Instituto Tecnológico de Costa Rica Escuela de Ingeniería en Electrónica Programa de Licenciatura en Ingeniería en Electrónica

TECTecnológicode Costa Rica

Procesamiento de señales atmosféricas para la inferencia de patrones de teleconexión climática: un estudio de la influencia de la Oscilación Antártica en la variabilidad interanual de la precipitación en Costa Rica

Informe de Trabajo Final de Graduación para optar por el título de Ingeniero en Electrónica con el grado académico de Licenciatura

Rodrigo Alberto Castillo Rodríguez

Cartago, diciembre 2021

Instituto Tecnológico de Costa Rica Escuela de Ingeniería en Electrónica Programa de Licenciatura en Ingeniería en Electrónica

TECTecnológicode Costa Rica

Procesamiento de señales atmosféricas para la inferencia de patrones de teleconexión climática: un estudio de la influencia de la Oscilación Antártica en la variabilidad interanual de la precipitación en Costa Rica

Informe de Trabajo Final de Graduación sometido por Rodrigo Alberto Castillo Rodríguez para optar por el título de Ingeniero en Electrónica con el grado académico de Licenciatura

Tesis asesorada por Laura Cabrera Quirós PhD

El sustentante

La asesora

El lector

El lector

Cartago, diciembre 2021

Procesamiento de señales atmosféricas para la inferencia de patrones de teleconexión climática: un estudio de la influencia de la Oscilación Antártica en la variabilidad interanual de la precipitación en Costa Rica

Autor: Rodrigo Alberto Castillo Rodríguez

Auspiciada por la Vicerrectoría de Investigación de la Universidad de Costa Rica y el Centro de Investigaciones Geofísicas (CIGEFI)

Texto impreso en Cartago Primera edición diciembre 2021

Instituto Tecnológico de Costa Rica Escuela de Ingeniería en Electrónica Trabajo Final de Graduación Acta de Aprobación

Defensa de Tesis de Graduación Requisito para optar por el título de Ingeniero en Electrónica Grado Académico de Licenciatura

El Tribunal Evaluador aprueba la defensa de la tesis de graduación denominada: "Procesamiento de señales atmosféricas para la inferencia de patrones de teleconexión climática: un estudio de la influencia de la Oscilación Antártica en la variabilidad interanual de la precipitación en Costa Rica", realizada por el señor Rodrigo Alberto Castillo Rodríguez y, hace constar que cumple con las normas establecidas por la Escuela de Ingeniería en Electrónica del Instituto Tecnológico de Costa Rica.

Miembros del Tribunal Evaluador

Dr. William Quirós Solano Profesor Lector

Di Joge Castro Godínez Profesor Lector

Dra. Laura Cabrera Quirós Profesora Asesora

Cartago, 23 de noviembre de 2021

A mis padres, a mi querido difunto abuelo † (1918-2008) y

a mi poder superior

Agradecimientos

Quisiera agradecer a mi asesora Laura Cabrera Quirós PhD perteneciente al Laboratorio de Procesamiento de Señales e Imágenes (SIPLAB) por el apoyo y la confianza para mi propuesta de proyecto. También agradezco al apoyo financiero de los proyectos: VI-C0074, VI-B6147 (Fondos Ordinarios), VI-B9609, VI-B7605 (Fondos de Estímulo para la Investigación), VI-B9454 (Fondo de Grupos de Investigación) y VI-B8766 (Fondo de Apoyo a Redes Temáticas) de la Vicerrectoría de Investigación de la Universidad de Costa Rica, los cuales permitieron la realización de este Trabajo Final de Graduación dentro del Programa de Licenciatura en Ingeniería en Electrónica del Instituto Tecnológico de Costa Rica. De igual manera agradezco al Centro de Investigaciones Geofísicas (CIGEFI) por permitirme la oportunidad de desarrollar este proyecto y por proporcionarme el apoyo computacional. Asimismo se reconoce a la Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales por sus importantes recomendaciones para el mejoramiento de esta investigación. También muestro mi agradecimiento a las y los asistentes Mercedes Álvarez Acevedo, Juan José Bermúdez Vargas, Paula Campos Zúñiga y Manfred Salas Castro por su colaboración para obtener los resultados que aquí se presentan. Además se agradece al Instituto Meteorológico Nacional (IMN) de Costa Rica por proveer al CIGEFI su registro de estaciones meteorológicas en superficie, el cual fue utilizado como insumo para este trabajo. Finalmente quiero agradecer el apoyo de mi familia, mis amigas y amigos, y todas las personas que de una u otra forma me han motivado a llevar a cabo esta investigación; pero en especial, quisiera agradecer el invaluable soporte de mi poder superior.

Resumen

Esta investigación tuvo como objetivo primordial utilizar las herramientas del Procesamiento Digital de Señales (PDS) para estudiar la influencia que tiene la Oscilación Antártica (AAO) en la variabilidad climática interanual de la precipitación en Costa Rica. Para llevarla a cabo en escala mensual, se utilizaron datos de precipitación de estaciones meteorológicas en superficie (1979-2017), de los reanálisis de ERA-Interim (1979-2017) y de sensores remotos con el PERSIANN-CDR (1983-2018). Se procesaron las series de tiempo mensuales de precipitación de las estaciones meteorológicas en superficie a valores continuos ajustando un filtro autoregresivo de orden 7, AR(7), a la serie de tiempo para estimar los datos ausentes como primera aproximación. Luego, se completaron las series con la información de las demás estaciones al iterar la matriz de correlación de los datos con la técnica multivariada de análisis de componentes principales (PCA). Asimismo, se calcularon coeficientes de correlación entre los datos de precipitación con los índices de la AAO y de correlación parcial para descartar el posible forzamiento de El Niño-Oscilación del Sur (ENOS) como modo dominante de la variabilidad climática regional. También se hizo uso de la técnica de diferencia de composiciones para inferir los patrones espaciales de teleconexión climática asociados con la AAO con influencia en Costa Rica. Se pudo evidenciar una correlación positiva (negativa) muy marcada de este modo anular con la precipitación, especialmente en el Pacífico Central y el Pacífico Sur costarricenses (zona Norte), durante los meses de diciembre, enero y febrero (DEF) y septiembre, octubre y noviembre (SON) y junio, julio, agosto (JJA), épocas en las cuales se registra el mínimo para el periodo de DEF y los máximos para los periodos de SON y JJA del ciclo anual de precipitación en estas regiones. Los resultados más relevantes son los desfases encontrados en las correlaciones más significativas para estos periodos del año (DEF, SON y JJA) con los índices de la AAO para los meses de SON, JJA y marzo, abril y mayo (MAM), respectivamente, los cuales siguen siendo significativos, a pesar de la posible influencia de ENOS.

Palabras clave: AAO; PDS; AR; PCA; Correlaciones; Patrones de teleconexión.

Abstract

The main objective of this research was to use Digital Signal Processing (PDS) tools to study the influence of the Antarctic Oscillation (AAO) on the interannual climate rainfall variability in Costa Rica. I used monthly scale precipitation data from surface meteorological stations (1979-2017), the ERA-Interim reanalyses (1979-2017), and from remote sensors with the PERSIANN-CDR (1983-2018). I processed the monthly precipitation data from surface meteorological stations to continuous values by adjusting an autoregressive filter of order 7, AR(7), to the time series in order to estimate missing data as a first approximation. Then, I filled the time series using the information from near stations by iterating the data correlation matrix with the multivariate principal components analysis (PCA) technique. I assessed the correlation coefficients of precipitation data sets and AAO indices, as well the partial correlation to rule out the possible forcing that El Niño-Southern Oscillation (ENSO) may have as the dominant mode of regional climate variability. Additionally, I used the composites difference technique to examine the spatial climate teleconnection patterns associated with AAO influencing Costa Rican territory. The study found a strong positive (negative) statistical correlation mainly in the Costa Rican South and Central Pacific (Northern Costa Rica) during the months DJF and SON (JJA) when the minimum annual precipitation cycle for DJF and the maximum for SON and JJA was recorded in these areas. The most relevant results were the out-of-phase most significant correlations between the precipitation for DJF, SON, and JJA with the AAO indices for SON, JJA, and MAM, respectively, which were still significant despite the possible influence of ENSO.

Keywords: AAO; PDS; AR; PCA; Correlations; Teleconnection patterns.

Índice general

Índ	Índice de figuras xi						xiii										
Índ	Índice de tablas xvii							xvii									
Lis	ta de	e acróni	mos														xix
1	Intr	oducció	'n														1
	1.1	Genera	alidades .					• •			•			•			1
	1.2	Contex	xto								•		•				4
	1.3	Síntes	is del prob	ema				• •	•••		•		•	•	 •	•	6
	1.4	Enfoq	ue de la so	lución				• •			•		•	•			6
	1.5	Hipóte	esis					•••			•		•	•	 •	•	7
	1.6	Objeti	vos					•••			•		•	•	 •	•	7
		1.6.1	Objetivo	General .				•••			•		•	•	 •	•	7
		1.6.2	Objetivo	s Específico	s			• •			•		•	•	 •	•	7
2	Mar	co Teói	rico														9
	2.1	Clima	y variabili	dad climátic	ca de C	osta l	Rica	•••			•			•			9
	2.2	Variabilidad climática explicada por la AAO y su relación con el clima															
		boreal									•		•	•			12
	2.3	Señale	s atmosfér	icas							•		•				15
		2.3.1	Series es	pacio-tempo	orales d	le pre	cipi	taci	ón		•		•	•			15
			2.3.1.1	Reanálisis	de ER.	A-Int	erin	۱.			•		•		 •	•	15
			2.3.1.2	Registros o	climátio	cos de	el Pl	ERS	IAI	NN-	CI	DR	•	•	 •	•	17
		2.3.2	Series te	nporales de	precip	itacić	ón.				•			•			18

ÍNDICE GENERAL

	5.1	Recom	endacione	es	59
5	Con	clusion	es		57
			+. J.1.4		55
			4.5.1.5 4 5 1 4	Primavera horeal (MAM)	54
			4.J.1.2	$\begin{array}{c} \text{Otoño horeal (SON)} \\ \text{Otoño horeal (SON)} \end{array}$	55 54
			4.3.1.1	$\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}$	52 52
		4.3.1		Invierno horeal (DEF)	52 52
	4.3	ratron	A nálicia	elimítico estacional	49 50
	15	UDK .		los de telesenerión elimétics especiedes con la AAQ	48
	4.4	COP	ientes de c	correlacion con sensores remotos utilizando el PERSIANN	- 10
	4.3	Coeffic	ientes de c	correlación con los reanalisis de ERA-Interim	45
	4.2	Coefic	ientes de c	correlación con estaciones meteorológicas en superficie	42
	4.1	Proces	amiento d	e las series temporales de precipitación	37
4	Resi	iltados	y Análisis	S	37
	5.5	3.3.1	Técnica	de composiciones	33
	3.3	Inferer	ncia de nat	rones de teleconexión climática asociados a la AAO	32
		5.2.5	PERSIA	NN-CDR	32
		3.2.2	Coeficier	ntes de correlación con sensores remotos utilizando el	30
		3 7 7	Coefficier	te	3U 20
		3.2.1	Coeficier	ntes de correlacion con estaciones meteorológicas en	20
	3.2	Medic	ión del gra	ado de relación entre la AAO y la precipitación	28
	3.1	Proces	amiento d	e series temporales de precipitación	21
3	Solu	ción			21
			2.3.3.2		17
			2.3.3.1	Índice asociado a FNOS	19
				Índicas asociados a la $\Lambda \Lambda \Omega$	10
		2.3.3	Series te	emporales de los indices asociados a las oscilaciones	10
		000	2.3.2.1	Registros de estaciones meteorológicas en superficie.	18
			2221	Desistres de esteciones motornológicos en superfisio	10

Índice de figuras

1.1	Patrones espaciales de teleconexión climática asociados con las fases	
	positiva y negativa de la Oscilación Antártica en el territorio australiano.	
	Adaptado de [3]	2
1.2	Señal espacial y temporal asociadas a la Oscilación Antártica. A.) Patrón	
	de las variaciones de presión asociadas con las fases positiva y negati-	
	va de la AAO. B.) Valores diarios del índice de la AAO basado en los	
	reanálisis de NCEP/NCAR [4]. Adaptado de [5]	3
2.1	Distribución anual de la precipitación en Costa Rica [25]. Modelo de	
	elevación digital tomado de [26]	10
2.2	Esquema conceptual del diseño para la elaboración de los reanálisis de	
	ERA-Interim. Adaptado de [85]	16
2.3	Diagrama esquemático del algoritmo utilizado por el PERSIANN-CDR	
	para la reconstrucción del registro histórico de la precipitación. Tomado	
	de [86]	17
2.4	Imagen de la estación meteorológica del Centro de Investigaciones Geofísi-	
	cas (CIGEFI) de la Universidad de Costa Rica.	18
3.1	Diagrama de bloques del proceso de correlación/correlación parcial en-	
	tre las series de tiempo estacionales de precipitación y de los índices	
	asociados a las oscilaciones atmosféricas.	30
3.2	Esquema de las regiones de análisis para el cálculo de los coeficientes	
	de correlación entre las series de tiempo estacionales del AAOI y de la	
	precipitación según los datos del ERA-Interim y el PERSIANN-CDR	
	en los periodos 1979-2017 y 1983-2018, respectivamente	31

ÍNDICE DE FIGURAS

3.3	Diagrama de bloques del proceso de inferencia de patrones espaciales por diferencia de composiciones de fase positiva y negativa con respecto a la composición de fase neutral de la AAO para las series espacio- temporales de las anomalías de precipitación	36
4.1	Gráfico <i>scree</i> de los autovalores en función del índice del componente	
	principal. Muestra la información de las componentes principales que	
	más contribuyeron a la varianza total, y que fueron consideradas para	
	realizar el rellenado de las series de tiempo mensuales de precipitación	
	de las estaciones meteorologicas en superficie utilizando la tecnica mul-	40
		40
4.2	Mapas con los coeficientes de correlación de Pearson entre las series	
	estacionales de precipitación (periodo estacional sin paréntesis) de es-	
	taciones meteorológicas en superficie y los índices estacionales de la	
	AAO (periodo estacional en paréntesis) durante el periodo 1979-2017	
	con un nivel de confianza estadístico mayor o igual al 95 %. Modelo de	
	elevación digital tomado de [26]	43
4.3	Mapas con los coeficientes de correlación parcial de Pearson entre las	
	series estacionales de precipitación (periodo estacional sin paréntesis)	
	de estaciones meteorológicas en superficie y los índices estacionales	
	de la AAO (periodo estacional en paréntesis) y el índice ONI (periodo	
	estacional sin paréntesis) durante el periodo 1979-2017 con un nivel de	
	confianza estadístico mayor o igual al 95 %. Modelo de elevación digital	
	tomado de [26]	44
4.4	Patrones espaciales por diferencia de composiciones de las anomalías	
	de precipitación (periodo estacional sin paréntesis) de fase positiva y	
	negativa con respecto a la composición de fase neutral para la AAO (pe-	
	riodo estacional en paréntesis) con datos del ERA-Interim para el perio-	
	do 1979-2017. Sólo los valores que están dentro del nivel de confianza	
	estadístico mayor al 90 % con una prueba de bootstrapping permutando	
	en el tiempo la serie espacio-temporal 1000 veces están graficados	50

4.5	Patrones espaciales por diferencia de composiciones de las anomalías	
	de precipitación (periodo estacional sin paréntesis) de fase positiva y	
	negativa con respecto a la composición de fase neutral para la AAO	
	(periodo estacional en paréntesis) con datos del PERSIANN-CDR para	
	el periodo 1983-2018. Sólo los valores que están dentro del nivel de	
	confianza estadístico mayor al 90 % con una prueba de bootstrapping	
	permutando en el tiempo la serie espacio-temporal 1000 veces están	
	graficados	51

Índice de tablas

1.1	Información general del proyecto inscrito en la VI-UCR	4
3.1	Índices estacionales considerados para las composiciones de las fases de la AAO utilizadas con los datos del ERA-Interim para el periodo de 1979-2017. En rojo para los valores más altos de los índices [AAO(+)], en azul para los valores más bajos [AAO(-)] y en ocre para los valores	24
3.2	Índices estacionales considerados para las composiciones de las fases de la AAO utilizadas con los datos del PERSIANN-CDR para el periodo de 1983-2018. En rojo para los valores más altos de los índices [AAO(+)], en azul para los valores más bajos [AAO(-)] y en ocre para los valores	54
	neutros	35
3.3	Valores umbrales de los índices asociados a la AAO para la selección de los episodios extremos para los periodos 1979-2017 y 1983-2018	36
4.1	Información de las 31 estaciones meteorológicas en superficie que cum- plieron con el criterio de tener menos del 20 % de datos ausentes para el procesado de sus series mensuales a valores continuos.	38
4.2	Errores de pronóstico en iteraciones sucesivas para el rellenado de las series de tiempo mensuales de precipitación de las 31 estaciones meteo-rológicas en superficie utilizando un modelo autoregresivo de orden 7, $AR(7)$, con un error máximo tolerado de $1mm$ para 30 iteraciones. I:	
	Iteraciones y E: Estaciones	41

ÍNDICE DE TABLAS

47

Lista de acrónimos

- AAO Antarctic Oscillation
- AAOI Antarctic Oscillation Index
- AO Arctic Oscillation
- CATIE Centro Agronómico Tropical de Investigación y Enseñanza
- CIGEFI Centro de Investigaciones Geofísicas
- CJ Chocó Jet
- CLLJ Caribbean Low Level Jet
- **CPC** Climate Prediction Center
- DEF Diciembre-Enero-Febrero
- ECMWF European Centre for Medium-Range Weather Forecasts
- ENOS El Niño-Oscilación del Sur
- ERSST Extended Reconstructed Sea Surface Temperature
- GPCP Global Precipitation Climatology Project
- ITCZ Intertropical Convergence Zone
- JJA Junio-Julio-Agosto
- MAM Marzo-Abril-Mayo

LISTA DE ACRÓNIMOS

- MJO Madden-Julian Oscillation
- MSD Midsummer Drought
- NASH North Atlantic Subtropical High
- NCAR National Center for Atmospheric Research
- NCEP National Centers for Environmental Prediction
- NOAA National Oceanic and Atmospheric Administration
- OMM Organización Meteorológica Mundial
- **ONI** Oceanic Niño Index
- PCA Principal Component Analysis
- PDS Procesamiento Digital de Señales
- **PERSIANN-CDR** Precipitation Estimation from Remotely Sensed Information using Artificial Neural Networks-Climate Data Record
- **QBO** Quasi-Biennial Oscillation
- SIPLAB Laboratorio de Procesamiento de Señales e Imágenes
- SON Setiembre-Octubre-Noviembre
- SST Sea Surface Temperature
- UCR Universidad de Costa Rica
- VI Vicerrectoría de Investigación

"Investigar es ver lo que todo el mundo ha visto, y pensar lo que nadie más ha pensado"

Albert Szent-Györgyi (1893-1986) Fisiólogo Húngaro

Introducción

1.1 Generalidades

El Procesamiento Digital de Señales (PDS) es un área de la ciencia y la ingeniería que se ha desarrollado muy rápidamente en los últimos 65 años [1]. Para poder comprender los alcances que tiene el PDS se requiere primero precisar el concepto de señal. Según Soria Olivas et al. [2], se puede definir señal como aquella cantidad física que varía con el tiempo, espacio o cualquier otra variable o variables independientes.

En general, toda señal contiene información que se desea extraer o modificar de acuerdo a los requerimientos de cada aplicación particular [1]. Las señales que se asocian a las oscilaciones atmosféricas, por ejemplo, representan patrones a gran escala de anomalías recurrentes y persistentes que afectan a grandes áreas geográficas. Reflejan una parte importante de la variabilidad interanual e interdecadal de la circulación atmosférica. Estos patrones ocurren de forma natural en el sistema caótico que es la atmósfera, y son principalmente un reflejo de su dinámica interna. En algunos casos, el forzamiento oceánico puede jugar un papel muy importante.

Las señales asociadas a las oscilaciones atmosféricas reflejan cambios a gran escala en los patrones de onda atmosféricos y en los patrones de la corriente en chorro.

1. INTRODUCCIÓN

Además, estos cambios influyen en la temperatura, precipitación, trayectoria de tormentas y en la intensidad y localización de la corriente en chorro en grandes áreas. Por tanto, estas oscilaciones son muchas veces el principal responsable de patrones anormales de tiempo que ocurren simultáneamente sobre lo que parecen ser regiones muy distantes. Un caso particular de este fenómeno de teleconexión (vínculo climático entre regiones geográficamente separadas) se muestra en la Figura 1.1, donde se puede visualizar la modulación que ejerce la Oscilación Antártica (*Antarctic Oscillation*, AAO) sobre la precipitación en el territorio australiano.



Figura 1.1: Patrones espaciales de teleconexión climática asociados con las fases positiva y negativa de la Oscilación Antártica en el territorio australiano. Adaptado de [3].

Es común que las señales sean representadas por funciones matemáticas de una o más variables [1]. La señal de la AAO, por ejemplo, puede representarse como una función de una variable temporal f(t) (ver Figura 1.2B), también, esta señal puede considerarse como función de dos variables espaciales f(x, y) (ver Figura 1.2A). Los valores que puede tomar la señal de la AAO son discretos, debido a los instrumentos digitales que se usan para medir dicha señal. Sin embargo, en el PDS se pueden analizar matemáticamente señales discretas de manera más simple a través de funciones de valor continuo y variable discreta, llamadas usualmente señales en tiempo discreto, que representan la variable independiente generalmente en instantes de tiempo definidos. Este es el tratamiento utilizado en la presente investigación, dado que las series temporales y espacio-temporales de las variables atmosféricas serán procesadas en escala mensual.



Figura 1.2: Señal espacial y temporal asociadas a la Oscilación Antártica. A.) Patrón de las variaciones de presión asociadas con las fases positiva y negativa de la AAO. B.) Valores diarios del índice de la AAO basado en los reanálisis de NCEP/NCAR [4]. Adaptado de [5].

De igual forma como se mencionó al inicio de este apartado, el PDS al ser un ámbito de trabajo emergente tiene aplicaciones muy diversas, tales como: la informática biomédica, la genómica, la analítica financiera, el estudio de fenómenos físicos, el comercio electrónico, las ciudades inteligentes, los deportes o las redes sociales, entre otras. Es por este motivo que la presente investigación pretende vislumbrar el alcance del PDS en la extracción de información valiosa a partir de datos masivos, heterogéneos

1. INTRODUCCIÓN

y de alta dimensionalidad para la adopción de decisiones en el área de las ciencias atmosféricas.

1.2 Contexto

La presente tesis de trabajo final de graduación está basada en el proyecto de investigación **VI-C0074 Oscilación Antártica: Su influencia en la precipitación en Mesoamérica** de la Vicerrectoría de Investigación de la Universidad de Costa Rica (VI-UCR), mismo que cuenta con un financiamiento ordinario durante el periodo 2020-2021 y tiene altas posibilidades de ampliación para el año 2022. Este proyecto es ejecutado en el Centro de Investigaciones Geofísicas (CIGEFI) y es liderado por el Dr. Rodrigo Castillo, quien funge como investigador principal de esta iniciativa. La información de los aspectos generales de dicho proyecto se pueden observar en la Tabla 1.1.

Institución	Centro de Investigaciones Geofísicas				
	Vicerrectoría de Investigación				
	Universidad de Costa Rica				
Proyecto	Oscilación Antártica: Su influencia				
	en la precipitación en Mesoamérica				
Investigadores	Rodrigo Castillo (IP)				
	Hugo Hidalgo (Asociado)				
	Eric Alfaro (Asociado)				
Ejes Temáticos	Oscilación Antártica (AAO)				
	Señales Atmosféricas				
	Patrones de Teleconexión				
	Variabilidad Climática				
	Eventos Extremos				
	Mesoamérica				
Presupuesto	Ordinario				
Vigencia	2020-2021 (posible ampliación 2022)				

Tabla 1.1: Información general del proyecto inscrito en la VI-UCR.

El eje temático de esta investigación nace como una iniciativa de tratar de explicar algunas de las interrogantes científicas que generó el trabajo realizado por Castillo et al. [6], en donde mediante el uso del modelo lagrangiano FLEXPART [7] alimentado con datos de los reanálisis ERA-Interim [8] para el periodo de 1979-2012 estudiaron la influencia que tienen las oscilaciones atmosféricas interanuales de escala global en la captación y el transporte de humedad semianual proveniente de las principales fuentes oceánicas que tienen impacto en la región de Mesoamérica.

El trabajo de Castillo et al. [6] logra subsanar las discrepancias metodológicas que se encontraron en los trabajos de Castillo et al. [9] para El Niño-Oscilación del Sur (ENOS) y Nieto et al. [10] para los Modos Anulares Hemisféricos. Las discrepancias en estas dos investigaciones están asociadas con la no focalización del estudio en alguna región en específico, y adicionalmente, la utilización de distintos criterios de selección de los años que formaban las composiciones de las diferentes fases de estas oscilaciones. Por lo tanto, en el trabajo de Castillo et al. [6] para subsanar estas discrepancias en la metodología, se empleó un mismo criterio de selección de los años que formaron las composiciones de las oscilaciones en estudio, en base a los periodos seco y lluvioso, que responden a los mecanismos atmosféricos que gobiernan la mayor parte del territorio mesoamericano.

Las conclusiones más relevantes del trabajo de Castillo et al. [6] vislumbran como los cambios en los sumideros de humedad asociados con cada una de las fuentes de evaporación estudiadas reproducen los ya conocidos patrones de variación interanual de los sistemas atmosféricos y de precipitación regional para los modos de variabilidad climática de ENOS y la Oscilación Ártica (*Arctic Oscillation*, AO). Sin embargo, un resultado que nunca había sido revelado anteriormente para la región mesoamericana fue su teleconexión con la AAO, debido a que se encontró una correlación significativamente fuerte con el transporte de humedad proveniente del Pacífico durante la estación seca y un poco más débil durante la época lluviosa. Resultados que tienen un potencial uso como predictores del comportamiento de la distribución de precipitación, principalmente durante su periodo de comienzo y para su primer máximo.

En este contexto, y sabiendo que el estudio de Castillo et al. [6] tiene una resolución espacial muy gruesa que no permite obtener detalles de cuáles son los posibles impactos que tiene la AAO en la precipitación en Costa Rica, esta investigación tiene como objetivo primordial trazar la señal de correlación encontrada en ese estudio con datos

1. INTRODUCCIÓN

que tienen una resolución espacial más fina, en un dominio focalizado en el país, que considera además, un esquema de regionalización y con un periodo estacional acorde a sus características climáticas; con el propósito de caracterizar de forma minuciosa la posible influencia que tiene esta oscilación en la variabilidad interanual de la precipitación en territorio costarricense.

Finalmente se busca corroborar los resultados de esta señal de correlación con estaciones meteorológicas en superficie y datos de precipitación pluvial de satélite. Y de esta manera, intentar comprender la relación existente entre los mecanismos atmosféricos regionales y los patrones espaciales de teleconexión climática asociados a la AAO, mismos que tienen un alto impacto para la toma de decisiones en especial en áreas asociadas con las actividades económicas de Costa Rica, como lo son la agricultura, el turismo, la seguridad alimentaria y la generación de energía hidroeléctrica, las cuales están asociadas al ciclo estacional de la precipitación.

1.3 Síntesis del problema

La falta de un estudio utilizando señales atmosféricas temporales de valor continuo y espacio-temporales con una resolución espacial lo suficientemente fina, que permita obtener detalles de los posibles impactos de la AAO en la variabilidad interanual de la precipitación en Costa Rica es el principal impulsor de esta tesis.

1.4 Enfoque de la solución

En esta tesis se pretende hacer uso de datos de precipitación de estaciones meteorológicas en superficie (1979-2017), de los reanálisis de ERA-Interim (1979-2017), y de sensores remotos con el PERSIANN-CDR (1983-2018), para realizar una inferencia estadística de los patrones de teleconexión debidos a la AAO en el territorio costarricense. Para llevar a cabo el correcto tratamiento de las señales atmosféricas, primero, se realizará un procesamiento de las series temporales de precipitación con datos ausentes obtenidas de los registros de las estaciones meteorológicas en superficie, que garantice señales de valor continuo en sus series mensuales. Segundo, haciendo uso de la técnica de correlaciones se pretende medir el grado de relación entre las señales temporales asociadas a la AAO y a la precipitación en Costa Rica. Por último, al emplear la técnica de diferencia de composiciones de fase positiva y negativa con respecto a la composición de fase neutral de la AAO para las series espacio-temporales de anomalías de precipitación, se pretende inferir los patrones espaciales de teleconexión asociados a la modulación de la AAO sobre la precipitación en el territorio costarricense.

1.5 Hipótesis

La hipótesis de esta tesis de trabajo final de graduación se resume en la siguiente afirmación: "La AAO está modulando las variaciones interanuales de la precipitación en Costa Rica".

1.6 **Objetivos**

1.6.1 Objetivo General

• Caracterizar la influencia de la AAO en la variabilidad interanual de la precipitación en Costa Rica.

1.6.2 Objetivos Específicos

- Procesar las series temporales de precipitación con datos ausentes de los registros de las estaciones meteorológicas en superficie para obtener señales mensuales de valor continuo.
- Medir el grado de relación entre la AAO y la precipitación en Costa Rica.
- Inferir los patrones de teleconexión climática asociados a la AAO en el territorio costarricense.

"En la vida, no hay nada que temer, solo hay que comprender. Ahora es el momento de entender más, para que podamos temer menos"

> Marie Curie (1867-1934) Física Polaca

Marco Teórico

2.1 Clima y variabilidad climática de Costa Rica

Costa Rica se encuentra ubicada en el istmo centroamericano y es la única región en el mundo cuya posición es intercontinental (9.7489°N - 83.7534°W, como coordenada central). Une dos grandes masas continentales: América del Norte y del Sur, y pone en comunicación a los océanos Pacífico y Atlántico (este último, a través del mar Caribe) [11, 12]. Su ubicación geográfica en el trópico contribuye a que tenga un clima único que nutre una rica biodiversidad, razón por la cual es considerada como parte del corredor de biodiversidad forestal de Mesoamérica [13]. Además, se encuentra en una zona caliente, de manera que se ve altamente afectada por los fenómenos provocados por el cambio climático [14], con proyecciones de disminución de la precipitación y aumento de su variabilidad [12, 15, 16, 17].

El clima de Costa Rica se caracteriza por la marcada influencia de los vientos alisios del norte, los cuales interaccionan con la orografía local y generan, a escala regional, regímenes de precipitación que determinan dos tipos de ecosistemas: tropical seco y tropical lluvioso. Este comportamiento de los vientos alisios del norte suscita, en promedio, jornadas de lluvia opuestas en las vertientes de este país [18, 19, 20]. Sin embargo,

2. MARCO TEÓRICO

existe una distribución bimodal de precipitación en la vertiente del Pacífico, caracterizada por una época seca que va de noviembre a abril, y una época lluviosa, de mayo a octubre (ver Figura 2.1). Esta última responde a una combinación de sistemas que involucran la migración latitudinal de la zona de convergencia intertropical (*Intertropical Convergence Zone*, ITCZ); la variación estacional de la radiación solar, que influye en el flujo de calor latente, y los vientos de bajo nivel, que interactúan con la orografía local [21, 22, 23, 24].



Figura 2.1: Distribución anual de la precipitación en Costa Rica [25]. Modelo de elevación digital tomado de [26].

Esta distribución bimodal de precipitación se caracteriza por tener dos máximos: uno en mayo-junio y otro más pronunciado en setiembre-octubre. Además, presenta un mínimo relativo en julio-agosto [27, 28, 29] (ver Figura 2.1), el cual es conocido a nivel
regional como la sequía de verano o "veranillo" (midsummer drought, MSD; [30]).

En contraste, el Caribe presenta un régimen de lluvias anual casi continuo a lo largo de las áreas costeras. Sobre esta región, las precipitaciones aumentan de sur a norte y alcanzan su nivel costero y marítimo máximo cerca de la frontera de Costa Rica y Nicaragua, lo cual se ha asociado con la salida del chorro de bajo nivel del Caribe (*Caribbean Low Level Jet*, CLLJ; [31, 32]). En las regiones del interior, los principales factores que modulan las precipitaciones son la actividad convectiva y la interacción del flujo con la cordillera [12]. Sin embargo, a escala local, se producen particularidades que afectan la distribución de la precipitación, como la existencia de brisa marina y las circulaciones de valle-montaña [33]. Adicionalmente, el país exhibe zonas áridas en el Caribe o, en contraste, zonas con lluvias intensas en el lado del Pacífico [19, 20].

El agente impulsor climático más dominante para Costa Rica es el anticiclón subtropical del Atlántico Norte (*North Atlantic Subtropical High*, NASH; [34, 35, 36]), dado que su fortalecimiento o debilitamiento modula los vientos alisios del norte que se encuentran cerca del flanco ecuatorial [24]. Además de la NASH, otros mecanismos atmosféricos con influencia en el territorio costarricense son: (1) la migración estacional de la ITCZ, que afecta principalmente al lado del Pacífico [37, 38, 39]; (2) la incursión de frentes fríos, originados en latitudes medias, que modifican el clima seco del invierno boreal y principios de primavera [40, 41, 42, 43]; y (3) la propagación hacia el oeste de perturbaciones tropicales, que son una característica estacional del verano asociada con mucha lluvia en la región del Caribe [44].

En Costa Rica, se han realizado estudios de variabilidad climática debido a las oscilaciones atmosféricas interanuales de gran escala: ENOS, el cual ha sido ampliamente estudiado [45, 46, 47, 48, 49] y, en una menor proporción, la AO [40]. De igual forma, se han hecho estudios sobre las fluctuaciones más importantes del clima tropical, la Oscilación Cuasi-bienal (*Quasi-biennial Oscillation*, QBO; [50, 51]) y la Oscilación de Madden-Julian (*Madden-Julian Oscillation*, MJO; [52, 53]). Sin embargo, la influencia de la AAO, considerada como una de las más influyentes para las latitudes medias del hemisferio sur, nunca se ha estudiado en relación con el territorio costarricense.

2.2 Variabilidad climática explicada por la AAO y su relación con el clima boreal

La variabilidad climática se refiere a las variaciones en el estado medio y otros datos estadísticos (como las desviaciones típicas, la ocurrencia de fenómenos extremos, etc.) del clima en todas las escalas temporales y espaciales, más allá de fenómenos meteo-rológicos determinados. La variabilidad se puede deber a procesos internos naturales dentro del sistema climático (variabilidad interna), o a variaciones en los forzamientos externos antropogénicos (variabilidad externa) [54]. Las variaciones temporales en procesos internos naturales pueden ser capturados por señales asociadas a oscilaciones atmosféricas que son representadas a través de índices climáticos, cuyos valores pueden ser usados para describir el estado y los cambios en el sistema climático [55].

El clima de un sitio en particular es el estado promedio de la atmósfera durante un periodo prolongado de tiempo, por lo que los cambios en el clima son mucho más lentos que los del estado del tiempo, ya que éste puede cambiar bruscamente día con día. Es por esta razón que los índices climáticos juegan un papel importante al permitir realizar análisis estadísticos tales como la comparación de series de tiempo, la estimación de promedios y la identificación de valores extremos y tendencias. No obstante, existe una amplia variedad de índices descritos en la literatura debido a que cada uno de ellos se basa en determinadas variables y describe solo ciertos aspectos del clima; por otro lado, estos índices son definidos por una ecuación que utiliza variables que son determinantes en el sistema climático ya sea de tipo atmosférico, como la presión, la temperatura, la precipitación y la radiación solar, o de otro tipo, como la temperatura superficial del mar (*sea surface temperature*, SST) o la cobertura de hielo [55].

El principal modo de variabilidad interanual de la circulación extratropical del hemisferio sur es la AAO (*Antarctic Oscillation*) y se caracteriza por una estructura profunda, zonalmente simétrica o anular, con variaciones en la altura geopotencial de signo opuesto entre la región del casquete polar y el anillo zonal circundante, centrado cerca de los 45° de latitud. Su estructura es notablemente similar a la de la AO (*Arctic Oscillation*), principalmente en los campos medios de la altura geopotencial zonal, de los vientos zonales y de las circulaciones meridionales [6, 56], aunque difieren en el tiempo

2.2 Variabilidad climática explicada por la AAO y su relación con el clima boreal

de persistencia de las anomalías de larga vida en la estratósfera y el clima superficial, 60 días para la AO y 90 días para la AAO [57].

Las características de circulación de la AAO en los periodos de amplificación en las latitudes medias del hemisferio sur son más fuertes, más baroclínicas y los chorros están menos zonalmente orientados, lo que inhibe la formación de trenes de ondas globales. Mientras que en los periodos de atenuación las características de la circulación son opuestas, más débiles, más barotrópicas y los chorros están más zonalmente orientados, promoviendo la formación de trenes de ondas globales. Por lo tanto la configuración de amplificación está más influenciada por la variabilidad de la SST tropical, y es menos sensible a la retroalimentación por la interacción entre la tierra y la atmósfera que involucra la humedad del suelo o la cobertura de nieve. Mientras que en la configuración de atenuación ocurre lo contrario [6, 58].

La estructura anular de la AAO está presente durante todo el año en la troposfera, pero su periodo de amplificación de la altura en dirección a la estratósfera es en el mes de noviembre y su atenuación presenta una característica muy particular que difiere de la AO, tiene un periodo inactivo con un vórtice polar estratosférico fuerte con vientos del oeste en los meses de junio-julio-agosto, en tanto que en los meses de febrero-marzo el vórtice polar estratosférico se debilita mostrando vientos del este [56].

Esta amplificación (atenuación) conduce a una fuerte (débil) interacción entre el flujo de viento medio y las ondas planetarias. Además, durante estos periodos de activación (inactivación) la configuración anular de la AAO modula la fuerza de la circulación media en la estratósfera inferior, la altura de la tropopausa sobre latitudes medias y altas, la columna total de ozono y la fuerza de los vientos alisios del sur [6, 56].

Por otra parte, dado que el acoplamiento atmosférico entre la estratósfera y la troposfera por medio del vórtice polar en latitudes medias y altas de ambos hemisferios es notablemente similar [57, 59], se observa que a inicios y mediados del verano austral asociado a la estacionalidad y al movimiento aparente del sol se reduce el gradiente de temperatura entre la zona polar y la ecuatorial, lo que hace que se estrechen y se debiliten los vientos del oeste en los niveles altos, y provoque que el vórtice polar estratosférico esté prácticamente ausente [6, 58]. Por ello, se considera que la estratósfera no influye en el clima austral de inicios y mediados de verano [6, 60], y es la posición anómala de la SST tropical la que determina dónde tiene lugar la convección profunda más fuerte asociada con los cambios en la circulación de Walker [6, 58].

2. MARCO TEÓRICO

Adicionalmente, existe vasta evidencia que sugiere influencias mutuas entre la AAO y ENOS (El Niño-Oscilación del Sur) [61, 62, 63, 64, 65, 66, 67]. Además, el impacto que ejerce la AAO en el clima del hemisferio sur a nivel regional se ha documentado ampliamente [68, 69, 70]. No obstante, las investigaciones sobre las posibles teleconexiones que puedan existir entre la AAO y las regiones del hemisferio norte están apenas en un reciente auge.

Algunos trabajos pioneros, como los de Nan y Li [71] y Wu et al. [72], han evidenciado posibles impactos de esta oscilación interanual de gran escala en las precipitaciones de verano e invierno en China, respectivamente. Asimismo, Jian-Qi [73] vislumbró la posible relación que existe a escala decadal e interanual entre la AAO de la primavera boreal y el monzón de verano de América del Norte (*North American Summer Monsoon*, NASM). Esta relación se debe al mecanismo explicado por las anomalías de la AAO que pueden excitar un tren de ondas meridionales [74] y consecuentemente resultar en anomalías de la SST sobre el Atlántico tropical. Estas anomalías de la SST pueden persistir desde la primavera al verano boreal influyendo en la NASH, y producto de ello causan lluvias anómalas en el NASM [73]. Cabe destacar que esta influencia ya había sido considerada como un factor valioso en la predicción del monzón de verano de África Occidental [75], del monzón de verano de Asia Oriental [71, 74, 76, 77, 78, 79], de la frecuencia de polvo en el clima en China [80] y de la actividad ciclónica del norte de Asia [81].

Más recientemente, Liu et al. [61] mostraron a gran escala la influencia de este modo anular en el otoño boreal sobre la precipitación de invierno en el hemisferio norte, asociada con cambios en la superficie subpolar de los vientos del oeste, que influyen en el intercambio de calor en la superficie e impulsan el flujo meridional oceánico de Ekman, redistribuyendo el calor cerca de la superficie, debido a que el patrón de dipolo positivo (negativo) de SST del océano Austral puede persistir en el invierno boreal a través de la "memoria" de la SST. Estos intercambios de calor pueden afectar el movimiento vertical en la circulación meridional del hemisferio sur y fortalecer (debilitar) las ramas hacia arriba y hacia abajo que conectan con el hemisferio norte. A este mecanismo se le conoce como puente acoplado océano-atmósfera, y es el responsable de permitir que la influencia de la AAO del otoño boreal persista en la temporada siguiente y afecte el clima del hemisferio norte. No obstante, como se mencionó anteriormente la modulación en el clima de invierno a través de las anomalías de la AAO del otoño boreal ya había sido señalada por Wu et al. [72], como parte de la variabilidad decadal del monzón de invierno chino que responde a la propagación inter-hemisférica de la señal asociada a la AAO [82].

2.3 Señales atmosféricas

Para vislumbrar el alcance del PDS (Procesamiento Digital de Señales) en la extracción de información valiosa a partir de datos masivos, heterogéneos y de alta dimensionalidad para la adopción de decisiones en el área de las ciencias del clima. Esta investigación utilizará dos conjuntos de datos que proveen series espacio-temporales de precipitación, a saber, los reanális de ERA-Interim y los registros climáticos del PERSIANN-CDR, con el propósito de inferir los patrones espaciales de teleconexión climática asociados a la AAO en el territorio costarricense. Además para medir el grado de relación entre la AAO y la precipitación en Costa Rica se utilizarán series temporales de precipitación provenientes de registros de estaciones meteorológicas en superficie, y de las series temporales de precipitación calculadas de los mismos reanális de ERA-Interim y de los registros climáticos del PERSIANN-CDR para diferentes regiones de análisis en territorio costarricense. Para el caso de los índices climáticos que capturan las señales asociadas a las oscilaciones atmosféricas, sus series temporales provienen, para la AAO, de dos diferentes fuentes: de estaciones de observación y de los reanálisis de NCEP/NCAR, ambos índices calculados a través de la variable de presión a nivel del mar normalizada, y para el caso de ENOS, a través de las anomalías de la SST. Estos índices climáticos se utilizarán para realizar análisis estadísticos de comparación de series de tiempo.

2.3.1 Series espacio-temporales de precipitación

2.3.1.1 Reanálisis de ERA-Interim

Para realizar esta investigación, se utilizarán diferentes bases de datos. La primera de ellas consiste en los reanálisis de ERA-Interim del *European Centre for Medium-Range Weather Forecasts* (ECMWF; [8]). Estos datos proporcionan un registro de variables atmosféricas espacio-temporales equidistantes que son representativas de la circulación

2. MARCO TEÓRICO

atmosférica global. A diferencia del análisis de los sistemas de predicción operacional, los reanálisis se elaboran con una versión fija de un modelo de circulación general atmosférica, incluyendo el sistema y metodología de asimilación de datos que provienen de distintas fuentes, que incorporan informes de las observaciones en los aeródromos meteorológicos, estaciones meteorológicas automáticas y semi-automáticas, registros meteorológicos y oceanográficos de embarcaciones navieras, radiosondeos, boyas oceanográficas, registros meteorológicos de aeronaves, termógrafos batimétricos, satélites geoestacionarios y de órbita polar y, finalmente, registros oceanográficos de instrumental flotante del programa Argo [83, 84]. Los datos utilizados en la metodología de asimilación proceden de sensores que miden diferentes variables atmosféricas y oceanográficas, tales como la magnitud y dirección de los vientos, la temperatura del aire y de la superficie del mar, la humedad, la presión atmosférica y la salinidad, entre otras. El proceso que se sigue en la elaboración de los reanálisis hace que estos no se vean afectados por los cambios de versiones del modelo o las actualizaciones en las metodologías de asimilación de datos [8]. Un esquema conceptual del diseño para la elaboración de los reanálisis de ERA-Interim se muestra en la Figura 2.2.



Figura 2.2: Esquema conceptual del diseño para la elaboración de los reanálisis de ERA-Interim. Adaptado de [85].

Estos reanálisis tienen una resolución nativa espacial de 0.75° de latitud por 0.75° de longitud y disponen de una cantidad extendida de variables meteorológicas derivadas del modelo de circulación general atmosférica. Sin embargo, para tener señales más suavizadas, en este estudio se utilizarán series espacio-temporales con una resolución interpolada de 0.25° para la variable en escala mensual de precipitación [m] durante un periodo de 38 años, de diciembre de 1979 a noviembre de 2017 [85].

2.3.1.2 Registros climáticos del PERSIANN-CDR

La segunda base que se empleará consiste en los datos históricos de precipitación [*mm*] del *Precipitation Estimation from Remotely Sensed Information using Artificial Neural Networks-Climate Data Record* (PERSIANN-CDR; [86]), que incluye registros climáticos diarios, los cuales serán convertidos a escala mensual en esta investigación. Esta data es estimada utilizando redes neuronales artificiales, a partir de información proveniente, entre otras, de las imágenes satelitales de infrarrojo y microonda, estaciones en tierra, datos de radares en tierra y la información topográfica superficial; como parte del proceso de reconstrucción se utilizó la base de datos del *Global Precipitation Climatology Project* (GPCP; [87, 88, 89, 90]) como insumo para el ajuste del sesgo. El diagrama esquemático del algoritmo utilizado por el PERSIANN-CDR para la reconstrucción del registro histórico de la precipitación se muestra en la Figura 2.3. Esta base de datos consiste en series espacio-temporales de precipitación con una resolución espacial de 0.25° en la banda de latitud 60°N-60°S para un periodo de 35 años, de diciembre de 1983 a noviembre de 2018.



Figura 2.3: Diagrama esquemático del algoritmo utilizado por el PERSIANN-CDR para la reconstrucción del registro histórico de la precipitación. Tomado de [86].

2. MARCO TEÓRICO

2.3.2 Series temporales de precipitación

2.3.2.1 Registros de estaciones meteorológicas en superficie

La tercera base de datos es el registro de estaciones meteorológicas en superficie del Centro de Investigaciones Geofísicas (CIGEFI), llamado NUMEROSA. Un ejemplo de este tipo de instrumento de medición se muestra en la Figura 2.4.



Figura 2.4: Imagen de la estación meteorológica del Centro de Investigaciones Geofísicas (CIGEFI) de la Universidad de Costa Rica.

Esta base de datos contiene 78 registros de estaciones que tienen datos de precipitación [mm] sobre el territorio costarricense. Estas 78 series temporales serán sometidas a un criterio de porcentaje de datos ausentes para un periodo de 38 años, de diciembre de 1979 a noviembre de 2017, para el procesado de sus series mensuales a valores continuos [91, 92].

2.3.3 Series temporales de los índices asociados a las oscilaciones atmosféricas

2.3.3.1 Índices asociados a la AAO

Para el índice de la Oscilación Antártica (*Antarctic Oscillation Index*, AAOI) existen diferentes metodologías para el cálculo de sus series temporales, mismas que se citan a continuación: (1) las que se formulan a partir del análisis de componentes principales (*principal component analysis*, PCA) de alguna variable meteorológica en la zona

extratropical, por ejemplo, la altura geopotencial, la presión media a nivel del mar, el viento o la temperatura [56, 71]; (2) las que calculan la diferencia entre la presión media zonal normalizada entre dos latitudes usando datos de los reanálisis [93, 94]; y (3) las que se basan en datos obtenidos de estaciones de observación [95, 96].

Cabe mecionar que existen algunas inconsistencias con respecto a la determinación de los valores extremos de la AAO, las cuales se deben, principalmente, a las diferentes metodologías y conjuntos de datos aplicados en la definición de los índices. Para el AAOI se evidenció que los índices calculados con datos de los reanálisis son más efectivos cuando se intenta comprender la relación con sus impactos [97]. Sin embargo, antes de la incorporación de los datos satelitales, los anteriores a 1979, es probable que los índices basados en los reanálisis no sean confiables y es mejor elegir aquellos provenientes de estaciones de observación. Tomando esto en consideración, como lo hicieron Nieto et al. [10] y Castillo et al. [6], se valoraron dos índices para la AAO en función de diferentes metodologías que usan datos de la presión a nivel del mar normalizada: uno basado en estaciones de observación y otro basado en los reanálisis.

En cuanto al AAOI basado en los datos de las estaciones de observación, se usará aquel que empleó 12 estaciones para calcular las medias zonales de la presión a nivel del mar en 40°S y 65°S [95] (http://www.nerc-bas.ac.uk/icd/gjma/sam.html). Para el AAOI basado en los reanálisis (*National Centers for Environmental Prediction/National Center for Atmospheric Research*, NCEP/NCAR) [4], se utilizará el índice definido como la diferencia mensual normalizada de la presión media zonal a nivel del mar entre 40°S y 70°S [71] (http://ljp.gcess.cn/dct/page/65609).

2.3.3.2 Índice asociado a ENOS

Para el caso de ENOS, se utilizará el índice oceánico mensual de El Niño (*Oceanic Niño Index*, ONI) en la región de El Niño 3.4 (5°N-5°S, 120°-170°W), tomado del *National Oceanic and Atmospheric Administration/Climate Prediction Center* (NOAA/CPC) [98], el cual calcula su serie temporal con un filtro de media móvil trimestral de las anomalías de la SST utilizando la base de datos *Extended Reconstructed Sea Surface Temperature* (ERSST; [99]) v5. Este índice mensual filtrado es la principal medida oceánica para el monitoreo, evaluación y predicción de ENOS, lo cual hace muy conveniente su utilización en análisis de escala mensual, como ya se ha realizado en trabajos anteriores por Castillo et al. [9] y [6].

"No hay hechos, sólo interpretaciones" Friedrich Nietzsche (1844-1900) Filósofo Alemán

> CAPITULO 3

Solución

3.1 Procesamiento de series temporales de precipitación

Todo aquel que trabaja con series de tiempo meteorológicas se encuentra con el problema que en muchos casos las series temporales están incompletas, esto es debido, en muchas ocasiones al deterioro o mal funcionamiento de los sensores de medición en las estaciones meteorológicas. Algunos métodos de análisis pueden adecuarse a esta situación pero otros requieren que las series temporales estén completas, como por ejemplo, cuando se realiza análisis espectral o cuando se intenta medir el grado de relación de dos variables atmosféricas a través de coeficientes de correlación.

Un sensor de una estación meteorológica capta señales de varios fenómenos con escalas espaciales y temporales diferentes. Aquellos de mayor extensión espacial serán detectados por varias estaciones mientras que los de menor extensión no. Los métodos multivariados permiten separar las señales mediante criterios estadísticos de tal forma que los componentes encontrados explican la variabilidad total de la señal. Es decir, no han perdido "información". En la mayoría de los casos se encuentra que esos componentes de la señal están correlacionados con fenómenos meteorológicos identificables [91].

3. SOLUCIÓN

En este sentido, con las herramientas que brinda el PDS se deberán completar las series temporales de precipitación del registro de estaciones meteorológicas en superficie de la base de datos NUMEROSA. Estas series contienen datos ausentes que no se midieron por el sensor de manera aleatoria en el tiempo, debido a su deterioro o mal funcionamiento, tal y como se indicó anteriormente. El procesamiento se llevará a cabo haciendo uso de la propuesta metodológica planteada por Ureña et al. [92]. Esta propuesta consta de una combinación de dos metodologías para el rellenado de datos ausentes, la primera consiste en ajustar un modelo autoregresivo a la serie de tiempo y utilizar ese modelo como estimador de los datos ausentes como primera aproximación; y la segunda se basa en la iteración de la técnica multivariada de PCA de la matriz de correlación de los datos rellenados previamente, completando las series temporales con información de las demás estaciones. Cada una de estas metodologías se explicará a continuación.

El caso de la metodología de rellenado con un modelo autoregresivo de orden p, AR(p), obedece la ecuación de diferencias finitas 3.1

$$y[t] = \phi_1 y[t-1] + \phi_2 y[t-2] + \phi_3 y[t-3] + \ldots + \phi_p y[t-p] + x[t]$$
(3.1)

donde la salida y en tiempo t depende de los p valores anteriores de ella misma más el valor presente de la innovación x. Los coeficientes autoregresivos $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots, \phi_p \in \mathbb{R}$, y se calculan haciendo uso de las autocorrelaciones $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_p$ con las ecuaciones de Yule-Walker [100], representadas por la ecuación matricial 3.2.

$$\begin{pmatrix} \rho_{1} \\ \rho_{2} \\ \vdots \\ \rho_{p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{1} & \rho_{2} & \cdots & \rho_{p-1} \\ \rho_{1} & 1 & \rho_{1} & \cdots & \rho_{p-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{p-1} & \rho_{p-2} & \rho_{p-3} & \cdots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{1} \\ \phi_{2} \\ \vdots \\ \phi_{p} \end{pmatrix}$$
(3.2)

Cuando se representan señales con este modelo, los coeficientes se ajustan de tal manera que la innovación corresponda a ruido blanco con varianza mínima.

El filtro predictivo correspondiente estaría dado por la ecuación 3.3

$$\widehat{y}[t] = \phi_1 y[t-1] + \phi_2 y[t-2] + \phi_3 y[t-3] + \ldots + \phi_p y[t-p]$$
(3.3)

donde el valor de la señal en tiempo t se pronostica con los p valores anteriores de la señal y el error que se comete es x[t].

Las dos aproximaciones que se utilizan para calcular los coeficientes también corren el filtro de pronóstico en tiempo reverso a través de la ecuación 3.4

$$\widetilde{y}[t] = \phi_1 y[t+1] + \phi_2 y[t+2] + \phi_3 y[t+3] + \ldots + \phi_p y[t+p]$$
(3.4)

en este caso el valor de la señal en tiempo t se pronostica con los p valores futuros de la señal.

El error total de pronóstico estaría dado por la ecuación 3.5

$$error = \frac{1}{n} \sum_{t=p+1}^{t=n} \left(y\left[t\right] - \widehat{y}\left[t\right] \right)^2 + \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{t=n-p} \left(y\left[t\right] - \widetilde{y}\left[t\right] \right)^2$$
(3.5)

siendo n la longitud de la serie temporal.

Estos dos filtros predictivos se corren dentro de los datos sin salirse de los extremos. Los coeficientes ϕ_p se calculan de tal forma que el error total se minimice. El programa de rellenado utiliza dos algoritmos para calcular los coeficientes autoregresivos minimizando el error total: el estimador de Burg [101] y el propuesto por Ulrych & Clayton [102]. El primero es desarrollado para procesos estocásticos estacionarios y el segundo para series determinísticas.

Los estimadores de los coeficientes de autocorrelación que se calculan a partir de una ventana de observación de longitud finita son poco confiables en los métodos de estimación espectral. Este problema se agrava de sobremanera si la ventana de observación es corta. Burg en 1975 [103] mostró como estimar la autocorrelación evitando los efectos de la ventana de observación de longitud finita y sin hacer ninguna hipótesis sobre el dato fuera de la ventana de observación. El procedimiento de Burg es recursivo, comienza diseñando un filtro que predice el error de longitud 2, que intenta convertir el dato de entrada en ruido blanco. Luego iterativamente va calculando la autocorrelación a *lags* mayores simultáneamente con filtros predictivos más largos. Mediante esta recursión es posible extender el filtro predictivo hasta alcanzar un orden *p*. Finalmente el espectro de potencia del dato es estimado como la inversa del espectro de potencia del filtro que predice el Burg es muy utilizado en la práctica y ha sido estudiado extensamente. Un resumen comprensivo de sus propiedades y en particular, de las condiciones que garantizan su estabilidad, se encuentran en Kay & Marple [105] para las diversas implementaciones que existen de este algoritmo. Por otro

3. SOLUCIÓN

lado, el estimador de Ulrych & Clayton corresponde a un ajuste de mínimos cuadrados clásico.

Teóricamente ambos métodos deben converger con las series de tiempo meteorológicas usuales. En la práctica ambos métodos pueden divergir por motivos externos como acumulación de los errores de truncamiento de la representación de los números en punto flotante, por posibles errores en la adquisición de los datos que introducen inestabilidades, por utilizar un número de coeficientes autoregresivos incongruente con la persistencia de la serie o porque el porcentaje de valores ausentes es alto [91].

El orden p del filtro autoregresivo es un parámetro dado por el usuario, esto puede llevar a la divergencia del método si se utiliza un número de coeficientes autoregresivos incongruente con la persistencia de la serie [106]. El orden de selección de la autoregresión de esta rutina debe ser correctamente escogido, ya que agregar más complejidad al modelo autoregresivo no mejora su representación de los datos, es decir puede haber un sobreajuste del modelo para la estimación de los parámetros si se escoge un orden mayor al que se debería. La rutina le da la posibilidad al usuario de elegir entre dos criterios de selección para la escogencia del orden del modelo, los estadísticos *Bayesian Information Criterion* (BIC, ecuación 3.6) y *Akaike Information Criterion* (AIC, ecuación 3.7) que envuelven una función de verosimilitud logarítmica (*log-likehood*) más una penalización por el número de parámetros, ambos difieren de la forma de la función de penalización, y se calculan para cada candidato de orden p.

$$BIC(p) = n \ln\left[\frac{n}{n-p-1}s_{\varepsilon}^{2}(p)\right] + (p+1)\ln(n)$$
(3.6)

$$AIC(p) = n \ln\left[\frac{n}{n-p-1}s_{\varepsilon}^{2}(p)\right] + 2(p+1)$$
(3.7)

El término $s_{\varepsilon}^2(p)$ es la varianza de ruido blanco (*white-noise variance*). Generalmente es preferible utilizar el estadístico BIC para series de tiempo suficientemente largas [106].

Con el método de rellenado por filtro predictivo autoregresivo se logra recuperar la señal estacional y aquellas señales cuya persistencia en tiempo sean compatibles con el tiempo de muestreo [91, 92]. Sin embargo, esta técnica es de utilidad en situaciones, desgraciadamente muy comunes, donde no hay estaciones cercanas que puedan incorporar las señales capturadas con información de los fenómenos que se detectan a nivel

espacial y el rellenado se debe hacer con la información de la estación misma. Para poder incorporar esta información espacial es que se aplica la técnica que se detalla seguidamente.

La segunda metodología utilizada para ajustar el rellenado de datos ausentes con la información de estaciones climatológicamente cercanas se basa en la técnica multivariada de PCA. Esta técnica tiene como objetivo analizar si es posible representar adecuadamente la información suministrada de un conjunto de datos con un número menor de variables construidas como combinaciones lineales de las originales. Por ejemplo, con variables con alta dependencia es frecuente que un pequeño número de nuevas variables (menos del 20% de las originales) expliquen la mayor parte de la variabilidad del conjunto de datos original (más del 80% de su variabilidad). La técnica de PCA es debida a Hotelling [107], aunque sus orígenes se encuentran en los ajustes ortogonales por mínimos cuadrados introducidos por Pearson [108].

En cuanto al concepto de cercanía entre estaciones, su noción se expresa tradicionalmente utilizando la matriz de covarianza o de correlación que cuantifican el grado de información común compartido entre estaciones. La matriz de covarianza se utiliza cuando en el análisis es importante conservar la diferencia en la amplitud o varianza de las estaciones; mientras que la matriz de correlación se utiliza cuando se desea un análisis más basado en la forma de las curvas de las estaciones estudiadas que en su amplitud. Entre más altos los valores de covarianza o correlación más afines son las estaciones. Por lo tanto el proceso consiste en descomponer esta matriz matemáticamente en tres matrices muy particulares como se explica a continuación.

Para poder definir la matriz de covarianza y correlación, se ha representado la serie de tiempo de una estación *i*, cuyas entradas se les ha sustraído el valor medio para obtener la serie de anomalías de precipitación, con un vector columna $si = [s_{1i}, s_{2i}, \ldots, s_{ni}]^T$ donde *n* es la longitud total de la serie. Es decir *si* es la secuencia de desviaciones respecto a la media de la estación *i*. Las *m* estaciones escogidas deben tener un periodo común y de igual longitud *n*, condición que se garantiza con el rellenado de primera aproximación realizado con el filtro autoregresivo. Los vectores columna *si* forman una matriz *S* de tamaño $n \times m$. Así, las filas (n) de *S* serán las observaciones y sus columnas (m) serán las series temporales de las anomalías de precipitación de cada estación meteorológica en superficie.

3. SOLUCIÓN

La autocovarianza y la covarianza cruzada entre estaciones se definen por medio de las ecuaciones 3.8 y 3.9, respectivamente

$$cov(si,si) = var(si) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{t=n} s_{ti}^2 = \frac{1}{n} si^T si$$
 (3.8)

$$cov(si, sj) = cov(sj, si) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{t=n} s_{ti} s_{tj} = \frac{1}{n} si^T sj$$
 (3.9)

Los elementos a lo largo de la diagonal corresponden a la autocovarianza (o de forma más sencilla, a la varianza) de las estaciones. Luego, la traza, que es la suma de los elementos diagonales, equivale a la varianza total.

La autocorrelación y la correlación cruzada se definen de forma similar por medio de las ecuaciones 3.10 y 3.11, respectivamente

$$corr(si, si) = \frac{var(si)}{\sigma_i^2} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{t=n} \frac{s_{ti}^2}{\sigma_i^2} = \frac{1}{n} si'^T si'$$
(3.10)

$$corr(si,sj) = corr(sj,si) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{t=n} \frac{s_{ti}s_{tj}}{\sigma_i\sigma_j} = \frac{1}{n} si'^T sj'$$
(3.11)

donde $si' = \frac{si}{\sigma_i}$ y $sj' = \frac{sj}{\sigma_j}$ son las desviaciones normalizadas.

Las matrices de covarianza y de correlación se forman tomando como elementos la covarianza o correlación cruzada entre estaciones. Las dos matrices son cuadradas de dimensiones $m \times m$ y simétricas. Una matriz simétrica M se puede descomponer como el triple producto matricial de dos matrices $M = E^T L E$. La matriz cuadrada E se conoce como la matriz de vectores propios (autovectores) en la cual los m vectores propios son sus columnas. L es la matriz de valores propios (autovalores) y es diagonal. Usualmente se ordenan los vectores propios y valores propios de acuerdo al valor descendente de los autovalores. Los autovectores y autovalores tienen las siguientes propiedades:

- 1. Dos vectores propios correspondientes a valores propios diferentes son ortogonales, $E^T E = E E^T = I$, donde I es la matriz identidad.
- 2. Todos los m valores propios son reales.
- 3. A $m' \leq m$ valores propios iguales les corresponde m' vectores propios ortogonales.

4. La $tr(M) = tr(L) = \lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_m$. Es decir, la suma de los autovalores es igual a la varianza total de las estaciones.

La última propiedad es muy importante en la práctica porque cuantifica el aporte a la varianza total de cada uno de los vectores propios [106, 109].

La matriz de componentes principales A se define $A = SEL^{-\frac{1}{2}}$ en la cual cada una de las columnas es un componente principal. A tiene las mismas dimensiones que la matriz de datos S pero con la propiedad de que las columnas, los componentes principales, son ortogonales entre sí: $AA^T = I$. La matriz A tiene la misma "información" que S, sólo que reordenada de tal forma que cada columna tiene "información" independientes de las otras. De la matriz A se recobran los datos originales mediante la relación $S = AL^{\frac{1}{2}}E^T$ [110]. Esta última relación es la base para el rellenado de datos faltantes y se pueden hacer dos observaciones sobre ella. Primero nos indica que los datos originales son una combinación lineal de las componentes principales en los que los factores de peso se calculan de los vectores y valores propios. En segundo lugar los componentes que más contribuyen a "explicar" la varianza total son los primeros mientras que los últimos sólo "explican" una fracción menor, y por lo general estos se asocian con ruido no correlacionado.

La idea fundamental del método para estimar los datos faltantes de la matriz S con los proyectados en la matriz S' es la siguiente y su etapas se enumeran a continuación:

- 1. Calcular la matriz de covarianza o correlación y obtener los vectores E y los valores propios L.
- 2. Calcular los componentes principales $A = SEL^{-\frac{1}{2}}$.
- 3. Estimar los valores ausentes con la expresión S' = AL'^{1/2} E^T utilizando los primeros componentes principales únicamente. Se puede visualizar esto como equivalente a truncar la matriz de valores propios a un tamaño m" × m" (m" < m) o a igualar a cero los últimos valores propios (los de valor propio menor y que contribuyen poco a la varianza total).</p>

Parte fundamental del método es determinar el número de componentes principales a utilizar. Por tal motivo, el programa para el procesamiento de las series temporales de precipitación (https://www.kerwa.ucr.ac.cr/handle/10669/28888) contiene una

3. SOLUCIÓN

implementación que muestra al usuario los autovalores en función del índice del componente principal a través de un gráfico *scree* que brinda información de las componentes que más contribuyen a la varianza total. Dichas componentes deberán ser consideradas para realizar el rellenado de las series de tiempo. Adicionalmente, Alfaro & Soley [91] indican que si el porcentaje de datos ausentes en series mensuales es mayor al 25 % el método en general no converge. Es por esto que, primeramente, se deberá filtrar la información de las estaciones para escoger aquellas que tengan un porcentaje de observaciones menor a este umbral en sus series de tiempo mensuales.

Por lo tanto, el correcto procesamiento de las series temporales de precipitación va depender de la inspección cuidadosa de las matrices que se conforman con la escogencia del conjunto de estaciones, dado que las estaciones escogidas no sólo deben ser climatológicamente cercanas, sino que también las secciones de datos ausentes no se deben traslapar. Si bien es cierto, esta parte del proceso es subjetiva y se basa en la experiencia de la persona que realiza el análisis, vale la pena resaltar dos puntos. Primero, el concepto de estaciones climatológicamente cercanas, por lo general sugiere implícitamente que la variabilidad del grupo de estaciones escogido esté influenciada por los mismos fenómenos de gran escala (común a todas las estaciones). Segundo, si la escogencia de las estaciones se basa en el coeficiente de correlación entre las mismas, es conveniente utilizar algún criterio de significación que tome en cuenta la autocorrelación de las series de tiempo (p. ej. [111, 112]).

Debe quedar claro que estos métodos son incapaces de reproducir los datos perdidos. Lo que verdaderamente sucedió se perdió irremediablemente. Estos métodos permiten rellenar las series temporales con valores "razonables" que son consistentes con la estadística y la física de algunas de las señales captadas [91, 92].

3.2 Medición del grado de relación entre la AAO y la precipitación

Para realizar un análisis de variabilidad climática interanual se utilizan series de datos mensuales promediadas temporalmente para eliminar las fluctuaciones meteorológicas diarias y retener las componentes estacionales. Por esta razón, el análisis se realizará haciendo promedios de las series de tiempo mensuales para las estaciones boreales de invierno (diciembre-enero-febrero, DEF), primavera (marzo-abril-mayo, MAM), verano (junio-julio-agosto, JJA) y otoño (setiembre-octubre-noviembre, SON), construyendo de esta manera cuatro series de tiempo estacionales. Esta separación de las series de tiempo por estación climática boreal se hará tanto para la precipitación como para el AAOI.

El grado de relación entre las series de tiempo estacionales de precipitación con el AAOI, se medirá a través del coeficiente de correlación de Pearson [106], con un nivel de confianza estadístico mayor o igual al 95 %. Para indagar si los coeficientes de correlación que se obtendrán están asociados con un elemento detonador en común (ENOS), se aplicará el coeficiente de correlación parcial de Pearson [106] entre las series de tiempo estacionales de precipitación con el AAOI y el respectivo índice para ENOS. Este tratamiento se realizará con el propósito de evitar correlaciones espurias entre la precipitación y el AAOI cuya concomitancia se debe, en realidad, a que su variabilidad coincide por el efecto de ENOS. Por esta razón se recurrirá a este tipo de análisis para descartar la influencia de la señal de ENOS en los cálculos y, por lo tanto, resaltar el papel de la AAO. De igual forma, para dotar de confianza estadística a los coeficientes, se tomará el mismo nivel de significancia mayor o igual al 95 %. El diagrama de bloques de estos procesos de correlación estadística se muestra en la Figura 3.1, donde $f_i(t)$ son las series de tiempo estacionales de los índices asociados a las oscilaciones atmosféricas, $f_{i_1}(t)$ para los índices asociados a la AAO y $f_{i_2}(t)$ para el índice asociado a ENOS, $f_v(t)$ son las series de tiempo estacionales de precipitación y ρ es el coeficiente de correlación.

La medición del coeficiente de correlación es de suma importancia, dado que proporcionaría evidencia de la potencial modulación que ejerce la AAO en las variaciones interanuales de la precipitación en Costa Rica. Es por esta razón que este coeficiente se medirá utilizando tres diferentes fuentes de datos. Dos de estas fuentes proveen datos de observación, una de señales captadas por sensores en estaciones meteorológicas en superficie y la otra de señales obtenidas desde el espacio por sensores satelitales. La tercera fuente provee datos de un modelo de circulación general atmosférica que captura las señales atmosféricas de gran escala. Este análisis se realizará con la finalidad de recabar evidencia suficiente para la validación de la hipótesis de esta investigación.



Figura 3.1: Diagrama de bloques del proceso de correlación/correlación parcial entre las series de tiempo estacionales de precipitación y de los índices asociados a las oscilaciones atmosféricas.

3.2.1 Coeficientes de correlación con estaciones meteorológicas en superficie

El cálculo de estos coeficientes de correlación se hará a partir de las series de tiempo estacionales de precipitación de las estaciones meteorológicas en superficie que cumplan con los criterios para el rellenado de sus datos ausentes para el periodo 1979-2017. Para analizar las correlaciones entre las series estacionales de precipitación y el AAOI, se tomará el valor umbral de $\pm 0,32$ que tiene un nivel de confianza estadístico mayor o igual al 95 %, calculado a partir de una distribución *t-student* para una prueba de dos colas [106]. Además, se verificará si las series de tiempo estacionales presentan memoria a largo plazo, al corroborar los grados de libertad (número de observaciones menos dos, n - 2) efectivos del coeficiente de correlación de Pearson bajo autocorrelación [113]. Estos análisis estadísticos se llevarán a cabo utilizando la herramienta computacional de *MATLAB*.

3.2.2 Coeficientes de correlación con los reanálisis de ERA-Interim

La medición del coeficiente de correlación con un esquema de regionalización basado en el clima de Costa Rica (ver Figura 2.1) proporcionaría información valiosa a nivel regional. Por consiguiente, para llevar a cabo el cálculo de los coeficientes de correlación con los reanálisis de ERA-Interim, se tienen que extraer las series de tiempo estacionales de precipitación de las series espacio-temporales de este conjunto de datos. El proceso de extracción de la series de tiempo estacionales se realizará sobre cinco diferentes regiones de análisis (Figura 3.2). La primera región abarca la totalidad del territorio costarricense (Costa Rica continental). La segunda comprende el territorio desde la costa Pacífica hasta el eje montañoso central (vertiente Pacífica). La tercera cubre el territorio desde la costa del Caribe hasta llegar al sistema montañoso central (vertiente Caribe). La cuarta considera solo la región del Pacífico Norte (región Chorotega, la más árida de Costa Rica; [114]), y la quinta incluye el resto de la región del Pacífico (Pacífico Central y Sur).



Figura 3.2: Esquema de las regiones de análisis para el cálculo de los coeficientes de correlación entre las series de tiempo estacionales del AAOI y de la precipitación según los datos del ERA-Interim y el PERSIANN-CDR en los periodos 1979-2017 y 1983-2018, respectivamente.

3. SOLUCIÓN

Las correlaciones entre las series de tiempo estacionales de precipitación extraídas de los datos del ERA-Interim y el AAOI para el periodo 1979-2017, se analizarán tomando el valor umbral de $\pm 0,32$ con un nivel de confianza estadístico mayor o igual al 95 %, igualmente calculado a partir de una distribución *t-student* para una prueba de dos colas [106].

3.2.3 Coeficientes de correlación con sensores remotos utilizando el PERSIANN-CDR

Para realizar el cálculo de los coeficientes de correlación con sensores remotos utilizando el PERSIANN-CDR, se tiene que llevar a cabo el mismo procedimiento de la subsección 3.2.2 en la extracción de las series de tiempo estacionales sobre las cinco diferentes regiones de análisis (Figura 3.2) para las series espacio-temporales de precipitación que suministra este conjunto de datos. La medición del coeficiente de correlación utilizando datos provenientes de sensores satelitales daría una segunda evidencia observacional captada desde el espacio, que eventualmente podría confirmar la modulación que ejerce la AAO en las variaciones interanuales de la precipitación en territorio costarricense. Las correlaciones entre las series de tiempo estacionales de precipitación extraídas de los datos del PERSIANN-CDR y el AAOI para el periodo 1983-2018, se analizarán tomando el valor umbral de $\pm 0,33$ con el mismo nivel de confianza estadístico mayor o igual al 95 %.

3.3 Inferencia de patrones de teleconexión climática asociados a la AAO

Los patrones de teleconexión climática son vínculos anormales del clima que ocurren simultáneamente sobre lo que parecen ser regiones muy distantes. Estos patrones a gran escala de anomalías recurrentes y persistentes que afectan a grandes áreas geográficas están asociados a las oscilaciones atmosféricas. Para poder inferir los patrones espaciales de teleconexión climática asociados a la AAO con influencia en la variabilidad interanual de la precipitación en Costa Rica se hará uso de la técnica de composiciones.

3.3.1 Técnica de composiciones

La técnica de composiciones es una herramienta muy conveniente para construir la estimación del estado promedio de una variable condicionada por el valor de un índice externo, y su representación matemática viene dada por la ecuación 3.12

$$\left\langle \left[f_{xy}(t)\right]_{i}\right\rangle = \frac{1}{j}\sum_{k=1}^{j}\left[f_{xy}(t)\right]_{ik}$$
(3.12)

donde [] es la composición de la señal espacio-temporal $f_{xy}(t)$ condicionado por un índice *i* para un número de observaciones *j* [6].

Estas composiciones se harán considerando los años de las distintas fases (positivas, negativas y neutrales) de la AAO sobre las series de tiempo estacionales de invierno (DEF), primavera (MAM), verano (JJA) y otoño (SON) para los campos de las anomalías de precipitación de los reanálisis ERA-Interim y del PERSIANN-CDR. Las Tablas 3.1 y 3.2 muestran las series de tiempo estacionales de los índices considerados para las composiciones de las fases de la AAO utilizadas con los datos del ERA-Interim para el periodo de 1979-2017 y con los datos del PERSIANN-CDR para el periodo de 1983-2018, respectivamente. En rojo se muestran los valores más altos de los índices (fase positva, AAO(+)), en azul los valores más bajos (fase negativa, AAO(-)) y en ocre los valores neutros (fase neutral).

Luego, empleando el mismo criterio que en Nieto et al. [10] y Castillo et al. [6], se determinaron los seis episodios de mayor intensidad de las fases positiva y negativa por estación. Este número de eventos responde a la cantidad de episodios que exceden los valores umbrales del índice en los percentiles 16 y 84, para el periodo de análisis 1979-2017, y los percentiles 17 y 83, para el periodo 1983-2018. De esta forma se representa el porcentaje de eventos extremos de las series de tiempo estacionales analizadas como se muestra en la Tabla 3.3, en tanto que para la fase neutral se seleccionaron los seis años con los índices más cercanos a cero.

El proceso que permite extraer de las series espacio-temporales la señal espacial de los eventos extremos asociados a la AAO para analizar el papel de los patrones de teleconexión climática en la variabilidad interanual de las anomalías de precipitación, se realizará por medio de la diferencia de composiciones de fase positiva y negativa con respecto a la composición de fase neutral para la AAO. El diagrama de bloques de este

3. SOLUCIÓN

Tabla 3.1: Índices estacionales considerados para las composiciones de las fases de la AAO utilizadas con los datos del ERA-Interim para el periodo de 1979-2017. En rojo para los valores más altos de los índices [AAO(+)], en azul para los valores más bajos [AAO(-)] y en ocre para los valores neutros.

						AAOI								
	DEF			MA	М		JJA	1		SON				
	Observación	Reanálisis	1	Observación	Reanálisis		Observación	Reanálisis		Observación	Reanálisis			
1980	-1,21	-1,08	1980	-1,62	-1,89	1980	-0,06	-0,96	1980	-1,40	-1,64			
1981	0,83	0,70	1981	-1,7	-1,09	1981	-1,01	-1,01	1981	0,15	-0,44			
1982	0,71	1,59	1982	2,16	2,35	1982	1,14	0,97	1982	-0,97	0,15			
1983	-1,25	-1,56	1983	-0,66	0,94	1983	0,70	1,92	1983	1,71	1,46			
1984	-0,73	-0,21	1984	-0,31	0,82	1984	-0,49	1,34	1984	0,41	0,32			
1985	-1,87	-1,04	1985	0,42	0,8	1985	0,47	1,49	1985	1,31	1,95			
1986	-0,87	0,33	1986	-1,34	-1,05	1986	0,24	0,12	1986	0,95	0,47			
1987	-1,23	0,35	1987	-0,54	0,14	1987	0,57	0,50	1987	0,61	0,60			
1988	0,18	0,84	1988	-0,64	0,7	1988	-1,47	0,68	1988	-2,32	-1,00			
1989	1,00	1,82	1989	1,31	2,76	1989	0,86	2,22	1989	0,10	0,90			
1990	0,56	1,12	1990	-1,96	-0,67	1990	-0,66	0,25	1990	0,77	1,40			
1991	-0,13	0,69	1991	0,24	0,55	1991	-0,36	0,24	1991	-0,69	-0,94			
1992	-0,98	-1,15	1992	-0,92	-1,27	1992	-1,44	-0,88	1992	1,08	-0,11			
1993	-0,27	-0,75	1993	1,27	0,85	1993	1,97	2,90	1993	1,28	1,35			
1994	1,54	2,15	1994	-0,22	0,55	1994	-0,32	0,72	1994	-1,37	-0,89			
1995	1,70	2,15	1995	0,75	1,91	1995	-1,85	-1,21	1995	0,86	1,45			
1996	0,25	1,81	1996	0,98	1,86	1996	-1,21	-0,63	1996	-1,02	-0,81			
1997	1,03	1,25	1997	1	1,47	1997	1,09	1,78	1997	-1,42	-0,73			
1998	0,78	1,61	1998	1,32	2,24	1998	2,03	4,27	1998	1,11	1,74			
1999	1,80	2,57	1999	1,19	2,67	1999	0,12	0,32	1999	1,78	2,58			
2000	3,01	3,28	2000	1,2	2,52	2000	-0,34	0,54	2000	-1,10	-1,27			
2001	-1,11	-0,63	2001	0,39	1,69	2001	0,01	1,73	2001	1,79	3,04			
2002	2,06	2,33	2002	-1,5	-1,07	2002	0,01	-0,03	2002	-2,64	-2,26			
2003	-0,07	1,06	2003	1,06	1,47	2003	0,34	1,53	2003	-0,34	-0,23			
2004	-0,49	0,28	2004	0,6	1,76	2004	1,40	2,37	2004	0,00	0,60			
2005	0,55	0,77	2005	0,96	1,54	2005	-0,14	0,66	2005	0,31	0,17			
2006	-1,35	-0,80	2006	1,08	2,1	2006	0,34	0,89	2006	0,56	1,55			
2007	1,24	1,25	2007	-0,71	0,54	2007	-1,20	-0,21	2007	-0,90	0,11			
2008	2,15	2,81	2008	-0,28	0,76	2008	1,28	2,52	2008	1,23	2,78			
2009	1,32	1,98	2009	-0,02	1,07	2009	-0,68	-0,22	2009	-0,17	0,60			
2010	-0,48	0,75	2010	0,54	2,42	2010	2,58	4,97	2010	2,25	3,29			
2011	0,53	1,82	2011	0,73	2,09	2011	-0,51	0,47	2011	-0,87	-0,13			
2012	1,66	2,55	2012	1,04	2,07	2012	1,99	3,01	2012	0,03	0,21			
2013	0,88	0,87	2013	1,04	2,12	2013	-0,62	0,70	2013	-1,01	0,37			
2014	0,33	0,94	2014	0,3	1,7	2014	0,81	1,29	2014	0,02	0,50			
2015	2,91	2,71	2015	1,11	2,16	2015	2,09	3,70	2015	0,90	1,69			
2016	1,73	2,14	2016	1,5	2,2	2016	1,06	2,41	2016	-0,52	0,62			
2017	-1,24	-0,29	2017	0,64	2,73	2017	0,82	2,75	2017	0,99	1,64			

proceso de inferencia estadística se muestra en la Figura 3.3, donde $\langle []_i \rangle$ es el compuesto de fase positiva (+), negativa (-) o neutral () para la serie espacio-temporal $f_{xy}(t)$ (ver ecuación 3.12). Para dotar de significado estadístico a los resultados obtenidos, se aplicará una prueba de *bootstrapping* [115], permutando en el tiempo la serie espacio-

Tabla 3.2: Índices estacionales considerados para las composiciones de las fases de la AAO utilizadas con los datos del PERSIANN-CDR para el periodo de 1983-2018. En rojo para los valores más altos de los índices [AAO(+)], en azul para los valores más bajos [AAO(-)] y en ocre para los valores neutros.

						AAOI							
	DEF			MAM			JJA	1	SON		N		
	Observación	Reanálisis											
1984	-0,73	-0,21	1984	-0,31	0,82	1984	-0,49	1,34	1984	0,41	0,32		
1985	-1,87	-1,04	1985	0,42	0,8	1985	0,47	1,49	1985	1,31	1,95		
1986	-0,87	0,33	1986	-1,34	-1,05	1986	0,24	0,12	1986	0,95	0,47		
1987	-1,23	0,35	1987	-0,54	0,14	1987	0,57	0,50	1987	0,61	0,60		
1988	0,18	0,84	1988	-0,64	0,7	1988	-1,47	0,68	1988	-2,32	-1,00		
1989	1,00	1,82	1989	1,31	2,76	1989	0,86	2,22	1989	0,10	0,90		
1990	0,56	1,12	1990	-1,96	-0,67	1990	-0,66	0,25	1990	0,77	1,40		
1991	-0,13	0,69	1991	0,24	0,55	1991	-0,36	0,24	1991	-0,69	-0,94		
1992	-0,98	-1,15	1992	-0,92	-1,27	1992	-1,44	-0,88	1992	1,08	-0,11		
1993	-0,27	-0,75	1993	1,27	0,85	1993	1,97	2,90	1993	1,28	1,35		
1994	1,54	2,15	1994	-0,22	0,55	1994	-0,32	0,72	1994	-1,37	-0,89		
1995	1,70	2,15	1995	0,75	1,91	1995	-1,85	-1,21	1995	0,86	1,45		
1996	0,25	1,81	1996	0,98	1,86	1996	-1,21	-0,63	1996	-1,02	-0,81		
1997	1,03	1,25	1997	1	1,47	1997	1,09	1,78	1997	-1,42	-0,73		
1998	0,78	1,61	1998	1,32	2,24	1998	2,03	4,27	1998	1,11	1,74		
1999	1,80	2,57	1999	1,19	2,67	1999	0,12	0,32	1999	1,78	2,58		
2000	3,01	3,28	2000	1,2	2,52	2000	-0,34	0,54	2000	-1,10	-1,27		
2001	-1,11	-0,63	2001	0,39	1,69	2001	0,01	1,73	2001	1,79	3,04		
2002	2,06	2,33	2002	-1,5	-1,07	2002	0,01	-0,03	2002	-2,64	-2,26		
2003	-0.07	1,06	2003	1,06	1,47	2003	0,34	1,53	2003	-0,34	-0,23		
2004	-0,49	0,28	2004	0,6	1,76	2004	1,40	2,37	2004	0,00	0,60		
2005	0,55	0,77	2005	0,96	1,54	2005	-0,14	0,66	2005	0,31	0,17		
2006	-1,35	-0,80	2006	1,08	2,1	2006	0,34	0,89	2006	0,56	1,55		
2007	1,24	1,25	2007	-0,71	0,54	2007	-1,20	-0,21	2007	-0,90	0,11		
2008	2,15	2,81	2008	-0,28	0,76	2008	1,28	2,52	2008	1,23	2,78		
2009	1,32	1,98	2009	-0,02	1,07	2009	-0,68	-0,22	2009	-0,17	0,60		
2010	-0,48	0,75	2010	0,54	2,42	2010	2,58	4,97	2010	2,25	3,29		
2011	0,53	1,82	2011	0,73	2,09	2011	-0,51	0,47	2011	-0,87	-0,13		
2012	1,66	2,55	2012	1,04	2,07	2012	1,99	3,01	2012	0,03	0,21		
2013	0,88	0,87	2013	1,04	2,12	2013	-0,62	0,70	2013	-1,01	0,37		
2014	0,33	0,94	2014	0,3	1,7	2014	0,81	1,29	2014	0,02	0,50		
2015	2,91	2,71	2015	1,11	2,16	2015	2,09	3,70	2015	0,90	1,69		
2016	1,73	2,14	2016	1,5	2,2	2016	1,06	2,41	2016	-0,52	0,62		
2017	-1,24	-0,29	2017	0,64	2,73	2017	0,82	2,75	2017	0,99	1,64		
2018	1,73	1,3	2018	-0,56	1,07	2018	-0,6	1,17	2018	2,48	2,13		

temporal 1000 veces, con un nivel de confianza estadístico mayor al 90 %.

Tabla 3.3:	Valores	umbrales	de los	índices	asociados	a la	AAO	para	la s	elección	de	los
episodios e	xtremos	para los p	eriodos	s 1979-2	017 y 1983	3-201	8.					

		AAOI (1979-2017)												
	DEF		MA	М	JJA	1	SON							
Percentil	Observación	Reanálisis	Observación	Reanálisis	Observación	Reanálisis	Observación	Reanálisis						
16	-1,15	-0,68	-0,80	-0,20	-0,82	-0,21	-1,05	-0,84						
84	1,71	2,23	1,19	2,29	1,33	2,62	1,25	1,71						
		AAOI (1983-2018)												
	DE	F	MA	М	JJA	۱.	SON							
Percentil	Observación	Reanálisis	Observación	Reanálisis	Observación	Reanálisis	Observación	Reanálisis						
17	-0,93	-0,25	-0,60	0,54	-0,67	0,04	-1,02	-0,77						
83	1,73	2,25	1,15	2,22	1,35	2,65	1,26	1,86						



Figura 3.3: Diagrama de bloques del proceso de inferencia de patrones espaciales por diferencia de composiciones de fase positiva y negativa con respecto a la composición de fase neutral de la AAO para las series espacio-temporales de las anomalías de precipitación. "Lo más incomprensible del mundo, es que sea comprensible" Albert Einstein (1879-1955) Físico Alemán

CAPITULO

Resultados y Análisis

4.1 Procesamiento de las series temporales de precipitación

Las series temporales de precipitación de las estaciones meteorológicas en superficie a las que se les aplicó el rellenado de datos ausentes cumplieron con el criterio de tener al menos un 80 % de datos. Las estaciones que no cumplieron con este criterio tuvieron que descartarse. El valor umbral de 20 % de datos ausentes en la selección de las series temporales para el procesado de sus series mensuales a valores continuos fue establecido tomando en consideración una banda de salvaguarda de 5 % con respecto al valor umbral de 25 % indicado por Alfaro & Soley [91], dado que para valores mayores a ese umbral el método en general no converge. De la totalidad de los 78 registros de estaciones de la base de datos NUMEROSA, se seleccionaron para el procesamiento un total de 31 estaciones que tienen datos de precipitación mensual [*mm*] sobre el territorio costarricense por un periodo de 38 años, de diciembre de 1979 a noviembre de 2017 (ver Tabla 4.1).

Las 31 series de tiempo mensuales seleccionadas fueron rellenadas mediante la rutina *rellenafull.sci* (https://www.kerwa.ucr.ac.cr/handle/10669/28888) propuesta por

4. RESULTADOS Y ANÁLISIS

Tabla 4.1: Información de las 31 estaciones meteorológicas en superficie que cumplieron con el criterio de tener menos del 20% de datos ausentes para el procesado de sus series mensuales a valores continuos.

No.	Estación Meteorológica	Latitud [°]	Longitud [°]	Altitud [m s. n. m.]	Datos Faltantes [%]
1	La Argentina	10.03	-84.35	760	7.05
2	Aerop. Juan Santamaría	10.00	-84.22	890	0.64
3	Fabio Baudrit	10.00	-84.25	840	1.92
4	Santa Cruz	10.26	-85.58	_	15.81
5	Nicoya	10.15	-85.45	120	7.91
6	Bagaces	10.53	-85.25	80	7.27
7	Liberia	10.60	-85.54	80	3.21
8	CIGEFI	9.94	-84.05	1218	9.83
9	Anita	9.46	-84.16	15	5.98
10	Piñera	9.14	-83.32	350	10.26
11	Limón	9.95	-83.02	5	1.50
12	CATIE	9.88	-83.63	602	1.92
13	El Carmen	10.20	-83.48	15	0.85
14	Batán	10.08	-83.33	15	6.84
15	La Lola	10.10	-83.38	40	10.90
16	Jilguero	10.45	-84.72	625	6.84
17	San Jorge	10.72	-84.67	55	11.11
18	Upala	10.90	-85.02	50	13.89
19	Monteverde	10.13	-84.83	1440	2.56
20	Llorona	9.40	-84.08	10	0.43
21	Quepos	9.43	-84.15	5	2.35
22	Finca Palo Seco	9.53	-84.30	15	0.64
23	Playón	9.63	-84.28	65	8.12
24	Volcán Buenos Aires	9.22	-83.45	418	8.97
25	Coto 47	8.60	-82.97	0	12.82
26	Linda Vista	9.85	-83.90	1421	9.40
27	La Selva	10.42	-83.98	40	10.90
28	San Vito de Jaba	8.83	-82.98	—	10.26
29	Río Negro	8.88	-82.87	—	10.47
30	San José	9.93	-84.08	1172	2.78
31	Laguna Fraijanes	10.14	-84.19	1850	9.40

Ureña et al. [92]. Esta rutina consta de una combinación de dos metodologías para el rellenado de datos ausentes, la primera consiste en el ajuste de un modelo autoregresivo a la serie de tiempo para estimar los datos ausentes como primera aproximación; y la segunda se basa en la iteración de la técnica multivariada de PCA de la matriz de correlación de los datos rellenados anteriormente, completando las series de tiempo mensuales con información de las demás estaciones. Esta propuesta metodológica se explica en detalle en la sección 3.1.

El código del programa de rellenado se ejecutó dentro de la herramienta computacional de Scilab, y los parámetros de importancia ligados a este método de procesamiento son: (1) el número de coeficientes de autocorrelación para el rellenado por filtro autoregresivo: se consideró un número de 7 coeficientes para minimizar el estadístico BIC (preferible para series de tiempo suficientemente largas [106]); (2) el número de componentes principales a utilizar para completar la información de las series temporales con la técnica multivariada de PCA: se seleccionó un número de 2 componentes principales con la información suministrada por el gráfico scree; (3) el estimador para calcular los coeficientes autoregresivos minimizando el error total: se utilizó el estimador de Burg en vez del de Ulrich & Clayton debido a que el primero describe procesos estocásticos estacionarios mientras que el último describe procesos deterministas; (4) el error máximo de pronóstico tolerado en iteraciones sucesivas utilizando el filtro autoregresivo: se estableció el valor de 1mm para estar por encima de los valores reales de sensibilidad o resolución aproximada de 0.1 - 0.5mm que tienen los sensores de precipitación o pluviómetros; y (5) el límite de iteraciones para alcanzar el error máximo de pronóstico tolerado: se escogió un valor de 30 iteraciones para garantizar que la mayoría de las series alcancen dicho error [92].

Los resultados de los errores de pronóstico en iteraciones sucesivas para el rellenado de las series de tiempo mensuales de precipitación de las 31 estaciones meteorológicas en superficie utilizando un modelo autoregresivo de orden 7, AR(7), con un error máximo tolerado de 1mm para 30 iteraciones se presentan en la Tabla 4.2. Los resultados muestran como 24 series temporales lograron alcanzar el error máximo tolerado de 1mm antes de finalizar las 30 iteraciones, 2 series alcanzaron el error máximo tolerado de 1mm al completar precisamente las 30 iteraciones, 4 no sobrepasan los 2mm de error pero no pudieron alcanzar el error máximo tolerado al cumplirse las iteraciones y 1 serie tuvo que detenerse con un error de 14,50mm debido a la inflexión de la tendencia (incremento) del error en ese punto. A pesar de que 5 de las 31 series no alcanzaron el error máximo tolerado al cumplirse las 30 iteraciones, se aceptó la estimación realizada de datos ausentes con el filtro autoregresivo como primera aproximación, dado que se

realizará un segundo ajuste basado en la iteración de la técnica multivariada de PCA que incorpora la información de las estaciones climatológicamente cercanas.

Finalmente, para el ajuste del rellenado de las series de tiempo mensuales de precipitación de las estaciones meteorológicas en superficie, utilizando la técnica multivariada de PCA, se requirió la información del gráfico *scree* que muestra los autovalores en función del índice del componente principal y brinda información de las componentes que más contribuyen a la varianza total. Este gráfico se muestra en la Figura 4.1, donde se puede observar que 2 componentes principales son las que más contribuyeron a la varianza total del conjunto de datos. Estas 2 componentes fueron las que se consideraron para ajustar el rellenado de datos ausentes e incorporar la información de los fenómenos que se detectan a nivel espacial por las estaciones meteorológicas cercanas.



Figura 4.1: Gráfico *scree* de los autovalores en función del índice del componente principal. Muestra la información de las componentes principales que más contribuyeron a la varianza total, y que fueron consideradas para realizar el rellenado de las series de tiempo mensuales de precipitación de las estaciones meteorológicas en superficie utilizando la técnica multivariada de PCA.

Tabla 4.2: Errores de pronóstico en iteraciones sucesivas para el rellenado de las series de tiempo mensuales de precipitación de las 31 estaciones meteorológicas en superficie utilizando un modelo autoregresivo de orden 7, AR(7), con un error máximo tolerado de 1mm para 30 iteraciones. I: Iteraciones y E: Estaciones.

I	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	98.52	103.90	90.87	122.96	167.65	91.81	151.70	91.09	216.35	139.87	134.50	151.82	231.17	166.71	148.43	315.49
2	47.84	43.30	51.36	53.83	37.88	31.75	57.95	38.82	43.12	55.56	77.45	38.36	60.94	59.27	80.05	139.09
3	31.31	18.51	28.18	25.36	28.92	21.62	32.20	31.02	32.23	29.64	38.01	30.28	22.06	41.65	51.43	60.68
4	25.48	7.79	21.82	18.26	22.74	15.72	17.92	25.42	27.71	24.40	22.72	23.87	7.99	29.00	34.25	39.38
5	22.39	3.34	14.61	13.57	16.89	11.08	11.33	24.53	23.99	19.98	12.57	18.79	2.89	20.08	23.26	34.79
0	16.50	1.41	7.40	9.95	15.28	1.92	0.28	20.85	20.94	17.88	/.14	14.79	1.05	15.88	15.95	30.69
8	13.90	0.00	5.07	5.57	9.82	4.01	2.99	19.74	15.20	14.23	2.27	9.01	0.58	9.58	7.64	27.04
9	11.08		3.88	4.18	5.82	2.83	1.41	16.74	13.85	12.66	1.28	6.89		4.56	5.29	20.94
10	9.52		2.56	3.12	4.48	1.97	0.78	15.59	12.05	11.24	0.72	5.41		3.14	3.66	18.40
11	7.81		2.03	2.30	3.45	1.41		15.11	10.47	9.98		4.11		2.17	2.53	16.16
12	6.14		1.38	1.71	2.63	0.99		14.71	9.10	8.85		3.23		1.49	1.76	14.19
13	5.20		1.07	1.26	2.01			14.50	7.90	7.84		2.43		1.03	1.22	12.46
14	4.20		0.74	0.93	1.54			14.66	6.86	6.94		1.91		0.71	0.84	10.94
15	3.29				1.17				5.95	6.14		1.44				9.60
16	2.76				0.89				5.16	5.43		1.13				8.42
1/	2.22								4.48	4.80		0.85				1.58
10	1.75								3.00	3.75						5.68
20	1.45								2.92	3 31						4.98
20	0.91								2.53	2.92						4.37
22									2.19	2.58						3.83
23									1.90	2.28						3.36
24									1.64	2.01						2.95
25									1.42	1.77						2.58
26									1.23	1.56						2.26
27									1.07	1.38						1.99
28									0.92	1.21						1.74
30										0.94						1.35
1.50										0.21						1
E	17	10	10	20	21	22	22	24	25	24	27	20	20	20	21	
I	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
Е І 1	17 151.21	18 173.04	19 124.34	20 252.84	21 239.98	22 199.92	23 411.50	24 308.89	25 144.89	26 59.42	27 201.72	28 166.71	29 292.96	30 127.29	31 78.04	
E 1 2	17 151.21 61.45	18 173.04 39.59	19 124.34 61.72	20 252.84 2.41	21 239.98 57.48	22 199.92 1.90	23 411.50 54.61	24 308.89 103.79	25 144.89 74.36	26 59.42 27.15	27 201.72 97.08	28 166.71 59.23	29 292.96 45.82	30 127.29 34.63	31 78.04 40.31	
E 1 2 3	17 151.21 61.45 39.98 22.11	18 173.04 39.59 22.83 10.22	19 124.34 61.72 40.45 28.86	20 252.84 2.41 0.02	21 239.98 57.48 33.94 22.26	22 199.92 1.90 0.02	23 411.50 54.61 38.42 20.21	24 308.89 103.79 40.29 22.08	25 144.89 74.36 40.33 20.17	26 59.42 27.15 17.95	27 201.72 97.08 50.87 20.82	28 166.71 59.23 33.03 20.52	29 292.96 45.82 30.76 27.22	30 127.29 34.63 22.55	31 78.04 40.31 33.12 20.40	
E 1 2 3 4 5	17 151.21 61.45 39.98 22.11 16.69	18 173.04 39.59 22.83 19.32 15.79	19 124.34 61.72 40.45 28.86 21.51	20 252.84 2.41 0.02	21 239.98 57.48 33.94 23.36 17.34	22 199.92 1.90 0.02	23 411.50 54.61 38.42 29.21 25.41	24 308.89 103.79 40.29 23.08 20.61	25 144.89 74.36 40.33 30.17 21.32	26 59.42 27.15 17.95 14.15 11.37	27 201.72 97.08 50.87 39.82 28.68	28 166.71 59.23 33.03 29.52 25.62	29 292.96 45.82 30.76 27.33 23.17	30 127.29 34.63 22.55 14.99 12.07	31 78.04 40.31 33.12 29.49 24.45	
E I 2 3 4 5 6	17 151.21 61.45 39.98 22.11 16.69 12.70	18 173.04 39.59 22.83 19.32 15.79 12.79	19 124.34 61.72 40.45 28.86 21.51 16.52	20 252.84 2.41 0.02	21 239.98 57.48 33.94 23.36 17.34 12.18	22 199.92 1.90 0.02	23 411.50 54.61 38.42 29.21 25.41 21.85	24 308.89 103.79 40.29 23.08 20.61 18.52	25 144.89 74.36 40.33 30.17 21.32 19.51	26 59.42 27.15 17.95 14.15 11.37 8.97	27 201.72 97.08 50.87 39.82 28.68 24.60	28 166.71 59.23 33.03 29.52 25.62 22.41	29 292.96 45.82 30.76 27.33 23.17 19.66	30 127.29 34.63 22.55 14.99 12.07 8.90	31 78.04 40.31 33.12 29.49 24.45 21.78	
E 1 2 3 4 5 6 7	17 151.21 61.45 39.98 22.11 16.69 12.70 10.12	18 173.04 39.59 22.83 19.32 15.79 12.79 11.41	19 124.34 61.72 40.45 28.86 21.51 16.52 11.78	20 252.84 2.41 0.02	21 239.98 57.48 33.94 23.36 17.34 12.18 8.88	22 199.92 1.90 0.02	23 411.50 54.61 38.42 29.21 25.41 21.85 19.00	24 308.89 103.79 40.29 23.08 20.61 18.52 16.66	25 144.89 74.36 40.33 30.17 21.32 19.51 17.92	26 59.42 27.15 17.95 14.15 11.37 8.97 7.13	27 201.72 97.08 50.87 39.82 28.68 24.60 21.07	28 166.71 59.23 33.03 29.52 25.62 22.41 19.97	29 292.96 45.82 30.76 27.33 23.17 19.66 16.70	30 127.29 34.63 22.55 14.99 12.07 8.90 6.71	31 78.04 40.31 33.12 29.49 24.45 21.78 16.97	
E I 2 3 4 5 6 7 8	17 151.21 61.45 39.98 22.11 16.69 12.70 10.12 8.96	18 173.04 39.59 22.83 19.32 15.79 12.79 11.41 10.39	19 124.34 61.72 40.45 28.86 21.51 16.52 11.78 9.40	20 252.84 2.41 0.02	21 239.98 57.48 33.94 23.36 17.34 12.18 8.88 6.30	22 199.92 1.90 0.02	23 411.50 54.61 38.42 29.21 25.41 21.85 19.00 16.37	24 308.89 103.79 40.29 23.08 20.61 18.52 16.66 14.96	25 144.89 74.36 40.33 30.17 21.32 19.51 17.92 16.44	26 59.42 27.15 17.95 14.15 11.37 8.97 7.13 5.77	27 201.72 97.08 50.87 39.82 28.68 24.60 21.07 18.00	28 166.71 59.23 33.03 29.52 25.62 22.41 19.97 17.18	29 292.96 45.82 30.76 27.33 23.17 19.66 16.70 14.17	30 127.29 34.63 22.55 14.99 12.07 8.90 6.71 5.25	31 78.04 40.31 33.12 29.49 24.45 21.78 16.97 15.13	
E I 1 2 3 4 5 6 7 7 8 9	17 151.21 61.45 39.98 22.11 16.69 12.70 10.12 8.96 7.90	18 173.04 39.59 22.83 19.32 15.79 12.79 11.41 10.39 9.28	19 124.34 61.72 40.45 28.86 21.51 16.52 11.78 9.40 6.88	20 252.84 2.41 0.02	21 239.98 57.48 33.94 23.36 17.34 12.18 8.88 6.30 4.56	22 199.92 1.90 0.02	23 411.50 54.61 38.42 29.21 25.41 21.85 19.00 16.37 14.22	24 308.89 103.79 40.29 23.08 20.61 18.52 16.66 14.96 13.42	25 144.89 74.36 40.33 30.17 21.32 19.51 17.92 16.44 15.03	26 59.42 27.15 17.95 14.15 11.37 8.97 7.13 5.77 4.67	27 201.72 97.08 50.87 39.82 28.68 24.60 21.07 18.00 15.37	28 166.71 59.23 33.03 29.52 25.62 22.41 19.97 17.18 14.08	29 292.96 45.82 30.76 27.33 23.17 19.66 16.70 14.17 11.13	30 127.29 34.63 22.55 14.99 12.07 8.90 6.71 5.25 3.82	31 78.04 40.31 33.12 29.49 24.45 21.78 16.97 15.13 13.01	
E I 2 3 4 5 6 7 8 9 10	17 151.21 61.45 39.98 22.11 16.69 12.70 10.12 8.96 7.90 6.18	18 173.04 39.59 22.83 19.32 15.79 12.79 11.41 10.39 9.28 8.36	19 124.34 61.72 40.45 28.86 21.51 16.52 11.78 9.40 6.88 5.38	20 252.84 2.41 0.02	21 239.98 57.48 33.94 23.36 17.34 12.18 8.88 6.30 4.56 3.25	22 199.92 1.90 0.02	23 411.50 54.61 38.42 29.21 25.41 21.85 19.00 16.37 14.22 12.30	24 308.89 103.79 40.29 23.08 20.61 18.52 16.66 14.96 13.42 12.03	25 144.89 74.36 40.33 30.17 21.32 19.51 17.92 16.44 15.03 13.72	26 59.42 27.15 17.95 14.15 11.37 8.97 7.13 5.77 4.67 3.79	27 201.72 97.08 50.87 39.82 28.68 24.60 21.07 18.00 15.37 13.11	28 166.71 59.23 33.03 29.52 25.62 22.41 19.97 17.18 14.08 12.47	29 292.96 45.82 30.76 27.33 23.17 19.66 16.70 14.17 11.13 9.72	30 127.29 34.63 22.55 14.99 12.07 8.90 6.71 5.25 3.82 3.08	31 78.04 40.31 33.12 29.49 24.45 21.78 16.97 15.13 13.01 11.43	
E I 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11	17 151.21 61.45 39.98 22.11 16.69 12.70 10.12 8.96 7.90 6.18 5.05	18 173.04 39.59 22.83 19.32 15.79 12.79 11.41 10.39 9.28 8.36 7.47	19 124.34 61.72 40.45 28.86 21.51 16.52 11.78 9.40 6.88 5.38 4.00	20 252.84 2.41 0.02	21 239.98 57.48 33.94 23.36 17.34 12.18 8.88 6.30 4.56 3.25 2.34	22 199.92 1.90 0.02	23 411.50 54.61 38.42 29.21 25.41 21.85 19.00 16.37 14.22 12.30 10.68	24 308.89 103.79 40.29 23.08 20.61 18.52 16.66 14.96 13.42 12.03 10.77	25 144.89 74.36 40.33 30.17 21.32 19.51 17.92 16.44 15.03 13.72 12.48	26 59.42 27.15 17.95 14.15 11.37 8.97 7.13 5.77 4.67 3.79 3.07	27 201.72 97.08 50.87 39.82 28.68 24.60 21.07 18.00 15.37 13.11 11.17	28 166.71 59.23 33.03 29.52 25.62 22.41 19.97 17.18 14.08 12.47 11.05	29 292.96 45.82 30.76 27.33 23.17 19.66 16.70 14.17 11.13 9.72 8.63	30 127.29 34.63 22.55 14.99 12.07 8.90 6.71 5.25 3.82 3.08 2.21	31 78.04 40.31 33.12 29.49 24.45 21.78 16.97 15.13 13.01 11.43 10.10	
E I 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 2 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	17 151.21 61.45 39.98 22.11 16.69 12.70 10.12 8.96 7.90 6.18 5.05 4.12	18 173.04 39.59 22.83 19.32 15.79 12.79 11.41 10.39 9.28 8.36 7.47 6.66 5.95	19 124.34 61.72 40.45 28.86 21.51 16.52 11.78 9.40 6.88 5.38 4.00 3.09 2.22	20 252.84 2.41 0.02	21 239.98 57.48 33.94 23.36 17.34 12.18 8.88 6.30 4.56 3.25 2.34 1.68	22 199.92 1.90 0.02	23 411.50 54.61 38.42 29.21 25.41 21.85 19.00 16.37 14.22 12.30 10.68 9.24	24 308.89 103.79 40.29 23.08 20.61 18.52 16.66 14.96 13.42 12.03 10.77 9.63	25 144.89 74.36 40.33 30.17 21.32 19.51 17.92 16.44 15.03 13.72 12.48 11.36	26 59.42 27.15 17.95 14.15 11.37 8.97 7.13 5.77 4.67 3.79 3.07 2.49	27 201.72 97.08 50.87 39.82 28.68 24.60 21.07 18.00 15.37 13.11 11.17 9.51	28 166.71 59.23 33.03 29.52 25.62 22.41 19.97 17.18 14.08 12.47 11.05 10.11	29 292.96 45.82 30.76 27.33 23.17 19.66 16.70 14.17 11.13 9.72 8.63 7.67	30 127.29 34.63 22.55 14.99 12.07 8.90 6.71 5.25 3.82 3.08 2.21 1.81	31 78.04 40.31 33.12 29.49 24.45 21.78 16.97 15.13 13.01 11.43 10.10 8.93 2.02	
E I 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14	17 151.21 61.45 39.98 22.11 16.69 12.70 10.12 8.96 7.90 6.18 5.05 4.12 3.40 2.85	18 173.04 39.59 22.83 19.32 15.79 12.79 11.41 10.39 9.28 8.36 7.47 6.66 5.95 5.20	19 124.34 61.72 40.45 28.86 21.51 16.52 11.78 9.40 6.88 5.38 4.00 3.09 2.32 1.78	20 252.84 2.41 0.02	21 239.98 57.48 33.94 23.36 17.34 12.18 8.88 6.30 4.56 3.25 2.34 1.68 1.20 0.86	22 199.92 1.90 0.02	23 411.50 54.61 38.42 29.21 25.41 21.85 19.00 16.37 14.22 12.30 10.68 9.24 8.02 6.94	24 308.89 103.79 40.29 23.08 20.61 18.52 16.66 14.96 13.42 12.03 10.77 9.63 8.60	25 144.89 74.36 40.33 30.17 21.32 19.51 17.92 16.44 15.03 13.72 12.48 11.36 10.30 9.35	26 59.42 27.15 17.95 14.15 11.37 8.97 7.13 5.77 4.67 3.07 2.49 2.01 1.63	27 201.72 97.08 50.87 39.82 28.68 24.60 21.07 18.00 15.37 13.11 11.17 9.51 8.10 6.89	28 166.71 59.23 33.03 29.52 25.62 22.41 19.97 17.18 14.08 12.47 11.05 10.11 9.28 \$51	29 292.96 45.82 30.76 27.33 23.17 19.66 16.70 14.17 11.13 9.72 8.63 7.67 6.82 6.06	30 127.29 34.63 22.55 14.99 12.07 8.90 6.71 5.25 3.82 3.08 2.21 1.81 1.29 1.07	31 78.04 40.31 33.12 29.49 24.45 21.78 16.97 15.13 13.01 11.43 10.10 8.93 7.88 6.96	
E I 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 11 12 13 14 15	17 151.21 61.45 39.98 22.11 16.69 12.70 10.12 8.96 7.90 6.18 5.05 4.12 3.40 2.85 2.39	18 173.04 39.59 22.83 19.32 15.79 12.79 11.41 10.39 9.28 8.36 7.47 6.66 5.95 5.29 4 70	19 124.34 61.72 40.45 28.86 21.51 16.52 11.78 9.40 6.88 5.38 4.00 3.09 2.32 1.78 1.34	20 252.84 2.41 0.02	21 239.98 57.48 33.94 23.36 17.34 12.18 8.88 6.30 4.56 3.25 2.34 1.68 1.20 0.86	22 199.92 1.90 0.02	23 411.50 54.61 38.42 29.21 25.41 21.85 19.00 16.37 14.22 12.30 10.68 9.24 8.02 6.94 6.01	24 308.89 103.79 40.29 23.08 20.61 18.52 16.66 14.96 13.42 12.03 10.77 9.63 8.60 7.69 6.84	25 144.89 74.36 40.33 30.17 21.32 19.51 17.92 16.44 15.03 13.72 12.48 11.36 10.30 9.35 8.45	26 59.42 27.15 17.95 14.15 11.37 8.97 7.13 5.77 4.67 3.07 2.49 2.01 1.63 1.32	27 201.72 97.08 50.87 39.82 28.68 24.60 21.07 18.00 15.37 13.11 11.17 9.51 8.10 6.89 5.87	28 166.71 59.23 33.03 29.52 25.62 22.41 19.97 17.18 14.08 12.47 11.05 10.11 9.28 8.51 7.81	29 292.96 45.82 30.76 27.33 23.17 19.66 16.70 14.17 11.13 9.72 8.63 7.67 6.82 6.06 5 38	30 127.29 34.63 22.55 14.99 12.07 8.90 6.71 5.25 3.82 3.08 2.21 1.81 1.29 1.07 0.76	31 78.04 40.31 33.12 29.49 24.45 21.78 16.97 15.13 13.01 11.43 10.10 8.93 7.88 6.96 6 14	
E I 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	17 151.21 61.45 39.98 22.11 16.69 12.70 10.12 8.96 7.90 6.18 5.05 4.12 3.40 2.85 2.39 2.00	18 173.04 39.59 22.83 19.32 15.79 12.79 11.41 10.39 9.28 8.36 7.47 6.66 5.95 5.29 4.70 4.17	19 124.34 61.72 40.45 28.86 21.51 16.52 11.78 9.40 6.88 5.38 4.00 3.09 2.32 1.78 1.34 1.03	20 252.84 2.41 0.02	21 239.98 57.48 33.94 23.36 17.34 12.18 8.88 6.30 4.56 3.25 2.34 1.68 1.20 0.86	22 199.92 1.90 0.02	23 411.50 54.61 38.42 29.21 25.41 21.85 19.00 16.37 14.22 12.30 10.68 9.24 8.02 6.94 6.01 5.21	24 308.89 103.79 40.29 23.08 20.61 18.52 16.66 14.96 13.42 12.03 10.77 9.63 8.60 7.69 6.84 6.11	25 144.89 74.36 40.33 30.17 21.32 19.51 17.92 16.44 15.03 13.72 12.48 11.36 10.30 9.35 8.45 7.66	26 59.42 27.15 17.95 14.15 11.37 8.97 7.13 5.77 4.67 3.79 3.07 2.49 2.01 1.63 1.32 1.08	27 201.72 97.08 50.87 39.82 28.68 24.60 21.07 18.00 15.37 13.11 11.17 9.51 8.10 6.89 5.87 4.99	28 166.71 59.23 33.03 29.52 25.62 22.41 19.97 17.18 14.08 12.47 11.05 10.11 9.28 8.51 7.81 7.16	29 292.96 45.82 30.76 27.33 23.17 19.66 16.70 14.17 11.13 9.72 8.63 7.67 6.82 6.06 5.38 4.78	30 127.29 34.63 22.55 14.99 12.07 8.90 6.71 5.25 3.82 3.08 2.21 1.81 1.29 1.07 0.76	31 78.04 40.31 33.12 29.49 24.45 21.78 16.97 15.13 13.01 11.43 10.10 8.93 7.88 6.96 6.14 5.42	
E I 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17	17 151.21 61.45 39.98 22.11 16.69 12.70 10.12 8.96 7.90 6.18 5.05 4.12 3.40 2.85 2.39 2.00 1.67	18 173.04 39.59 22.83 19.32 15.79 12.79 11.41 10.39 9.28 8.36 7.47 6.66 5.95 5.29 4.70 4.17 3.70	19 124.34 61.72 40.45 28.86 21.51 16.52 11.78 9.40 6.88 5.38 4.00 3.09 2.32 1.78 1.34 1.03 0.78	20 252.84 2.41 0.02	21 239.98 57.48 33.94 23.36 17.34 12.18 8.88 6.30 4.56 3.25 2.34 1.68 1.20 0.86	22 199.92 1.90 0.02	23 411.50 54.61 38.42 29.21 25.41 21.85 19.00 16.37 14.22 12.30 10.68 9.24 8.02 6.94 6.01 5.21 4.51	24 308.89 103.79 40.29 23.08 20.61 18.52 16.66 14.96 13.42 12.03 10.77 9.63 8.60 7.69 6.84 6.11 5.43	25 144.89 74.36 40.33 30.17 21.32 19.51 17.92 16.44 15.03 13.72 12.48 11.36 10.30 9.35 8.45 7.66 6.91	26 59.42 27.15 17.95 14.15 11.37 8.97 7.13 5.77 4.67 3.79 3.07 2.49 2.01 1.63 1.32 1.08 0.87	27 201.72 97.08 50.87 39.82 28.68 24.60 21.07 18.00 15.37 13.11 11.17 9.51 8.10 6.89 5.87 4.99 4.24	28 166.71 59.23 33.03 29.52 25.62 22.41 19.97 17.18 14.08 12.47 11.05 10.11 9.28 8.51 7.81 7.16 6.56	29 292.96 45.82 30.76 16.70 14.17 11.13 9.72 8.63 7.67 6.82 6.06 5.38 4.78 4.24	30 127.29 34.63 22.55 14.99 12.07 8.90 6.71 5.25 3.82 3.08 2.21 1.81 1.29 1.07 0.76	31 78.04 40.31 33.12 29.49 24.45 21.78 16.97 15.13 13.01 11.43 10.10 8.93 7.88 6.96 6.14 5.42 4.79	
E I 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 11 12 13 14 15 16 17 18	17 151.21 61.45 39.98 22.11 16.69 12.70 10.12 8.96 7.90 6.18 5.05 4.12 3.40 2.85 2.39 2.00 1.67 1.39	18 173.04 39.59 22.83 19.32 15.79 12.79 11.41 10.39 9.28 8.36 7.47 6.66 5.95 5.29 4.70 3.70 3.28	19 124.34 61.72 40.45 28.86 21.51 16.52 11.78 9.40 6.88 5.38 4.00 3.09 2.32 1.78 1.34 1.03 0.78	20 252.84 2.41 0.02	21 239.98 57.48 33.94 23.36 17.34 12.18 8.88 6.30 4.56 3.25 2.34 1.68 1.20 0.86	22 199.92 1.90 0.02	23 411.50 54.61 38.42 29.21 25.41 21.85 19.00 16.37 14.22 12.30 10.68 9.24 8.02 6.94 6.01 5.21 4.51 3.90	24 308.89 103.79 40.29 23.08 20.61 18.52 16.66 14.96 13.42 12.03 10.77 9.63 8.60 7.69 6.84 6.11 5.43 4.84	25 144.89 74.36 40.33 30.17 21.32 19.51 17.92 16.44 15.03 13.72 12.48 11.36 10.30 9.35 8.45 7.66 6.91 6.25	26 59.42 27.15 17.95 14.15 11.37 8.97 7.13 5.77 4.67 3.79 3.07 2.49 2.01 1.63 1.32 1.08 0.87	27 201.72 97.08 50.87 39.82 28.68 24.60 21.07 18.00 15.37 13.11 11.17 9.51 8.10 6.89 5.87 4.99 4.24 3.61	28 166.71 59.23 33.03 29.52 25.62 22.41 19.97 17.18 14.08 12.47 11.05 10.11 9.28 8.51 7.81 6.56 6.01	29 292.96 45.82 30.76 16.70 14.17 11.13 9.72 8.63 7.67 6.82 6.06 5.38 4.78 4.24 3.76	30 127.29 34.63 22.55 14.99 12.07 8.90 6.71 5.25 3.82 3.08 2.21 1.81 1.29 1.07 0.76	31 78.04 40.31 33.12 29.49 24.45 21.78 16.97 15.13 13.01 11.43 10.10 8.93 7.88 6.96 6.14 5.42 4.79 4.21	
E I 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19	17 151.21 61.45 39.98 22.11 16.69 12.70 10.12 8.96 7.90 6.18 5.05 4.12 3.40 2.85 2.39 2.00 1.67 1.39 1.16	18 173.04 39.59 22.83 19.32 15.79 12.79 11.41 10.39 9.28 8.36 7.47 6.66 5.95 5.29 4.70 3.70 3.28 2.90	19 124.34 61.72 40.45 28.86 21.51 16.52 11.78 9.40 6.88 5.38 4.00 3.09 2.32 1.78 1.34 1.03 0.78	20 252.84 2.41 0.02	21 239.98 57.48 33.94 23.36 17.34 12.18 8.88 6.30 4.56 3.25 2.34 1.68 1.20 0.86	22 199.92 1.90 0.02	23 411.50 54.61 38.42 29.21 25.41 21.85 19.00 16.37 14.22 12.30 10.68 9.24 8.02 6.94 6.01 5.21 4.51 3.90 3.38	24 308.89 103.79 40.29 23.08 20.61 18.52 16.66 14.96 13.42 12.03 10.77 9.63 8.60 7.69 6.84 6.11 5.43 4.84 4.29	25 144.89 74.36 40.33 30.17 21.32 19.51 17.92 16.44 15.03 13.72 12.48 11.36 10.30 9.35 8.45 7.66 6.91 6.25 5.63	26 59.42 27.15 17.95 14.15 11.37 8.97 7.13 5.77 4.67 3.79 3.07 2.49 2.01 1.63 1.32 1.08 0.87	27 201.72 97.08 50.87 39.82 28.68 24.60 21.07 18.00 15.37 13.11 11.17 9.51 8.10 6.89 5.87 4.99 4.24 3.61 3.07	28 166.71 59.23 33.03 29.52 25.62 22.41 19.97 17.18 14.08 12.47 11.05 10.11 9.28 8.51 7.81 7.16 6.56 6.01 5.50	29 292.96 45.82 30.76 27.33 23.17 19.66 16.70 14.17 11.13 9.72 8.63 7.67 6.82 6.06 5.38 4.78 4.24 3.76 3.33	30 127.29 34.63 22.55 14.99 12.07 8.90 6.71 5.25 3.82 3.08 2.21 1.81 1.29 1.07 0.76	31 78.04 40.31 33.12 29.49 24.45 21.78 16.97 15.13 13.01 11.43 10.10 8.93 7.88 6.96 6.14 5.42 4.79 4.21 3.72	
E I 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20	17 151.21 61.45 39.98 22.11 16.69 12.70 10.12 8.96 7.90 6.18 5.05 4.12 3.40 2.85 2.39 2.00 1.67 1.39 1.16 0.96	18 173.04 39.59 22.83 19.32 15.79 12.79 11.41 10.39 9.28 8.36 7.47 6.66 5.95 5.29 4.70 4.17 3.28 2.90 2.57	19 124.34 61.72 40.45 28.86 21.51 16.52 11.78 9.40 6.88 5.38 4.00 3.09 2.32 1.78 1.34 1.03 0.78	20 252.84 2.41 0.02	21 239.98 57.48 33.94 23.36 17.34 12.18 8.88 6.30 4.56 3.25 2.34 1.68 1.20 0.86	22 199.92 1.90 0.02	23 411.50 54.61 38.42 29.21 25.41 21.85 19.00 16.37 14.22 12.30 10.68 9.24 8.02 6.94 6.01 5.21 4.51 3.90 3.38 2.92	24 308.89 103.79 40.29 23.08 20.61 18.52 16.66 14.96 13.42 12.03 10.77 9.63 8.60 7.69 6.84 6.11 5.43 4.84 4.29 3.83	25 144.89 74.36 40.33 30.17 21.32 19.51 17.92 16.44 15.03 13.72 12.48 11.36 10.30 9.35 8.45 7.66 6.91 6.25 5.63 5.09	26 59.42 27.15 17.95 14.15 11.37 8.97 7.13 5.77 4.67 3.07 2.49 2.01 1.63 1.32 1.08 0.87	27 201.72 97.08 50.87 39.82 28.68 24.60 21.07 18.00 15.37 13.11 11.17 9.51 8.10 6.89 5.87 4.99 4.24 3.61 3.07 2.61	28 166.71 59.23 33.03 29.52 25.62 22.41 19.97 17.18 14.08 12.47 11.05 10.11 9.28 8.51 7.81 7.16 6.56 6.01 5.50 5.03	29 292.96 45.82 30.76 27.33 23.17 19.66 16.70 14.17 11.13 9.72 8.63 7.67 6.82 6.06 5.38 4.78 4.24 3.76 3.33 2.95	30 127.29 34.63 22.55 14.99 12.07 8.90 6.71 5.25 3.82 3.08 2.21 1.81 1.29 1.07 0.76	31 78.04 40.31 33.12 29.49 24.45 21.78 16.97 15.13 13.01 11.43 10.10 8.93 7.88 6.96 6.14 5.42 4.79 4.21 3.72 3.28	
E I 2 3 4 5 6 7 7 8 9 10 111 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21	17 151.21 61.45 39.98 22.11 16.69 12.70 0.12 8.96 7.90 6.18 5.05 4.12 3.40 2.85 2.39 2.00 1.67 1.39 1.16 0.96	18 173.04 39.59 22.83 19.32 15.79 12.79 12.79 11.41 10.39 9.28 8.36 5.29 5.295 5.295 4.70 4.17 3.70 3.28 2.57 2.27	19 124.34 61.72 40.45 28.86 21.51 16.52 11.78 9.40 6.88 5.38 5.38 5.38 4.00 3.09 2.32 1.78 1.34 1.03 0.78	20 252.84 2.41 0.02	21 239.98 57.48 33.94 23.36 17.34 12.18 8.88 6.30 4.56 3.25 2.34 1.68 1.20 0.86	22 199.92 1.90 0.02	23 411.50 54.61 38.42 29.21 25.41 21.85 19.00 16.37 14.22 12.30 10.68 9.24 8.02 6.94 8.02 6.94 8.02 6.01 5.21 4.51 3.90 3.38 2.92 2.53	24 308.89 103.79 40.29 23.08 20.61 18.52 16.66 13.42 12.03 10.77 9.63 8.60 7.69 6.84 6.11 5.43 4.84 4.29 3.83 3.39	25 144.89 74.36 40.33 30.17 21.32 19.51 17.92 16.44 15.03 13.72 12.48 11.36 10.30 9.35 8.45 7.66 6.91 6.25 5.63 5.09 4.58	26 59.42 27.15 17.95 14.15 11.37 8.97 7.13 5.77 4.67 3.79 3.07 2.49 2.01 1.63 1.32 1.08 0.87	27 201.72 97.08 50.87 39.82 28.68 24.60 21.07 18.00 15.37 13.11 11.17 9.51 8.10 6.89 5.87 4.99 4.24 3.61 3.07 2.61 2.22	28 166.71 59.23 33.03 29.52 22.41 19.97 17.18 14.08 12.47 11.05 10.11 9.28 8.51 7.81 7.81 7.81 7.81 7.81 5.50 5.03 4.60	29 292.96 45.82 30.76 27.33 23.17 19.66 16.70 14.17 11.13 9.72 8.63 7.67 6.82 6.06 5.38 4.78 4.24 3.76 3.33 2.95 2.61	30 127.29 34.63 22.55 14.99 12.07 8.90 6.71 5.25 3.08 2.21 1.81 1.29 1.07 0.76	31 78.04 40.31 33.12 29.49 24.45 21.78 16.97 15.13 13.01 11.43 10.10 8.93 7.88 6.96 6.14 5.42 4.79 4.21 3.72 3.28 2.89	
E 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 21 22 21 22 23 23 24 25 25 25 25 25 25 25 25 25 25	17 151.21 61.45 39.98 22.11 16.69 12.70 10.12 8.96 6.18 5.05 4.12 3.40 2.85 2.39 2.00 1.67 1.39 1.16 0.96	18 173.04 39.59 22.83 19.32 15.79 11.41 10.39 9.28 8.36 6.66 5.95 5.29 4.70 4.17 3.70 3.28 2.90 2.57 2.27 2.01	19 124.34 40.45 28.86 21.51 16.52 21.51 11.78 9.40 6.88 5.38 5.38 9.40 6.88 5.38 9.40 6.88 5.38 9.40 1.78	20 252.84 2.41 0.02	21 239.98 57.48 33.94 23.36 17.34 12.18 8.88 6.30 4.56 3.25 2.34 1.68 1.20 0.86	22 199.92 1.90 0.02	23 411.50 54.61 38.42 29.21 25.41 19.00 16.37 14.22 12.30 16.37 14.22 12.30 6.94 8.02 6.94 8.02 6.94 8.02 6.94 8.02 6.94 8.02 6.94 8.02 6.94 8.02 6.94 8.02 6.94 8.02 6.94 8.02 8.03 8.03 8.03 8.03 8.03 9.04 8.04 9.04 8.04 9.04 9.04 9.04 9.04 9.04 9.04 9.04 9	24 308.89 103.79 40.29 23.08 20.61 18.52 16.66 14.96 13.42 12.03 8.60 7.69 6.84 6.84 6.84 6.84 4.29 3.83 3.83 3.39 3.02	25 144.89 74.36 40.33 30.17 21.32 19.51 17.92 16.44 15.03 13.72 2.48 10.30 9.35 8.45 7.66 6.91 6.25 5.63 5.09 4.58 4.58	26 59.42 27.15 14.15 11.37 5.77 4.67 3.79 2.49 2.01 1.63 0.87	27 201.72 97.08 50.87 39.82 28.68 24.60 21.07 18.00 15.37 13.11 11.17 9.51 8.10 6.89 5.87 4.24 3.61 3.07 2.61 2.22 1.89	28 166.71 59.23 33.03 29.52 22.562 22.41 19.97 17.18 14.08 12.47 10.11 9.28 8.51 10.11 9.28 8.51 10.11 9.28 8.51 7.81 7.81 7.81 5.50 3.460 4.20	29 292.96 45.82 27.33 23.17 19.66 16.70 14.17 11.13 9.72 6.06 5.38 8.63 7.67 6.82 6.06 5.38 4.24 3.76 3.33 2.95 2.61 2.31	30 127.29 34.63 22.55 14.99 12.07 8.90 6.71 5.25 3.82 3.08 2.21 1.81 1.29 1.07 0.76	31 78.04 40.31 33.12 29.49 24.45 21.78 16.97 15.13 13.01 11.43 6.96 6.14 5.42 4.79 4.21 3.72 2.89 2.55	
E I 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 20 21 22 23 24 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20	17 151.21 61.45 39.98 22.11 16.69 12.70 10.12 8.96 6.18 5.05 4.12 3.40 2.85 2.39 2.00 1.67 1.39 1.16 0.96	18 173.04 39.59 22.83 19.32 15.79 12.79 11.41 10.39 9.28 8.36 7.47 6.66 5.95 5.95 5.92 4.70 4.17 3.28 2.90 1.78 3.28 2.90 1.78 5.57	19 124.34 61.72 40.45 28.86 21.51 11.52 11.78 9.40 6.88 5.38 4.00 3.09 2.32 1.78 1.34 1.03 0.78	20 252.84 2.41 0.02	21 239.98 57.48 33.94 23.36 4.734 4.12.18 8.88 6.30 4.56 3.25 2.34 1.68 1.20 0.86	22 199.92 1.90 0.02	23 411.50 54.61 38.42 29.21 12.54 12.25 19.00 16.37 14.22 12.30 10.68 9.24 6.01 5.21 12.30 6.04 6.04 6.04 6.01 5.21 3.390 3.38 2.92 2.53 3.218 8.02 6.94 6.01 5.21 1.390 3.38 2.92 2.53 3.218 5.54 5.54 5.54 5.54 5.54 5.54 5.54 5.5	24 308.89 103.79 40.29 23.08 20.61 18.52 16.66 14.96 13.42 12.03 10.77 9.63 8.60 7.69 6.84 6.11 5.43 4.84 4.29 3.83 3.39 3.02 2.67 2.67	25 144.89 74.36 40.33 30.17 12.132 19.51 17.92 16.44 15.03 13.72 12.48 11.36 6.91 6.25 5.63 5.09 4.58 4.14 3.72	26 59.42 52.15 17.95 14.15 11.37 8.97 7.13 5.77 4.67 3.07 2.49 2.01 1.63 1.32 1.08 0.87	27 201.72 97.08 50.87 39.82 28.68 21.07 18.00 15.37 13.11 11.17 9.51 8.10 6.89 5.87 4.99 4.24 3.61 3.07 2.61 2.22 1.89 1.60	28 166.71 59.23 33.03 29.52 25.62 22.41 19.97 17.18 14.08 12.47 11.05 10.11 12.47 11.05 10.11 12.47 11.05 5.03 4.60 4.20 3.83 3.46	29 292.96 45.82 30.76 12.733 23.17 19.66 16.70 14.17 11.13 19.66 6.82 6.06 5.38 4.78 4.24 3.37 6.33 2.95 2.61 2.31 2.04	30 127.29 34.63 22.55 14.99 12.07 8.90 6.71 5.25 3.82 2.21 1.81 1.29 1.07 0.76	31 78.04 40.31 33.12 29.49 24.45 21.78 16.97 15.13 13.01 11.43 10.10 8.93 10.10 8.93 10.10 8.93 10.10 8.93 10.42 11.43 10.10 8.93 2.88 2.89 2.25 2.24	
E I I 2 3 4 5 6 7 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 24 24 25	17 151.21 61.45 39.98 22.11 16.69 12.70 10.12 8.96 7.90 6.18 5.05 4.12 3.40 2.85 2.39 2.00 1.67 1.39 0.96	18 173.04 173.04 173.04 173.04 19.32 19.32 15.79 12.79 11.41 10.39 9.28 8.36 7.47 6.66 5.95 5.29 4.70 4.17 3.70 2.57 2.201 1.78 1.57 2.201 1.20	19 124.34 61.72 40.45 28.86 21.51 11.52 11.78 9.40 6.88 5.38 4.00 3.09 2.32 1.78 1.34 1.03 0.78	20 252.84 2.41 0.02	21 239.98 57.48 33.94 23.36 4.17.34 12.18 8.88 6.30 4.56 3.25 2.34 1.68 1.20 0.86	22 199.92 1.90 0.02	23 411.50 54.61 38.42 29.21 21.85 19.00 16.37 14.22 12.30 10.68 8.02 6.94 8.02 6.94 8.02 6.94 8.02 6.94 8.02 6.94 8.02 6.94 8.02 6.94 8.02 6.94 8.02 8.21 8.21 8.21 8.21 8.21 8.21 8.21 8.2	24 308.89 103.79 40.29 23.08 20.61 18.52 16.66 14.96 13.42 12.03 10.77 9.63 8.60 10.77 9.63 8.60 6.84 6.11 5.43 3.39 3.39 3.39 2.67 2.38 3.02 2.67 2.38	25 144.89 74.36 40.33 30.17 12.132 19.51 17.92 16.44 15.03 13.72 12.48 11.36 6.91 6.25 5.63 5.09 4.58 4.14 3.72 3.36	26 59.42 27.15 17.95 14.15 5.77 4.67 3.07 2.49 2.01 1.63 1.32 1.08 0.87	27 201.72 97.08 50.87 39.82 28.68 21.07 18.00 15.37 13.11 11.17 9.51 8.10 6.89 5.87 4.99 4.24 4.99 4.24 3.61 3.07 2.61 2.22 1.89 1.60 1.36	28 166.71 59.23 33.03 29.52 25.62 22.41 19.97 17.18 14.08 8.51 7.81 7.81 7.81 7.81 7.81 7.81 7.81 7.8	29 292.96 45.82 30.76 16.70 14.17 19.66 16.70 14.17 11.13 9.72 8.63 7.67 6.82 6.06 5.38 4.24 3.76 4.24 3.76 3.33 2.95 2.61 2.31 2.04 1.80	30 127.29 34.63 22.55 14.99 12.07 6.71 5.25 3.82 2.21 1.81 1.29 0.76	31 78.04 40.31 33.12 29.49 24.45 21.78 16.97 15.13 13.01 11.43 10.10 11.43 10.10 11.43 7.88 6.96 6.14 5.42 4.79 3.28 2.89 2.55 2.24 4.97 3.28	
E I 2 3 4 5 6 7 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 20 21 22 23 24 25 26 26	17 151.21 61.45 39.98 22.11 16.69 12.70 10.12 8.96 7.90 6.18 5.05 2.39 2.30 1.67 1.39 1.16 0.96	18 173.04 39.59 22.83 19.32 21.579 11.41 10.39 9.28 8.36 7.47 5.59 5.29 4.70 4.17 3.70 3.28 2.90 2.57 2.01 1.78 1.57 1.39 1.27	19 124.34 61.72 40.45 28.86 6.88 5.38 4.00 2.32 1.78 9.40 2.32 1.78 1.34 1.03 0.78	20 252.84 2.41 0.02	21 239.98 57.48 33.94 23.36 6.30 4.56 3.25 2.34 4.56 3.25 2.34 1.68 1.20 0.86	22 199.92 1.90 0.02	23 411.50 54.61 38.42 29.21 21.85 19.00 16.37 14.22 12.30 10.68 8.02 6.94 6.01 5.21 4.51 3.90 3.38 2.92 2.53 2.18 9.29 2.53 2.18 9.29 2.53 2.18 9.29 2.53 2.18 9.29 2.53 2.18 9.29 2.53 2.18 9.29 2.54 1.59 2.54 1.59 2.54 1.59 2.54 1.59 2.54 1.59 2.54 1.59 2.54 1.59 2.54 1.59 2.54 1.59 2.54 1.59 2.54 1.59 2.54 1.59 2.54 1.59 2.54 1.59 2.54 1.59 2.54 1.59 2.54 1.59 2.54 1.59 2.54 1.59 2.54 2.54 2.54 2.54 2.54 2.54 2.54 2.54	24 308.89 103.79 40.29 23.08 18.52 16.66 14.96 13.42 12.03 10.77 9.63 8.60 7.69 9.63 8.60 7.69 9.63 8.84 4.29 3.83 3.39 3.02 2.67 2.38 2.10 18.72 18.72 18.72 1.65 1.55 1.55 1.65 1.65 1.55	25 144.89 74.36 40.33 30.17 17.92 16.44 15.03 13.72 12.48 10.30 9.35 8.45 7.66 6.91 6.25 5.63 5.09 4.58 4.14 4.14 3.72 3.36 3.02 2.72	26 59.42 27.15 17.95 14.15 5.77 4.67 3.79 3.07 2.49 2.01 1.63 1.32 1.08 0.87	27 201.72 97.08 50.87 39.82 28.68 24.60 21.07 18.00 15.37 13.11 11.17 8.10 6.89 9.51 8.10 6.89 4.24 3.61 3.07 2.261 2.22 1.89 1.60 1.36 1.16 0.99	28 166.71 59.23 33.03 29.52 22.62 22.41 19.97 17.18 14.08 12.47 11.05 12.47 11.05 8.51 7.81 7.81 7.81 7.81 6.56 6.01 5.03 4.60 4.20 5.50 5.50 5.50 3.48 3.49 3.18	29 292.96 45.82 27.33 22.17 19.66 16.70 14.17 11.13 9.72 8.63 6.06 5.38 4.24 3.36 2.61 2.31 2.95 2.61 2.31 1.80 1.59	30 127.29 34.63 22.55 14.99 6.71 5.25 3.08 2.21 1.81 1.29 1.07 0.76	31 78.04 40.31 33.12 29.49 24.45 21.78 16.97 15.13 11.43 10.10 11.43 10.10 6.14 5.42 4.79 4.21 3.72 3.28 2.89 2.55 2.24 1.97 1.74	
E I 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 27 27	17 151.21 61.45 39.98 22.11 16.69 12.70 10.12 8.96 6.18 5.05 4.12 3.40 2.85 2.39 1.16 0.96	18 173.04 39.59 22.83 19.32 21.579 12.79 11.41 10.39 9.28 8.36 7.47 6.66 5.95 5.29 4.70 3.28 2.90 2.57 2.61 1.78 1.57 1.39 1.08	19 124.34 61.72 40.45 28.86 6.88 5.38 4.00 3.09 2.32 1.78 1.34 1.03 0.78	20 252.84 2.41 0.02	21 239.98 57.48 33.94 23.36 6.30 17.34 12.18 8.88 6.30 3.25 2.34 4.56 3.25 2.34 1.68 1.20 0.86	22 199.92 1.90 0.02	23 411.50 54.61 38.42 29.21 21.85 19.00 16.37 14.22 12.30 10.68 9.24 8.02 6.94 4.51 3.90 3.38 2.92 2.53 2.18 1.89 1.63 1.41 1.22 1.05	24 308.89 103.79 40.29 23.08 18.52 16.66 14.96 13.42 12.03 10.77 9.63 4.84 4.29 6.84 4.29 3.83 3.39 3.02 2.67 2.38 2.10 1.87 2.10 1.87 1.67 1.65	25 144.89 74.36 40.33 30.17 17.92 19.51 17.92 16.44 11.36 10.30 9.35 8.45 7.66 6.91 6.25 5.63 3.02 4.58 4.14 3.72 2.72 2.72 2.45	26 59.42 27.15 17.95 14.15 5.77 7.13 5.77 3.07 2.49 2.01 1.63 1.32 2.01 1.63 1.32 0.87	27 201.72 97.08 50.87 39.82 28.68 24.60 21.07 18.00 21.07 18.00 6.89 5.87 4.24 3.61 3.07 4.24 3.61 2.22 1.89 1.60 1.36 1.16 0.99	28 166.71 59.23 33.03 29.52 22.62 22.41 19.97 17.18 8.51 7.81 14.08 12.47 8.51 7.81 6.66 6.01 5.50 3.83 3.89 3.18 2.90 3.49 3.18	29.292.96 45.82 30.76 27.33 23.17 19.66 16.70 14.17 9.72 8.63 7.67 6.82 6.06 6.82 6.06 5.38 4.24 4.78 4.24 3.76 3.33 2.05 2.61 2.31 2.04 1.80 1.59 1.40	30 127.29 34.63 22.55 14.99 6.71 5.25 3.08 2.21 1.81 1.29 1.07 0.76	31 78.04 40.31 33.12 29.49 21.78 16.97 15.13 10.10 8.93 7.88 6.96 6.14 5.42 4.79 4.21 3.72 2.55 2.24 4.79 4.21 3.72 2.55 2.24 1.97 1.74 1.53	
E I I 2 3 4 5 6 6 7 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 10 11 12 20 20 21 22 23 24 25 26 27 28	17 151.21 61.45 39.98 22.11 16.69 12.70 10.12 8.96 6.18 5.05 6.18 5.05 4.12 2.39 2.00 1.67 1.39 1.16 0.96	18 173.04 39.59 22.83 19.32 15.79 12.79 11.41 10.39 9.28 8.36 7.47 6.66 5.95 5.29 4.70 3.28 2.90 2.57 2.27 2.01 1.78 1.57 1.39 1.22 1.08 0.95	19 124.34 61.72 40.45 28.86 621.51 11.78 9.40 6.88 5.38 4.00 3.09 2.32 1.78 1.34 1.03 0.78	20 252.84 2.41 0.02	21 239.98 57.48 33.94 23.36 4.73 4 17.34 11.218 8.88 6.30 2.34 4.56 3.25 2.34 1.20 0.86	22 199.92 1.90 0.02	23 411.50 54.61 38.42 29.21 21.85 19.00 16.37 14.22 12.30 10.68 9.24 6.91 5.21 4.51 3.90 3.38 2.92 2.53 2.18 1.89 1.63 1.41 1.22 2.53 2.18	24 308.89 103.79 40.29 23.08 18.52 16.66 14.96 13.42 12.03 10.77 9.63 10.77 9.63 4.84 4.29 3.83 3.39 3.02 2.67 3.39 3.02 2.38 2.10 1.87 1.65 1.47	25 144.89 74.36 40.33 30.17 12.132 13.21 17.92 16.44 11.36 13.72 12.48 11.36 6.91 6.25 5.63 5.09 4.24 5.09 4.58 4.14 3.72 3.36 3.02 2.72 2.45	26 59.42 27.15 17.95 14.15 5.77 7.13 5.77 3.07 2.49 3.07 2.49 2.01 1.63 1.32 1.08 0.87	27 201.72 97.08 50.87 39.82 28.68 24.60 21.07 18.00 21.07 18.00 6.89 5.87 4.99 2.61 2.22 1.89 1.60 1.36 1.36 1.36	28 166.71 59.23 33.03 29.52 25.62 22.41 19.97 17.18 14.08 12.47 11.05 9.28 8.51 7.81 7.16 6.56 6.01 5.50 3.49 3.49 3.18 2.90 2.64 2.40	292.96 45.82 30.76 27.33 23.17 19.66 16.70 14.17 9.72 8.63 7.67 6.82 6.06 5.38 4.78 4.78 4.24 3.76 3.33 2.95 2.61 2.31 2.04 1.80 1.59 1.40 1.24 1.09	30 127.29 34.63 22.55 14.99 2.07 6.71 5.25 3.08 2.21 1.81 1.29 1.07 0.76	31 78.04 40.31 33.12 29.49 24.45 21.78 16.97 15.13 10.10 8.93 7.88 6.96 6.14 5.42 4.79 4.21 3.72 3.28 9.2.55 2.24 1.97 1.74 1.53 1.35	
E I I 2 3 4 5 6 7 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 24 25 26 27 28 29	17 151.21 61.45 39.98 22.11 16.69 12.70 10.12 8.96 7.90 6.18 5.05 4.12 3.40 2.85 2.39 2.00 1.67 1.39 2.00 1.67 1.39 2.00	18 173.04 39.59 22.83 19.32 19.32 15.79 11.41 10.39 9.28 8.36 6.66 5.95 5.29 3.28 2.90 2.57 2.27 1.39 1.52 1.08 0.95 1.22	19 124.34 61.72 40.45 28.86 5.32 11.78 5.38 4.00 6.88 5.38 4.00 2.32 1.78 1.34 1.03 0.78	20 252.84 2.41 0.02	21 239.98 57.48 33.94 23.36 17.34 4.2.18 8.88 4.56 3.25 2.34 1.68 1.20 0.86	22 199.92 1.90 0.02	23 411.50 54.61 38.42 29.21 21.85 19.00 10.68 8.02 6.94 8.02 6.94 8.02 6.94 8.02 6.94 8.02 6.94 8.02 6.94 8.02 6.94 8.02 2.18 8.189 1.63 7 8.21 2.18 5.21 1.22 1.05 0.91	24 308.89 103.79 40.29 23.08 10.61 18.52 16.66 13.42 12.03 8.60 7.69 9.63 8.60 7.69 9.63 8.60 7.69 9.63 8.84 6.11 5.43 4.84 4.29 3.83 3.39 2.67 2.38 3.39 2.67 2.38 3.39 2.67 1.87 1.63 1.87 1.63 1.67 1.67 1.87 1.63 1.67 1.67 1.87 1.63 1.47 1.53 1.47 1.55 1.47 1.57	25 144.89 74.36 40.33 30.17 21.32 19.51 17.92 12.48 15.03 13.72 12.48 4.55 7.66 6.91 6.25 5.63 5.63 5.63 5.63 5.63 3.02 2.72 2.45 2.21 2.45 2.21 2.45	26 59.42 27.15 17.95 14.15 11.37 8.87 7.13 3.07 2.49 2.01 1.63 0.87	27 201.72 97.08 50.87 39.82 28.68 24.60 21.07 13.11 11.17 8.10 6.89 9.51 8.10 6.89 9.51 8.10 6.89 9.51 8.10 2.61 2.22 2.61 2.22 1.89 1.60 1.36 0.99	28 166.71 59.23 33.03 29.52 22.62 22.241 19.97 11.05 12.47 11.05 10.11 9.28 8.51 7.16 6.56 6.01 5.50 5.50 5.50 5.50 3.83 3.49 3.18 2.90 2.64 2.40	29 292.96 45.82 30.76 16.70 9.73 23.17 19.66 16.70 8.63 8.63 4.78 4.24 3.76 6.82 6.06 6.82 6.06 4.78 4.24 3.76 3.33 2.95 2.61 2.04 1.80 1.59 1.40 1.24 1.40 9.09 6.09 1.40 9.00 9.00 9.00 9.00 9.00 9.00 9.00 9	30 127.29 34.63 22.55 14.99 6.71 12.07 8.90 6.71 5.25 3.82 3.08 2.21 1.81 1.29 1.07 0.76	31 78.04 40.31 33.12 29.49 24.45 21.78 16.97 11.43 10.10 11.43 10.10 11.43 10.10 4.21 3.28 2.89 4.21 3.72 3.28 2.89 2.24 4.79 4.21 3.72 3.28 2.85 2.24 1.97 1.74 1.53 1.35 1.153 1.35	

4.2 Coeficientes de correlación con estaciones meteorológicas en superficie

Los mapas con los resultados de los coeficientes de correlación y correlación parcial de Pearson significativos entre las series estacionales de precipitación de estaciones meteorológicas en superficie y el AAOI, se muestran en las Figuras 4.2 y 4.3, respectivamente. Los mapas de la columna izquierda de cada figura muestran los resultados de los coeficientes de correlación significativos que se obtuvieron entre la precipitación y el AAOI en periodos de análisis estacionales en fase, en tanto que en la columna derecha se muestran los resultados de los coeficientes de correlación significativos en periodos de análisis estacionales desfasados y la precipitación, adelantando un periodo estacional con respecto al AAOI.

En el análisis estacional en fase se puede observar que hay correlaciones positivas en DEF en estaciones meteorológicas de la vertiente Caribe, al igual que en SON en el Pacífico Central y el Pacífico Sur, aunque estas correlaciones dejan de ser significativas al asociarlas con un posible forzamiento de ENOS como modo dominante de la variabilidad climática regional. En JJA existen correlaciones negativas en estaciones meteorológicas de las regiones Chorotega y Pacífico Central, y una correlación positiva con el AAOI de observación en la estación del Centro Agronómico Tropical de Investigación y Enseñanza (CATIE), ubicada sobre el eje montañoso central. Al estudiar la posible influencia de ENOS, se encontró que las correlaciones negativas siguen siendo significativas, en tanto que la correlación positiva deja de serlo, pero es sustituida por una nueva correlación de igual signo pero ahora con el AAOI de los reanálisis.

En el análisis estacional en desfase, se encontraron correlaciones positivas en DEF con el AAOI de observación y de los reanálisis de SON, principalmente en estaciones meteorológicas del Pacífico Central y del Pacífico Sur. Un comportamiento similar se obtuvo en SON con el AAOI de los reanálisis de JJA. Sin embargo, las correlaciones de DEF con el AAOI de observación y de los reanálisis de SON, localizadas cerca del eje montañoso central, dejan de ser significativas al asociarlas con el forzamiento de ENOS, en tanto que las correlaciones de SON con el AAOI de los reanálisis de JJA siguen siendo significativas a pesar de dicho forzamiento. En JJA solo la estación San Jorge, localizada en Los Chiles, en la parte noroccidental de la vertiente Caribe, mostró una



Figura 4.2: Mapas con los coeficientes de correlación de Pearson entre las series estacionales de precipitación (periodo estacional sin paréntesis) de estaciones meteorológicas en superficie y los índices estacionales de la AAO (periodo estacional en paréntesis) durante el periodo 1979-2017 con un nivel de confianza estadístico mayor o igual al 95 %. Modelo de elevación digital tomado de [26].



Figura 4.3: Mapas con los coeficientes de correlación parcial de Pearson entre las series estacionales de precipitación (periodo estacional sin paréntesis) de estaciones meteorológicas en superficie y los índices estacionales de la AAO (periodo estacional en paréntesis) y el índice ONI (periodo estacional sin paréntesis) durante el periodo 1979-2017 con un nivel de confianza estadístico mayor o igual al 95 %. Modelo de elevación digital tomado de [26].

correlación negativa con el AAOI de observación y de los reanálisis de MAM, la cual predomina a pesar de la influencia posible de ENOS. Además, se observa que con el AAOI de los reanálisis aparecen nuevas estaciones con correlaciones negativas (Upala y Liberia), localizadas en los alrededores del eje montañoso noroccidental, las cuales estaban siendo atenuadas por la señal de ENOS.

Aunque este análisis ha encontrado evidencia observacional de la modulación que ejerce la AAO en las variaciones interanuales de la precipitación en Costa Rica, es necesario buscar otras fuentes de información que capturen estos patrones teleconexión climática. Esta necesidad radica en que una red de monitoreo con estaciones meteorológicas en superficie muchas veces no cumple con los estándares de la Organización Meteorológica Mundial (OMM) relacionados con: (1) la homogeneidad de los datos que hace que estos sean intercomparables en la totalidad de los registros; (2) la representatividad del entorno que reproduce de manera adecuada el clima del área considerada; y (3) la homogeneidad del entorno que establece la posición de las estaciones con fines climáticos de forma coherente y evita su dispersición al tener una buena cobertura espacial. Para mantener en funcionamiento una red de monitoreo con estas características se requiere de una alta inversión económica, que muchas veces no se sostiene en el tiempo, y ocasiona que se pierdan señales con información de fenómenos meteorológicos que solamente se detectan a nivel espacial. Es por esta razón que resulta de utilidad comparar los resultados obtenidos con conjuntos de datos alternativos que proporcionen información homogénea a nivel espacial como los datos del ERA-Interim y del PERSIANN-CDR.

4.3 Coeficientes de correlación con los reanálisis de ERA-Interim

Los resultados de los coeficientes de correlación y correlación parcial de Pearson significativos entre las series estacionales de precipitación de los datos del ERA-Interim y el AAOI se presentan en la Tabla 4.3. Se puede observar que hay correlaciones positivas en fase en DEF y SON, pero únicamente con el AAOI de los reanálisis. Esta señal se encuentra en todo el territorio costarricense y aumenta en magnitud hacia la vertiente Pacífica, principalmente, en el Pacífico Central y el Pacífico Sur. Sin embargo, en DEF

4. RESULTADOS Y ANÁLISIS

estas correlaciones dejan de ser significativas debido al forzamiento de ENOS, en tanto que en SON las correlaciones siguen siendo significativas y con la misma tendencia a aumentar hacia la región del Pacífico Central y Sur, aunque disminuyen en magnitud debido a este forzamiento. Por otra parte, también se encontraron correlaciones positivas en desfase en DEF y SON con el AAOI de SON y JJA, respectivamente. Para el caso de DEF en desfase con el AAOI de SON, las correlaciones positivas encontradas se establecen para todo el territorio costarricense (ver Costa Rica continental), con una señal mayormente localizada en el Pacífico Central y Pacífico Sur y en la vertiente Caribe, pues mostró correlación con ambos índices en estas regiones. Además, estas correlaciones disminuyen en magnitud y el coeficiente de correlación desaparece para la región Chorotega debido a la posible influencia que ejerce ENOS. En contraste, para el caso de SON en desfase con el AAOI de JJA, se encontraron correlaciones positivas en todo el territorio costarricense (ver Costa Rica continental). No obstante, un aspecto a resaltar es que esta señal está localizada en la vertiente Pacífica, específicamente en el Pacífico Central y el Pacífico Sur, ya que mostró correlación con ambos índices en estas regiones. Además, se evidencia que con el AAOI de observación se intensifican las correlaciones y aparece un nuevo coeficiente en todo el territorio costarricense (ver Costa Rica continental), el cual estaba siendo atenuado por la señal de ENOS, en tanto que las correlaciones con el AAOI de los reanálisis siguen siendo significativas a pesar de la influencia de ENOS.

El uso de los datos del ERA-Interim con un esquema de regionalización basado en el clima de Costa Rica ha proporcionado información valiosa a nivel regional que concuerda de manera parcial con los resultados encontrados en las estaciones meteorológicas en superficie. Esta concordancia parcial muestra como datos de un modelo de circulación general atmosférica sirven de alternativa para detectar algunas señales a nivel espacial en caso de no existir representatividad y homogeneidad del entorno en una red de monitoreo con sensores en superficie.
Tabla 4.3: Coeficientes de correlación y correlación parcial de Pearson entre las series estacionales de precipitación (periodo estacional sin paréntesis) con datos del ERA-Interim y los índices estacionales asociados a la AAO (periodo estacional en paréntesis) durante el periodo 1979-2017 con un nivel de confianza estadístico mayor o igual al 95 %. En el caso de la correlación parcial de Pearson se utilizó el índice ONI (periodo estacional sin paréntesis). El signo - indica que el coeficiente estuvo por debajo del nivel de confianza estadístico.

	Correlación		Correlación Parcial		
	AAOI				
	Observación	Reanálisis	Observación	Reanálisis	
	DEF(SON)		DEF(SON)		
Costa Rica Continental	0.47	0.59	0.43	0.56	
Vertiente Pacífica	0.46	0.60	0.42	0.57	
Región Chorotega	-	0.38	-	-	
Pacífico Central y Sur	0.49	0.60	0.45	0.57	
Vertiente Caribe	0.41	0.50	0.36	0.45	
	DEF(DEF)		DEF(DEF)		
Costa Rica Continental	-	0.34	-	-	
Vertiente Pacífica	-	0.35	-	-	
Pacífico Central y Sur	-	0.37	-	-	
	SON(JJA)		SON(JJA)		
Costa Rica Continental	-	0.40	0.35	0.40	
Vertiente Pacífica	0.33	0.42	0.37	0.42	
Pacífico Central y Sur	0.36	0.44	0.39	0.44	
	SON(SON)		SON(SON)		
Costa Rica Continental	-	0.35	-	0.32	
Vertiente Pacífica	-	0.36	-	0.33	
Pacífico Central y Sur	-	0.37	-	0.35	

4.4 Coeficientes de correlación con sensores remotos utilizando el PERSIANN-CDR

Los resultados de las correlaciones significativas obtenidas entre las series estacionales de precipitación de los datos del PERSIANN-CDR y el AAOI se muestran en la Tabla 4.4. Se puede observar que solo se obtuvieron correlaciones negativas en desfase en JJA con el AAOI de los reanálisis de MAM. Esta señal es percibida en todo el territorio costarricense (ver Costa Rica continental), aunque más localizada en la vertiente Caribe, pues se evidencia la correlación con ambos índices en esta región, en tanto que en la vertiente Pacífica, específicamente de sur a norte, se atenúa. Por último, las correlaciones con el AAOI de los reanálisis se intensificaron y aparecieron nuevos coeficientes para la vertiente Pacífica y la región Chorotega al eliminar el posible forzamiento de ENOS, lo que provoca una inversión en el patrón de disminución de la magnitud de los coeficientes en la vertiente Pacífica (ahora cambia de norte a sur), en tanto que la correlación con el AAOI de observación de la vertiente Caribe sigue siendo significativa a pesar de este forzamiento.

Tabla 4.4: Coeficientes de correlación y correlación parcial de Pearson entre las series estacionales de precipitación (periodo estacional sin paréntesis) con datos del PERSIANN-CDR y los índices estacionales asociados a la AAO (periodo estacional en paréntesis) durante el periodo 1983-2018 con un nivel de confianza estadístico mayor o igual al 95 %. En el caso de la correlación parcial de Pearson se utilizó el índice ONI (periodo estacional sin paréntesis). El signo - indica que el coeficiente estuvo por debajo del nivel de confianza estadístico.

	Correlación		Correlación Parcial		
	AAOI				
	Observación	Reanálisis	Observación	Reanálisis	
	JJA(MAM)		JJA(MAM)		
Costa Rica Continental	-	-0.40	-	-0.49	
Vertiente Pacífica	-	-	-	-0.41	
Región Chorotega	-	-	-	-0.41	
Pacífico Central y Sur	-	-0.33	-	-0.37	
Vertiente Caribe	-0.40	-0.58	-0.40	-0.59	

La medición del coeficiente de correlación utilizando datos provenientes de sensores satelitales con el PERSIANN-CDR ha proporcionado una segunda evidencia observacional captada desde el espacio, que concuerda igualmente de manera parcial con lo observado por las estaciones meteorológicas en superficie. Cabe destacar que esta señal no fue percibida por los datos del ERA-Interim, y evidencia que aunque los datos del PERSIANN-CDR y del ERA-Interim proporcionen información representativa y homogénea a nivel espacial no están capturando la totalidad de la señal del patrón de teleconexión climática de la AAO en las variaciones interanuales de la precipitación en territorio costarricense. Sin embargo, estos dos conjuntos de datos al tener una cobertura espacial amplia tienen información de las señales atmosféricas de gran escala que sirven para explicar los mecanismos físicos que gobiernan la dinámica atmosférica de este fenómeno.

4.5 Patrones espaciales de teleconexión climática asociados con la AAO

El análisis espacial de los patrones de teleconexión climática en la variabilidad interanual de las anomalías de precipitación, se hace con base en las diferencias de las composiciones de fase positiva y negativa con respecto a la composición de fase neutral para la AAO en los periodos de análisis estacionales en fase y en desfase con el AAOI. Estas anomalías de precipitación se presentan en la Figura 4.4 con los datos del ERA-Interim, y en la Figura 4.5 con datos del PERSIANN-CDR. Estos resultados contienen las señales atmosféricas de gran escala que proporcionan la información que permite comprender la relación existente entre los mecanismos físicos que gobiernan la dinámica atmosférica regional y los patrones espaciales de teleconexión climática asociados a la AAO. Para poder explicar de manera detallada esta relación se procederá a realizar un análisis por estación climática boreal.



Figura 4.4: Patrones espaciales por diferencia de composiciones de las anomalías de precipitación (periodo estacional sin paréntesis) de fase positiva y negativa con respecto a la composición de fase neutral para la AAO (periodo estacional en paréntesis) con datos del ERA-Interim para el periodo 1979-2017. Sólo los valores que están dentro del nivel de confianza estadístico mayor al 90 % con una prueba de *bootstrapping* permutando en el tiempo la serie espacio-temporal 1000 veces están graficados.



Figura 4.5: Patrones espaciales por diferencia de composiciones de las anomalías de precipitación (periodo estacional sin paréntesis) de fase positiva y negativa con respecto a la composición de fase neutral para la AAO (periodo estacional en paréntesis) con datos del PERSIANN-CDR para el periodo 1983-2018. Sólo los valores que están dentro del nivel de confianza estadístico mayor al 90 % con una prueba de *bootstrapping* permutando en el tiempo la serie espacio-temporal 1000 veces están graficados.

4.5.1 Análisis climático estacional

4.5.1.1 Invierno boreal (DEF)

Dado que en DEF el forzamiento de la AAO está prácticamente ausente [56], y en este periodo ENOS está en su fase madura [9], es la SST (*sea surface temperatu-re*) tropical la que determina dónde tiene lugar la convección profunda [116, 117]. Es por esta razón que la mayoría de los coeficientes de correlación parcial obtenidos en las estaciones meteorológicas en superficie y en los datos del ERA-Interim dejan de ser significativos para este periodo. En el análisis estacional en fase de DEF las correlaciones positivas encontradas se relacionan con la dinámica de los vientos en niveles bajos debida al CLLJ (*Caribbean Low Level Jet*) y al chorro de bajo nivel del Chocó (*Chocó Jet*, CJ; [118, 119]) bajo el influjo de ENOS, con una reducción de la magnitud de los vientos del CLLJ durante El Niño y un incremento durante La Niña, como lo explican en Amador et al. [49]. Esto produce un movimiento ascendente sobre el Pacífico que aumenta la convección durante el El Niño y uno descendente que la disminuye durante La Niña [120], pues se ve favorecida por el aumento (y la disminución, en el caso de La Niña) de humedad proveniente del océano Pacífico, a través del CJ [6].

Un resultado relevante de esta investigación se encuentra en el análisis estacional de DEF en desfase con el AAOI de SON, dado que las correlaciones positivas encontradas en las estaciones meteorológicas en superficie se ajustan con las obtenidas en los datos del ERA-Interim e, incluso, ambas siguen siendo significativas, aunque con menor medida, a pesar de la posible influencia de ENOS. La señal descrita por estos coeficientes de correlación podría explicarse por lo siguiente: (1) la AAO se encuentra en el periodo en que se localiza el mes de máxima amplificación (noviembre) [56]; (2) las anomalías que se generan en la estratósfera tienen una permanencia de hasta 90 días que influye en el clima superficial [57]; y (3) en este periodo ENOS está en su fase madura [9]. Estas razones explicarían por qué algunos coeficientes de correlación parcial obtenidos en las estaciones meteorológicas dejan de ser significativos por la influencia de ENOS y, además, por qué los patrones espaciales de teleconexión climática de las anomalías de precipitación debidos a la AAO responden al puente acoplado océano-atmósfera. Este

siguiente y afecte el clima del hemisferio norte a través del patrón de dipolo positivo (negativo) de SST en el océano Austral, que puede persistir en el invierno boreal mediante la "memoria" de la SST y afectar el movimiento vertical en la circulación meridional del hemisferio sur fortaleciendo (debilitando) las ramas hacia arriba y hacia abajo que conectan con el hemisferio norte [61].

Específicamente en el territorio costarricense, la influencia en las precipitaciones durante DEF ocasionada por la fase AAO(+) (AAO(-)) de SON, se debe a la intensificación (debilitamiento) del anticiclón subtropical del Pacífico Sur, la cual aumenta (disminuye) la intensidad de los vientos alisios del sur encargados de transportar la humedad desde el Pacífico Sur hacia el flanco ecuatorial. Sin embargo, en esta época del año los vientos alisios del sur tienen un gran componente meridional que bordea la costa del Pacífico. El aumento (disminución) de su intensidad provoca que ingrese mayor (menor) humedad a través del golfo de Arica y se transporte hacia el norte, sobre la cordillera de los Andes, con un impacto directo sobre los países costeros [6]. Esto produce un aumento (disminución) en la cantidad de precipitación sobre Costa Rica, favorecido por las condiciones climatológicas de intensificación del CJ en SON y el CLLJ en DEF.

4.5.1.2 Verano boreal (JJA)

Las correlaciones encontradas en el análisis estacional en fase de JJA en las estaciones meteorológicas no se percibieron con los datos del ERA-Interim ni del PERSIANN-CDR, aunque mostraron en su mayoría un signo negativo que se mantuvo a pesar del posible forzamiento de ENOS; la estación del CATIE mostró un signo positivo que, bajo la influencia de este forzamiento, alternó su señal de un AAOI a otro. Además, el único patrón de teleconexión que podría estar capturando parte de esta señal es el de las anomalías de precipitación de los datos del PERSIANN-CDR. Este patrón se explica por las anomalías de la AAO que pueden excitar un tren de ondas meridionales [75] que, a su vez, producen anomalías de la SST sobre el Atlántico tropical e influyen en la NASH (*North Atlantic Subtropical High*) [73] y, por ende, en el transporte de humedad desde el Caribe a través del CLLJ.

Para el análisis estacional de JJA en desfase con el AAOI de MAM, la señal encontrada resultó tener mayor intensidad, dado que las correlaciones negativas se reflejaron en las estaciones meteorológicas en superficie y en los datos del PERSIANN-CDR. Estas correlaciones se explican por las anomalías de la SST que pueden persistir durante más tiempo, desde la primavera hasta el verano boreal, e influyen en la NASH [73] y, consecuentemente, resultan en lluvias anómalas en el territorio costarricense moduladas por el transporte de humedad desde el Caribe a través del CLLJ. Además, el hecho de que el periodo de atenuación que experimenta la AAO sea prolongado y, por lo tanto, se divida en dos episodios: (1) febrero-marzo con un vórtice estratosférico débil con vientos del este y (2) JJA con un vórtice estratosférico fuerte con vientos del oeste, ocasiona que la permanencia de las anomalías de este vórtice polar influya en las precipitaciones en Costa Rica [6, 56], tal y como lo muestran los patrones espaciales de teleconexión climática de las anomalías de precipitación estudiadas. Las correlaciones parciales encontradas en los datos del PERSIANN-CDR incluso se intensificaron y aparecieron nuevos coeficientes para la vertiente Pacífica y la región Chorotega, lo que coincide bastante bien con lo evidenciado en las estaciones meteorológicas en superficie al eliminar la influencia de ENOS.

4.5.1.3 Otoño boreal (SON)

Las correlaciones positivas encontradas en SON en las estaciones meteorológicas y en los datos del ERA-Interim responden a la dinámica de los vientos alisios del sur que son modulados por la AAO, pero difieren en que en SON el transporte de humedad hacia Costa Rica se ve favorecido por las condiciones climatológicas del CLLJ y el CJ [6]. No obstante, en el análisis estacional en fase, la correlación positiva resultó ser más débil y solo fue significativa para los índices de los reanálisis debido al poco tiempo de permanencia (únicamente el mes de noviembre) que pudieron tener las anomalías en la estratósfera y, por ende, en la "memoria" de la SST, lo que se vio reflejado en la disminución de los coeficientes de correlación por la influencia de ENOS.

Otro resultado relevante de esta investigación se evidenció en el análisis estacional en desfase con el AAOI de JJA, dado que las correlaciones positivas encontradas en las estaciones meteorológicas en superficie concuerdan muy ajustadamente con las obtenidas en los datos del ERA-Interim. Incluso, ambas siguen siendo significativas a pesar del posible forzamiento de ENOS. Dichas correlaciones también se explicarían a partir de la permanencia de las anomalías de larga vida del vórtice polar estratosférico que influye en el clima superficial [57]. Se sabe que, aunque JJA se considere un periodo de atenuación de la AAO, posee un vórtice estratosférico fuerte que se va amplificando hasta llegar a su máximo en noviembre. Esto permite que la señal prevalezca durante mucho más tiempo a través de la "memoria" de la SST, como ya se explicó, y sea capturada por los patrones espaciales de teleconexión climática de las anomalías de precipitación aquí analizadas.

4.5.1.4 Primavera boreal (MAM)

Por último, durante MAM no se encontró una influencia asociada a la AAO en la precipitación de Costa Rica dada la ausencia y la atenuación del vórtice polar estratosférico de este modo anular en diciembre-enero y en febrero-marzo, respectivamente [56].

"La vida es el arte de sacar conclusiones suficientes de premisas insuficientes"

> Samuel Butler (1835-1902) Novelista Británico

CAPITULO 5

Conclusiones

La presente investigación logró vislumbrar el alcance del PDS como herramienta para la extracción de información valiosa a partir de datos masivos, heterogéneos y de alta dimensionalidad en el área de las ciencias del clima. El PDS permitió procesar las series de tiempo mensuales de precipitación de las estaciones meteorológicas en superficie a valores continuos, ajustando un filtro autoregresivo de orden 7, AR(7), a las series de tiempo e iterando la matriz de correlación de los datos con la técnica multivariada de PCA para estimar los datos ausentes con la información de las demás estaciones.

Los hallazgos de la investigación revelaron cuatro aspectos claves que confirman la hipótesis de que la AAO está modulando las variaciones interanuales de la precipitación en Costa Rica. Estos se enumeran a continuación:

 Se determinó que la correlación positiva encontrada en el periodo de DEF en fase con el AAOI resultó ser débil, pues solo fue significativa para los índices de los reanálisis, con un desvanecimiento de la señal asociada con el forzamiento de ENOS, en tanto que en desfase con el AAOI de SON, la señal de correlación positiva obtenida se vio ligeramente influenciada por ENOS, localizándose con mayor intensidad sobre el Pacífico Central y el Pacífico Sur y en la vertiente del Caribe.

5. CONCLUSIONES

- 2. En el periodo de JJA en fase con el AAOI, la correlación negativa encontrada se mantuvo a pesar del posible forzamiento de ENOS, en tanto que en desfase con el AAOI de MAM, la correlación negativa tampoco resultó influenciada por ENOS y se localizó con mayor intensidad en la zona norte costarricense.
- 3. En el periodo de SON se obtuvo una correlación positiva en ambos análisis. No obstante, en el análisis en fase la correlación resultó ser más débil, pues solo fue significativa para los índices de los reanálisis, con una disminución de los coeficientes de correlación debida a la influencia de ENOS, en tanto que en desfase con el AAOI de JJA, la correlación encontrada, localizada con mayor intensidad en el Pacífico Central y en el Pacífico Sur, no se vio influenciada por ENOS.
- 4. No se evidenció la influencia en la precipitación en el periodo de MAM asociada a la AAO en el territorio costarricense.

Esta investigación ha evidenciado cómo la AAO también tiene un papel importante en las variaciones interanuales de la precipitación en Costa Rica, inclusive si se considera el posible forzamiento de ENOS como modo dominante de la variabilidad climática regional y el planteamiento de Fogt & Bromwich [64], en el sentido de que esta teleconexión no es más que un acople entre la variabilidad decadal de ENOS y la latitud alta del Pacífico Sur que gobierna la AAO [6]. Estos resultados son novedosos y tienen utilidad potencial como predictores del comportamiento de la distribución de la precipitación, principalmente en DEF, JJA y SON, épocas en las cuales se registra el mínimo y los máximos, respectivamente, del ciclo anual de precipitación de ciertas regiones en este país.

Por último, este trabajo ha mostrado que el uso de diferentes fuentes de datos es de suma importancia en la obtención de evidencias para los estudios de teleconexión climática. Esto se debe a que los diferentes conjuntos de datos capturan las señales según las coberturas temporales y espaciales que tengan sus sensores de medición, lo que provoca que en ocasiones las señales captadas no concuerden en su totalidad entre las diferentes bases de datos y se necesite complementariedad entre estas para la obtención de las evidencias observacionales y para explicar la relación existente entre los mecanismos físicos que gobiernan la dinámica atmosférica y los patrones espaciales de teleconexión climática.

5.1 Recomendaciones

Dado que los resultados de esta investigación tienen utilidad potencial como predictores del comportamiento de la distribución de la precipitación en Costa Rica, se recomienda realizar un estudio evaluativo de la habilidad predictiva del AAOI en pronósticos estacionales, que tendrían aplicación directa en actividades económicas de Costa Rica, tales como la agricultura, el turismo, la seguridad alimentaria y la generación de energía hidroeléctrica. Una herramienta que podría utilizarse para realizar este tipo de análisis es el *fractions skill score* [121].

Finalmente se propone utilizar técnicas de aprendizaje automatizado como el *k*means clustering algorithm [122] para mejorar el reconocimiento de los patrones espaciales de teleconexión climática, dado que la técnica estadística clásica de coeficientes de correlación aplicada a los conjuntos de datos con señales espacio-temporales, ERA-Interim y PERSIANN-CDR, no capturó la totalidad de la señal del patrón de teleconexión asociado a la AAO en el territorio costarricense.

Referencias

- [1] J. P. Alvarado Moya, *Procesamiento digital de señales*. Instituto Tecnológico de Costa Rica, 2006, disponible en: https://www.academia.edu/download/ 38910035/alvarado_moya.pdf. 1, 2
- [2] E. Soria Olivas, M. Martínez Sober, J. V. Francés Villora, & G. Camps Valls, *Tra-tamiento Digital de Señales. Problemas y ejercicios resueltos*. Madrid: Prentice Hall, 2003. 1
- [3] Bureau, Southern Annular Mode and the Australian climate. Bureau of Meteorology, Australian Government, Commonwealth of Australia, 2019, accessado en agosto 2021, disponible en: http://www.bom.gov.au/climate/sam/. xiii, 2
- [4] E. Kalnay, M. Kanamitsu, R. Kistler, W. Collins, D. Deaven, L. Gandin, M. Iredell, S. Saha, G. White, J. Woollen, Y. Zhu, M. Chelliah, W. Ebisuzaki, W. Higgins, J. Janowiak, K. C. Mo, C. Ropelewski, J. Wang, A. Leetmaa, R. Reynolds, R. Jenne, & D. Joseph, "The NCEP/NCAR 40-year reanalysis project," *Bulletin* of the American Meteorological Society, vol. 77, no. 3, pp. 437–472, 1996. doi: http://dx.doi.org/10.1175/1520-0477(1996)077(0437:TNYRP)2.0.CO;2 xiii, 3, 19
- [5] NIWA, Southern Annular Mode. National Institute of Water and Atmospheric Research, New Zealand, 2018, accessado en agosto 2021, disponible en: https: //niwa.co.nz/climate/information-and-resources/southern-annular-mode. xiii, 3
- [6] R. Castillo, R. Nieto, L. Gimeno, & A. Drumond, "Influencia de los principales modos anulares hemisféricos y El Niño-Oscilación del Sur (ENOS) en las fuentes

de humedad globales de Mesoamérica," *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, vol. 43, no. 169, pp. 746–763, 2019. doi: http://dx.doi.org/10.18257/raccefyn.859 5, 12, 13, 19, 33, 52, 53, 54, 58

- [7] A. Stohl, M. Hittenberger, & G. Wotawa, "Validation of the Lagrangian particle dispersion model FLEXPART against large-scale tracer experiment data," *Atmospheric Environment*, vol. 32, no. 24, pp. 4245–4264, 1998. doi: http: //dx.doi.org/10.1016/S1352-2310(98)00184-8 5
- [8] D. Dee, S. Uppala, A. Simmons, P. Berrisford, P. Poli, S. Kobayashi, U. Andrae, M. Balmaseda, G. Balsamo, P. Bauer, P. Bechtold, A. Beljaars, L. van de Berg, J. Bidlot, N. Bormann, C. Delsol, R. Dragani, M. Fuentes, A. Geer, L. Haimberger, S. Healy, H. Hersbach, E. Hólm, L. Isaksen, P. Kållberg, M. Köhler, M. Matricardi, A. McNally, B. Monge-Sanz, J.-J. Morcrette, B.-K. Park, C. Peubey, P. de Rosnay, C. Tavolato, J.-N. Thépaut, & F. Vitart, "The ERA-Interim reanalysis: Configuration and performance of the data assimilation system," *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, vol. 137, no. 656, pp. 553–597, 2011. doi: http://dx.doi.org/10.1002/qj.828 5, 15, 16
- [9] R. Castillo, R. Nieto, A. Drumond, & L. Gimeno, "The role of the ENSO cycle in the modulation of moisture transport from major oceanic moisture sources," *Water Resources Research*, vol. 50, no. 2, pp. 1046–1058, 2014. doi: http://dx. doi.org/10.1002/2013WR013900 5, 19, 52
- [10] R. Nieto, R. Castillo, & A. Drumond, "The modulation of oceanic moisture transport by the hemispheric annular modes," *Frontiers in Earth Science*, vol. 2, no. 11, 2014. doi: http://dx.doi.org/10.3389/feart.2014.00011 5, 19, 33
- [11] C. Hall, "América Central como región geográfica," Anuario de Estudios Centroamericanos, vol. 11, no. 2, pp. 5–24, 1985. 9
- [12] R. Castillo & J. A. Amador, "Precipitation and Temperature in Costa Rica at the End of the Century Based on NEX-GDDP Projected Scenarios," *Atmosphere*, vol. 11, no. 12, p. 1323, 2020. doi: http://dx.doi.org/10.3390/atmos11121323 9, 11

- [13] R. A. Mittermeier, N. Myers, J. B. Thomsen, G. A. Da Fonseca, & S. Olivieri, "Biodiversity hotspots and major tropical wilderness areas: approaches to setting conservation priorities," *Conservation Biology*, vol. 12, no. 3, pp. 516–520, 1998. doi: http://dx.doi.org/10.1046/j.1523-1739.1998.012003516.x 9
- [14] F. Giorgi, "Climate change hot-spots," *Geophysical Research Letters*, vol. 33, no. L08707, 2006. doi: http://dx.doi.org/10.1029/2006GL025734 9
- [15] H. G. Hidalgo, J. A. Amador, E. J. Alfaro, & B. Quesada, "Hydrological climate change projections for Central America," *Journal of Hydrology*, vol. 495, pp. 94– 112, 2013. doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.jhydrol.2013.05.004 9
- [16] H. G. Hidalgo, E. J. Alfaro, & B. Quesada-Montano, "Observed (1970–1999) climate variability in Central America using a high-resolution meteorological dataset with implication to climate change studies," *Climatic Change*, vol. 141, no. 1, pp. 13–28, 2017. doi: http://dx.doi.org/10.1007/s10584-016-1786-y 9
- [17] E. P. Maurer, N. Roby, I. T. Stewart-Frey, & C. M. Bacon, "Projected twenty-firstcentury changes in the Central American mid-summer drought using statistically downscaled climate projections," *Regional Environmental Change*, vol. 17, no. 8, pp. 2421–2432, 2017. doi: http://dx.doi.org/10.1007/s10113-017-1177-6 9
- [18] S. L. Hastenrath, "Rainfall distribution and regime in Central America," Archiv für Meteorologie, Geophysik und Bioklimatologie, vol. 15, no. 3, pp. 201–241, 1967. doi: http://dx.doi.org/10.1007/BF02243853 9
- [19] G. Vargas, "Las lluvias en América Central: una climatología geográfica," Anuario de Estudios Centroamericanos, vol. 27, no. 2, pp. 7–19, 2001. 9, 11
- [20] —, "La escala zonal, regional y local en el análisis del régimen pluviométrico del istmo Centroamericano," *Reflexiones*, vol. 83, no. 1, pp. 31–56, 2004. 9, 11
- [21] E. J. Alfaro & L. Cid, "Análisis de las anomalías en el inicio y el término de la estación lluviosa en Centroamérica y su relación con los océanos Pacífico y Atlántico Tropical," *Tópicos Meteorológicos y Oceanográficos*, vol. 6, no. 1, pp. 1–13, 1999. 10

REFERENCIAS

- [22] E. J. Alfaro, "Response of air surface temperatures over Central America to oceanic climate variability indices," *Tópicos Meteorológicos y Oceanográficos*, vol. 7, no. 2, pp. 63–72, 2000. 10
- [23] —, "Some characteristics of the annual precipitation cycle in Central America and their relationships with its surrounding tropical oceans," *Tópicos Meteorológicos y Oceanográficos*, vol. 9, no. 2, pp. 88–103, 2002. 10
- [24] E. J. Alfaro, X. Chourio, Á. G. Muñoz, & S. J. Mason, "Improved seasonal prediction skill of rainfall for the primera season in Central America," *International Journal of Climatology*, vol. 38, pp. e255–e268, 2018. doi: http://dx.doi.org/10. 1002/joc.5366 10, 11
- [25] R. Castillo, J. A. Amador, & A. M. Durán, "Costa Rica rainfall in future climate change scenarios," no. 2017AGUFM.H13K1540C. New Orleans, LA: AGU Fall Meeting, December 2017. xiii, 10
- [26] E. Ortiz-Malavasi, "Atlas digital de Costa Rica (CR 2014)," *Investiga*, vol. 23, no. 1, pp. 1659–3383, 2015. xiii, xiv, 10, 43, 44
- [27] A. P. Mosiño & E. García, "Evaluación de la sequía intraestival en la República Mexicana," *Proc. Conf. Reg. Latinoamericana Unión Geogr. Int*, vol. 3, pp. 500– 516, 1966. 10
- [28] E. Coen, "El floklore costarricense relativo al clima," *Revista de la Universidad de Costa Rica*, vol. 35, pp. 135–145, 1973. 10
- [29] V. Magaña, J. A. Amador, & S. Medina, "The midsummer drought over Mexico and Central America," *Journal of Climate*, vol. 12, no. 6, pp. 1577–1588, 1999. doi: http://dx.doi.org/10.1175/1520-0442(1999)012(1577:TMDOMA)2.0. CO;2 10
- [30] K. B. Karnauskas, R. Seager, A. Giannini, & A. J. Busalacchi, "A simple mechanism for the climatological midsummer drought along the Pacific coast of Central America," *Atmósfera*, vol. 26, no. 2, pp. 261–281, 2013. doi: http: //dx.doi.org/10.1016/S0187-6236(13)71075-0 11

- [31] J. A. Amador, "A climatic feature of the tropical Americas: The trade wind easterly jet," *Tópicos Meteorológicos y Oceanográficos*, vol. 5, no. 2, pp. 1–13, 1998.
 11
- [32] —, "The intra-Americas sea low-level jet: Overview and future research," Annals of the New York Academy of Sciences, vol. 1146, no. 1, pp. 153–188, 2008. doi: http://dx.doi.org/10.1196/annals.1446.012 11
- [33] F. Sáenz & J. Amador, "Características del ciclo diurno de precipitación en el Caribe de Costa Rica," *Revista de Climatología*, vol. 6, pp. 21–34, 2016. 11
- [34] M. A. Taylor & E. J. Alfaro, "Climate of Central America and the Caribbean," in *Encyclopedia of world climatology*. Netherlands: Springer, 2005, pp. 183–189.
 11
- [35] J. A. Amador, E. J. Alfaro, O. G. Lizano, & V. O. Magaña, "Atmospheric forcing of the eastern tropical Pacific: A review," *Progress in Oceanography*, vol. 69, no. 2, pp. 101–142, 2006. doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.pocean.2006.03.007 11
- [36] J. A. Amador, A. M. Durán-Quesada, E. R. Rivera, G. Mora, F. Sáenz, B. Calderón, & N. Mora, "The easternmost tropical Pacific. Part II: Seasonal and intraseasonal modes of atmospheric variability," *Rev. Biol. Trop.*, vol. 64, no. 1, pp. S23–S57, 2016. 11
- [37] H. G. Hidalgo, A. M. Durán-Quesada, J. A. Amador, & E. J. Alfaro, "The caribbean low-level jet, the intertropical convergence zone and precipitation patterns in the intra-americas sea: A proposed dynamical mechanism," *Geografiska Annaler: Series A, Physical Geography*, vol. 97, no. 1, pp. 41–59, 2015. doi: http://dx.doi.org/10.1111/geoa.12085 11
- [38] E. Quirós & H. G. Hidalgo, "Interacción de la Zona de Convergencia Intertropical del Pacífico Este con Sistemas Tropicales," *Tópicos Meteorológicos y Oceanográficos*, vol. 15, no. 2, pp. 33–47, 2016. 11
- [39] —, "Variabilidad y conexiones climáticas de la zona de convergencia intertropical del Pacífico Este," *Tópicos Meteorológicos y Oceanográficos*, vol. 15, no. 1, pp. 21–36, 2016. 11

REFERENCIAS

- [40] E. Zárate-Hernández, "Climatología de masas invernales de aire frío que alcanzan Centroamérica y el Caribe y su relación con algunos índices árticos," *Tópicos Meteorológicos y Oceanográficos*, vol. 12, no. 1, pp. 35–55, 2013. 11
- [41] —, "Influencia de las masas invernales de aire frío sobre el Chorro de Bajo Nivel del Caribe y sus ramas," *Tópicos Meteorológicos y Oceanográficos*, vol. 13, no. 1, pp. 19–40, 2014. 11
- [42] G. Chinchilla, J. Gutiérrez, & E. Zárate, "Eventos extremos de lluvia ocasionados por empujes fríos que han llegado a Costa Rica en el periodo invernal (NDEF) del año 2000 al 2010: Líneas de cortante," *Tópicos Meteorológicos y Oceanográfi*cos, vol. 15, no. 2, pp. 48–62, 2016. 11
- [43] —, "Análisis sinóptico de casos de eventos extremos de lluvia asociados a líneas de cortante de empujes fríos que han llegado a Costa Rica en el periodo invernal," *Tópicos Meteorológicos y Oceanográficos*, vol. 16, no. 2, pp. 5–18, 2017. 11
- [44] J. A. Amador, E. J. Alfaro, E. R. Rivera, & B. Calderón, "Climatic features and their relationship with tropical cyclones over the Intra-Americas seas," in *Hurricanes and Climate Change*. Dordrecht: Springer, 2010, pp. 149–173. 11
- [45] W. Fernández & P. Ramírez, "El Niño, la Oscilación del Sur y sus efectos en Costa Rica: una revisión," *Tecnología en Marcha*, vol. 11, no. 1, pp. 3–10, 1991.
 11
- [46] E. Alfaro & J. A. Amador, "El Niño-Oscilación del Sur y algunas series de temperatura máxima y brillo solar en Costa Rica," *Tópicos Meteorológicos y Oceanográficos*, vol. 3, no. 1, pp. 19–26, 1996. 11
- [47] J. A. Amador, R. E. Chacón, & S. Laporte, "Cuenca del Río Arenal: Análisis de los eventos La Niña 1988-89 y 1996," *Tópicos Meteorológicos y Oceanográficos*, vol. 7, no. 1, pp. 50–62, 2000. 11
- [48] J. A. Amador, S. Laporte, & R. E. Chacón, "Cuenca del Río Arenal: Análisis de los eventos Niño de los años 1992-93, 1994-95 y 1997-98," *Tópicos Meteorológi*cos y Oceanográficos, vol. 7, no. 1, pp. 1–20, 2000. 11

- [49] J. A. Amador, R. E. Chacón, & S. Laporte, "Climate and climate variability in the Arenal river basin of Costa Rica," in *Climate and Water*. Dordrecht: Springer, 2003, pp. 317–349. 11, 52
- [50] J. A. Amador & E. Alfaro, "La Oscilación Cuasi-bienal, ENOS y acoplamiento de algunos parámetros superficiales y estratosféricos sobre Costa Rica," *Tópicos Meteorológicos y Oceanográficos*, vol. 3, no. 1, pp. 45–54, 1996. 11
- [51] M. Fujiwara, H. Vömel, F. Hasebe, M. Shiotani, S.-Y. Ogino, S. Iwasaki, N. Nishi, T. Shibata, K. Shimizu, E. Nishimoto, J. M. Valverde Canossa, H. B. Selkirk, & S. J. Oltmans, "Seasonal to decadal variations of water vapor in the tropical lower stratosphere observed with balloon-borne cryogenic frost point hygrometers," *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, vol. 115, no. D18304, 2010. doi: http://dx.doi.org/10.1029/2010JD014179 11
- [52] D. Poleo-Brito, E. Solano León, & W. Stolz España, "La Oscilación atmosférica Madden-Julian (MJO) y las lluvias en Costa Rica," *Tópicos Meteorológicos y Oceanográficos*, vol. 13, no. 1, pp. 58–74, 2014. 11
- [53] —, "La Oscilación Madden-Julian y las precipitaciones extremas en Costa Rica," *Tópicos Meteorológicos y Oceanográficos*, vol. 13, no. 1, pp. 5–18, 2014.
 11
- [54] IDEAM, Conceptos Básicos de cambio climático. Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales, Colombia, 2014, accesado en octubre 2021, disponible en: http://www.cambioclimatico.gov.co/otras-iniciativas. 12
- [55] M. Jiménez Quiroz, Anexo del Informe Técnico: Elaboración de un boletín con información hidroclimática de los mares de México. Indicadores Climáticos. Una manera para identificar la variabilidad climática a escala global, 2011, recuperado a partir de: https://www.inapesca.gob.mx/portal/documentos/ publicaciones/BOLETINES/hidroclimatico/INDICES-CLIMATICOS.pdf. 12
- [56] D. W. Thompson & J. M. Wallace, "Annular modes in the extratropical circulation. part i: Month-to-month variability," *Journal of Climate*, vol. 13, no. 5, pp. 1000–1016, 2000. doi: http://dx.doi.org/10.1175/1520-0442(2000)013(1000: AMITEC)2.0.CO;2 12, 13, 19, 52, 54, 55

- [57] D. W. Thompson, M. P. Baldwin, & S. Solomon, "Stratosphere-troposphere coupling in the Southern Hemisphere," *Journal of the Atmospheric Sciences*, vol. 62, no. 3, pp. 708–715, 2005. doi: http://dx.doi.org/10.1175/JAS-3321.1 13, 52, 55
- [58] D. Coumou, G. Di Capua, S. Vavrus, L. Wang, & S. Wang, "The influence of Arctic amplification on mid-latitude summer circulation," *Nature Communications*, vol. 9, no. 1, pp. 1–12, 2018. doi: http://dx.doi.org/10.1038/s41467-018-05256-8 13
- [59] M. P. Baldwin & T. J. Dunkerton, "Propagation of the Arctic Oscillation from the stratosphere to the troposphere," *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, vol. 104, no. D24, pp. 30 937–30 946, 1999. doi: http://dx.doi.org/10.1029/ 1999JD900445 13
- [60] J. Kidston, A. A. Scaife, S. C. Hardiman, D. M. Mitchell, N. Butchart, M. P. Baldwin, & L. J. Gray, "Stratospheric influence on tropospheric jet streams, storm tracks and surface weather," *Nature Geoscience*, vol. 8, no. 6, pp. 433–440, 2015. doi: http://dx.doi.org/10.1038/ngeo2424 13
- [61] T. Liu, J. Li, & F. Zheng, "Influence of the boreal autumn Southern Annular Mode on winter precipitation over land in the Northern Hemisphere," *Journal* of Climate, vol. 28, no. 22, pp. 8825–8839, 2015. doi: http://dx.doi.org/10.1080/ 16742834.2010.11446870 14, 53
- [62] L. M. Carvalho, C. Jones, & T. Ambrizzi, "Opposite phases of the Antarctic Oscillation and relationships with intraseasonal to interannual activity in the tropics during the austral summer," *Journal of Climate*, vol. 18, no. 5, pp. 702–718, 2005. doi: http://dx.doi.org/10.1175/JCLI-3284.1 14
- [63] M. L. L'Heureux & D. W. Thompson, "Observed relationships between the El Niño-Southern Oscillation and the extratropical zonal-mean circulation," *Journal of Climate*, vol. 19, no. 2, pp. 276–287, 2006. doi: http://dx.doi.org/10.1175/ JCLI3617.1 14

- [64] R. L. Fogt & D. H. Bromwich, "Decadal variability of the ENSO teleconnection to the high-latitude South Pacific governed by coupling with the southern annular mode," *Journal of Climate*, vol. 19, no. 6, pp. 979–997, 2006. doi: http://dx.doi. org/10.1175/JCLI3671.1 14, 58
- [65] A. Sen Gupta & M. H. England, "Coupled Ocean-Atmosphere-Ice Response to Variations in the Southern Annular Mode," *Journal of Climate*, vol. 19, no. 18, pp. 4457–4486, 2006. doi: http://dx.doi.org/10.1175/JCLI3843.1 14
- [66] Q. Ding, E. J. Steig, D. S. Battisti, & J. M. Wallace, "Influence of the tropics on the Southern Annular Mode," *Journal of Climate*, vol. 25, no. 18, pp. 6330–6348, 2012. doi: http://dx.doi.org/10.1175/JCLI-D-11-00523.1 14
- [67] R. Ding, J. Li, & Y. H. Tseng, "The impact of South Pacific extratropical forcing on ENSO and comparisons with the North Pacific," *Climate Dynamics*, vol. 44, no. 7-8, pp. 2017–2034, 2015. doi: http://dx.doi.org/10.1007/s00382-014-2303-5 14
- [68] A. Hall & M. Visbeck, "Synchronous variability in the Southern Hemisphere atmosphere, sea ice, and ocean resulting from the annular mode," *Journal of Climate*, vol. 15, no. 21, pp. 3043–3057, 2002. doi: http://dx.doi.org/10.1175/ 1520-0442(2002)015(3043:SVITSH)2.0.CO;2 14
- [69] G. E. Silvestri & C. S. Vera, "Antarctic Oscillation signal on precipitation anomalies over southeastern South America," *Geophysical Research Letters*, vol. 30, no. 21, p. 2115, 2003. doi: http://dx.doi.org/10.1029/2003GL018277 14
- [70] N. P. Gillett, T. D. Kell, & P. D. Jones, "Regional climate impacts of the Southern Annular Mode," *Geophysical Research Letters*, vol. 33, no. L23704, 2006. doi: http://dx.doi.org/10.1029/2006GL027721 14
- [71] S. Nan & J. Li, "The relationship between the summer precipitation in the Yangtze River valley and the boreal spring Southern Hemisphere annular mode," *Geophysical Research Letters*, vol. 30, no. 24, 2003. doi: http://dx.doi.org/ 10.1029/2003GL018381 14, 19

- [72] Z. Wu, J. Li, B. Wang, & X. Liu, "Can the Southern Hemisphere annular mode affect China winter monsoon?" *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, vol. 114, no. D11107, 2009. doi: http://dx.doi.org/10.1029/2008JD011501 14, 15
- [73] S. Jian-Qi, "Possible impact of the boreal spring Antarctic Oscillation on the North American summer monsoon," *Atmospheric and Oceanic Science Letters*, vol. 3, no. 4, pp. 232–236, 2010. doi: http://dx.doi.org/10.1080/16742834.2010. 11446870 14, 53, 54
- [74] J. Sun, H. Wang, & W. Yuan, "A possible mechanism for the co-variability of the boreal spring Antarctic Oscillation and the Yangtze River valley summer rainfall," *International Journal of Climatology: A Journal of the Royal Meteorological Society*, vol. 29, no. 9, pp. 1276–1284, 2009. doi: http://dx.doi.org/10.1002/ joc.1773 14
- [75] —, "Linkage of the boreal spring Antarctic Oscillation to the West African summer monsoon," *Journal of the Meteorological Society of Japan*, vol. 88, no. 1, pp. 15–28, 2010. doi: http://dx.doi.org/10.2151/jmsj.2010-102 14, 53
- [76] F. Xue, H. Wang, & J. He, "Interannual variability of Mascarene high and Australian high and their influences on summer rainfall over East Asia," *Chinese Science Bulletin*, vol. 48, no. 5, pp. 492–497, 2003. doi: http://dx.doi.org/10. 1007/BF03183258 14
- [77] H. Gao, F. Xue, & H. J. Wang, "Influence of interannual variability of Antarctic oscillation on mei-yu along the Yangtze and Huaihe River valley and its importance to prediction," *Chinese Science Bulletin (in Chinese)*, vol. 48, no. Suppl. 2, pp. 87–92, 2003. 14
- [78] H. Wang & K. Fan, "Central-north China precipitation as reconstructed from the Qing dynasty: Signal of the Antarctic Atmospheric Oscillation," *Geophysical Research Letters*, vol. 32, no. L24705, 2005. doi: http://dx.doi.org/10.1029/ 2005GL024562 14
- [79] K. Fan, "Atmospheric circulation in Southern Hemisphere and summer rainfall over Yangtze River valley," *Chinese Journal of Geophysics*, vol. 49, no. 3, pp. 599–606, 2006. doi: http://dx.doi.org/10.1002/cjg2.873 14

- [80] K. Fan & H. Wang, "Antarctic oscillation and the dust weather frequency in North China," *Geophysical Research Letters*, vol. 31, no. L10201, 2004. doi: http://dx. doi.org/10.1029/2004GL019465 14
- [81] X. Yue & H. Wang, "The springtime North Asia cyclone activity index and the southern annular mode," *Advances in Atmospheric Sciences*, vol. 25, no. 4, pp. 673–679, 2008. doi: http://dx.doi.org/10.1007/s00376-008-0673-5 14
- [82] Z. Wu, J. Dou, & H. Lin, "Potential influence of the November-December Southern Hemisphere annular mode on the East Asian winter precipitation: A new mechanism," *Climate Dynamics*, vol. 44, pp. 1215–1226, 2015. doi: http: //dx.doi.org/10.1007/s00382-014-2241-2 15
- [83] D. Roemmich, G. C. Johnson, S. Riser, R. Davis, J. Gilson, W. B. Owens, S. L. Garzoli, C. Schmid, & M. Ignaszewski, "The Argo Program: Observing the global ocean with profiling floats," *Oceanography*, vol. 22, no. 2, pp. 34–43, 2009. 16
- [84] S. R. Jayne, D. Roemmich, N. Zilberman, S. C. Riser, K. S. Johnson, G. C. Johnson, & S. R. Piotrowicz, "The Argo program: present and future," *Oceanography*, vol. 30, no. 2, pp. 18–28, 2017. 16
- [85] ECMWF, *The ERA-Interim reanalysis dataset*. Copernicus Climate Change Service (C3S), European Centre for Medium-range Weather Forecast, 2011, accesado en junio 2021, disponible en: https://www.ecmwf.int/en/forecasts/datasets/archive-datasets/reanalysis-datasets/era-interim. xiii, 16, 17
- [86] H. Ashouri, K. L. Hsu, S. Sorooshian, D. K. Braithwaite, K. R. Knapp, L. D. Cecil, B. R. Nelson, & O. P. Prat, "PERSIANN-CDR: Daily precipitation climate data record from multisatellite observations for hydrological and climate studies," *Bulletin of the American Meteorological Society*, vol. 96, no. 1, pp. 69–83, 2015. doi: http://dx.doi.org/10.1175/BAMS-D-13-00068.1 xiii, 17
- [87] G. J. Huffman, A. Adler, R. F., A. P., Chang, R. Ferraro, A. Gruber, J. Janowiak,A. McNab, B. Rudolf, & U. Schneider, "The global precipitation climatology

project (GPCP) combined precipitation dataset," *Bulletin of the American Meteorological Society*, vol. 78, no. 1, pp. 5–20, 1997. doi: http://dx.doi.org/10.1175/ 1520-0477(1997)078(0005:TGPCPG)2.0.CO;2 17

- [88] R. F. Adler, G. J. Huffman, A. Chang, R. Ferraro, P. P. Xie, J. Janowiak, B. Rudolf, U. Schneider, S. Curtis, D. Bolvin, A. Gruber, J. Susskind, P. Arkin, & E. Nelkin, "The version-2 global precipitation climatology project (GPCP) monthly precipitation analysis (1979-present)," *Journal of Hydrometeorology*, vol. 4, no. 6, pp. 1147–1167, 2003. doi: http://dx.doi.org/10.1175/ 1525-7541(2003)004(1147:TVGPCP)2.0.CO;2 17
- [89] G. J. Huffman, R. F. Adler, D. T. Bolvin, & G. Gu, "Improving the global precipitation record: GPCP version 2.1," *Geophysical Research Letters*, vol. 36, no. 17, 2009. doi: http://dx.doi.org/10.1029/2009GL040000 17
- [90] R. F. Adler, M. R. Sapiano, G. J. Huffman, J. J. Wang, D. Gu, G.and Bolvin, L. Chiu, U. Schneider, A. Becker, E. Nelkin, P. Xie, R. Ferraro, & D.-B. Shin, "The Global Precipitation Climatology Project (GPCP) monthly analysis (new version 2.3) and a review of 2017 global precipitation," *Atmosphere*, vol. 9, no. 4, p. 139, 2018. doi: http://dx.doi.org/10.3390/atmos9040138 17
- [91] E. J. Alfaro & F. J. Soley, "Descripción de dos métodos de rellenado de datos ausentes en series de tiempo meteorológicas," *Revista de Matemática: Teoría y Aplicaciones*, vol. 16, no. 1, pp. 60–75, 2009. 18, 21, 24, 28, 37
- [92] P. Ureña, E. J. Alfaro, & F. J. Soley, Propuestas metodológicas para el rellenado de datos ausentes en series de tiempo geofísicas. Guía práctica de uso. Documento Técnico, 2016, disponible en: https://www.kerwa.ucr.ac.cr/handle/10669/ 28888. 18, 22, 24, 28, 38, 39
- [93] D. Gong & S. Wang, "Definition of Antarctic oscillation index," *Geophysical Research Letters*, vol. 26, no. 4, pp. 459–462, 1999. doi: http://dx.doi.org/10. 1029/1999GL900003 19
- [94] J. Li & J. X. Wang, "A modified zonal index and its physical sense," *Geophysical Research Letters*, vol. 30, no. 12, p. 1632, 2003. doi: http://dx.doi.org/10.1029/2003GL017441 19

- [95] G. J. Marshall, "Trends in the Southern Annular Mode from observations and reanalyses," *Journal of Climate*, vol. 16, no. 24, pp. 4134–4143, 2003. doi: http: //dx.doi.org/10.1175/1520-0442(2003)016(4134:TITSAM)2.0.CO;2 19
- [96] M. Visbeck, "A Station-Based Southern Annular Mode Index from 1884 to 2005," *Journal of Climate*, vol. 22, no. 4, pp. 940–950, 2009. doi: http://dx.doi. org/10.1175/2008JCLI2260.1 19
- [97] M. Ho, A. Kiem, & D. Verdon-Kidd, "The Southern Annular Mode: a comparison of indices," *Hydrology and Earth System Sciences*, vol. 16, no. 3, pp. 967–982, 2012. doi: http://dx.doi.org/10.5194/hess-16-967-2012 19
- [98] T. M. Smith, R. Reynolds, T. C. Peterson, & J. Lawrimore, "Improvements to NOAA's historical merged land-ocean surface temperature analysis (1880-2006)," *Journal of Climate*, vol. 21, no. 10, pp. 2283–2296, 2008. doi: http: //dx.doi.org/10.1175/2007JCLI2100.1 19
- [99] B. Huang, P. W. Thorne, V. F. Banzon, T. Boyer, G. Chepurin, J. H. Lawrimore, M. J. Menne, T. M. Smith, R. S. Vose, & H.-M. Zhang, "Extended reconstructed sea surface temperature, version 5 (ERSSTv5): upgrades, validations, and intercomparisons," *Journal of Climate*, vol. 30, no. 20, pp. 8179–8205, 2017. doi: http://dx.doi.org/10.1175/JCLI-D-16-0836.1 19
- [100] M. Kallas, P. Honeine, C. Francis, & H. Amoud, "Kernel autoregressive models using Yule-Walker equations," *Signal Processing*, vol. 93, no. 11, pp. 3053–3061, 2013. doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.sigpro.2013.03.032 22
- [101] T. J. Ulrych & T. N. Bishop, "Maximum entropy spectral analysis and autoregressive decomposition," *Reviews of Geophysics*, vol. 13, no. 1, pp. 183–200, 1975. doi: http://dx.doi.org/10.1029/RG013i001p00183 23
- [102] T. J. Ulrych & R. W. Clayton, "Time series modelling and maximum entropy," *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, vol. 12, no. 2, pp. 188–200, 1976. doi: http://dx.doi.org/10.1016/0031-9201(76)90047-9 23
- [103] J. P. Burg, "Maximum entropy spectral analysis," Ph.D. dissertation, Stanford University, 1975. 23

REFERENCIAS

- [104] R. Rebollo, Estimación del Espectro de Potencia. Análisis de Señales en Geofísica. Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas, Universidad Nacional de La Plata, Argentina, 2021, disponible en: http://carina.fcaglp.unlp.edu.ar/ senales/teorias/Clase13.pdf. 23
- [105] S. M. Kay & S. L. Marple, "Spectrum analysis—A modern perspective," Proceedings of the IEEE, vol. 69, no. 11, pp. 1380–1419, 1981. doi: http://dx.doi.org/ 10.1109/PROC.1981.12184 23
- [106] D. S. Wilks, *Statistical methods in the atmospheric sciences*. Oxford, UK: Academic Press, 2011, vol. 100. 24, 27, 29, 30, 32, 39
- [107] H. Hotelling, "Analysis of a complex of statistical variables into principal components," *Journal of Educational Psychology*, vol. 24, no. 6, pp. 417–441, 1933. doi: http://dx.doi.org/10.1037/h0071325 25
- [108] K. Pearson, "LIII. On lines and planes of closest fit to systems of points in space," *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal* of Science, vol. 2, no. 11, pp. 559–572, 1901. doi: http://dx.doi.org/10.1080/ 14786440109462720 25
- [109] E. N. Lorenz, Empirical orthogonal functions and statistical weather prediction. Cambridge, Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology, Department of Meteorology, 1956. 27
- [110] C. S. Bretherton, C. Smith, & J. M. Wallace, "An intercomparison of methods for finding coupled patterns in climate data," *Journal of Climate*, vol. 5, no. 6, pp. 541–560, 1992. doi: http://dx.doi.org/10.1175/1520-0442(1992)005(0541: AIOMFF)2.0.CO;2 27
- [111] F. Sciremammano, "A suggestion for the presentation of correlations and their significance levels," *Journal of Physical Oceanography*, vol. 9, no. 6, pp. 1273–1276, 1979. doi: http://dx.doi.org/10.1175/1520-0485(1979)009(1273: ASFTPO)2.0.CO;2 28

- [112] W. Ebisuzaki, "A method to estimate the statistical significance of a correlation when the data are serially correlated," *Journal of Climate*, vol. 10, no. 9, pp. 2147–2153, 1997. doi: http://dx.doi.org/10.1175/1520-0442(1997)010(2147: AMTETS)2.0.CO;2 28
- [113] S. Afyouni, S. M. Smith, & T. E. Nichols, "Effective degrees of freedom of the Pearson's correlation coefficient under autocorrelation," *NeuroImage*, vol. 199, pp. 609–625, 2019. doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.neuroimage.2019.05.011 30
- [114] H. G. Hidalgo, E. J. Alfaro, J. A. Amador, & Á. Bastidas, "Precursors of quasi-decadal dry-spells in the Central America Dry Corridor," *Climate Dynamics*, vol. 53, no. 3, pp. 1307–1322, 2019. doi: http://dx.doi.org/10.1007/ s00382-019-04638-y 31
- [115] B. Efron, "Second thoughts on the bootstrap," *Statistical Science*, vol. 18, no. 2, pp. 135–140, 2003. doi: http://dx.doi.org/10.1214/ss/1063994968 34
- [116] T. Maldonado, A. Rutgersson, E. Alfaro, J. Amador, & B. Claremar, "Interannual variability of the midsummer drought in Central America and the connection with sea surface temperatures," *Advances in Geosciences*, vol. 42, pp. 35–50, 2016. doi: http://dx.doi.org/10.5194/adgeo-42-35-2016 52
- [117] T. Maldonado, E. Alfaro, A. Rutgersson, & J. A. Amador, "The early rainy season in Central America: the role of the tropical North Atlantic SSTs," *International Journal of Climatology*, vol. 37, no. 9, pp. 3731–3742, 2017. doi: http://dx.doi. org/10.1002/joc.4958 52
- [118] G. Poveda & O. J. Mesa, "La corriente de chorro superficial del Oeste ("del Chocó") y otras dos corrientes de chorro en Colombia: climatología y variabilidad durante las fases del ENSO," *Revista Académica Colombiana de Ciencia*, vol. 23, no. 89, pp. 517–528, 1999. 52
- [119] —, "On the existence of Lloró (the rainiest locality on Earth): Enhanced ocean-land-atmosphere interaction by a low-level jet," *Geophysical Research Letters*, vol. 27, no. 11, pp. 1675–1678, 2000. doi: http://dx.doi.org/10.1029/ 1999GL006091 52

- [120] F. Sáenz & A. M. Durán-Quesada, "A climatology of low level wind regimes over Central America using a weather type classification approach," *Frontiers in Earth Science*, vol. 3, p. 15, 2015. doi: http://dx.doi.org/10.3389/feart.2015.00015 52
- [121] M. Mittermaier, N. Roberts, & S. A. Thompson, "A long-term assessment of precipitation forecast skill using the Fractions Skill Score," *Meteorological Applications*, vol. 20, no. 2, pp. 176–186, 2013. doi: http://dx.doi.org/10.1002/met.296 59
- T. Kanungo, D. M. Mount, N. S. Netanyahu, C. D. Piatko, R. Silverman, & A. Y. Wu, "An efficient k-means clustering algorithm: Analysis and implementation," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 24, no. 7, pp. 881–892, 2002. doi: http://dx.doi.org/10.1109/TPAMI.2002.1017616 59

Declaratoria

Por medio de la presente declaro que he producido este trabajo sin la asistencia prohibida de terceros y sin hacer uso de ayudas distintas de las especificadas; algunas nociones tomadas directa o indirectamente de otras fuentes se han identificado como tales. Este trabajo no se ha presentado previamente de forma idéntica o similar a ningún tribunal examinador.

El trabajo de tesis se realizó desde el 26 de julio de 2021 hasta el 1 de diciembre de 2021 y fue auspiciado por la Vicerrectoría de Investigación de la Universidad de Costa Rica y el Centro de Investigaciones Geofísicas (CIGEFI).

Cartago,

Costing?

Esta tesis se terminó de escribir en Cartago el 1 de diciembre de 2021