

# Método “solución de problemas por objetivos” para la enseñanza de mecánica vectorial en ingeniería, caso de estudio: dinámica

Gustavo Richmond-Navarro, Juan Luis Guerrero-Fernández & Noel Ureña-Sandí

*Escuela de Ingeniería Electromecánica, Instituto Tecnológico de Costa Rica, Cartago, Costa Rica. [g-richmond@tec.ac.cr](mailto:g-richmond@tec.ac.cr), [jguerrero@tec.ac.cr](mailto:jguerrero@tec.ac.cr), [nurena@tec.ac.cr](mailto:nurena@tec.ac.cr)*

**Resumen**— Se propone un método de enseñanza para la solución de problemas orientado a relacionar directamente las variables de interés con la información disponible en cada caso. El objetivo es fortalecer la capacidad del estudiante de afrontar problemas complejos donde se combinen varios tópicos, además, mejorar su capacidad de identificar el método o teoría adecuada que se debe emplear en cada escenario. Mediante un estudio de caso, se presenta la solución de manera completa y detallada de un problema del curso de Dinámica. Adicionalmente, se muestra la generalización del método mediante su aplicación en un ejemplo del curso de Mecánica o Resistencia de Materiales. Se concluye que las principales ventajas del método propuesto son: la profundización en los conceptos base de ingeniería, el análisis detallado del orden lógico de solución de un problema y la posibilidad de ser implementado ajustando levemente las herramientas tradicionales de enseñanza.

**Palabras Clave**— dinámica; mecánica de materiales; método de enseñanza.

Recibido: 12 de noviembre de 2018. Revisado: 22 de febrero de 2019.  
Aceptado: 27 de febrero de 2019.

## “Problem-solving by objectives” method applied to the teaching of vector mechanics for engineers, case of study: dynamics

**Abstract**— A teaching method for the solution of problems is proposed, which is oriented to directly relating variables of interest to the available information in each case. The objective is to strengthen the student’s capacity of facing complex problems where different topics are combined, also, increasing the student’s ability to identify the adequate method or theory which should be used in each specific scenario. Through a case study the complete and detailed solution of an exercise from the Dynamics course. In addition, the generalization of the method is presented by its application to an exercise of the Mechanics of Materials course. It is concluded that, the main advantages of the proposed method are: the deepening of the engineering base concepts, the detailed analysis of the logical solution of a problem, and the possibility to implement the method by slightly adjusting the traditional teaching tools.

**Keywords**— dynamics; mechanics of materials; teaching method.

### 1. Introducción

En los últimos diez años, la necesidad por buscar nuevas metodologías para la enseñanza de la ingeniería se ha incrementado. Esto debido a que en la actualidad la educación en ingeniería sigue utilizando los mismos métodos que se han usado desde hace décadas para enseñar los conceptos básicos y

resolución de problemas [1].

La enseñanza de las ciencias básicas de la ingeniería se centra principalmente en la explicación de los conceptos. Posteriormente, las clases tratan la solución de problemas o casos donde se aplican los conceptos descritos y se combinan con habilidades previamente desarrolladas como la geometría, el cálculo diferencial y la aritmética.

Al analizar la manera en la que se presentan los tópicos en la literatura de distintas asignaturas, como por ejemplo resistencia o mecánica de materiales, mecánica de fluidos, termodinámica y mecánica vectorial (estática y dinámica), destaca el hecho que, luego de presentar los conceptos, los autores muestran problemas resueltos donde se aplican por lo general los conceptos más básicos de manera directa, para luego asignar al estudiante la resolución de casos complejos donde se requiere aplicar una combinación de conceptos y de herramientas previamente adquiridas [2-4].

También se puede observar, en la mayoría de las obras de literatura de ciencias de ingeniería, que los temas se abordan divididos en capítulos, donde en cada uno se presentan problemas propios de la materia recién expuesta.

Este esquema presenta al menos dos problemáticas que se abordan en este artículo de manera alternativa. La primera es que el estudiante en muchas ocasiones no logra afrontar de manera satisfactoria los problemas complejos, pues la exposición de los tópicos se hizo basada en casos simples. La segunda es que el ingeniero en formación no desarrolla la capacidad de identificar, para un problema particular, cuál es el método o teoría adecuada que se debe emplear en la solución, pues previamente se le enseñó un tema específico y luego se le mostraron ejercicios o problemas sobre el mismo tema.

En [5] se define este tipo de aprendizaje como aprendizaje mecánico o superficial y reiterativo, que tiene lugar cuando el estudiante no relaciona la nueva información con la estructura cognitiva. De manera que los nuevos conocimientos se aprenden de forma aislada y sin relación entre sí, por lo que no contribuyen al aprendizaje significativo y, más bien, lo dificultan.

La investigación realizada por [6] analiza cómo las habilidades metacognitivas y las diferentes estrategias de solución influyen en

**Como citar este artículo:** Richmond-Navarro, G., Guerrero-Fernández, J.L. and Ureña-Sandí, N., Método “solución de problemas por objetivos” para la enseñanza de mecánica vectorial en ingeniería, caso de estudio: dinámica. *Educación en Ingeniería*, 14(28), pp. 25-32, Marzo - Julio de 2019.

el éxito al afrontar problemas de física. En este sentido [7] destaca la relevancia de enseñar y discutir con los estudiantes los conceptos erróneos además de los correctos. Adicionalmente en [8] se estudia la capacidad de los estudiantes para identificar la información relevante dentro del enunciado de un problema de ingeniería y se concluye, entre otras cosas, que la estructura de la descripción del problema puede afectar el desempeño del estudiante. En [9] se presenta una alternativa para captar la atención del estudiante y mejorar sus habilidades de solución de problemas, mediante la implementación del uso del teléfono celular, o móvil, durante el desarrollo de las clases, de modo que los problemas sean resueltos de forma interactiva en el teléfono, en un ambiente educativo amigable. En [10] se presenta un modelo de resolución de problemas, por etapas, en el que se utiliza software, no solamente para resolver el ejercicio, sino también como instrumento mediador en la aplicación del modelo.

Con este panorama, resulta urgente que los docentes conozcan los desafíos estratégicos que plantea la actual sociedad del conocimiento a sus estudiantes; y que los capacite de manera efectiva para solventar las nuevas necesidades. El docente debe asumir los roles de facilitador y gestor del conocimiento, para lograr el rol de líder transformacional, en el que confluyen los dos anteriores [11].

En este artículo se propone un método de enseñanza basado en relacionar directamente las variables de interés con la información disponible en cada caso, de modo que en la primera ecuación que sea escrita, aparezca de manera explícita la variable de interés, acompañada por otras variables que deberán ser determinadas.

Así, se pretende solventar las dos problemáticas mencionadas y, a su vez, el método puede ser empleado por los estudiantes para la resolución de los problemas o casos propuestos de manera general.

En particular, se desarrolla el tema en torno a un caso concreto de estudio, el curso de Mecánica Vectorial: Dinámica.

## 2. Metodología

En esta sección se expone el método propuesto como herramienta para el docente, describiendo la manera de incorporar las técnicas o herramientas clásicas de enseñanza de cada educador, de modo que no sea necesario reformular por completo el material que cada docente tenga ya preparado para una lección o curso de ingeniería.

### 2.1. El método de Solución de Problemas por Objetivos

El método Solución de Problemas por Objetivos consiste en analizar primero qué concepto de los estudiados en el curso o cursos anteriores permite relacionar la variable de interés con la información brindada en el problema, y a partir de ese concepto/ecuación estudiar cuáles son las variables necesarias para dar la respuesta que se solicita, y de esta manera incorporar conceptos/ecuaciones que permitan ir determinando los valores de las variables desconocidas, necesarias para determinar la variable deseada, antes de abordar la solución aritmética del problema, donde se incluyen los pasos, métodos y variables de interés, diferenciando claramente cuáles partes o pasos del problema requieren únicamente aplicación de conocimientos previos generales (geometría por ejemplo), cuáles requieren

conocimientos previos específicos (tópicos de estática en un problema de dinámica por ejemplo), cuáles implican una toma de decisión basándose en los tópicos propios del curso en cuestión (decidir si emplear leyes de Newton o planteamientos energéticos en el caso de dinámica por ejemplo) y finalmente cuáles etapas implican el desarrollo de una o varias ecuaciones, que conllevarán a la solución buscada mediante el uso correcto de la teoría correspondiente.

En el método también se deben indicar las variables que se desconocen y las que ya son conocidas en cada paso.

La solución será orientada a lo que se busca finalmente de modo que la primera ecuación escrita contiene la variable principal de interés, que necesariamente requerirá de otros pasos previos, de modo que, al terminar de plantear la solución, se resuelve de forma numérica el último paso del método y luego se va hacia atrás hasta llegar al paso inicial que tendrá como variable de salida la respuesta buscada.

Esta propuesta se apega al método científico pues descompone el todo en partes más simples de analizar. Además, permite que se evalúe si el estudiante comprendió adecuadamente la materia expuesta, sin necesidad de invertir mucho tiempo resolviendo de forma aritmética el problema.

Cuando se explica el método se pueden señalar, por parte del profesor, algunos problemas de los libros que se enfocan en algún paso específico de un problema más grande, de modo que es posible utilizar el material que ya tiene el profesor preparado para impartir su lección usualmente.

La propuesta de aplicación de este método incluye realizar una explicación de la teoría a los estudiantes, de varios capítulos. Luego se empieza a resolver problemas de alta complejidad y de varios pasos, sin indicar de qué capítulo son, para luego con el método propuesto determinar las técnicas correspondientes para solucionar cada parte del caso planteado y así eliminar las dos problemáticas mencionadas en la introducción de este artículo.

### 2.2. Ejemplo de uso del método

El método propuesto se explicará al resolver un problema concreto del curso de dinámica, tomado de [12], el cual se enuncia a continuación.

Problema Ejemplo 1: Para el mecanismo mostrado en la Fig. 1 (acotada en milímetros), determine la magnitud y dirección de la fuerza horizontal que se debe aplicar en C para que el collarín C tenga una desaceleración de  $4 \text{ m/s}^2$ . Considere que la velocidad de C es de  $2 \text{ m/s}$  hacia la izquierda, que la barra AB pesa  $196,2 \text{ N}$ , la barra BC pesa  $147,15 \text{ N}$  y que la masa y dimensiones del collarín C son despreciables, además, considere que no existe fricción en ninguna superficie o punto de contacto.

La manera usual de resolver este problema es empezar por la cinemática y luego pasar a la cinética. Siguiendo el orden de los temas presentados en la literatura [2-4]. Es necesario iniciar por la cinemática pues en el planteamiento cinético se establecen más incógnitas que ecuaciones. Explicar este paso, en la mayoría de los casos, es omitido en la literatura consultada.

En la parte cinemática, se daría inicio analizando las velocidades de los objetos involucrados, definiendo si cada uno está en traslación, rotación o movimiento plano general.

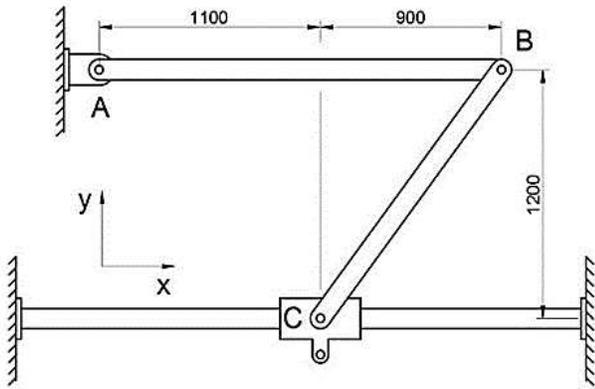


Figura 1. Mecanismo del problema Ejemplo 1, acotación: mm  
Fuente: Los autores.

Con la información suministrada y las restricciones de movimiento particulares, es posible resolver la velocidad angular ( $\omega$ ) de cada objeto en el instante mostrado, obteniéndose  $\omega_{AB} = 0,75 \text{ rad/s}$  y  $\omega_{BC} = 1,667 \text{ rad/s}$ , ambas en sentido horario.

Resuelto el esquema de velocidades se aborda el análisis de aceleraciones, donde juega un papel importante las restricciones de movimiento de cada punto, en particular que el cuerpo AB rota y que el collarín C tiene movimiento lineal en dirección de la barra sobre la que está restringido a desplazarse, de modo que su aceleración será también en esa misma línea de acción.

Al resolver para la barra BC se obtienen las aceleraciones angulares ( $\alpha$ ) de cada barra, a saber,  $\alpha_{AB} = 0,682 \text{ rad/s}^2$  en sentido horario y  $\alpha_{BC} = 2,188 \text{ rad/s}^2$  en sentido antihorario. Luego con esta información es posible obtener la aceleración del centro de la barra BC  $\mathbf{a}_{BC} = (1,438 \mathbf{i} - 0,681 \mathbf{j}) \text{ m/s}^2$ .

Finalmente, se aplica la segunda ley de Newton en la barra BC (como se observa en la Fig. 2), donde por primera vez en la solución aparece la fuerza horizontal que se debe aplicar en C para obtener lo que se plantea en el enunciado. Resolviendo la suma de momentos y de fuerzas, se obtiene que se requiere una fuerza horizontal de 134 N hacia la derecha, en el collarín C, para que este tenga una desaceleración de  $4 \text{ m/s}^2$ .

Con el método que se plantea, el problema Ejemplo 1 se iniciaría buscando directamente la fuerza horizontal que se debe aplicar en C.

Para ello, se debe plantear primero cuál de los métodos vistos involucra el uso de fuerzas en un instante de tiempo. Las posibilidades serían, de acuerdo con el avance del curso cuando se aborde un problema como este, los métodos de energía, impulso y segunda ley de Newton; dado que el primero se relaciona con velocidades y no con fuerzas y el segundo implica un diferencial de tiempo donde ocurre la interacción con la fuerza, se puede concluir que el método adecuado es la segunda ley de Newton.

Al tener definido el concepto por utilizar (paso 1), se llena la primera fila de una tabla, donde se indican las variables involucradas, separando las conocidas y las que aún no se han calculado; además se realizan los diagramas correspondientes para cada paso. Esto se ilustra en la Tabla 1 y la Fig. 2 para el caso que se está resolviendo.

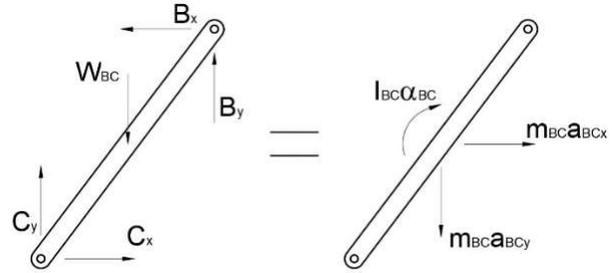


Figura 2. DCL barra BC, acotación omitida  
Fuente: Los autores.

Tabla 1.  
Paso 1 del problema Ejemplo 1

Paso	Variables conocidas	Variables desconocidas	Ecuaciones disponibles
1. Segunda ley de Newton sobre la barra BC, ver Fig. 2	$W_{BC}$ $m_{BC}$	$B_x$	$\sum F_x = m_{BC} a_{BCx}$ $\sum F_y = m_{BC} a_{BCy}$ $\sum M_o = I_{BC} \alpha_{BC}$ $I_{BC} = m_{BC} L_{BC}^2 / 12$ Total: 4
		$B_y$	
		$C_x$	
		$C_y$	
		$\alpha_{BC}$	Total: 8
		$a_{BCx}$	
		$a_{BCy}$	
		$I_{BC}$	

Fuente: Los autores.

Del paso 1 resuelto en la Tabla 1, se observa que hay 8 variables por determinar y solamente se cuenta con 4 ecuaciones, por tanto, será necesario analizar otros cuerpos y aplicar otros análisis, como por ejemplo la cinemática para determinar las aceleraciones.

Es en este punto donde se puede apreciar el principal aporte del método que se propone. Desde el inicio se toma en cuenta la variable de interés,  $C_x$  en este caso, incluso es posible escribir la o las ecuaciones que resuelven el problema, cualquiera que involucre a  $C_x$  en este ejemplo; además, se evidencia la necesidad de aplicar las técnicas de cinemática, al tener como variables desconocidas las aceleraciones, de modo que el uso de la cinemática surge de forma racional y no mecánica, se deja de lado la solución tradicional donde se sigue una secuencia estándar, muchas veces resolviendo ecuaciones sin tener exactamente claro el objetivo, sino que mediante esta propuesta se establece el objetivo desde el inicio y luego se realizan pasos posteriores que buscan reducir el número de variables desconocidas en las ecuaciones que resuelven el problema en estudio.

No obstante, lo anterior se resalta que, como cualquier otro método en ingeniería, la creatividad de la persona que afronta la situación será necesaria para lograr alcanzar el objetivo, además, no existe un único camino, en la mayoría de los casos, para llegar a la solución buscada.

Retomando la solución del problema Ejemplo 1, al analizar las variables desconocidas en la Tabla 1, se puede realizar una distinción entre variables cinéticas (fuerzas) y variables cinemáticas (aceleraciones). Dado que las variables cinéticas no pueden ser despejadas mediante métodos cinemáticos, el paso 2 debe ser la aplicación de la segunda ley de Newton en la barra AB, pues ahí están involucradas las fuerzas en el punto B. El diagrama y la tabla correspondiente se muestran en la Fig. 3 y Tabla 2 respectivamente.

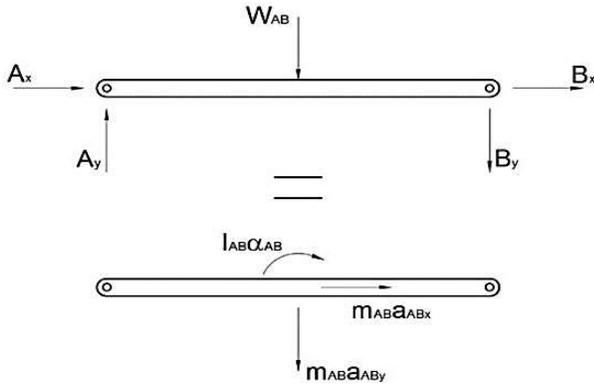


Figura 3. DCL barra AB, acotación omitida

Fuente: Los autores.

Tabla 2. Paso 2 del problema Ejemplo 1.

Paso	Variables conocidas	Variables desconocidas	Ecuaciones disponibles
2. Segunda ley de Newton sobre la barra AB, ver Fig. 3	$W_{AB}$ $m_{AB}$ $I_{AB}$	$A_x$ $A_y$ $B_x$ $B_y$ $\alpha_{AB}$ $a_{ABx}$ $a_{ABy}$ Total: 7	$\sum F_x = m_{AB} a_{ABx}$ $\sum F_y = m_{AB} a_{ABy}$ $\sum M_o = I_{AB} \alpha_{AB}$ Total: 3

Fuente: Los autores.

Nótese que en la Tabla 2, se ha dado por resuelto el momento de inercia de las barras, para reducir tanto la cantidad de ecuaciones como de variables por determinar. Por otra parte, el total de variables no es la suma simple del total por cada paso, pues existen variables repetidas que implican un acople en las ecuaciones.

En este nivel de avance de la solución, se debe verificar que ya fue empleado el análisis cinético y que efectivamente se dispone de 6 ecuaciones cinéticas y existen únicamente 6 variables cinéticas, esto se detalla en la Tabla 3.

De la Tabla 3 se puede concluir que el problema está resuelto desde el punto de vista cinético, acoplando las ecuaciones que se obtienen al analizar las barras AB y BC.

En este punto, la persona que está resolviendo el problema puede tomar la decisión de escribir o no de manera explícita las 6 ecuaciones de la Tabla 3.

Para efectos de evaluación del tema concreto de cinética de cuerpos rígidos, se puede solicitar a los estudiantes que escriban estas 6 ecuaciones y que les sea evaluado únicamente esto. De modo que no sea necesario resolver la cinemática del problema, pues ese tema fue evaluado con anterioridad, de acuerdo con el orden usual de los temas del curso de dinámica en los libros de texto [2-4].

Retomando una vez más la solución del problema Ejemplo 1, el paso 3 comprende abordar la cinemática de la barra BC. No se opta por iniciar con la barra AB pues se conocen valores de velocidad y aceleración en C, pero no en A o B *a priori*. Siguiendo la lógica del método que se propone, se realizará primero el análisis de aceleración, pues por el momento las variables que se requieren para resolver el problema son las

Tabla 3. Situación cinética al paso 2 del problema Ejemplo 1

Variables desconocidas	Ecuaciones disponibles
$B_x$ $B_y$ $C_x$ $C_y$ $A_x$ $A_y$	Barra BC $\sum F_x = m_{BC} a_{BCx}$ $\sum F_y = m_{BC} a_{BCy}$ $\sum M_o = I_{BC} \alpha_{BC}$ Barra AB $\sum F_x = m_{AB} a_{ABx}$ $\sum F_y = m_{AB} a_{ABy}$ $\sum M_o = I_{AB} \alpha_{AB}$

Fuente: Los autores.

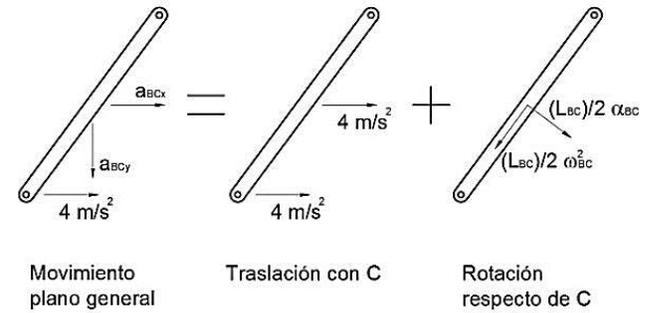


Figura 4. Análisis de aceleración en la barra BC, extremo inferior y punto central, acotación omitida.

Fuente: Los autores.

Tabla 4. Paso 3 del problema Ejemplo 1

Paso	Variables conocidas	Variables desconocidas	Ecuaciones disponibles
3. Análisis de aceleración en la barra BC	$L_{BC}$ $a_c$	$\alpha_{BC}$ $\omega_{BC}$ $a_{BCx}$ $a_{BCy}$ Total: 4	2 ecuaciones al igualar las expresiones para la aceleración del centro de la barra

Fuente: Los autores.

aceleraciones (ver Tabla 2), esto hará surgir de manera natural la necesidad de calcular las velocidades, pero serán las ecuaciones las que evidenciarán esta necesidad, como ya se ha mencionado.

El análisis de aceleraciones que se muestra en la Fig. 4 se realiza mediante la descomposición del movimiento plano general en una rotación y una traslación, detallando el movimiento de dos puntos, como se explica en [13]. En este caso, los dos puntos serán el centro de la barra (por contener las variables de interés de la Tabla 2) y el punto C (pues en ese punto se conoce la aceleración según el enunciado particular).

Tal como se indicó, del paso 3 mostrado en la Tabla 4 surge la necesidad de calcular  $\omega_{BC}$ , por lo que ahora sí resulta procedente realizar un análisis de velocidades, pues estas son necesarias para encontrar las aceleraciones que a su vez se requieren para hallar las fuerzas.

El análisis de velocidades de la barra BC se muestra en la Fig. 5, partiendo de los conceptos de velocidades relativas, donde se han utilizado los dos puntos extremos porque se tiene información de ambos, la velocidad de C es conocida según el enunciado y la dirección de la velocidad en B está dada por el tipo de movimiento que realiza la barra AB, que es rotación.

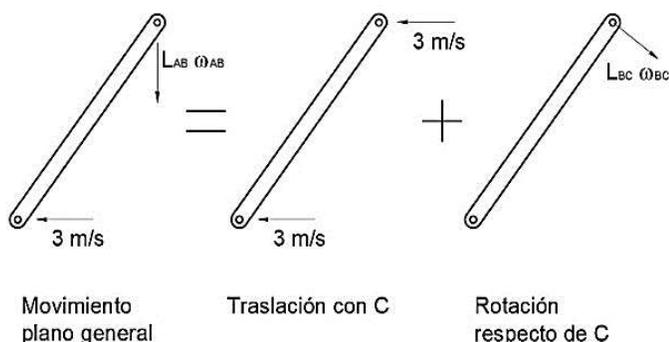


Figura 5. Análisis de velocidad en la barra BC, acotación omitida  
Fuente: Los autores.

Tabla 5.  
Paso 4 del problema Ejemplo 1

Paso	Variables conocidas	Variables desconocidas	Ecuaciones disponibles
4. Análisis de velocidad en la barra BC	$L_{BC}$ $v_c$	$\omega_{AB}$ $\omega_{BC}$ Total: 2	2 ecuaciones al igualar las expresiones para la velocidad del punto B de la barra

Fuente: Los autores.

Adicionalmente se han asumido de forma arbitraria las direcciones de rotación de ambas barras de manera horaria, obtener un resultado con signo negativo para cada valor de  $\omega$  implicaría que la dirección real es la contraria.

En la Tabla 5 se muestra el paso 4 del método propuesto, con las expresiones correspondientes al diagrama de la Fig. 5. Aquí por primera vez en el proceso de solución, se dispone de la misma cantidad de ecuaciones que incógnitas, de modo que es posible despejar todas las variables desconocidas de este paso.

Dado que el paso 4 entrega resultados, se debe volver a los pasos anteriores y actualizar las columnas de variables desconocidas y disponibles, pues ahora las velocidades angulares pasan a la columna de variables disponibles.

De este modo, se garantiza no realizar trabajo innecesario, pues solamente se buscan las variables que inciden directamente en la solución buscada.

La Tabla 6 muestra el método de forma completa y actualizada, hasta el paso 4. Vale la pena indicar que este método se debe resolver con lápiz, para poder ir borrando variables de una columna y pasarlas a otra.

Inspeccionando la Tabla 6, se determina que aún no es posible resolver hacia atrás el paso 3, pues se mantienen más variables desconocidas que ecuaciones.

Por otra parte, se identifica que en el paso 2 está presente la variable  $\alpha_{AB}$ , la cual se relaciona con el movimiento de la barra BC mediante el pasador en B. Por este motivo el paso siguiente es analizar a la barra AB.

Dado que la barra AB realiza un movimiento de rotación, la aceleración en el punto B tendrá una componente normal y otra tangencial, la primera en función de  $\omega_{AB}$  y la segunda en función de  $\alpha_{AB}$ .

Tabla 6.  
Pasos del 1 al 4 del problema Ejemplo 1

Paso	Variables conocidas	Variables desconocidas	Ecuaciones disponibles
1. Segunda ley de Newton sobre BC	$W_{BC}$ $m_{BC}$ $I_{BC}$	$B_x$ $B_y$ $C_x$ $C_y$ $\alpha_{BC}$ $a_{BCx}$ $a_{BCy}$ Total: 7	$\sum F_x = m_{BC}a_{BCx}$ $\sum F_y = m_{BC}a_{BCy}$ $\sum M_o = I_{BC}\alpha_{BC}$ Total: 3
2. Segunda ley de Newton sobre AB	$W_{AB}$ $m_{AB}$ $I_{AB}$	$A_x$ $A_y$ $B_x$ $B_y$ $\alpha_{AB}$ $a_{ABx}$ $a_{ABy}$ Total: 7	$\sum F_x = m_{AB}a_{ABx}$ $\sum F_y = m_{AB}a_{ABy}$ $\sum M_o = I_{AB}\alpha_{AB}$ Total: 3
3. Aceleración en la barra BC	$L_{BC}$ $a_c$ $\omega_{BC}$	$\alpha_{BC}$ $a_{BCx}$ $a_{BCy}$ Total: 3	2
4. Velocidad en la barra BC	$L_{BC}$ $v_c$ $\omega_{AB}$ $\omega_{BC}$	Ninguna	Resueltas

Nota: se simplificaron los textos

Fuente: Los autores.

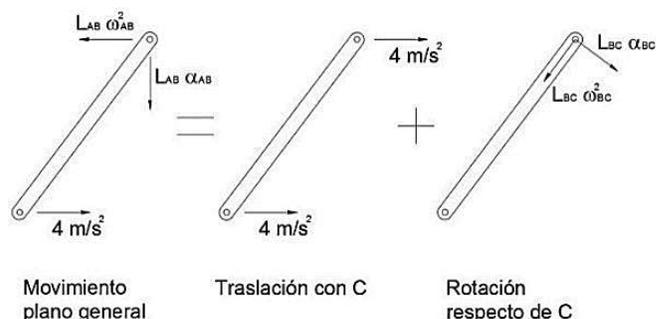


Figura 6. Análisis de aceleración en la barra BC, extremos inferior y superior, acotación omitida  
Fuente: Los autores.

Al tener descrita la aceleración del punto B en función de variables de interés (una conocida y la otra por determinar) y dado que la aceleración de C se conoce de antemano, el paso siguiente, paso 5, es realizar un nuevo análisis de aceleración de la barra BC, considerando sus puntos extremos, tal como se muestra en la Fig. 6.

En la Tabla 7 se muestra el paso 5 del método propuesto, con las expresiones correspondientes al diagrama de la Fig. 6. Aquí se debe notar que las velocidades angulares son ahora variables conocidas, de modo que se dispone de la misma cantidad de ecuaciones que incógnitas, por tanto, es posible despejar del paso 5 las aceleraciones angulares de ambas barras, tal y como se buscaba.

Ahora es posible actualizar la tabla de solución, como se presenta en la Tabla 8, donde todas las aceleraciones angulares se han ubicado en la columna de variables conocidas.

Inspeccionando una vez más la tabla de solución en su estado actual, Tabla 8, se identifica que es posible resolver hacia atrás el paso 3, pues ahora se dispone de la misma cantidad de ecuaciones que incógnitas. De modo que se puede reescribir la tabla con toda la cinemática resuelta, pasos 3, 4 y 5 sin variables desconocidas.

Tabla 7.  
Paso 5 del problema Ejemplo 1

Paso	Variables conocidas	Variables desconocidas	Ecuaciones disponibles
5. Análisis de aceleración en la barra BC	$L_{BC}$ $L_{AB}$ $\omega_{AB}$ $\omega_{BC}$	$\omega_{AB}$ $\omega_{BC}$ Total: 2	2 ecuaciones al igualar las expresiones para la aceleración del punto B

Fuente: Los autores.

Tabla 8.  
Pasos del 1 al 5 del problema Ejemplo 1

Paso	Variables conocidas	Variables desconocidas	Ecuaciones disponibles
1. Segunda ley de Newton sobre BC	$W_{BC}$ $m_{BC}$ $I_{BC}$ $\omega_{BC}$	$B_x$ $B_y$ $C_x$ $C_y$ $a_{BCx}$ $a_{BCy}$ Total: 6	$\sum F_x = m_{BC}a_{BCx}$ $\sum F_y = m_{BC}a_{BCy}$ $\sum M_o = I_{BC}\alpha_{BC}$ Total: 3
2. Segunda ley de Newton sobre AB	$W_{AB}$ $m_{AB}$ $I_{AB}$ $\omega_{AB}$	$A_x$ $A_y$ $B_x$ $B_y$ $a_{ABx}$ $a_{ABy}$ Total: 6	$\sum F_x = m_{AB}a_{ABx}$ $\sum F_y = m_{AB}a_{ABy}$ $\sum M_o = I_{AB}\alpha_{AB}$ Total: 3
3. Aceleración en la barra BC	$L_{BC}$ $a_c$ $\omega_{BC}$ $\omega_{BC}$	$a_{BCx}$ $a_{BCy}$ Total: 2	2
4. Velocidad en la barra BC	$L_{BC}$ $v_c$ $\omega_{AB}$ $\omega_{BC}$	Ninguna	Resueltas
5. Análisis de aceleración en la barra BC	$L_{BC}$ $L_{AB}$ $\omega_{AB}$ $\omega_{BC}$ $\omega_{AB}$ $\omega_{BC}$	Ninguna	Resueltas

Fuente: Los autores.

Por tanto, recordando la información disponible en la Tabla 3, o bien analizando los pasos 1 y 2, donde queda claro que se dispone de 6 ecuaciones con 6 incógnitas, se concluye que el problema está finalmente resuelto, pues para obtener los resultados basta con resolver las ecuaciones de manera simultánea.

### 2.3. Comparación con el método tradicional y relevancia del método en el curso de dinámica

El lector posiblemente habrá notado que el método que se propone plantea las mismas ecuaciones que en el caso del método tradicional, pero en orden inverso. Pues efectivamente la última ecuación planteada en el método propuesto es la primera que se resolvería en el método tradicional.

Por tanto, la relevancia del método propuesto no es la innovación a nivel de mecánica teórica, sino en cuanto al orden de plantear las ecuaciones y la lógica de la búsqueda de solución, orientada directamente a los productos buscados y entendiendo el resto de pasos como accesorios para lograr el fin principal.

Claramente, no es posible en la primera clase del curso de Dinámica resolver completamente un problema como el ejemplo que aquí se plantea, pues involucra muchos conceptos que deben ser estudiados previamente, como lo es la cinemática.

Por tanto, el método es una herramienta que se puede emplear en las etapas finales del curso para lograr integrar todos los conceptos.

De manera alternativa, se puede utilizar un problema complejo como el que se presenta aquí, desde el inicio del estudio de la cinemática, para demostrar cómo y para qué se emplearán los conceptos de cinemática en la obtención de soluciones más complejas.

En el caso anterior, el docente puede dar un panorama general del caso en estudio y luego enfocar la clase en la solución del movimiento rotacional de la barra AB y posteriormente el movimiento plano general de la barra BC. De ese modo se puede integrar el material que ya se tiene preparado para el curso, pues al resolver para la barra BC, se pueden resolver otros ejemplos que sean únicamente de movimiento plano general, pero dando al estudiante el panorama más amplio de la aplicabilidad de estas técnicas para encontrar, por ejemplo, fuerzas que gobiernan el movimiento de máquinas.

### 2.4. Generalización del método

La idea principal del método propuesto es iniciar buscando exactamente lo que se requiere, dejando para pasos posteriores el cálculo de incógnitas que son insumos necesarios para lograr el objetivo inicial.

Basado en este principio, el método es fácilmente generalizable a otras asignaturas que involucran muchos pasos en la resolución de problemas. Buscando siempre plantear de primero la ecuación que contiene la variable de interés y realizando luego los análisis necesarios para lograr resolver analíticamente esa primera ecuación y obtener así la respuesta buscada.

Para ejemplificar de manera breve la posibilidad de generalizar el método, se considera el siguiente problema de la asignatura de Resistencia de Materiales, tomado de [14].

Problema Ejemplo 2: Un canal provisional de madera que sirve como canal para agua de irrigación se muestra en la Fig. 7.

Los tabloncillos verticales que forman los lados del canal están hincados en el suelo, lo que proporciona su empotramiento. La parte superior del canal está estructurada por tirantes que están apretados de manera que no hay deflexión de los tabloncillos en ese punto. Por lo tanto, los tabloncillos verticales se pueden modelar como una viga AB, soportada y cargada como se muestra en la Fig. 8. Suponiendo que la madera es Abeto Douglas ( $\sigma_y = 145$  MPa), la profundidad  $d$  del agua es 1,0 m y la altura  $h$  hasta los tirantes es 1,3 m, Determine, utilizando un factor de seguridad de 2 a la fluencia, cuál debe ser el espesor mínimo  $t$  de los tabloncillos.

Por lo general el problema se resuelve aplicando estática a la viga AB. Al ser un sistema estáticamente indeterminado, la estática es insuficiente para poder determinar las reacciones en los puntos A y B, por lo que se debe realizar un análisis de deformaciones a lo largo de la viga. Para esto se tienen dos caminos: el primero es de manera analítica, mediante el uso de la ecuación diferencial básica de la curva de deflexión de una viga, y el segundo mediante el uso de tablas para deflexiones máximas en vigas para cargas típicas aunado al principio de superposición.

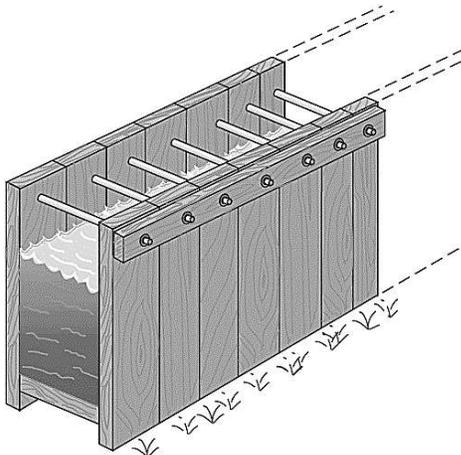


Figura 7. Canal de madera para ejercicio Ejemplo 2. Fuente: [14].

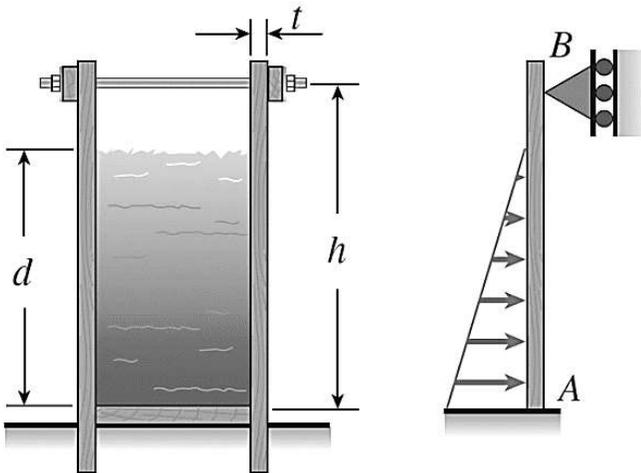


Figura 8. Vista de elevación del Canal y modelado de los tablones verticales. Fuente: [14].

Después de realizar el análisis de deformación incluyendo la condición de frontera de cero deflexión en el punto B, se obtiene como resultado las reacciones en la viga, incluyendo el momento en la base. Posteriormente mediante el uso de la fórmula de flexión, que relaciona el esfuerzo normal en la viga, con el momento y el módulo de sección, se puede obtener el valor del módulo de sección necesario para cumplir la condición de no exceder la fluencia en el material. Y por último con el módulo de sección, se calcula el espesor mínimo  $t$  de los tablones.

Con el método que se propone, la solución al problema se inicia planteando primero la ecuación que contiene la variable deseada, el espesor del tablón  $t$ . Esta variable se utiliza para calcular el módulo de sección del área de la sección transversal de la viga. Este primer paso se muestra en la Tabla 9.

Del primer paso se observa que no hay variables conocidas que permitan dar respuesta de manera directa a lo solicitado en el problema, por lo que se debe buscar la manera de relacionar las variables que se muestran en la Tabla 9, con alguna otra información brindada en el ejercicio.

Tabla 9. Variables del paso 1, problema Ejemplo 2

Paso	Variables conocidas	Variables desconocidas	Ecuaciones disponibles
1. Propiedades de sección transversal	ninguna	$S =$ módulo de la sección $b =$ ancho del tablón $t =$ espesor del tablón Total: 3	$S = \frac{b \cdot t^2}{6}$ Total: 1

Fuente: Los autores.

Tabla 10. Variables del paso 2, problema Ejemplo 2

Paso	Variables conocidas	Variables desconocidas	Ecuaciones disponibles
2. Esfuerzos en vigas: fórmula de flexión	$\sigma_{per} =$ esfuerzo permisible	$S =$ módulo de la sección $M =$ momento flector Total: 2	$S = \frac{M}{\sigma_{per}}$ Total: 1

Fuente: Los autores.

En el problema se indica que el esfuerzo en los tablones no debe exceder el esfuerzo permisible (el cual se obtiene de dividir el esfuerzo a la fluencia por el factor de seguridad), por lo que el segundo paso es relacionar el módulo de sección con el esfuerzo en la viga. La ecuación que relaciona estas dos variables se muestra en la Tabla 10.

Al combinar la ecuación disponible del paso 1 con la del paso 2, se determina que el espesor de los tablones se puede calcular, como se muestra en la ec. (1).

$$t = \sqrt{\frac{6 \cdot M}{b \cdot \sigma_{per}}} \quad (1)$$

Hasta este punto de avance de la solución, se tienen dos variables desconocidas:  $M$  y  $b$ . Donde  $b$  es el ancho del tablón y  $M$  es el momento flector máximo que experimenta la viga, el cual ocurre en la base.

Para determinar el momento flector se debe combinar la estática, con un análisis de deflexiones a lo largo de la viga, incluyendo la condición de frontera en el punto B, según se explicó anteriormente.

En principio, pareciera que para dar respuesta a lo solicitado en el problema hace falta el ancho del tablón  $b$ , sin embargo, como resultado del análisis estático, se encuentra que el momento flector es proporcional a la variable  $b$ , por lo que al reemplazar el valor de  $M$  en la ec. (1), la variable  $b$  se cancela, y es posible brindar la respuesta solicitada:  $t = 18$  mm.

Nuevamente el lector podrá notar que el método que se propone plantea las mismas ecuaciones que en el caso del método tradicional, pero implementadas en un orden inverso. De modo que con el método propuesto hay un razonamiento más claro del por qué cada uno de los pasos y ecuaciones utilizadas.

### 3. Trabajo futuro

Queda para una etapa posterior, aplicar el método propuesto y con las herramientas adecuadas, realizar un análisis

estadístico que permita determinar a largo plazo y de manera cuantificable, los pretendidos efectos positivos de esta metodología de enseñanza y solución de problemas.

#### 4. Conclusiones

Se concluye que las principales ventajas del método propuesto son:

- La profundización en los conceptos base de ingeniería, al ser posible plantear y resolver virtualmente todo el problema sin realizar ningún cálculo.
- El análisis detallado del orden lógico de solución de un problema, quedando en evidencia los pasos óptimos necesarios para ejecutar el problema a la vez que se establece de manera clara cuáles ecuaciones deben ser resueltas para obtener la solución buscada.
- La posibilidad de ser implementado como método de enseñanza ajustando levemente las herramientas tradicionales que poseen los docentes para el desarrollo de sus clases.

Adicionalmente, se debe indicar que, con el método propuesto, es necesario resolver las mismas ecuaciones que con los métodos tradicionales de solución de problemas, pero el orden en el que se plantean es inverso respecto de la literatura de ingeniería.

#### Referencias

- [1] Mason, G., Rutar-Shuman, T. and Cook, K.E., Comparing the effectiveness of an inverted classroom to a traditional classroom in an upper-division engineering course, in: Proc. IEEE Transactions on Education, 56(4), Nov. 2013. DOI: 10.1109/TE.2013.2249066
- [2] Beer, F.P., Johnston, E.R. and Cornwell, P., Dinámica. McGraw-Hill, 2010.
- [3] Hibbeler, R.C., Ingeniería Mecánica: Dinámica, Pearson, 2010.
- [4] Bedford, A.M., Ingeniería Mecánica: Dinámica, Prentice Hall, 2012.
- [5] Sánchez-Soto, I., Antonio-Moreira, M. y Caballero-Sahelices, C., Implementación de una propuesta de aprendizaje significativo de la cinemática a través de la resolución de problemas, Ingeniare. Revista Chilena de Ingeniería, 17(1), pp. 27-41, 2009. DOI: 10.4067/S0718-33052009000100004
- [6] Ali, M., Ibrahim, N.H., Abdullah, A.H., Surif, J. and Saim, N., Physics problem solving strategies and metacognitive skills: force and motion topics, in: Engineering Education (ICEED), 2014 IEEE 6<sup>th</sup> Conference, pp. 133-138, 2014. DOI: 10.1109/ICEED.2014.7194702
- [7] Muller, D.A., Bewes, J., Sharma, M.D. and Reimann, P., Saying the wrong thing: Improving learning with multimedia by including misconceptions. Journal of Computer Assisted Learning, 24(2), pp. 144-155, 2008. DOI: 10.1111/j.1365-2729.2007.00248.x
- [8] Kumsaikaew, P., Jackman, J. and Dark, V.J., Task relevant information in engineering problem solving. Journal of Engineering Education, 95(3), 227, 2006. DOI: 10.1002/j.2168-9830.2006.tb00895.x
- [9] Deb, D., Fuad, M.M. and Farag, W., Developing interactive classroom exercises for use with mobile devices to enhance class engagement and problem-solving skills, in: Frontiers in Education Conference (FIE), IEEE 2014, pp. 1-4. DOI: 10.1109/FIE.2014.7044043
- [10] Toro-Carvajal, L.A., Ortiz-Álvarez, H.H. y Jiménez-García, F.N., Solución de problemas complejos de ingeniería empleando sistemas cognitivos especializados como motivación en la enseñanza de matemáticas avanzadas para ingeniería. Rev. Educación en Ingeniería, 11(22), pp. 31-38, 2016. DOI: 10.26507/rei.v11n22.641
- [11] Pedraja-Rejas, L., Desafíos para el profesorado en la sociedad del conocimiento. Ingeniare. Revista Chilena de Ingeniería, 20(1), pp. 136-144, 2012. DOI: 10.4067/S0718-33052012000100014

- [12] Riley, W.F. y Sturges, L.D., Ingeniería mecánica: Dinámica. Reverté, 1996.
- [13] Pytel, A. y Kiusalaas, J., Ingeniería Mecánica: Dinámica, Cengage Learning, 2012
- [14] Gere, J.M. y Goodno, B.J., Mecánica de materiales, Cengage Learning, 2009.

**G. Richmond-Navarro**, es Lic. en Ing. en Mantenimiento Industrial del Instituto Tecnológico de Costa Rica, en 2008, BSc. en Física en la Universidad de Costa Rica, en 2009 y MSc. de Ingeniería mención Mecánica, de la Universidad de Chile, en 2014. Desde 2018 cursa estudios de Doctorado en Ingeniería en la Universidad de Costa Rica. Desde el 2009, se unió a la Escuela de Ingeniería Electromecánica del Instituto de Tecnología de Costa Rica, como profesor e investigador, donde labora actualmente. Sus intereses de investigación son las energías renovables, particularmente la eólica, la simulación numérica, los métodos numéricos y la educación en ingeniería. Actualmente está impulsando el desarrollo del LIENE, Laboratorio de Investigación en Energía Eólica, en el Instituto Tecnológico de Costa Rica. Ha participado como ponente en conferencias de ingeniería en Asia, África y América.  
ORCID: 0000-0001-5147-5952

**J.L. Guerrero-Fernández**, es Lic. en Ingeniería en Mantenimiento Industrial del Instituto Tecnológico de Costa Rica, en 2008, y MSc. en Mecatrónica de la Universidad de Ciencias Aplicadas Aachen, Alemania en 2015. Desde el 2009, se unió a la Escuela de Ingeniería Electromecánica del Instituto de Tecnología de Costa Rica, como profesor e investigador y desde 2018 se encuentra realizando estudios de Doctorado en la Universidad de Sheffield, Inglaterra. En el proyecto de doctorado trabaja en el desarrollo de algoritmos para Control Óptimo y Control Predictivo por Modelo para Convertidores de Energía de las Olas (Optimal Control and MPC Algorithms for Wave Energy Converters).  
ORCID: 0000-0002-4652-3005

**N. Ureña-Sandí**, es BSc. en Ingeniería de los Materiales, con mención en Procesos Industriales en 2009, y Lic. en 2011, ambos del Instituto Tecnológico de Costa Rica. Se desempeñó en un Laboratorio de Metalurgia Aplicada de 2011 a 2012, en diseño mecánico en el Instituto Costarricense de Electricidad de 2012 a 2014, como ingeniero de manufactura en Vitec Productions Solutions de 2014 a 2017 y desde ese año es docente investigador del área de mecánica del sólido de la Escuela de Ingeniería Electromecánica del Instituto Tecnológico de Costa Rica. También es parte de un proyecto de investigación en Energía Eólica de la Vicerrectoría de Investigación y Extensión y en 2018 se le otorgó la beca Ale-Costa del DAAD para estudios de maestría en Alemania.  
ORCID: 0000-0002-7609-6163.