Esta fase de la aplicación se aprecia en la figura 11.

Visualmente, identifique el primer punto de inflexión de la curva y trace una recta tangente a este punto. Identifique también el intercepto en el eje x, como se muestra en la imagen. Introduzca los valores en los recuadros disponibles, proceda a calcular los parámetros n , m , α y λ



Succión ψ_p (kPa): n :

Humedad θ_i : m :

Succión ψ_i (kPa): a :

Humedad θ_s : λ :

Succión residual ψ_r (kPa):

Calcular parámetros

Figura 11. Cálculo de parámetros
Fuente: Aplicación Unsaturated Soils

Una vez que se conoce el valor de los parámetros de ajuste el programa genera, a través del toque de un botón en la interfaz, la curva característica de humedad en función de la succión. Este espacio gráfico se muestra en la figura 12.

Genere la curva característica

Mostrar Curva Característica

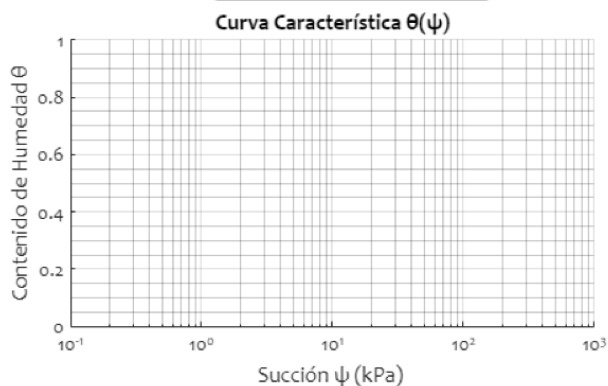


Figura 12. Espacio para curva característica suelo-agua
Fuente: Aplicación Unsaturated Soils

En una cuarta fase, con un toque en un nuevo botón, el usuario autoriza al programa para que evalúe los datos de succión y humedad obtenidos de la curva característica en la función de conductividad hidráulica

programada. De esta forma, el usuario recibe como resultado la curva de conductividad hidráulica, tal como se muestra en la figura 13.

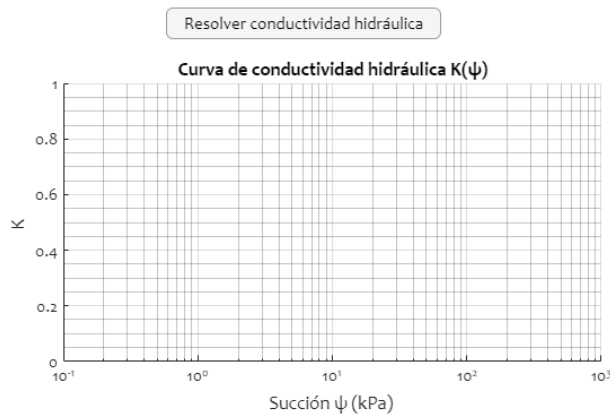


Figura 13. Espacio para curva de conductividad hidráulica.

Fuente: Aplicación Unsaturated Soils

La última parte de la herramienta solicita al usuario datos de profundidad de la columna de suelo, tiempo de análisis, paso de profundidad, paso de tiempo, así como las condiciones iniciales y de frontera. Internamente, el programa resuelve un sistema de ecuaciones de Richards que varían en tiempo y profundidad simultáneamente, obtiene las succiones correspondientes y evalúa el flujo en cada punto. Cuando el programa termina de ejecutarse, el usuario recibe la curva de flujo en función del tiempo y la profundidad, así como una tabla que muestra los datos de flujo. Esta última fase se muestra en las figuras 14.a, 14.b y 14.c.

Profundidad (m)

Tiempo (s)

Paso de profundidad (m)

Paso de tiempo (s)

Succión en frontera superior (kPa)

Succión en frontera inferior (kPa)

Succión en condiciones iniciales (kPa)

Figura 14.a. Datos de entrada para solución del flujo
Fuente: Aplicación Unsaturated Soils

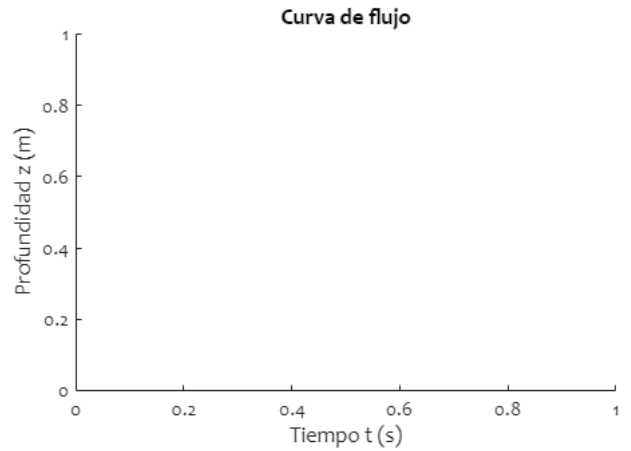


Figura 14.b. Espacio para curva de flujo
Fuente: Aplicación Unsaturated Soils

Tabla de flujo por profundidad y tiempo

| Profundidad (m) | Tiempo (s) | | | |
|-----------------|------------|---|--|--|
| 0 | 0 | 0 | | |
| 0 | 0 | 0 | | |
| 0 | 0 | 0 | | |
| 0 | 0 | 0 | | |
| 0 | 0 | 0 | | |
| 0 | 0 | 0 | | |
| 0 | 0 | 0 | | |
| 0 | 0 | 0 | | |

Figura 14.c. Tabla de resultados de flujo
Fuente: Aplicación Unsaturated Soils

Evaluación del modelo de curva característica

Para graficar la curva suelo-agua, se utilizó el modelo de Fredlund y Xing de la ecuación 17. Para comprobar todos los pasos necesarios para llegar a evaluar el modelo, se hizo uso de los datos de un ejemplo conceptual del libro de Lu y Likos (2004), la evaluación de los datos y los resultados se muestran en las figuras 15, 16, 17 y 18.

Introduzca los datos experimentales y la conductividad hidráulica medida en condiciones saturadas. Genere la curva característica

| | Succión (kPa) | Humedad (decimal) |
|---|---------------|-------------------|
| 1 | 0.1000 | 0.3400 |
| 2 | 1.5000 | 0.3350 |
| 3 | 15 | 0.3300 |
| 4 | 28 | 0.2600 |
| 5 | 40 | 0.1400 |
| 6 | 100 | 0.0900 |
| 7 | 200 | 0.0650 |
| 8 | 1000 | 0.0400 |

Conductividad
Hidráulica
Saturada Ks:

Figura 15. Datos de entrada para evaluación del modelo

Fuente: Aplicación Unsaturated Soils

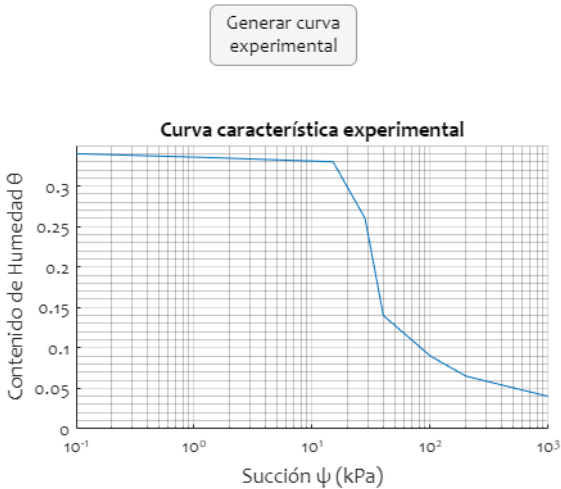


Figura 16. Curva característica experimental

Fuente: Aplicación Unsaturated Soils

Visualmente, identifique el primer punto de inflexión de la curva y trace una recta tangente a este punto. Identifique también el intercepto en el eje x, como se muestra en la imagen. Introduzca los valores en los recuadros disponibles, proceda a calcular los parámetros n , m , α y λ

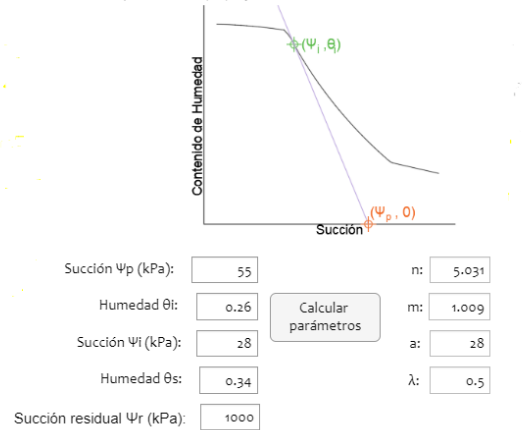


Figura 17. Cálculo de parámetros para evaluación del modelo

Fuente: Aplicación Unsaturated Soils

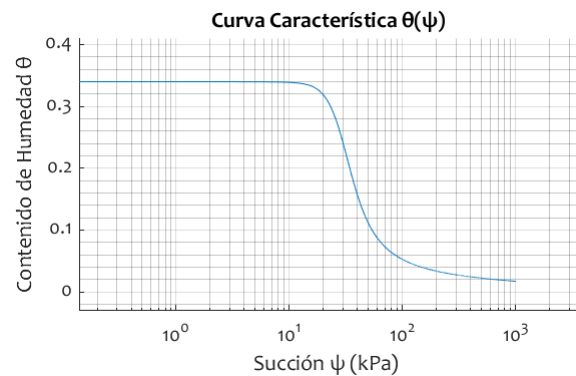


Figura 18. Curva característica evaluada según el modelo de Fredlund y Xing

Fuente: Aplicación Unsaturated Soils

Evaluación del modelo de conductividad hidráulica

Con los mismos datos tomados del ejemplo de Lu y Likos se evaluaron tres modelos de conductividad hidráulica, las gráficas obtenidas de estas evaluaciones se muestran en las figuras 19, 20 y 21.

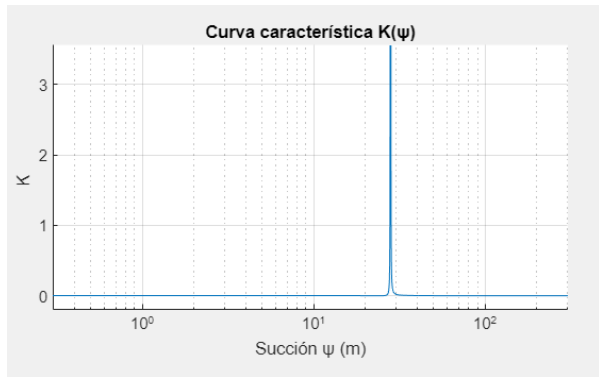


Figura 19. Curva de conductividad, modelo de van Genuchten-Mualem
Fuente: Aplicación Unsaturated Soils

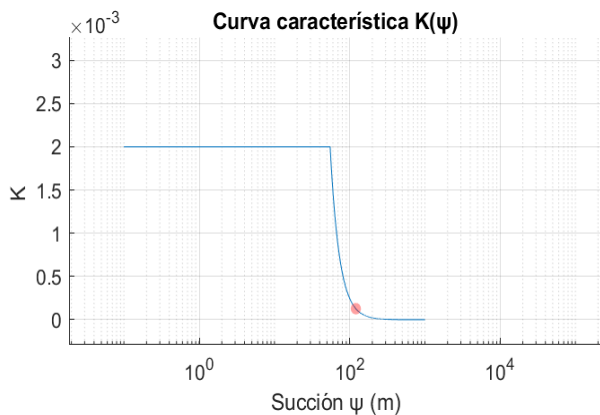


Figura 20. Curva de conductividad, modelo de Brooks y Corey
Fuente: Aplicación Unsaturated Soils

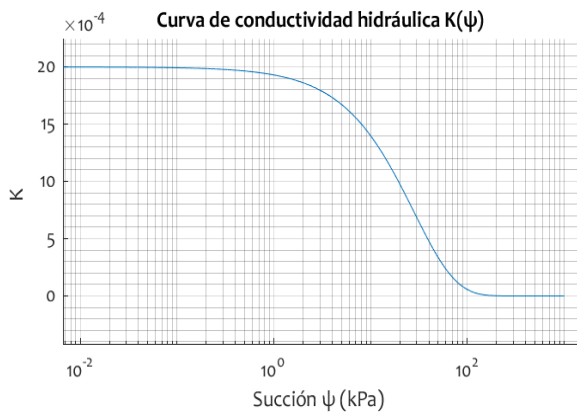


Figura 21. Curva de conductividad, modelo de Gardner
Fuente: Aplicación Unsaturated Soils

Evaluación de la solución a la ecuación de flujo

En la figura 22 se muestran datos de entrada para la solución de la ecuación de Richards, los cuales obedecen a magnitudes relacionadas con los datos de las primeras etapas, mas no provienen del libro de Lu y Likos, pues este no contempla soluciones para la ecuación de Richards.

| | |
|----------------------------------|-----------------------------------|
| Profundidad | <input type="text" value="1"/> |
| Tiempo | <input type="text" value="120"/> |
| Paso de profundidad | <input type="text" value="0.05"/> |
| Paso de tiempo | <input type="text" value="5"/> |
| Succión en frontera superior | <input type="text" value="10"/> |
| Succión en frontera inferior | <input type="text" value="10"/> |
| Succión en condiciones iniciales | <input type="text" value="13"/> |

Figura 22. Datos de entrada para solución de ecuaciones de flujo
Fuente: Aplicación Unsaturated Soils

En la figura 23 se muestra el resultado obtenido para la curva que grafica los valores de flujo en cada punto de tiempo y profundidad.

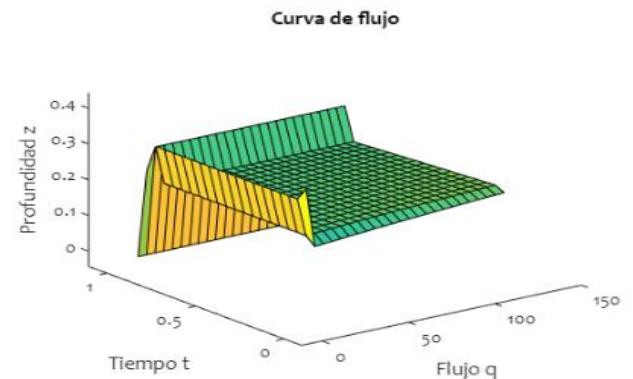


Figura 23. Curva de flujo correspondiente a la corrida de prueba
Fuente: Aplicación Unsaturated Soils

La figura 24 ejemplifica la tabla que desglosa, para el usuario, los datos de flujo por profundidad y tiempo.

Tabla de flujo por profundidad y tiempo

| Profundidad | Tiempos | | | |
|-------------|---------|--------|-------|---|
| 0 | 1.0000 | 6.0000 | 11.00 | ▲ |
| 0 | 0.3624 | 0.1963 | 0.19 | |
| 0.0500 | 0.3256 | 0.2178 | 0.21 | |
| 0.1000 | 0.3256 | 0.2178 | 0.21 | |
| 0.1500 | 0.3256 | 0.2177 | 0.21 | |
| 0.2000 | 0.3256 | 0.2176 | 0.21 | |
| 0.2500 | 0.3256 | 0.2175 | 0.21 | |
| 0.3000 | 0.3256 | 0.2175 | 0.21 | ▼ |

Figura 24. Tabla de flujo para cada profundidad y tiempo
 Fuente: Aplicación Unsaturated Soils

Análisis de Resultados

Definición de la ecuación de flujo en suelo no saturado

La ecuación (29), que fue utilizada para el desarrollo de este proyecto, describe la situación específica de flujo vertical en un medio poroso en condiciones no saturadas donde las componentes horizontales del flujo son despreciables. Esta ecuación aplica el supuesto de Richards de que el aire permanece a presión atmosférica, lo cual es aplicable a una amplia cantidad de casos de estudio en los cuales la presión de aire en la zona no saturada no difiere de significativamente de la atmosférica. (Rosas, 2008)

En el caso del estudio de los suelos no saturados, se aplican las condiciones antes mencionadas, con lo cual la ecuación utilizada es adecuada, no obstante, no debe extenderse el uso de esta ecuación a condiciones de flujo horizontal o donde las componentes horizontales sean relevantes.

Determinación de las curvas de humedad y de conductividad hidráulica

El modelo preliminar de curva de conductividad utilizado, es decir el de Gardner, además de considerar factores de ajuste que introducen al cálculo características propias del suelo en estudio, ofrece amplias ventajas en cuanto al uso de datos, memoria y tiempo de procesamiento computacional.

En cuanto a la elección preliminar de la curva de humedad del suelo, el modelo de Fredlund y Xing presenta un amplio rango de valores de succión para los cuales el modelo tiene validez. Además, toma en cuenta diferentes parámetros de ajuste que

contemplan características propias de cada suelo en estudio.

El ajuste a los datos teóricos de ambos modelos escogidos se evaluará una vez se tengan programados estos procesos en la aplicación.

Desarrollo de aplicación e interfaz gráfica

La interfaz gráfica completa se puede observar en el apéndice 5. Como se aprecia en esta figura, se logró agrupar los pasos requeridos para analizar el flujo en medio poroso no saturado, desde las gráficas de las funciones de conductividad y humedad hasta las curvas de flujo, generando así una herramienta tecnológica de apoyo ingenieril de la cual, durante la investigación bibliográfica, no se encontró una herramienta similar.

Evaluación del modelo de curva característica

Para validar el funcionamiento de la aplicación desarrollada, se busca cotejar los resultados y las gráficas obtenidas con ejemplos similares encontrados en la teoría, en tanto sea posible y existan materiales similares disponibles.

En la figura 25 se expone la gráfica propuesta por Lu y Likos (2004) para la curva característica de humedad volumétrica contra succión mátrica, de un suelo con las características que se enuncian en el cuadro 2.

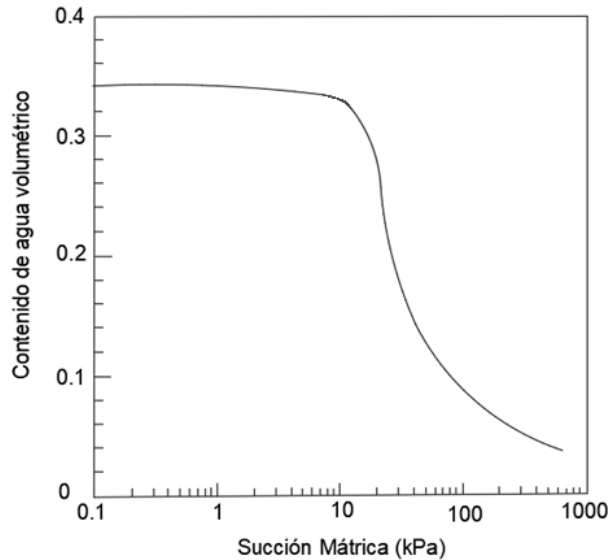


Figura 25. Gráfica de curva característica para un suelo hipotético
Fuente: Lu y Likos (2004)

| Parámetro | Cantidad |
|---|-------------------------|
| Contenido de humedad en condiciones saturadas | 0.34 kPa |
| Conductividad Hidráulica saturada | 2×10^{-3} cm/s |
| Puntos obtenidos de los ensayos preliminares | |
| Succión (kPa) | Humedad volumétrica |
| 0.1 | 0.34 |
| 1.5 | 0.335 |
| 15 | 0.33 |
| 2 | 0.26 |
| 40 | 0.14 |
| 100 | 0.09 |
| 200 | 0.065 |
| 1000 | 0.04 |

Cuadro 2. Características del suelo hipotético
Fuente: Lu y Likos (2004)

Es posible realizar una comparación de la información encontrada en el ejemplo de las fuentes bibliográficas con los datos alcanzados por la gráfica obtenida del programa luego de evaluar los datos anteriores y procesarlo a través del modelo de Fredlund y Xing, la cual se muestra en la figura 11 de este documento.

Se observa que el gráfico de la figura 25 interseca el eje y correspondiente al contenido de humedad en un valor de 0.34, este es el contenido volumétrico de humedad. Al remitirnos a la figura 11 se determina que el modelo programado en la herramienta desarrollada interseca el eje de las ordenadas en el mismo valor.

Ambas gráficas mantienen una pendiente baja desde el punto de menor succión hasta un valor de aproximadamente 10 kPa. Las dos gráficas presentan un primer punto de inflexión cercano a los 30 kPa y un segundo punto de inflexión entre los 40 y los 50 kPa.

Finalmente, la gráfica obtenida a través de la evaluación de los datos en la aplicación diseñada alcanza un último valor en el par correspondiente a 1000 kPa, correspondiente a la succión residual, y un contenido de humedad de 0.02. Los datos teóricos presentan una succión residual de 1000 kPa y un contenido de humedad en este punto de 0.04.

Los porcentajes de error encontrados para tres valores tomados de puntos distintos de las curvas se muestran en el cuadro 3, donde se observa que conforme mayor es el valor de la succión, aumenta el porcentaje de error. Estas variaciones son esperadas dado que el rango de los valores de humedad contiene números relativamente cercanos a cero para rangos de succión que cuya variación podría representar hasta seis órdenes de magnitud (Lu y Likos, 2004). Además, el libro no indica el modelo de predicción de la curva utilizado, por lo cual no se garantiza que corresponda al mismo empleado en la aplicación, pudiendo generar errores adicionales.

| Succión | Humedad Teórica | Humedad aplicación | %Error |
|---------|-----------------|--------------------|--------|
| 0.1 | 0.34 | 0.34 | 0 |
| 40 | 0.14 | 0.145 | -3.6 |
| 100 | 0.09 | 0.05 | 44.4 |

Cuadro 3. Porcentajes de error de la curva de humedad modelada respecto al ejemplo
Fuente: Elaboración propia

Luego de efectuar la comparación entre ambos conjuntos de datos, se puede determinar que existe una alta similitud en los valores, con lo cual se constata que el modelo de predicción de la función de humedad escogido preliminarmente es aceptable.

Evaluación del modelo de conductividad hidráulica

El ejemplo antes mencionado del libro de Lu y Likos (2004), incluye la graficación de la curva de conductividad hidráulica correspondiente al mismo conjunto de datos. A partir de la gráfica propuesta por el libro y mostrada en la figura 20, se establecen puntos de comparación para determinar cuál modelo de los tres analizados se adapta mejor a los datos.

En la figura 12 se presenta el modelo de Van Genuchten-Mualem, el cual, al ser programado y evaluado con estos datos no presenta similitudes con el modelo de la teoría respecto a forma ni a los valores obtenidos. Una explicación probable para este comportamiento es la dificultad de procesamiento por parte del Software, combinada con la sensibilidad del modelo, que solo toma en cuenta la conductividad hidráulica saturada y estos factores de ajuste, por lo tanto, en caso de que exista error o discrepancias en la determinación de uno de estos parámetros, todo el resultado se ve alterado. Por las razones anteriores se procede a evaluar otro modelo.

El segundo modelo programado es el de Brooks y Corey, el cual desprendió como resultado la gráfica de la figura 24. Al comparar este gráfico con el del libro se encuentra una forma relativamente similar, no obstante, en la gráfica de Lu y Likos se observa una pequeña pendiente entre el punto de saturación completa y el punto de entrada de aire, y también se puede apreciar una curvatura suave en la transición a la siguiente zona. Estas características no se observan en la gráfica de Brooks y Corey que presenta un valor constante en toda la zona saturada y que además presenta una transición en forma de pico entre esta zona y la siguiente.

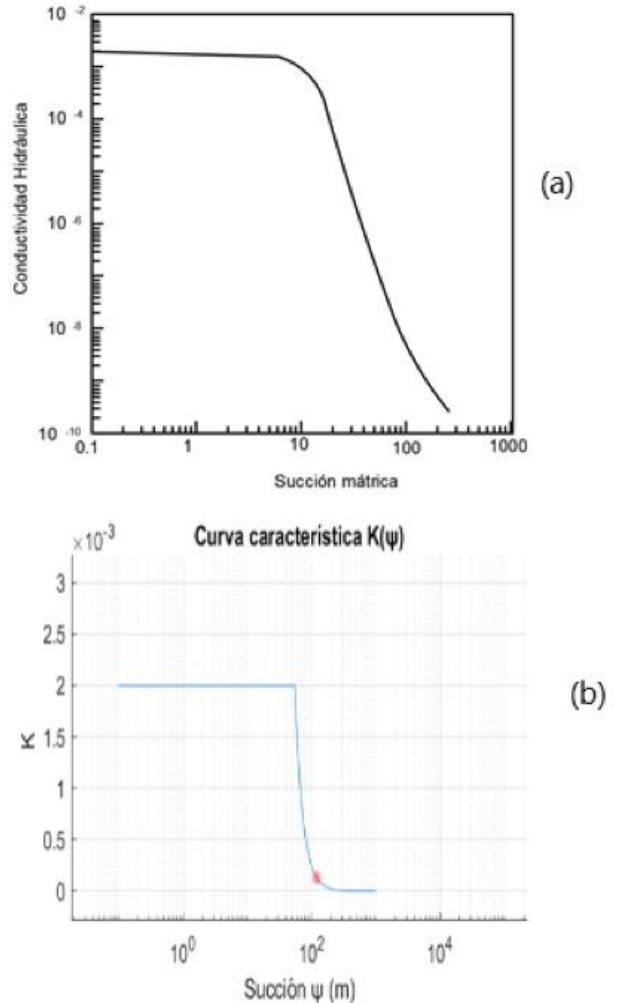


Figura 26. Comparación de la de curva teórica de conductividad hidráulica para un suelo hipotético (a) contra la curva obtenida mediante el modelo de Brooks y Corey

Fuente: Elaboración propia

El último modelo de predicción de la curva de conductividad analizado es el de Gardner, mostrado en la figura 19 y la comparación en este caso presenta resultados más aceptables, tal como se muestra en la figura 27. En cuanto a la forma de la gráfica, esta presenta la una pendiente suave pero no recta en la zona comprendida entre el punto de saturación completa hasta la entrada de aire y la transición a la siguiente zona presenta la forma curva que se espera de acuerdo con el ejemplo de la teoría.

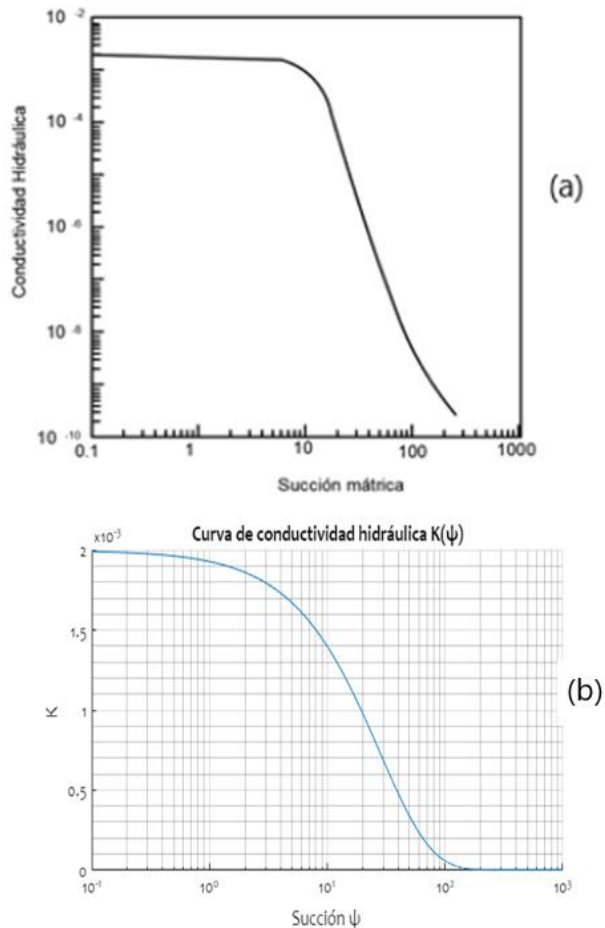


Figura 27. Comparación de la curva teórica de conductividad hidráulica para un suelo (a) contra la curva obtenida mediante el modelo de Gardner (b)

En el cuadro 4 muestra los porcentajes de error obtenidos para la comparación de tres puntos ubicados en diferentes zonas de la curva modelada y de la curva de Lu y Likos (2004).

| Succión kPa | K Teórica | K aplicación | %Error |
|-------------|------------|--------------|--------|
| 0.1 | 0.002 | 0.002 | 0 |
| 100 | 0.000006 | 0 | 100 |
| 1000 | 0.00000005 | 0 | 100 |

Cuadro 4. Porcentajes de error de la curva de conductividad modelada respecto al ejemplo Fuente: Elaboración propia

Como se puede inferir del cuadro 3, el error aumenta conforme la succión toma valores más altos.

Adicionalmente, se debe interpretar que, en comparación con cualquier dato teórico diferente de cero, cuando se evalúa un cero en la ecuación para el cálculo del error esta automáticamente desprende un 100% de error. De esta forma, aunque la curva de la teoría presente un valor muy cercano a cero para los valores más elevados de succión, la curva generada por el modelo de Gardner sí asigna un valor exacto de cero, generando un error del 100% a pesar de la relativa cercanía de los valores. Además, al igual que para la curva de humedad, en el libro no se menciona cuál modelo fue utilizado para generar la curva de conductividad, con lo cual no se es necesariamente cierto que ambos modelos debieran generar resultados idénticos.

Dadas las consideraciones anteriores, según las cuales el modelo de Gardner presenta ventajas en diferentes aspectos sobre los otros modelos analizados, se decide aplicar este modelo para continuar el proceso.

Evaluación de la solución a la ecuación de flujo

El último resultado por analizar es la curva que grafica la variación del flujo con respecto a los cambios de tiempo y de profundidad. Cabe destacar que, al realizar la recopilación de información, no se encontraron aplicaciones ni ejemplos teóricos con datos explícitos con los cuales se pueda comparar los resultados obtenidos en esta parte de la herramienta diseñada, con lo cual el análisis de esta etapa se limita al cumplimiento de los resultados esperados al momento del planteamiento del proyecto.

Sobre la curva de flujo, Alpaca (2014) destaca que, cuando se resuelven ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, al graficar una función que varía con respecto a dos variables se espera que la gráfica obtenida consista en una superficie tridimensional como la que se muestra en la figura 28.

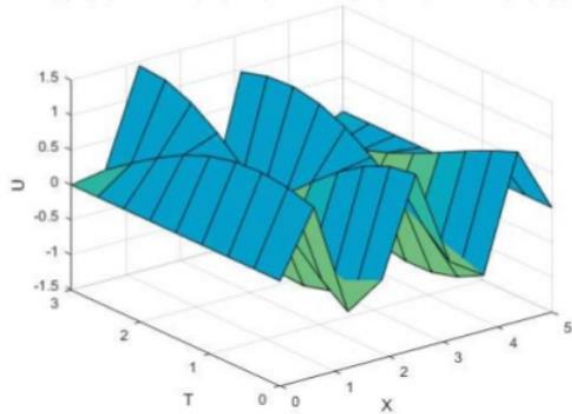


Figura 28. Ejemplo de superficie tridimensional
Fuente: Alpaca 2014

Al observar la curva que se obtuvo para comprobar el funcionamiento de la aplicación, mostrada en la figura 16, se determina que, efectivamente, se genera una superficie tridimensional que, además, para facilitar la interpretación de los datos por parte del usuario, utiliza un rango de colores para distinguir la magnitud de los resultados obtenidos en cada zona.

Finalmente, la última tabla comprende un resumen donde se explicitan los valores de flujo para cada punto de tiempo profundidad, con lo cual además de permitir al usuario acceder al resultado exacto obtenido de la evaluación, le permite a este manipular los datos para llegar a objetivos distintos a la curva que genera el programa.

De forma global, toda la aplicación permite al usuario generar los resultados de cada parte de manera independiente, de forma tal que, además de permitirle comprender todo el proceso que conduce a la elaboración de la curva de flujo, amplía las posibilidades de uso de la aplicación, por ejemplo, en casos en los que se requiera únicamente la curva característica o la curva de conductividad hidráulica.

Conclusiones

Al finalizar el desarrollo de este proyecto, se alcanzaron las siguientes conclusiones:

- Se concluyó que la ecuación de flujo que obedece a la Ley de Darcy no es aplicable a suelos no saturados puesto que, al no tener todos sus poros ocupados por la fase líquida, la distribución de altura de flujo no es lineal.
- La revisión bibliográfica confirmó que el modelo matemático correspondiente para estudiar el flujo de agua en suelos no saturados corresponde a la ecuación de Richards.
- Se determinó que para evaluar la ecuación de Richards se requiere conocer las funciones de humedad y conductividad hidráulica del suelo, puesto que estas no presentan valores constantes.
- A través de las fuentes bibliográficas, se constató que existen varios modelos que se han formulado en diferentes épocas y países y que son aplicables para determinar la curva característica de humedad en los suelos.
- Se determinó que, al modelar los datos con la ecuación propuesta por Fredlund y Xing en 1994, se obtienen gráficas de función característica que representan de forma acertada el comportamiento de la humedad en función de la succión en un suelo no saturado.
- La investigación permitió determinar que la conductividad hidráulica en los suelos no saturados es una función que depende de diversos factores del suelo y por lo tanto se requiere establecer un modelo para efectuar el cálculo de esta variable.
- Al evaluar el modelo de van Genuchten-Mualem con datos teóricos a través de la aplicación desarrollada, se descartó su uso debido a la discrepancia entre el resultado esperado y el obtenido.
- Luego de evaluar a través de la herramienta el modelo de Brooks y Corey, se determinó que este presenta discrepancias ligeras con la gráfica teórica esperada, por lo cual se descarta su uso para el resto del proceso.
- Fue posible corroborar que el modelo de predicción de la función de conductividad hidráulica planteado por Gardner en 1958 presenta una mejor representación de los datos del suelo en comparación con otros modelos analizados como el de Brooks y Corey o el de Van Genuchten.
- Mediante la validación de la herramienta se comprobó que la función de Fredlund y Xing logra un mejor ajuste a los datos obtenidos para valores relativamente bajos de succión, aumentando el porcentaje de error a medida que la succión alcanza valores más altos.
- Logró establecerse que a pesar de que los resultados obtenidos mediante el modelo de Gardner para la conductividad hidráulica son aceptables para un amplio rango de succiones, el porcentaje de error aumenta conforme las succiones mayores generan datos de conductividad hidráulica más cercanos a cero.
- Se generó una programación de gráfica de flujo que produce una superficie tridimensional como se esperaba, sin embargo, esta no se logró validar por ausencia de datos.
- Se logró generar una herramienta computacional funcional que automatiza el proceso y desglosa los pasos fundamentales requeridos para estudiar el flujo de agua en medios porosos no saturados.

Recomendaciones

El desarrollo de este proyecto permitió generar las siguientes recomendaciones:

- Elaborar ensayos que generen un mayor número de resultados experimentales y determinar curvas características de forma manual siguiendo un modelo de predicción definido para comparar grupos de datos más amplios y obtenidos en similitud de condiciones.
- Generar, a través de pruebas de laboratorio, datos prácticos a través de los cuales se pueda predecir el comportamiento de la conductividad hidráulica, de forma que sea posible comparar más detalladamente el modelo propuesto en la aplicación desarrollada.
- Buscar, en asociación con un profesional en alguna de las ramas de la computación, depurar el código fuente con el fin de aumentar la eficiencia del programa.
- Empaquetar los archivos requeridos para el funcionamiento del programa en una forma que no requiera que los futuros usuarios deban descargar softwares adicionales.
- Buscar datos experimentales que permitan validar el funcionamiento del componente de la herramienta encargado de calcular la gráfica de flujo
- Complementar el uso de la herramienta con otros procesos y herramientas asociados a los suelos no saturados
- Implementar el uso de la herramienta como complemento en la enseñanza de temas asociados a los suelos no saturados y al flujo de agua en los suelos
- Promover el desarrollo de la investigación en el campo de los suelos no saturados con el fin de que se generen nuevas herramientas y se mejoren las ya existentes

Apéndices

Apéndice 1: Diagrama de flujo para programación de tablas de datos iniciales

Apéndice 2: Diagrama de flujo para programación de curva característica

Apéndice 3: Diagrama de flujo para programación de curva de conductividad hidráulica

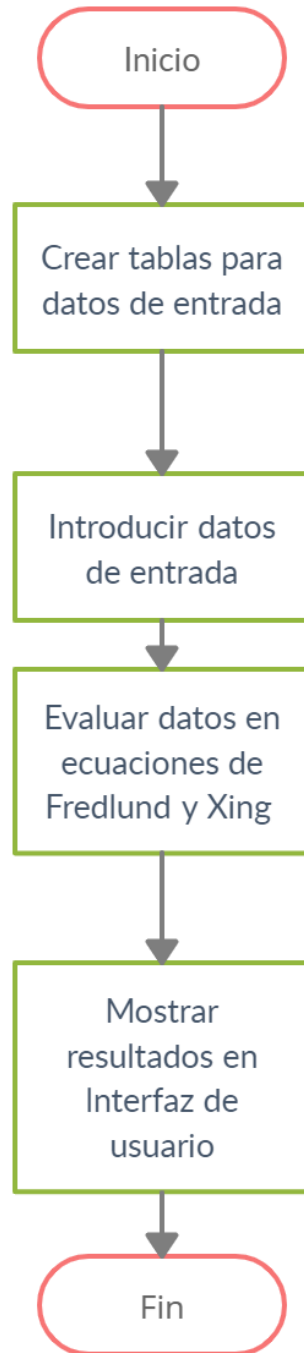
Apéndice 4: Diagrama de flujo para programación de curva de flujo

Apéndice 5: Diseño final de la interfaz gráfica

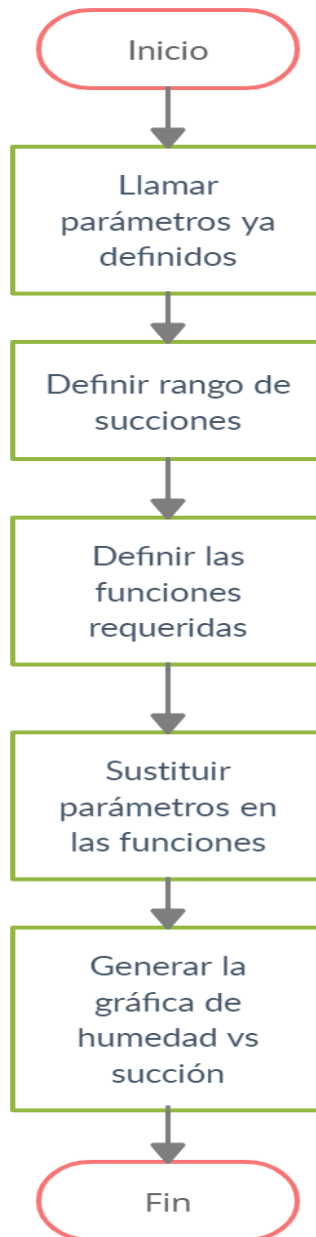
Apéndice 6: Manual de uso de la aplicación

Apéndice 7: Código de programación

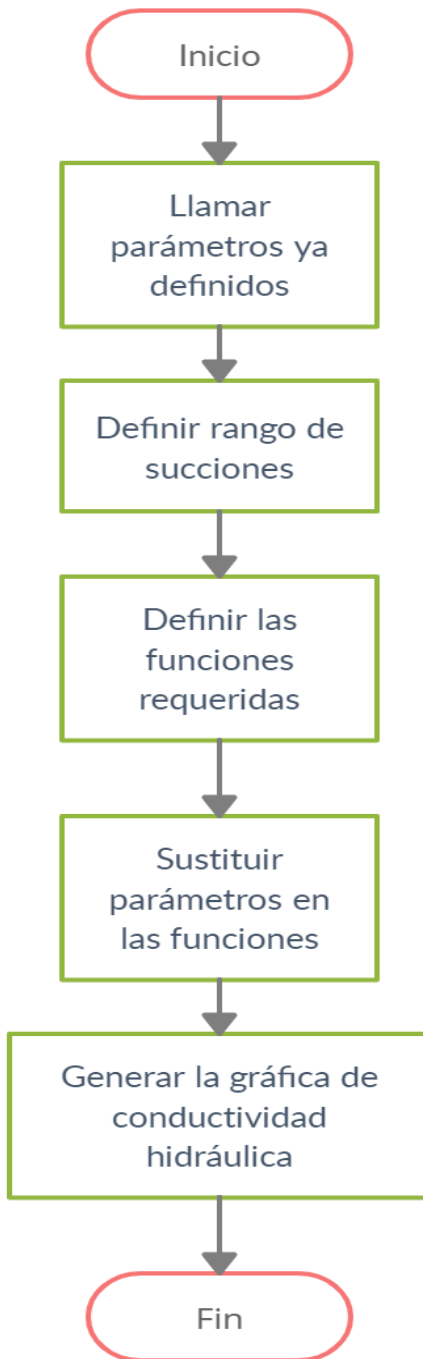
Apéndice 1



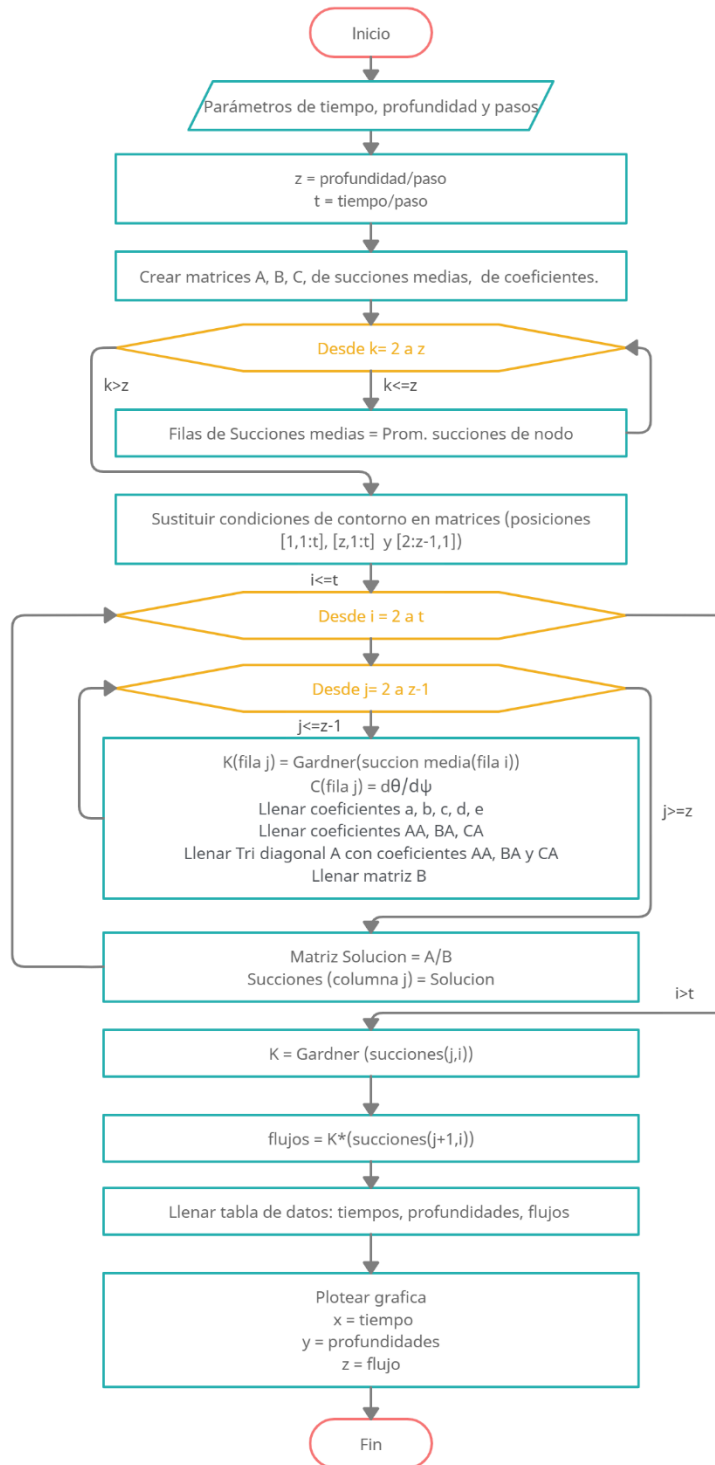
Apéndice 2



Apéndice 3



Apéndice 4



DESARROLLO DE UNA HERRAMIENTA PARA ANÁLISIS NUMÉRICO MEDIANTE EL MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS, DE FLUJO EN MEDIO POROSO CONSIDERANDO VALORES VARIABLES DE CONDUCTIVIDAD HIDRÁULICA

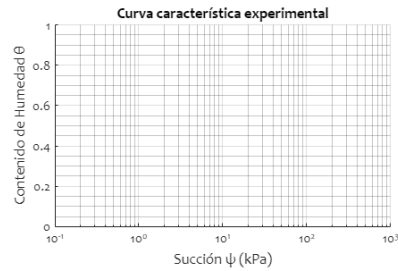
Apéndice 5

Introduzca los datos experimentales y la conductividad hidráulica medida en condiciones saturadas. Genere la curva característica

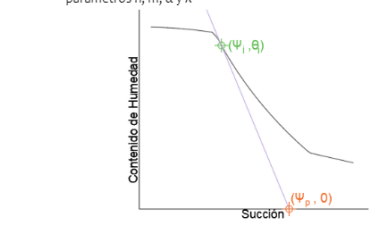
| | Succión (kPa) | Humedad (decimal) |
|---|----------------------|----------------------|
| 1 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 2 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 3 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 4 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 5 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 6 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 7 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 8 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |

Conductividad
Hidráulica
Saturada Ks:

Generar curva experimental



Visualmente, identifique el primer punto de inflexión de la curva y trace una recta tangente a este punto. Identifique también el intercepto en el eje x, como se muestra en la imagen. Introduzca los valores en los recuadros disponibles, proceda a calcular los parámetros n, m, α y λ

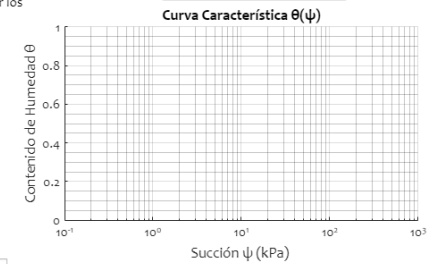


Succión ψ_p (kPa): n:
 Humedad θ : m:
 Succión ψ_i (kPa): α:
 Humedad θ : λ:
 Succión residual ψ_r (kPa):

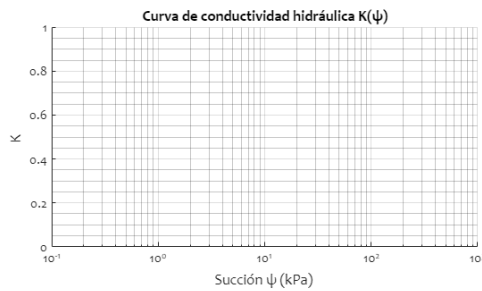
Calcular parámetros

Genere la curva característica

Mostrar Curva Característica



Resolver conductividad hidráulica



Profundidad (m)
 Tiempo (s)
 Paso de profundidad (m)
 Paso de tiempo (s)
 Succión en frontera superior (kPa)
 Succión en frontera inferior (kPa)
 Succión en condiciones iniciales (kPa)

Resolver flujo

Curva de flujo

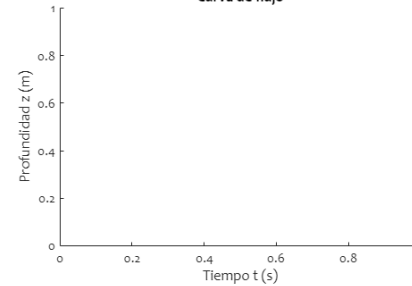


Tabla de flujo por profundidad y tiempo

| Profundidad (m) | Tiempo (s) | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> |

Apéndice 6

UnsaturatedSoils

Aplicación para cálculo de flujo en medio poroso
no saturado

Manual de Uso

Elaborado por: Ana Beatriz Gómez Víquez
Marzo de 2021

M-1

| Contenido | Pág. |
|---|------|
| Introducción de datos del usuario..... | M-3 |
| Cálculo de curva suelo-agua..... | M-4 |
| Cálculo de curva de conductividad hidráulica..... | M-5 |
| Gráfica de flujo..... | M-5 |

M-2

Introducción de datos del usuario

Cuando se disponga a hacer uso de la aplicación, debe conocer previamente ciertos parámetros propios del suelo que esté estudiando, los cuales deben ser obtenidos a través de los ensayos correspondientes a cada caso.

Para introducir sus datos en los cuadros debe dar doble clic en cada celda y digitar sus datos. Estos cuadros reciben únicamente valores numéricos reales, los cuales pueden contener decimales, ser enteros, negativos o positivos según usted lo requiera.

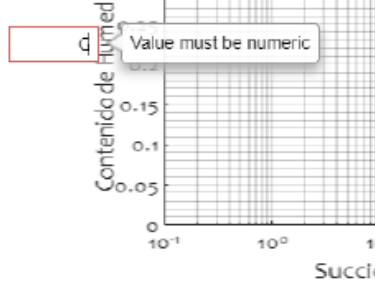
No intente introducir espacios, letras o símbolos pues provocará un error que impedirá que se ejecute el resto de la programación. En caso de haber introducido un valor inválido, el programa lo sustituirá con el mensaje "NaN" y le indicará que el valor debe ser numérico, para que usted se entere y pueda introducir un valor permitido. Ver figura 1.

Figura 1

Introduzca los datos experimentales y la conductividad hidráulica medida en condiciones saturadas. Genere la curva característica experimental.

| | Succion | Humedad |
|---|---------|---------|
| 1 | 1 | 0.3400 |
| 2 | 2 | 0.3350 |
| 3 | NaN | 0.3300 |
| 4 | -5.6 | 0.2800 |
| 5 | NaN | 0.1400 |
| 6 | 7.3423 | 0.0900 |
| 7 | 415 | 0.0650 |
| 8 | 193873 | 0.0400 |

Conductividad
Hidráulica
Saturada Ks:



Cálculo de curva suelo-agua

En caso de requerir graficar la curva característica de su suelo, el primer conjunto de datos que debe introducir son 8 pares de succión y humedad medidos de forma experimental; también debe introducir la conductividad hidráulica determinada en condiciones de saturación completa. Ver figura 2.

Figura 2.

MATLAB App

Introduzca los datos experimentales y la conductividad hidráulica medida en condiciones saturadas. Genere la curva característica experimental.

| | Succión | Humedad |
|---|----------------------|----------------------|
| 1 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 2 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 3 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 4 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 5 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 6 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 7 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| 8 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |

Conductividad Hidráulica Saturada K_s :

A continuación, presione el botón "Generar curva experimental", con lo cual recibirá una curva compuesta de puntos unidos por líneas rectas de bajo ajuste. Con ayuda de la escala que se presenta en los ejes de la gráfica, y con la imagen de guía, complete los valores de succión y humedad solicitados. Ver figura 3.

Figura 3.

Visualmente, identifique el primer punto de inflexión de la curva y trace una recta tangente a este punto. Identifique también el intercepto en el eje x_0 como se muestra en la imagen. Introduzca los valores en los recuadros disponibles, proceda a calcular los parámetros m , a y λ .

Succión ψ_p : m :

Humedad θ : m :

Succión ψ_r : a :

Humedad θ_r : λ :

Succión residual ψ_r :

Calcular parámetros

Una vez introducidos los parámetros, presione el botón "Mostrar curva característica", con lo cual recibirá la curva suelo-agua de su suelo.

M-4

Cálculo de curva de conductividad hidráulica

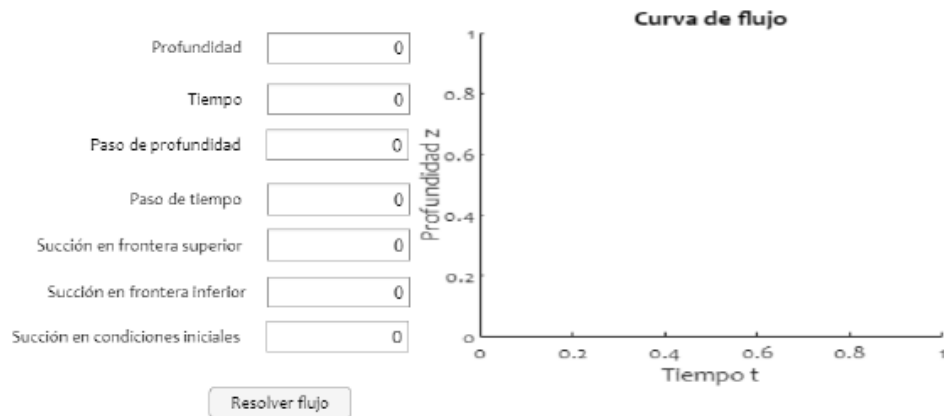
Para generar la curva de conductividad hidráulica de su suelo, debe seguir todos los pasos indicados en la sección *Cálculo de curva suelo-agua*. Adicionalmente, debe pulsar el botón "Resolver conductividad hidráulica". Ver figura 4.

Figura 4.



Gráfica de flujo

Para generar una gráfica tridimensional del flujo en el suelo de estudio, debe introducir los datos de su ensayo, como profundidad de la columna de suelo, el tiempo de estudio, el paso o intervalo de variación de profundidad y de tiempo, así como las condiciones iniciales y de contorno. Ver figura 5. En el caso de solo requerir esta última gráfica, debe tener el cuidado de introducir el valor de conductividad hidráulica saturada, así como los parámetros de la figura 3, aunque no es necesario desplegar las gráficas anteriores.



M-5

Al ejecutar la gráfica de flujo, se desplegarán los datos de succión, tiempo y profundidad de forma explícita en la tabla de la esquina inferior izquierda. Ver figura 6.

Tabla de flujo por profundidad y tiempo

| Profundidad | Tiempos | | | |
|-------------|---------|---|---|--|
| o | o | o | o | |
| o | o | o | o | |
| o | o | o | o | |
| o | o | o | o | |
| o | o | o | o | |
| o | o | o | o | |
| o | o | o | o | |
| o | o | o | o | |

El programa no incluye información acerca de las unidades de medida a fin de que el usuario tenga libertad al trabajar sus datos. Se aconseja al usuario mantener unidades de medición congruentes durante todo el proceso para obtener resultados más exactos.

Apéndice 7.

Referencias

- Alpaca, M. (2014). Elaboración de un algoritmo para una ecuación diferencial parabólica usando el método Crank Nicholson mediante Fortran 90, Scilab y 5.5 y MATLAB. Obtenido de <https://es.slideshare.net/MarcoAntonio235/ecuacion-diferencial-parablica-usando-el-mtodo-crank-nicholson-51878446>
- Alpizar, J. (2014). *Validación de un procedimiento de calibración de densímetros ara un laboratorio de calibración secundario*. Obtenido de <http://repositorio.sibdi.ucr.ac.cr:8080/jspui/bitstream/123456789/2319/1/36650.pdf>
- Álvarez, E., Álvarez, L., & Alonso, M. (2006). Una alternativa numérica para la solución de la ecuación unidimensional de Richards: estudio de drenaje e infiltración de fluidos en la zona no saturada. *Revista Investigación y desarrollo*. Obtenido de <http://www.upb.edu/revista-investigacion-desarrollo/index.php/id/article/view/110>. Obtenido de <http://www.upb.edu/revista-investigacion-desarrollo/index.php/id/article/view/110>.
- Ángel, L., & Pineda, D. (2019). *Medición de la conductividad hidráulica y curvas de retención de humedad en suelos parcialmente saturados utilizando metodologías modernas*. Obtenido de Universidad Católica de Colombia: <https://repository.ucatolica.edu.co/bitstream/10983/23891/1/TESIS%20GRADO.pdf>
- Angelone, S., Garibay, M., & Cahuapé, M. (2006). Permeabilidad de Suelos. Obtenido de https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/32225836/Permeabilidad_en_Suelos.pdf?1383516570=&response-content-disposition=inline%3B+filename%3DUNIVERSIDAD_NACIONAL_DE_ROSARIO_FACULTAD.pdf&Expires=1600026188&Signature=KZ7f8Nm8~WdiiGz8ATLjOij0mUBUOgHd3NVI8iOPiGSv
- Arregui, F., Cabrera, E., Cobacho, E., Gómez, E., & Soriano, J. (2017). *Apuntes de mecánica de fluidos*. Obtenido de Universidad Politécnica de Valencia: <https://m.riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/78258/PDF-Arregui%3BCabrera%3BCobacho%20-%20Apuntes%20de%20mec%C3%A1nica%20de%20fluidos.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Azuje, A. G. (2002). *Caracterización de medios porosos utilizando fenómenos de flujo*. Obtenido de Universidad Central de Venezuela: <http://saber.ucv.ve/bitstream/123456789/69/1/Tesis%20II.pdf>
- Bonilla, C., & Cancino, J. (2001). Estimación del contenido de humedad del suelo mediante el empleo de funciones de pedotransferencia. *Agricultura Técnica*. Vol. 61. N°3.
- Briaud, J. (2013). *Geotechnical Engineering*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons.
- Carbonelli, M. (1999). *Estudio experimental del proceso de calentamiento de medios porosos saturados hasta ebullición "dryout" de su fase líquida*. Obtenido de Universidad Politécnica de Cataluña: <https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/6743/TMCV1de12.pdf?sequence=4&isAllowed=y>
- Castañeda, M.; Reyes, H. (2004). Solución numérica de la ecuación de Richards. Universidad Industrial de Santander, Colombia. Recuperado de <https://silo.tips/download/solucion-numerica-de-la-ecuacion-de-richards-maria-carolina-castaeda-mccormick-h>
- Chon, P. (2017). Modelado de curvas características suelo-agua para carreteras en Costa Rica. Recuperado

- de
<http://repositorio.sibdi.ucr.ac.cr:8080/jspui/bitstream/123456789/5640/1/42045.pdf>
- Domingo, A. (2011). *Apuntes de mecánica de fluidos*. Obtenido de <http://oa.upm.es/6531/1/amd-apuntes-fluidos.pdf>
- Domínguez, O., Toro, M., & Serrano, E. (2014). Enseñanza del concepto de fuerzas intermoleculares en ingeniería química: su relación con propiedades medibles. *Revista Formación Universitaria de la Universidad Nacional de Salta*. Vol. 70(5), 15-22.
- Ellies, A., Grez, R., & Ramírez, G. (1997). La conductividad hidráulica en fase saturada como herramienta para el diagnóstico de la estructura del suelo. *Revista Agro Sur*. Vol.25, 51-56.
- Espinoza, C. (2005). Flujo en medios porosos no saturados. Obtenido de Universidad de Chile: <https://www.u-cursos.cl/>
- Fredlund, D., & Xing, A. (1994). Equations for the soil-water characteristic curve. Departamento de ingeniería Civil de la Universidad de Saskatchewan.
- Fredlund, D., Rahardjo, H., & Fredlund, M. (2012). *Unsaturated Soil Mechanics in Engineering Practice*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons.
- Fuentes, C., Chávez, C., Zataráin, F. (2010). Una solución analítica de la infiltración en un suelo con manto freático somero: aplicación al riego por gravedad. *Tecnología y ciencias del agua*, 1(3), 39-49. Recuperado en 18 de junio de 2020, de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2007-24222010000300003&lng=es&tlng=es.
- Fukuchi, T. (2016). Numerical analyses of steady-state seepage problems using the interpolation finite difference method. *Soils and Foundations*. 2016;56(4):608 – 626. Recuperado de <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0038080616300452>
- García, A., Aguilar, A., Córdova, A., Sánchez, J., Campor, A., Zamora, H., & Azuara, J. (2017). Estimación de la succión total en arcilla expansiva. *Revista Iberoamericana de Ciencias*. Vol 4., 105-119.
- González, P. (2014). Departamento de Matemática Aplicada de la Universidad de Granada. Obtenido de <https://www.ugr.es/~prodelas/ftp/ETSICCP/Resoluci%F3nNum%E9ricaEDPs.pdf>
- Hernandez, G. (2010). El método de diferencias finitas. Obtenido de http://mmc.geofisica.unam.mx/cursos/hidrogeologia/NotasCurso/1-MDF1_1-10.pdf
- Huaynate, A. (s.f.). *Ensayos para el análisis del contenido de humedad*. Obtenido de <https://es.slideshare.net/ensayos-para-el-analisis-del-contenido-de-humedad>
- López, N., & Mendoza, J. (2016). Flujo de agua en suelos parcialmente saturados y su aplicación a la ingeniería geotécnica. Instituto de Ingeniería UNAM.
- Lu, N., & Likos, W. (2004). *Unsaturated Soil Mechanics*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons.
- MathWorks (2020). Matlab Support. Obtenido de https://www.mathworks.com/help/matlab/matlab_prog
- Meza, V. (Julio de 2012.). Suelos Parcialmente Saturados, de la Investigación a la Cátedra Univeritaria. *Boletín de Ciencias de la Tierra*. N° 31, 23-38.
- Miranda, Y. (2018). *Contenido de Humedad*. Obtenido de <https://es.slideshare.net/YesicaMirandaJanco/contenido-de-humedad-suelos>
- Naula, I., Albuja, G., Carrillo, R., & Izurieta, C. (Marzo de 2016). Modelación y simulación numérica de la ecuación de Richards para problemas de infiltración. *Enfoque UTE*. Vol.7. N°1, 46-58. Recuperado de

- <http://www.scielo.org.co/pdf/bcdt/n31/n31a02.pdf>
- Peinado, H., Green, C., Rodríguez, O., Herrera, J., Belmonte, S., Ladrón, M., & Shevnin, V. (2010). Estimación de la conductividad hidráulica y contenido de finos a partir de leyes experimentales que relacionan parámetros hidráulicos y eléctricos. *Revista Ra Ximhai*, vol. 6, núm. 3, 469-478.
- Pérez, L., & García, G. (2015). *Evaluación de la conductividad hidráulica del suelo en un sistema agroforestal de café (coffea arabica) en CENECOOP, Masaya, Nicaragua, 2014*. Obtenido de Universidad Nacional Agraria: <https://cenida.una.edu.ni/Tesis/tnp33p438e.pdf>
- Pérez, S., & Rebedo, C. (s.f.). *Mecánica de Fluidos y Máquinas Hidráulicas: Dinámica de Fluidos*. Obtenido de Universidad de Cantabria: <https://ocw.unican.es/pluginfile.php/1307/course/section/1605/T04.pdf>
- Radulovich, R. (2009). Método gravimétrico para determinar in situ la humedad volumétrica del suelo. *Agronomía Costarricense*, 121-124.
- Tamir, A. (s.f.). *Tensión superficial*. Obtenido de Universidad de Alicante: <https://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/23976/1/Tensi%C3%B3n%20superficial.pdf>
- Salazar, O., & Nájera, F. (2011). Contaminación de aguas por el uso de fertilizantes nitrogenados y enmiendas orgánicas. Chile: Simposio Nacional de la Ciencia del Suelo. Boletín de la Sociedad Chilena de la Ciencia del Suelo, Universidad de Chile., 147-154. Obtenido de Boletín de la Sociedad Chilena de la Ciencia del suelo, Universidad de Chile.: <http://www.agren.cl/schcs/boletines/24/files/assets/downloads/page0001.pdf>
- Sánchez, J. (2008). Flujo en medios porosos: Ley de Darcy. Obtenido de Departamento de Geología de la Universidad de Salamanca: http://www.geologia.usal.es/revistas/revista_10/revista_10_2008/revista_10_2008_02.pdf
- López, G. (2017). Introducción a la Modelación de Redes de Flujo mediante el uso del programa SEEP/W 2007.v2011. Universidad de Córdoba. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/316787177_Introduccion_a_la_modelizacion_de_redes_de_flujo_con_SEEPW_2007
- Meza, V.E. (2012). Suelos parcialmente saturados, de la investigación a la cátedra universitaria. Boletín de Ciencias de la Tierra, 0 (31), 23-38. Recuperado de <https://revistas.unal.edu.co/index.php/rbct/article/view/31251/43362>
- Naula, I., Albuja, G., Carrillo, R., Izurieta, C. (2016). Modelación y simulación numérica de la Ecuación de Richards para problemas de infiltración. Enfoque UTE, V.7-N.1, pp.46 – 58. Recuperado de <https://ingenieria.ute.edu.ec/enfoqueute/index.php/revista>
- Romaña, J. (2014). Los límites de la Ley de Darcy. Universidad Nacional de Colombia. Recuperado de <https://core.ac.uk/download/pdf/77274054.pdf>
- Rosas, A. (2008). La zona no saturada y la ecuación de Richards. Universidad Autónoma de México Recuperado de <http://www.mmc.geofisica.unam.mx/cursos/TFSPresentaciones/Presentacion35Alberto.pdf>
- Schvezov, C.; Rosenberger, M. (2013). Aproximación en diferencias finitas a la ecuación de Richards para transporte de agua en el suelo. *Revista Mecánica Computacional Vol XXXII*, págs. 2779-2793. Recuperado de <https://www.researchgate.net/publication/325654863>
- Toledo, M., Morán, R., Campos, H. (2012). Modelación del movimiento del agua en medios porosos no lineales mediante un esquema de diferencias finitas. Aplicación

al sobrevertido en presas de escollera. Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería. 28(4) (2012), p 225-236. Recuperado de https://www.scipedia.com/public/Toledo_et_al_2012a

Twyman, J. (2019). Network Discretization for Transient Flow Analysis. Ingeniería del agua, 23(3), 157-167. Recuperado de <https://doi.org/10.4995/la.2019.11093>

Wesley, L. (2010). Fundamentals of Soil Mechanics for Sedimentary and Residual Soils. Hoboken, New Jersey: John Wiley and Sons.

Zimmermann, E. (2018). Esquema explícito para la resolución de la ecuación de Richards. Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional de Rosario, Argentina. Recuperado de <https://www.fceia.unr.edu.ar/curiham/es/wp-content/uploads/2018/10/CNA981.pdf>

Zotarelli, L., Dukes, M., & Morgan, K. (2013). *Interpretación del contenido de la humedad del suelo para determinar capacidad de campo y evitar riego excesivo en suelos arenosos utilizando sensores de humedad*. Obtenido de University of Florida: http://scholar.google.co.cr/scholar_url?url=https://journals.flvc.org/edis/article/download/120568/119003&hl=es&sa=X&ei=O85nYLbiOojWmgHphLuYAQ&scisig=AAGBfm0rl7ZzyM--Ek5rHq__EzB9V4obTQ&nossl=1&oi=scholar