TEC | Tecnológico de Costa Rica

MA-2105 ECUACIONES DIFERENCIALES

Ecuación diferencial homogénea en $x(y)$

M.Sc. Norberto Oviedo Ugalde

Determine la solución de la siguiente ecuación diferencial:

1

$$y\,dx + \left(y\cos\left(\frac{x}{y}\right) - x\right)dy = 0$$

Solución

1

$$y\,dx + \left(y\cos\left(\frac{x}{y}\right) - x\right)dy = 0$$

2

$$\frac{dx}{dy} = \frac{x}{y} - \cos\left(\frac{x}{y}\right)$$

- Al reescribir la ecuación diferencial [1] como:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{x}{y} - \cos\left(\frac{x}{y}\right)$$

note que [2] es homogénea en $x(y)$.

1

$$y\,dx + \left(y\cos\left(\frac{x}{y}\right) - x\right)dy = 0$$

2

$$\frac{dx}{dy} = \frac{x}{y} - \cos\left(\frac{x}{y}\right)$$

Solución

- Haciendo $x = y.u \Rightarrow x' = u + yu'$, la ecuación [2] se transforma en

$$\cancel{u} + y.u' = \cancel{u} - \cos(u)$$

$$\Rightarrow \frac{-du}{\cos(u)} = \frac{dy}{y}$$

$$\Rightarrow -\int \frac{du}{\cos(u)} = \int \frac{dy}{y} \quad con \qquad C = ln|k_1|$$

$$\Rightarrow ln|sec(u) + tan(u)|^{-1} = ln|k_1.y|$$

1

$$y\,dx + \left(y\cos\left(\frac{x}{y}\right) - x\right)dy = 0$$

2

$$\frac{dx}{dy} = \frac{x}{y} - \cos\left(\frac{x}{y}\right)$$

- $ln|sec(u) + tan(u)|^{-1} = ln|k_1.y|$

$$\Longrightarrow (sec(u) + tan(u))^{-1} = \pm k_1.y$$

- Luego usando $u = \frac{x}{y}$, se tiene la solución de la ecuación [1] dada en su forma implícita es

$$\left(sec\left(\frac{x}{y}\right) + tan\left(\frac{x}{y}\right)\right)^{-1} = K.y$$

Créditos

Vicerrectoría de Docencia

CEDA-TEC Digital

Proyecto de Virtualización 2018

Ecuaciones Diferenciales

MSc. Norberto Oviedo Ugalde - Profesor

Bach. Dayana Calderón Prado - Estudiante Asistente

Ing. Luis Carlos Guzmán Arias - Coordinador de Diseño