Fundamentos de Conservación de Suelos y Aguas (Tomo I)

Diseño de ingeniería para el cálculo de movimiento de tierras y variables hidráulicas en canales triangulares y circulares, sin base definida "b”

Escuela Ingeniería Agrícola

Instituto Tecnológico de Costa Rica

Autor:

Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal.

2025

Dedicatoria y agradecimiento:

A Dios sobre todas las cosas que es el dador de vida y de toda buena dádiva.

A mi amada esposa Kattia Lorena Moreno Valencia.

A mis amados hijos Jafet y Kemuel Chavarría Moreno.

A todos aquellos que, en algún momento, en alguna medida o en alguna ocasión me han apoyado, ayudado y aconsejado.

Índice General

Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal
adchavarria@itcr.ac.cr chavarriavae@gmail.com

Índice de figuras

Introducción

Diseño de ingeniería en el área de conservación de los suelos y aguas es fundamental para establecer en un lenguaje sencillo matemático las técnicas de cálculos de dimensionamiento de la infraestructura según sus necesidades y, además, es la muestra de cómo se obtiene una expresión matemática para hacer dichos cálculos. Al presentar los procedimientos para alcanzar las expresiones, cada usuario podrá determinar si la aplicación se ajusta a sus necesidades o requiere consideraciones adicionales.

Las expresiones matemáticas encontradas se refieren a las formas más usuales para la evacuación de excesos de agua en zonas lluviosas con conservación de suelos y pendientes altas, como acequias de ladera y canales de desviación, para secciones triangulares, rectangulares, trapezoidales, semicirculares y parabólicas.

Es fundamental conocer las dimensiones de dicha infraestructura en el movimiento de tierras según sus necesidades para poder hacer proyecciones presupuestarias, proyectar fechas de realización contando con dichas proyecciones para los movimientos de flujos de caja, necesidades de equipos, herramientas y mano de obra, buscar financiamiento entre otros.

Esta obra ofrece soluciones prácticas y ágiles para el diseño hidráulico y el cálculo de movimiento de tierras aplicados a la conservación de suelos y aguas en los canales mencionados, considerando sus posibles variantes.

Capítulo 1: Acequia de ladera triangular

Caso 1: Ecuaciones para calcular los volúmenes de corte en canales con taludes laterales iguales y un lado vertical contra el terreno, donde el talud opuesto varía según la pendiente natural (z1 = z2 ≠ z3, z4 = 0) (Figura 1)

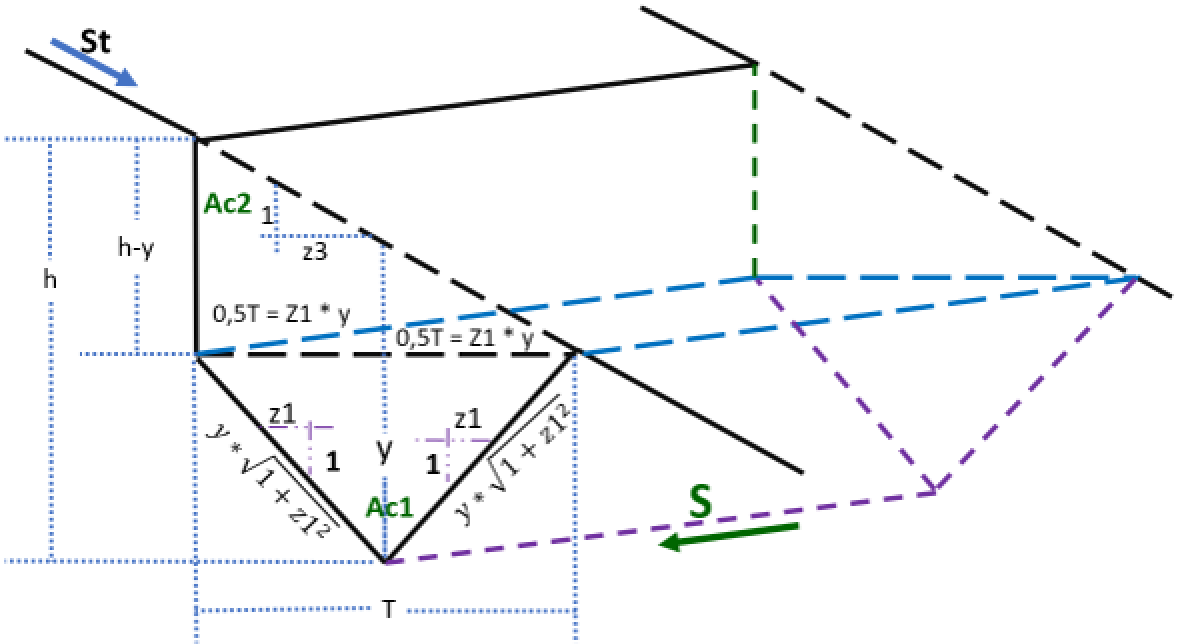

Figura 1: Acequia de ladera triangular para el caso 1

Según se observa la imagen tenemos los siguientes parámetros:

z1 = talud del canal conducto (adimensional)

z2 = talud del canal conducto (adimensional)

z4 = talud en la pared de construcción (adimensional)

z = talud (adimensional)

z3 = talud natural que se forma debido a la pendiente (adimensional)

y = tirante de agua que corresponde a la mayor profundidad de agua en la acequia de ladera triangular (m)

Ac1 = área de corte 1 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo inferior)

Ac2 = área de corte 2 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo superior)

h = valor a determinar (m)

W = valor a determinar (m)

B = ancho transversal total del corte (m)

T = ancho del espejo de agua en el canal en la sección transversal de la acequia de ladera triangular

Set = pendiente del terreno (%)

S = pendiente del canal (m/m)

Cálculo de los volúmenes de corte:

Cálculo del área de corte 1 (Ac_1):

De la gráfica podemos deducir:

$$hip^2 = (z_1 * y)^2 + y^2$$

$$hip^2 = z_1^2 * y^2 + y^2$$

$$hip^2 = y^2(1 + z_1^2)$$

$$\sqrt{hip^2} = \sqrt{y^2(1 + z_1^2)}$$

$$hip = y * \sqrt{1 + z_1^2} \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 1}$$

$$Ac_1 = 0{,}5 * base * altura$$
$$Altura = y$$
$$Base = T$$

$$T = z_1 * y + z_1 * y$$

$$T = 2 * z_1 * y$$

$$Ac_1 = 0{,}5 * 2 * z_1 * y * y$$

$$\boldsymbol{Ac_1 = z_1 * y^2 \quad (m^2)} \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 2}$$

Donde esta área de corte 1 es la misma que el área hidráulica del canal

Cálculo del área de corte Ac2:

$$Ac_2 = 0{,}5 * base * altura$$

$$Ac_2 = 0{,}5 * T * (h - y)$$

$$Ac_2 = 0{,}5(2 * z_1 * y)(h - y)$$

$$Ac_2 = z_1 * y * (h - y) \;\; \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 3}$$

Para calcular el valor de "h" de la gráfica podemos observar:

$$S_t = \frac{h - y}{T} * 100$$

$$\frac{S_t}{100} = \frac{h - y}{2z_1 y}$$

$$\frac{2z_1 * y * S_t}{100} = h - y$$

$$h = y + \frac{2 * z_1 * y * S_t}{100} \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 4}$$

Sustituyendo en la Ecuación 4 en la Ecuación 3 para encontrar el área de corte 2 en variables conocidas tenemos:

$$\boxed{\begin{array}{c} h = y + \frac{2 * z_1 * y * S_t}{100} \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 4} \\ \\ Ac_2 = z_1 * y * (h - y) \;\; \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 3} \end{array}}$$

$$Ac_2 = z_1 y \left(y + \frac{2z_1 y S_t}{100} - y \right)$$

$$\boldsymbol{Ac_2(m^2) = \frac{z_1^2 * y^2 * S_t}{50}} \;\; \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 5}$$

Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal
adchavarria@itcr.ac.cr chavarriavae@gmail.com

Calculando el área de corte total que corresponde a la suma de las dos áreas encontradas:

$$Ac_T = Ac_1 + Ac_2 \text{ ……… Ecuación 6}$$

Para esto debemos de sustituir las Ecuación 2 y Ecuación 5 en la Ecuación 6

$$Ac_1 = z_1 * y^2 \quad (m^2) \text{ ……… Ecuación 2}$$

$$Ac_2(m^2) = \frac{z_1^2 * y^2 * S_t}{50} \quad (m^2) \text{ ……… Ecuación 5}$$

$$Ac_T = Ac_1 + Ac_2 \text{ ……… Ecuación 6}$$

$$Ac_T = z_1 y^2 + \frac{z_1^2 y^2 S_t}{50}$$

$$\boldsymbol{Ac_T(m^2) = z_1 y^2 \left(1 + \frac{z_1 S_T}{50}\right)} \text{ ……… Ecuación 7}$$

Cálculo del volumen de corte por cada metro lineal del canal triangular:

El cálculo de este volumen de corte se realiza considerando una longitud de 1,0 metro lineal (m-l) del canal, ya sea en diseño o en construcción, según el siguiente procedimiento.

$$V_c\left(\frac{m^3}{m}\right) = \left[z_1 y^2 \left(1 + \frac{z_1 S_T}{50}\right)\right] m^2 * \frac{1{,}0\ m - l}{1{,}0\ m - l}$$

$$\boldsymbol{V_c\left(\frac{m^3}{m}\right) = z_1 y^2 \left(1 + \frac{z_1 S_T}{50}\right)} \text{ ……… Ecuación 8}$$

donde
y: m
Set: en porcentaje
z: sin unidades

Se puede observar que el volumen de corte por cada metro lineal del canal en su cálculo solamente depende del talud del canal triangular, la pendiente del terreno y del tirante del canal.

Ejemplo de cálculos:

Se tiene una construcción de acequias de ladera con las siguientes características:

$$z_1 = 0{,}5$$
$$y = 0{,}35\ m$$
$$S_T = 30\ \%$$

Con los datos anteriores, calcular el volumen de excavación en los siguientes casos:

1- Volumen de corte de cada metro de canal
2- Volumen de corte en 1000 metros totales de canal

Solución 1:

Utilizando la ecuación 8 obtenemos el siguiente resultado:

$$V_c\left(\frac{m^3}{m}\right) = z_1 y^2\left(1 + \frac{z_1 S_T}{50}\right)$$

$$V_c\left(\frac{m^3}{m}\right) = 0{,}5 * 0{,}35^2\left(1 + \frac{0{,}5 * 30}{100}\right)$$

$$V_c\left(\frac{m^3}{m}\right) = 0{,}0704$$

Solución 2:

Se debe multiplicar el resultado anterior por la cantidad de metros totales de canales, obteniendo el siguiente resultado:

$$V_c\left(\frac{m^3}{1000m}\right) = 0{,}0704 * 1000$$

$$V_c\left(\frac{m^3}{1000\ m}\right) = 70{,}44m^3$$

Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal
adchavarria@itcr.ac.cr chavarriavae@gmail.com

Caso 2: Se presentan ecuaciones para calcular volúmenes de corte en canales con taludes laterales asimétricos y un lado vertical contra el terreno, donde el talud opuesto varía según la pendiente natural (z1 ≠ z2 ≠ z3, z4 = 0) (Figura 2)

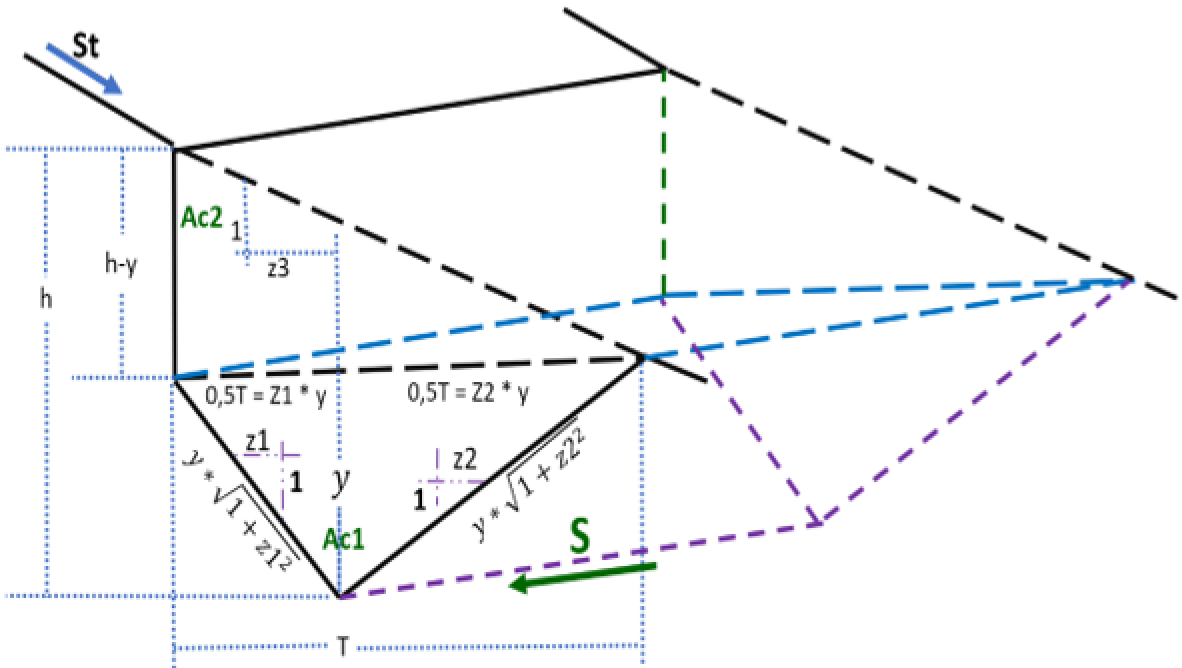

Figura 2: acequia de ladera triangular para el caso 2

Según se observa la imagen tenemos los siguientes parámetros:

z1 = talud del canal conducto (adimensional)

z2 = talud del canal conducto (adimensional)

z4 = talud en la pared de construcción (adimensional)

z = talud (adimensional)

z3 = talud natural que se forma debido a la pendiente (adimensional)

y = tirante de agua que corresponde a la mayor profundidad de agua en la acequia de ladera triangular (m)

Ac1 = área de corte 1 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo inferior)

Ac2 = área de corte 2 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo superior)

h = valor a determinar (m)

W = valor a determinar (m)

B = ancho transversal total del corte (m)

T = ancho del espejo de agua en el canal en la sección transversal de la acequia de ladera triangular

Set = pendiente del terreno (%)

S = pendiente del canal (m/m)

Cálculo de volúmenes de corte

Cálculo del área de corte 1 (Ac1):

De la gráfica podemos deducir:

$$hip_1^2 = (z_1 y)^2 + y^2$$

$$hip_1^2 = z_1^2 y^2 + y^2$$

$$hip_1^2 = y^2(z_1^2 + 1)$$

$$\sqrt{hip_1^2} = \sqrt{y^2(1 + z_1^2)}$$

$$hip_1 = y * \sqrt{1 + z_1^2} \text{ ……… Ecuación 9}$$

Para hip_2 es el mismo procedimiento por cual queda la siguiente ecuación:

$$hip_2 = y * \sqrt{1 + z_2^2} \text{ ……… Ecuación 10}$$

$$Ac_1 = 0{,}5 * base * altura$$
$$Altura = y$$
$$base = T$$

$$T = z_1 y + z_2 y$$

$$T = y(z_1 + z_2)$$

$$Ac_1 = 0{,}5 * y(z_1 + z_2) * y$$

$$\boldsymbol{Ac_1(m^2) = 0,5 * y^2 * (z_1 + z_2)} \dots\dots\dots \text{ Ecuación 11}$$

Donde esta área de corte 1 es la misma que el área hidráulica del canal triangular.

Cálculo del área de corte Ac2:

$$Ac_2 = 0,5 * base * altura$$

$$Ac_2 = 0,5 * T * (h - y)\, Ac_2$$

$$Ac_2 = 0,5[y * (z_1 + z_2)](h - y)$$

$$Ac_2 = 0,5 * y * (z_1 + z_2)(h - y) \dots\dots\dots \text{Ecuación 12}$$

Para calcular el valor de "h" de la gráfica podemos deducir que:

$$S_t = \frac{h - y}{T} * 100$$

$$\frac{S_t}{100} = \frac{h - y}{T}$$

$$\frac{S_t}{100} = \frac{h - y}{y(z_1 + z_2)}$$

$$\frac{y(z_1 + z_2)S_t}{100} = h - y$$

$$h = \frac{y * S_t * (z_1 + z_2)}{100} + y \dots\dots\dots \text{Ecuación 13}$$

Mediante la sustitución de la Ecuación 13 en la Ecuación 12, se deduce la expresión para el área de corte 2 en función de variables conocidas:

$$\boxed{\begin{array}{l} h = \frac{y * S_t * (z_1 + z_2)}{100} + y \dots\dots\dots \text{Ecuación 13} \\ \\ Ac_2 = 0,5 * y * (z_1 + z_2)(h - y) \dots\dots\dots \text{Ecuación 12} \end{array}}$$

$$Ac_2 = 0,5y(z_1 + z_2)\left[\frac{y * S_t * (z_1 + z_2)}{100} + y - y\right]$$

$$Ac_2 = 0{,}5 * y * (z_1 + z_2)\left(\frac{y * S_t * (z_1 + z_2)}{100}\right)$$

$$\boldsymbol{Ac_2(m^2) = \frac{0{,}5*y^2*(z_1+z_2)^2*S_t}{100}} \text{ ……… Ecuación 14}$$

Calculando el área de corte total que corresponde a la suma de las dos áreas encontradas:

$$Ac_T = Ac_1 + Ac_2 \text{ ……… Ecuación 6}$$

Para esto debemos de sustituir las Ecuación 11 y Ecuación 14 en la Ecuación 6

$$Ac_1(m^2) = 0{,}5 * y^2 * (z_1 + z_2) \text{ Ecuación 11}$$

$$Ac_2(m^2) = \frac{0{,}5*y^2*(z_1+z_2)^2*S_t}{100} \text{ ……… Ecuación 14}$$

$$Ac_T = Ac_1 + Ac_2 \text{ ……… Ecuación 6}$$

$$Ac_T = 0{,}5y^2(z_1 + z_2) + \frac{0{,}5y^2(z_1 + z_2)^2S_t}{100}$$

$$\boldsymbol{Ac_T(m^2) = 0{,}5y^2(z_1 + z_2)\left(1 + \frac{(z_1+z_2)S_t}{100}\right)} \text{ ……… Ecuación 15}$$

Cálculo del volumen de corte por cada metro lineal del canal triangular:

Para calcular este volumen de corte, se utiliza una longitud de 1,0 metro lineal (m) del canal, ya sea en diseño o en construcción, según el siguiente procedimiento

$$V_c\left(\frac{m^3}{m}\right) = 0{,}5y^2(z_1 + z_2)\left(1 + \frac{(z_1 + z_2)S_t}{100}\right)m^2 * \frac{1{,}0\ m - l}{1{,}0\ m - l}$$

$$\boldsymbol{V_c\left(\frac{m^3}{m}\right) = 0{,}5 * y^2 * (z_1 + z_2)\left(1 + \frac{(z_1+z_2)*S_t}{100}\right)} \text{ ……… Ecuación 16}$$

donde
y: tirante en el canal triangular (m)
St: pendiente del terreno (%)
z_1 y z_2: taludes del canal triangular (sin unidades)

Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal
adchavarria@itcr.ac.cr chavarriavae@gmail.com

A continuación, se presenta un ejemplo de construcción de acequias de ladera, detallando sus características:

$$z_1 = 0{,}5$$
$$z_2 = 1{,}0$$
$$y = 0{,}35m$$
$$S_t = 30\%$$

Calcular el volumen de excavación en los siguientes casos:

1- Volumen en cada metro
2- Volumen en 1000 metros

Solución 1:

Utilizando la ecuación 16 obtenemos el siguiente resultado:

$$V_c\left(\frac{m^3}{m}\right) = 0{,}5 * y^2 * (z_1 + z_2)\left(1 + \frac{(z_1 + z_2) * S_t}{100}\right)$$

$$V_c\left(\frac{m^3}{m}\right) = 0{,}5 * (0{,}35)^2 * (0{,}5 + 1)\left(1 + \frac{(0{,}5 + 1) * 30}{100}\right)$$

$$V_c\left(\frac{m^3}{m}\right) = 0{,}133219$$

Solución 2:

Se debe multiplicar el resultado anterior por la cantidad de metros totales de canales, de la siguiente manera:

$$V_c\left(\frac{m^3}{1000m}\right) = 0{,}133219 * 1000$$

$$V_c\left(\frac{m^3}{1000m}\right) = 133{,}22m^3$$

Caso 3: Se proporcionan ecuaciones para el cálculo de volúmenes de corte en canales de sección triangular con tres taludes iguales, donde el talud del lado opuesto se determina por la pendiente del terreno (z1 = z2 = z4 ≠ z3) (Figura 3)

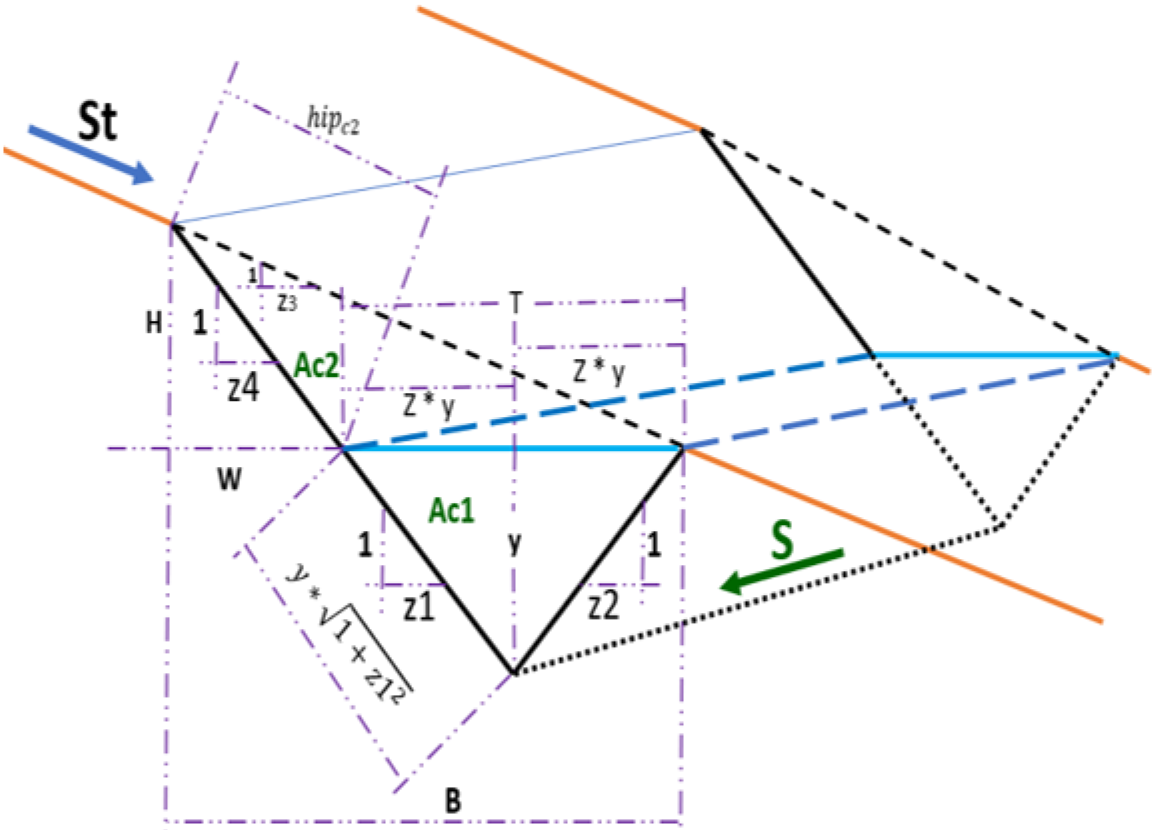

Figura 3: Acequia de ladera triangular para el caso 3

A partir de la imagen, se identifican los siguientes parámetros:

z1 = talud del canal conducto (adimensional).

z2 = talud del canal conducto (adimensional).

z4 = Talud en la pared de construcción (adimensional).

z = talud (adimensional).

z3 = talud natural que se forma debido a la pendiente (adimensional).

y = Tirante de agua que corresponde a la mayor profundidad de agua en la acequia de ladera triangular (m).

Ac1 = área de corte 1 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo inferior).
Ac2 = área de corte 2 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo superior).
H = Valor a determinar (m).
W = Valor a determinar (m).
B = Ancho transversal total del corte (m).
T = ancho del espejo de agua en el canal en la sección transversal de la acequia de ladera triangular.
St = pendiente del terreno (%).
S = pendiente del canal (m/m).

Cálculo de volúmenes de corte

Cálculo de área corte 1 (Ac1):

De la gráfica podemos deducir:

$$hip^2 = (z * y)^2 + y^2$$

$$hip^2 = z^2 * y^2 + y^2$$

$$hip^2 = y^2 * (z^2 + 1)$$

$$hip = y * \sqrt{z^2 + 1} \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 17}$$

$$Ac_1 = 0{,}5 * base * altura$$
$$Altura = y$$
$$base = T$$

$$Ac_1 = \frac{base * altura}{2}$$

Donde:

$$T = 2 * z * y$$

$$Ac_1 = \frac{2 * z * y * y}{2}$$

$$A = \frac{\cancel{2} * z * y * y}{\cancel{2}}$$

$$A = z * y^2$$

$$\boldsymbol{Ac1 = z * y^2} \ldots \ldots \ldots \textit{ Ecuación 18}$$

Donde esta área de corte 1 es la misma que el área hidráulica del canal triangular

Cálculo del área de corte Ac2 por medio de los valores de *H*, *W* y *B*:

$$\frac{H}{1} = \frac{W}{z}$$

$$W = z4 * H \ldots \ldots \ldots \textit{ Ecuación 19}$$

$$H^2 + W^2 = {hip_{c2}}^2$$

$${hip_{c2}}^2 = H^2 + (z * H)^2$$

$${hip_{c2}}^2 = H^2 + z^2 * H^2$$

$${hip_{c2}}^2 = H^2(1 + z^2)$$

$$hip_{c2} = H\sqrt{1 + z^2} \ldots \ldots \ldots \textit{ Ecuación 20}$$

De la figura 3 podemos deducir que:

$$B = W + 2 * z * y \text{ ……… } \mathit{Ecuación\ 21}$$

Sustituyendo la Ecuación 19 en la Ecuación 21:

$$W = z * H \text{ ……… } \mathit{Ecuación\ 19}$$

$$B = W + 2 * z * y \text{ ……… } \mathit{Ecuación\ 21}$$

$$B = z * H + 2z * y$$

$$B = z(H + 2y) \text{ ……… } \mathit{Ecuación\ 22}$$

De la figura podemos deducir:

$$B = H * \frac{100}{St}$$

$$B = \frac{100 * H}{St} \text{ ……… } \mathit{Ecuación\ 23}$$

Igualando las Ecuación 22 y Ecuación 23:

$$B = z(H + 2y) \text{ ……… } \mathit{Ecuación\ 22}$$

$$B = \frac{100 * H}{St} \text{ ……… } \mathit{Ecuación\ 23}$$

$$z(H + 2y) = \frac{100 * H}{St}$$

$$z * H + 2z * y = \frac{100 * H}{St}$$

$$z * H * St + 2z * y * St = 100 * H$$

$$z * H * St - 100H = -2z * y * St$$

$$H(z * St - 100) = -2z * y * St$$

$$H = \frac{-2z * y * St}{z * St - 100}$$

$$H = \frac{-2z * y * St}{-1 * (100 - z * St)}$$

$$H = \frac{2z*y*St}{100-z*St} \dots \dots \dots \textit{Ecuación 24}$$

Sustituyendo Ecuación 24 en la Ecuación 23:

$$H = \frac{2z*y*St}{100-z*St} \dots \dots \dots \textit{Ecuación 24}$$

$$B = \frac{100*H}{St} \dots \dots \dots \textit{Ecuación 23}$$

$$B = \frac{100 * \left(\frac{2z * y * St}{100 - z * St}\right)}{St}$$

$$B = \frac{\frac{200 * z * y * St}{100 - z * St}}{St}$$

$$B = \frac{200 * z * y * \cancel{St}}{\cancel{St} * (100 - z * St)}$$

$$B = \frac{200*z*y}{100-z*St} \dots \dots \dots \textit{Ecuación 25}$$

Sustituyendo la Ecuación 24 en la Ecuación 19:

$$H = \frac{2z*y*St}{100-z*St} \ldots\ldots\ldots \, Ecuación\ 24$$

$$W = z * H \ldots\ldots\ldots \, Ecuación\ 19$$

$$W = z * \frac{2z * y * St}{100 - z * St}$$

$$W = \frac{2*z^2*y*St}{100-z*St} \ldots\ldots\ldots \, Ecuación\ 26$$

Por otro lado, podemos deducir de la Figura 3:

$$A_{c2} = \frac{B*H}{2} - \frac{H*W}{2} \ldots\ldots\ldots \, Ecuación\ 27$$

Calculando las dos partes de la Ecuación 27 tenemos:

Primera parte de la ecuación 27. Sustituyendo Ecuación 24 y Ecuación 25 en la Ecuación 27:

$$H = \frac{2z*y*St}{100-z*St} \ldots\ldots\ldots \, Ecuación\ 24$$

$$B = \frac{200*z*y}{100-z*St} \ldots\ldots\ldots \, Ecuación\ 25$$

$$A_{c2} = \frac{B*H}{2} - \frac{H*W}{2} \ldots\ldots\ldots \, Ecuación\ 27$$

$$\frac{B * H}{2} = \frac{\frac{200z * y}{100 - z * St} * \frac{2z * y * St}{100 - z * St}}{2}$$

Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal
adchavarria@itcr.ac.cr chavarriavae@gmail.com

$$\frac{B*H}{2}=\frac{\frac{400z^2*y^2*St}{(100-z*St)^2}}{2}$$

$$\frac{B*H}{2}=\frac{\cancel{400}z^2*y^2*St}{\cancel{2}(100-z*St)^2}$$

$$\frac{B*H}{2}=\frac{200*z^2*y^2*St}{(100-z*St)^2}\ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 28}$$

Segunda parte de la ecuación 27. Sustituyendo Ecuación 24 y Ecuación 26 en la Ecuación 27

$$H=\frac{2z*y*St}{100-z*St}\ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 24}$$

$$W=\frac{2*z^2*y*St}{100-z*St}\ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 26}$$

$$A_{c2}=\frac{B*H}{2}-\frac{H*W}{2}\ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 27}$$

$$\frac{H*W}{2}=\frac{\frac{2z*y*St}{100-z*St}*z*H}{2}$$

$$\frac{H*W}{2}=\frac{\frac{2z*y*St}{100-z*St}*z*\frac{2z*y*St}{100-z*St}}{2}$$

$$\frac{H*W}{2}=\frac{\frac{\cancel{4}z^3*y^2*St^2}{(100-z*St)^2}}{\cancel{2}}$$

$$\frac{H*W}{2} = \frac{2z^3*y^2*St^2}{(100-z*St)^2} \dots \dots \dots \textit{Ecuación 29}$$

Sustituyendo las dos partes encontradas que son la Ecuación 28 y la Ecuación 29 en la Ecuación 27 tenemos:

$$\frac{B*H}{2} = \frac{200*z^2*y^2*St}{(100-z*St)^2} \dots \dots \dots \textit{Ecuación 28}$$

$$\frac{H*W}{2} = \frac{2z^3*y^2*St^2}{(100-z*St)^2} \dots \dots \dots \textit{Ecuación 29}$$

$$A_{c2} = \frac{B*H}{2} - \frac{H*W}{2} \dots \dots \dots \textit{Ecuación 27}$$

$$A_{c2} = \frac{200 * z^2 * y^2 * St}{(100 - z * St)^2} - \frac{2z^3 * y^2 * St^2}{(100 - z * St)^2}$$

$$A_{c2} = \frac{2z^2 * y^2 * St * \cancel{(100 - z * St)}}{(100 - z * St)^{\cancel{2}}}$$

$$\boldsymbol{A_{c2} = \frac{2z^2*y^2*St}{100-z*St}} \dots \dots \dots \textit{Ecuación 29}$$

Para verificar la validez de la Ecuación 29 del área de corte 2, se realiza una demostración simplificando la Ecuación 27

$$A_{c2} = \frac{B * H}{2} - \frac{H * W}{2}$$

$$A_{c2} = 0{,}5 * B * H - 0{,}5 * H * W$$

$$A_{c2} = 0{,}5 * H(B - W) \dots \dots \dots \textit{Ecuación 30}$$

Sustituyendo la Ecuación 24, la Ecuación 25 y la Ecuación 26 en la Ecuación 30:

$$H = \frac{2z*y*St}{100-z*St} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 24}$$

$$B = \frac{200*z*y}{100-z*St} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 25}$$

$$W = \frac{2*z^2*y*St}{100-z*St} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 26}$$

$$A_{c2} = 0{,}5 * H(B - W) \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 30}$$

$$A_{c2} = 0{,}5 * \frac{2*z*y*St}{100 - z*St} * \left(\frac{200*z*y}{100 - z*St} - \frac{2*z^2*y*St}{100 - z*St}\right)$$

$$A_{c2} = \frac{z*y*St}{100 - z*St} * \left(\frac{200*z*y}{100 - z*St} - \frac{2*z^2*y*St}{100 - z*St}\right)$$

$$A_{c2} = \frac{z*y*St}{100 - z*St} * \left(\frac{200*z*y - 2z^2*y*St}{100 - z*St}\right)$$

$$A_{c2} = \frac{2z*y*St*(100*z*y - z^2*y*St)}{(100 - z*St)^2}$$

$$A_{c2} = \frac{2z*y*St*z*y(100 - z*St)}{(100 - z*St)^2}$$

$$\boldsymbol{A_{c2} = \frac{2z^2*y^2*St}{(100-z*St)}} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 31}$$

De donde se observa que la Ecuación 29 y Ecuación 31 son iguales lo que nos indica que las deducciones son correctas.

Cálculo del área de corte total en la acequia de ladera triangular con taludes iguales en las paredes del canal conductor donde el área total es la suma de las dos áreas encontradas como se observa en la ecuación 6:

$$Ac_T = Ac_1 + Ac_2 \; \ldots \ldots \ldots \text{Ecuación 6}$$

Lo cual se necesita sumar las ecuaciones 18 y 31 respectivamente:

$$Ac1 = z * y^2 \ldots \ldots \ldots \textit{Ecuación 18}$$

$$A_{c2} = \frac{2z^2 * y^2 * St}{(100 - z * St)} \ldots \ldots \ldots \textit{Ecuación 31}$$

$$Ac_T = Ac_1 + Ac_2 \; \ldots \ldots \ldots \text{Ecuación 6}$$

$$A_{cT} = z * y^2 + \frac{2z^2 * y^2 * St}{100 - z * St}$$

$$\boldsymbol{A_{cT}(m^2) = z * y^2 \left(1 + \frac{2 * z * St}{100 - z * St}\right)} \ldots \ldots \ldots \textit{Ecuación 32}$$

Cálculo del volumen de corte por cada metro lineal del canal triangular:

Para calcular este volumen de corte, se considera una longitud de 1,0 metro (m) lineal del canal en proyecto o en obra, como se detalla a continuación:

$$V_{cT}\left(\frac{m^3}{m}\right) = z * y^2 \left(1 + \frac{2z * St}{100 - z * St}\right)(m^2) * \frac{1{,}0\ m - l}{1{,}0\ m - l}$$

$$\boldsymbol{V_{cT}\left(\frac{m^3}{m}\right) = z * y^2 \left(1 + \frac{2 * z * St}{100 - z * St}\right)} \ldots \ldots \ldots \textit{Ecuación 33}$$

Donde:

y: tirante en el canal triangular (m)
St: pendiente del terreno (%)
Z_1 y Z_2: taludes del canal triangular (sin unidades)

Se observa que en la Ecuación 33, el producto del talud por la pendiente no debe ser igual o mayor a cien, ya que el volumen de corte se indetermina o resulta negativo. Por lo tanto, se debe cumplir la siguiente regla:

$$\boldsymbol{z * St \leq 100}$$

Ejemplo:

Se tiene una construcción de unas acequias de ladera con las siguientes características: canales triangulares con tirante y = 0,45 m; talud z = 1,5 y pendiente del terreno S = 30%

Calcular el volumen de excavación en los siguientes casos:

1- Volumen en cada metro
2- Volumen en 1000 metros

Solución 1:

Utilizando la ecuación 33 obtenemos el siguiente resultado:

$$V_{cT}(\frac{m^3}{m-l}) = z * y^2 \left(1 + \frac{2 * z * St}{100 - z * St}\right)$$

$$V_{cT}(\frac{m^3}{m-l}) = 1{,}5 * 0{,}45^2 \left(1 + \frac{2 * 1{,}5 * 30}{100 - 1{,}5 * 30}\right)$$

$$V_{cT}(\frac{m^3}{m-l}) = 0{,}80079$$

Solución 2:

El resultado anterior se multiplica por la longitud total de los canales, obteniendo lo siguiente:

$$V_c\left(\frac{m^3}{1000m}\right) = 0{,}80079 * 1000$$

$$V_c\left(\frac{m^3}{1000m}\right) = 800{,}80m^3$$

Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal
adchavarria@itcr.ac.cr chavarriavae@gmail.com

Caso 4: Se presentan ecuaciones para calcular los volúmenes de corte en canales donde los dos taludes del canal son iguales, pero el talud de la pared del terreno y el talud opuesto varían debido a condiciones independientes (z1 = z2 ≠ z3 ≠ z4) (Figura 4)

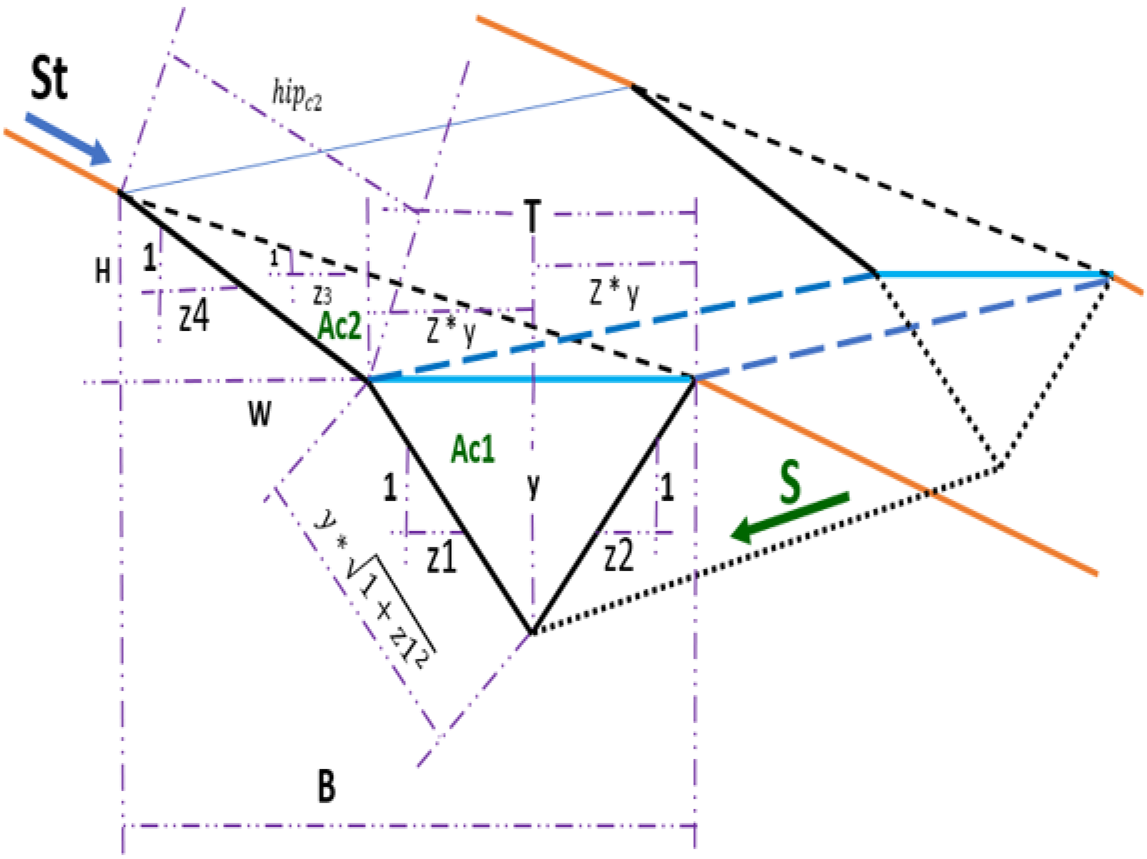

Figura 4: acequia de ladera triangular para el caso 4

Según se observa la imagen tenemos los siguientes parámetros:

z1 = talud del canal conducto (adimensional)

z2 = talud del canal conducto (adimensional)

z4 = talud en la pared de construcción (adimensional)

z3 = talud natural que se forma debido a la pendiente del terreno (adimensional)

y = Tirante de agua que corresponde a la mayor profundidad de agua en la acequia de ladera triangular (m)

Ac1 = área de corte 1 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo inferior)

Ac2 = área de corte 2 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo superior)

H = Valor a determinar (m)

W = Valor a determinar (m)

B = Ancho transversal total del corte (m)

T = ancho del espejo de agua en el canal en la sección transversal de la acequia de ladera triangular

St = pendiente del terreno (%)

S = pendiente del canal (m/m)

Para calcular los volúmenes de corte en esta sección, se deben considerar las siguientes consideraciones:

1- El canal conductor de agua o la zona hidráulica de la acequia de ladera para este caso 4 de la figura 4 es el mismo al del caso 3 figura 3, entonces las áreas de la sección hidráulica, los volúmenes de suelo a mover y los parámetros hidráulicos son los mismos, como se aprecia en la Ecuación 18.

$$Ahidráulica = \mathrm{Ac1} = \mathrm{z1}^{*}\mathrm{y}^{2} \text{ ... ... Ecuación 18}$$

2- El área de corte total es la suma de las dos áreas de corte que son el área de corte 1 y el área de corte 2, como se observa en la Ecuación 6.

$$Ac_T = Ac_1 + Ac_2 \text{ ... ... Ecuación 6}$$

3- Como el talud de la pared de construcción z4 en este caso 4 es diferente a los taludes z1 y z2 del área hidráulica del canal, entonces se produce un cambio en las áreas de la sección transversal del área de corte 2 (Ac2) y los volúmenes de suelo a mover de esta esta sección respecto al caso 3. Esto nos dice que debemos de demostrar las nuevas fórmulas del área de corte 2 (Ac2).

4- En el área de corte 2 también se cumple:

$$B = \frac{100*H}{St} \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 23}$$

$$A_{c2} = 0,5 * H(B - W) \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 30}$$

De la figura 4 podemos deducir que:

$$\frac{H}{1} = \frac{W}{z4}$$

$$W = z4 * H \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 34}$$

$$B = W + 2 * z1 * y \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 35}$$

Sustituyendo la Ecuación 34 en la Ecuación 35:

$$\boxed{\begin{array}{c} W = z4 * H \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 34} \\ \\ B = W + 2 * z1 * y \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 35} \end{array}}$$

$$B = H * z4 + 2 * z1 * y \ldots\ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 36}$$

Calculando el área de corte 2 utilizando la Ecuación 30

$$A_{c2} = 0,5 * H(B - W) \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 30}$$

Sustituyendo la 35 en la Ecuación 30:

$$B = W + 2 * z1 * y \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 35}$$

$$A_{c2} = 0{,}5 * H(B - W) \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 30}$$

$$Ac2 = 0{,}5 * H(W + 2 * z1 * y - W)$$

$$Ac2 = 0{,}5 * H(2 * z1 * y)$$

$$Ac2 = 0{,}5 * H * 2 * z1 * y$$

$$Ac2 = z1 * y * H \ \ldots\ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 37}$$

Igualando las ecuaciones 36 y la Ecuación 23 tenemos:

$$B = H * z4 + 2 * z1 * y \ldots\ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 36}$$

$$B = \frac{100 * H}{St} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 23}$$

$$H * z4 + 2z1 * y = \frac{100H}{St}$$

$$2z1 * y = \frac{100H}{St} - H * z4$$

$$2z1 * y = H * (\frac{100}{St} - z4)$$

$$H = \frac{2z1 * y}{\left(\frac{100}{St} - z4\right)}$$

Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal
adchavarria@itcr.ac.cr chavarriavae@gmail.com

$$H = \frac{2z1 * y}{\left(\frac{100 - z4 * St}{St}\right)}$$

$$H = \frac{2*z1*y*St}{(100-z4*St)} \ldots \ldots \ldots \textit{Ecuación 38}$$

Sustituyendo la Ecuación 38 en la Ecuación 23 :

$$H = \frac{2*z1*y*St}{(100\text{-}z4*St)} \ldots \ldots \ldots \textit{Ecuación 38}$$

$$B = \frac{100*H}{St} \ldots \ldots \ldots \textit{Ecuación 23}$$

$$B = \frac{100 * \frac{2z1 * y * St}{(100 - z4 * St)}}{St}$$

$$B = \frac{100 * 2z1 * y * \cancel{St}}{\cancel{St} * (100 - z4 * St)}$$

$$B = \frac{200* z1*y}{(100-z4*St)} \ldots \ldots \ldots \textit{Ecuación 39}$$

Sustituyendo Ecuación 38 en la Ecuación 34:

$$H = \frac{2*z1*y*St}{(100\text{-}z4*St)} \ldots \ldots \ldots \textit{Ecuación 38}$$

$$W = z4 * H \ldots \ldots \ldots \text{Ecuación 34}$$

$$W = z4 * \frac{2 * z1 * y * St}{(100 - z4 * St)}$$

$$W = \frac{2*z1*z4*y*St}{(100-z4*St)} \ldots \ldots \ldots \textit{Ecuación 40}$$

Calculando el área de corte 2 sustituyendo la Ecuación 38 en la Ecuación 37:

$$H = \frac{2*z1*y*St}{(100-z4*St)} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 38}$$

$$Ac2 = z1 * y * H \ \ldots\ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 37}$$

$$Ac2 = z1 * y * \frac{2 * z1 * y * St}{(100 - z4 * St)}$$

$$\boldsymbol{Ac2 = \frac{2*z1^2*y^2*St}{(100-z4*St)}} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 41}$$

Calculando el área de corte total utilizando la Ecuación *6* en la acequia de ladera triangular con taludes z1 = z2 ≠ z3 ≠ z4. Para esto se necesita sumar la Ecuación 18 (A_{c1}) y la Ecuación 41(A_{c2}) respectivamente, teniendo en cuenta que $Z = Z_1 = Z_2$:

$$Ac_T = Ac_1 + Ac_2 \ \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 6}$$

$$\mathrm{Ac1 = z^*y^2} \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 18}$$

$$Ac2 = \frac{2*z1^2*y^2*St}{(100-z4*St)} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 41}$$

$$A_{cT} = z1 * y^2 + \frac{2 * z1^2 * y^2 * St}{(100 - z4 * St)}$$

$$\boldsymbol{A_{cT}(m^2) = z1 * y^2 \left(1 + \frac{2*z1*St}{100-z4*St}\right)} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 42}$$

Cálculo del volumen de corte por cada metro lineal del canal triangular:

Para calcular este volumen de corte se utiliza solamente la distancia de 1,0 metro lineal (m-l) del canal a construir o en construcción de la siguiente manera:

$$V_{cT} = z1 * y^2 \left(1 + \frac{2 * z1 * St}{100 - z4 * St}\right)(m^2) * \frac{1{,}0\, m - l}{1{,}0\, m - l}$$

$$\boldsymbol{V_{cT}\left(\frac{m^3}{m-l}\right) = z1 * y^2 \left(1 + \frac{2*z1*St}{100-z4*St}\right)} \text{ ... ... } \textit{Ecuación 43}$$

Donde:

y: tirante en el canal triangular (m)
St: pendiente del terreno (%)
$Z_1 = Z_2$: taludes del canal triangular (sin unidades)
Z4: talud en la pared del terreno

Se puede observar que en esta Ecuación 43 la multiplicación del talud por la pendiente no puede ser igual o mayor a cien porque el valor del volumen de corte se vuelve de signo negativo lo cual nos indica que se debe de cumplir la siguiente regla:

$$\boldsymbol{z4 * St \leq 100} \text{ .... } \textit{Ecuación 44}$$

Ejemplo:

Se tiene una construcción de unas acequias de ladera con las siguientes características: canales triangulares con

tirante y = 0,45 m
talud z1 = 0,75
z4 = 1,5
pendiente del terreno St = 40%

Calcular el volumen de excavación en los siguientes casos:

1- Volumen en cada metro
2- Volumen en 1000 metros

Solución 1:

Utilizando la ecuación 43 tenemos el siguiente resultado:

$$\mathrm{V}_{c\mathrm{T}}(\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{m}-\mathrm{l}}) = \mathrm{z1} * \mathrm{y}^2 \left(1 + \frac{2 * \mathrm{z1} * \mathrm{St}}{100 - \mathrm{z4} * \mathrm{St}}\right)$$

$$V_{cT}(\frac{m^3}{m-l}) = 0{,}75 * 0{,}45^2 \left(1 + \frac{2 * 0{,}75 * 40}{100 - 1{,}5 * 40}\right)$$

$$V_{cT}(\frac{m^3}{m-l}) = 0{,}3798$$

Solución 2:

Se debe multiplicar el resultado anterior por la cantidad de metros totales de canales

$$V_c\left(\frac{m^3}{1000m}\right) = 0{,}37968 * 1000$$

$$V_c\left(\frac{m^3}{1000m}\right) = 379{,}68m^3$$

Caso 5: Ecuaciones para calcular los volúmenes de corte con el talud de la pared del terreno donde se construye es igual al talud de la sección hidráulica (z1 = z4), pero el talud debido a la pendiente del terreno y los taludes de las paredes del canal conductor son diferentes (z1 = z4 ≠ z2 ≠ z3) (Figura 5)

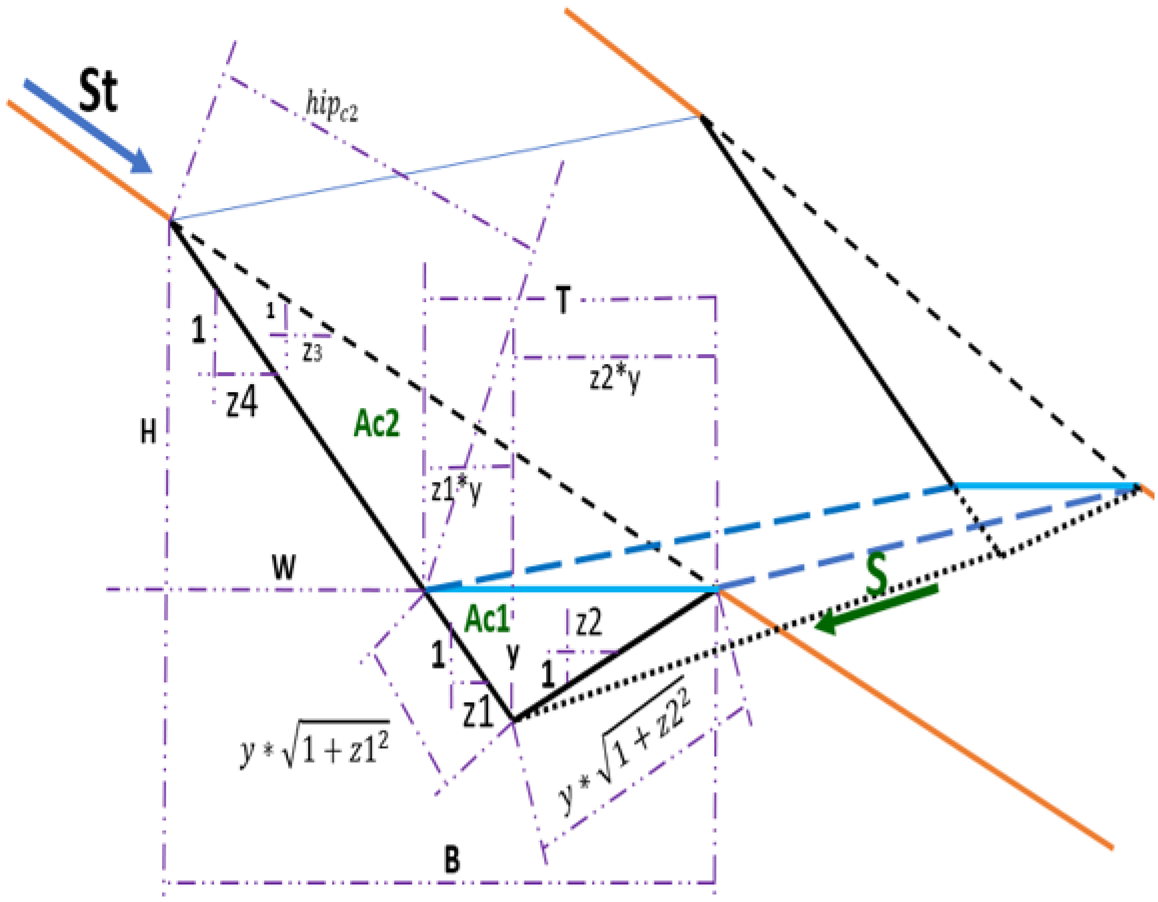

Figura 5: acequia de ladera triangular para el caso 5.

Según se observa la imagen tenemos los siguientes parámetros:

z1 = talud del canal conducto (adimensional)

z2 = talud del canal conducto (adimensional)

z4 = Talud en la pared de construcción (adimensional)

z3 = talud natural que se forma debido a la pendiente del terreno (adimensional)

y = Tirante de agua que corresponde a la mayor profundidad de agua en la acequia de ladera triangular (m).

Ac1 = área de corte 1 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo inferior).

Ac2 = área de corte 2 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo superior).

H = Valor a determinar (m).

W = Valor a determinar (m).

B = Ancho transversal total del corte (m.)

T = ancho del espejo de agua en el canal en la sección transversal de la acequia de ladera triangular.

St = pendiente del terreno (%).

S = pendiente del canal (m/m).

Para calcular los volúmenes de corte 1 (Ac1) en esta sección se tomarán en cuenta las siguientes consideraciones importantes:

1- El canal conductor de agua o la zona hidráulica de la acequia de ladera para este caso 5 de la figura 5 es el mismo al del caso 2 figura 2, entonces en las áreas de la sección hidráulica, los volúmenes de suelo a mover y los parámetros hidráulicos son los mismos

$$hip_1 = y * \sqrt{1 + z_1^2} \text{ ……… Ecuación 9}$$

$$hip_2 = y * \sqrt{1 + z_2^2} \text{ ……… Ecuación 10}$$

$$Ac_1(m^2) = 0{,}5 * y^2 * (z_1 + z_2) \text{ ……… Ecuación 11}$$

El área de corte total se obtiene sumando el área de corte 1 y el área de corte 2:

$$Ac_T = Ac_1 + Ac_2 \text{ ……… Ecuación 6}$$

2- En el área de corte 2 también se cumple:

$$B = \frac{100*H}{St} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 23}$$

$$W = z4*H \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 20}$$

Cálculo del área de corte 1, es la misma que el área hidráulica:

Calculando el volumen de corte, podemos deducir de la figura que:

$$B = W + z1*y + z2*y \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 44}$$

Igualando la Ecuación 33 y la Ecuación 44:

$$B = W + z1*y + z2*y \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 44}$$

$$B = \frac{100*H}{St} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 23}$$

$$W + Z_1 y + Z_2 y = \frac{100*H}{St} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 45}$$

Sustituyendo Ecuación 19 despejada en la Ecuación 45:

$$W = z4*H \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 19 despejada}$$

$$W + Z_1 y + Z_2 y = \frac{100*H}{St} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 45}$$

$$W + y(Z_1 + Z_2) = \frac{100*\frac{W}{Z_4}}{S_t}$$

$$W + y(Z_1 + Z_2) = \frac{100*W}{S_t*Z_4}$$

Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal
adchavarria@itcr.ac.cr chavarriavae@gmail.com

$$y(Z_1 + Z_2) = \frac{100 * W}{S_t * Z_4} - W$$

$$y * (Z_1 + Z_2) = W * (\frac{100}{S_t * Z_4} - 1)$$

$$W = \frac{y(Z_1 + Z_2)}{\left(\frac{100}{Z_4 * S_t} - 1\right)}$$

$$W = \frac{y(Z_1 + Z_2)}{\left(\frac{100 - (Z_1 * S_t)}{Z_4 * S_t}\right)}$$

$$W = \frac{(Z_4 * S_t) * y(Z_1 + Z_2)}{100 - (Z_4 * S_t)}$$

Como $Z_1 = Z_4$ entonces:

$$W = \frac{(Z_1 * S_t) * y(Z_1 + Z_2)}{100 - (Z_4 * S_t)}$$

$$W = \frac{Z_1 * S_t * y(Z_1 + Z_2)}{100 - (Z_4 * S_t)} \ldots \ldots \ldots \textit{Ecuación 46}$$

Sustituyendo la Ecuación 46 en la Ecuación 19:

$$W = \frac{Z_1 * S_t * y(Z_1 + Z_2)}{100 - (Z_4 * S_t)} \ldots \ldots \ldots \textit{Ecuación 46}$$

$$\mathrm{H} = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{z4}} \ldots \ldots \ldots \textit{Ecuación 19} \text{ despejada}$$

$$H = \frac{\left(\frac{Z_1 * S_t * y(Z_1 + Z_2)}{100 - (Z_4 * S_t)}\right)}{Z_4}$$

$$H = \frac{z1 * S_t * y(Z_1 + Z_2)}{z4 * (100 - (Z_4 * S_t))}$$

Como $Z_1 = Z_4$:

$$H = \frac{\cancel{z1} * S_t * y(Z_1 + Z_2)}{\cancel{z4} * (100 - (Z_4 * S_t))}$$

$$H = \frac{S_t * y * (Z_1 + Z_2)}{100 - Z_4 * S_t} \ldots \ldots \ldots \text{Ecuación 47}$$

Encontrando B se sustituye la Ecuación 47 en la Ecuación 23:

$$\boxed{\begin{array}{l} H = \frac{S_t * y * (Z_1 + Z_2)}{100 - Z_4 * S_t} \ldots \ldots \ldots \text{Ecuación 47} \\ \\ B = \frac{100 * H}{St} \ldots \ldots \ldots \text{ Ecuación 23} \end{array}}$$

$$B = \frac{100 * \frac{S_t * y * (Z_1 + Z_2)}{100 - Z_4 * S_t}}{S_t}$$

$$B = \frac{100 * \cancel{St} * y * (Z_1 + Z_2)}{\cancel{St} * (100 - Z_4 * S_t)}$$

$$B = \frac{100 * y * (Z_1 + Z_2)}{100 - Z_4 * S_t} \ldots \ldots \ldots \text{Ecuación 48}$$

Calculando el área de corte 2 utilizando la Ecuación 30

$$A_{c2} = 0{,}5 * H(B - W) \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 30}$$

Sustituyendo la Ecuación 46, la Ecuación 47 y la Ecuación 48 en la Ecuación 30:

$$W = \frac{Z_1 * S_t * y(Z_1 + Z_2)}{100 - (Z_4 * S_t)} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 46}$$

$$H = \frac{S_t * y * (Z_1 + Z_2)}{100 - Z_4 * S_t} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 47}$$

$$B = \frac{100 * y * (Z_1 + Z_2)}{100 - Z_4 * S_t} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 48}$$

$$A_{c2} = 0{,}5 * H(B - W) \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 30}$$

$$AC_2 = 0{,}5 * \frac{S_t * y * (Z_1 + Z_2)}{100 - Z_4 * S_t}\left[\frac{100 * y * (Z_1 + Z_2)}{100 - Z_4 * S_t} - \frac{Z_1 * S_t * y(Z_1 + Z_2)}{100 - (Z_4 * S_t)}\right]$$

$$AC_2 = \frac{0{,}5 * S_t * y * (Z_1 + Z_2)}{100 - Z_4 * S_t}\left[\frac{100 * y * (Z_1 + Z_2) - Z_1 * S_t * y(Z_1 + Z_2)}{100 - Z_4 * S_t}\right]$$

$$AC_2 = \frac{0{,}5 * S_t * y * (Z_1 + Z_2)}{100 - Z_4 * S_t}\left[\frac{y * (Z_1 + Z_2) * (100 - Z_1 * S_t)}{(100 - Z_4 * S_t)}\right]$$

Como $Z_1 = Z_4$:

$$AC_2 = \frac{0{,}5 * S_t * y * (Z_1 + Z_2)}{100 - Z_4 * S_t}\left[\frac{y * (Z_1 + Z_2) * (\cancel{100 - Z_1 * S_t})}{(\cancel{100 - Z_4 * S_t})}\right]$$

$$\boldsymbol{AC_2 = \frac{0{,}5 * S_t * y^2 * (Z_1 + Z_2)^2}{100 - Z_4 * S_t}} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 49}$$

Calculando el área de corte total sustituyendo la Ecuación 11 y la Ecuación 49 y la Ecuación 6:

$Ac_T = Ac_1 + Ac_2$ ……… Ecuación 6

$Ac_1(m^2) = 0{,}5 * y^2 * (z_1 + z_2)$ ……… Ecuación 11

$AC_2 = \frac{0{,}5 * S_t * y^2 * (Z_1+Z_2)^2}{100 - Z_4 * S_t}$ ………*Ecuación 49*

$$A_{cT} = A_{c1} + A_{c2}$$

$$AC_t = 0{,}5 * y^2 * (Z_1 + Z_2) + \frac{0{,}5 * S_t * y^2 * (Z_1 + Z_2)^2}{100 - Z_4 * S_t}$$

$$AC_t = 0{,}5 * y^2 * (Z_1 + Z_2) * \left(1 + \frac{S_t * (Z_1 + Z_2)}{100 - Z_4 * S_t}\right)$$

Como $Z_1 = Z_4$:

$$\boldsymbol{AC_t = 0{,}5 * y^2 * (Z_1 + Z_2) * \left(1 + \frac{S_t * (Z_1+Z_2)}{100 - Z_1 * S_t}\right)} \text{ ………} \textit{Ecuación 50}$$

Donde:

A_{cT} = área de corte total en m^2

Cálculo del volumen de corte por cada metro lineal del canal triangular:

Para calcular este volumen de corte, se utiliza una longitud de 1,0 metro lineal (m) del canal, ya sea en diseño o en construcción, según el siguiente procedimiento:

$$V_{cT} = 0{,}5 * \mathrm{y}^2 * (\mathrm{Z}_1 + \mathrm{Z}_2) * \left(1 + \frac{\mathrm{S}_t * (\mathrm{Z}_1 + \mathrm{Z}_2)}{100 - \mathrm{Z}_1 * \mathrm{S}_t}\right) (m^2) * 1{,}0 \frac{m}{m}$$

$$\boldsymbol{V_{cT}\left(\frac{m^3}{m}\right) = 0,5 * y^2 * (Z_1 + Z_2) * \left(1 + \frac{S_t*(Z_1+Z_2)}{100-Z_1*S_t}\right)} \text{ ... ... Ecuación 51}$$

Pero también puede ser de la siguiente manera debido a que z1 = z4:

$$\boldsymbol{V_{cT}\left(\frac{m^3}{m}\right) = 0,5 * y^2 * (Z_1 + Z_2) * \left(1 + \frac{S_t*(Z_1+Z_2)}{100-Z_4*S_t}\right)} \text{ ... ... Ecuación 52}$$

Se puede observar que en esta Ecuación 43 la multiplicación del talud por la pendiente no puede ser igual o mayor a cien porque el valor del volumen de corte se vuelve de signo negativo lo cual nos indica que se debe de cumplir la siguiente regla:

$$\boldsymbol{z1 = z4 \ \ y \ \ z1 * St \le 100 \ \ o \ \ z4 * St \le 100} \text{ .... Ecuación 53}$$

Ejemplo
Se tiene una construcción de unas acequias de ladera con las siguientes características: canales triangulares con:

tirante y = 0,45 m
talud z1 = z4 = 0,75
z2 = 1,0
pendiente del terreno St = 40%

Calcular el volumen de excavación en los siguientes casos:

1- Volumen en cada metro.
2- Volumen en 1000 metros.

Calculando el volumen de corte utilizando la Ecuación 52 se obtiene lo siguiente:

$$V_{cT}\left(\frac{m^3}{m}\right) = 0,5 * y^2 * (Z_1 + Z_2) * \left(1 + \frac{S_t * (Z_1 + Z_2)}{100 - Z_4 * S_t}\right)$$

$$V_{cT}\left(\frac{m^3}{m}\right) = 0,5 * 0,45^2 * (0,75 + 1,0) * \left(1 + \frac{40 * (0,75 + 1,0)}{100 - 0,75 * 40}\right)$$

Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal
adchavarria@itcr.ac.cr chavarriavae@gmail.com

$$V_{cT}(\frac{m^3}{m-l}) = 0{,}35438\, m^2$$

Solución 2:

Se debe multiplicar el resultado anterior por la cantidad de metros totales de canales, utilizando la siguiente igualdad:

$$V_c\left(\frac{m^3}{1000m}\right) = 0{,}35438 * 1000$$

$$V_c\left(\frac{m^3}{1000m}\right) = 354{,}38$$

Caso 6: Ecuaciones para calcular los volúmenes de corte donde se presentan todos los taludes diferentes (terreno, canal y pendiente del terreno) z1 ≠ z2 ≠ z3 ≠ z4 (Figura 6)

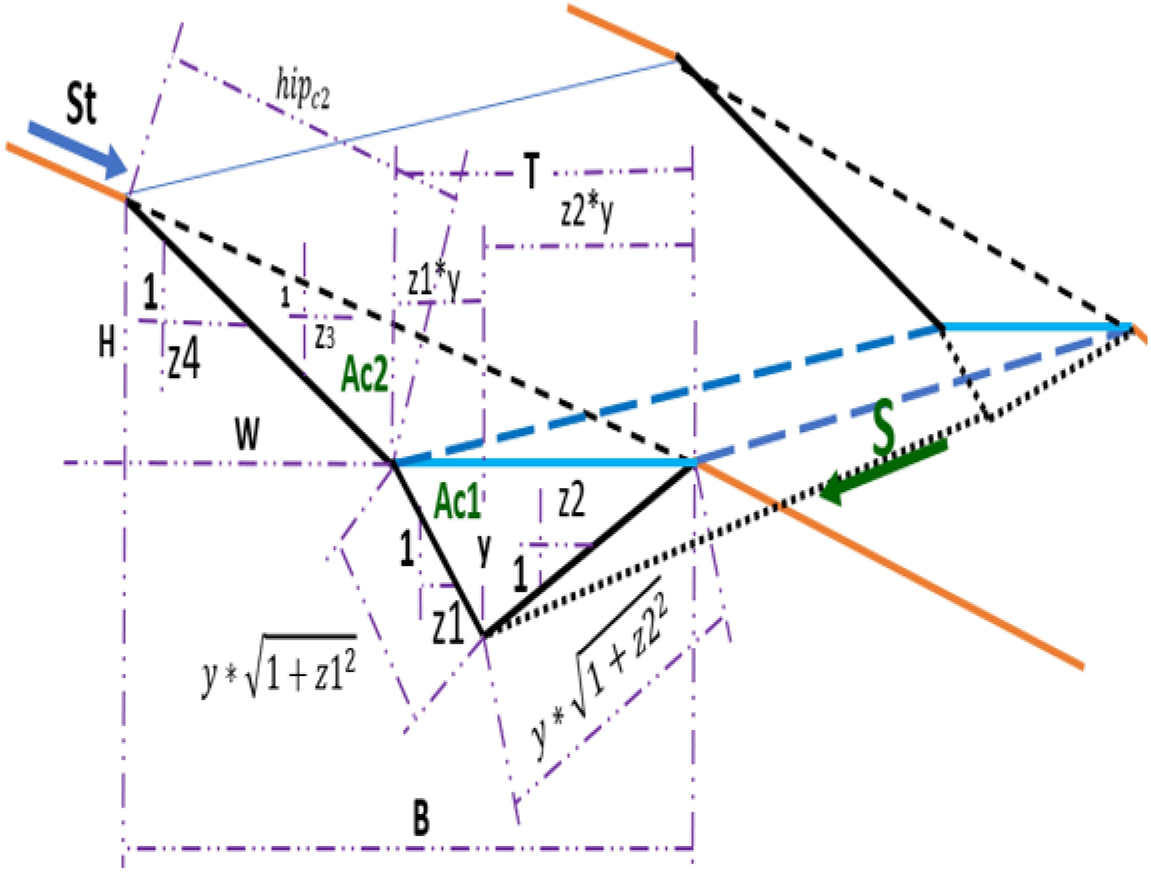

Figura 6: acequia de ladera triangular para el caso 6

Según se observa la imagen tenemos los siguientes parámetros:

z1 = talud del canal conducto (adimensional).

z2 = talud del canal conducto (adimensional).

z4 = Talud en la pared de construcción (adimensional).

z3 = talud natural que se forma debido a la pendiente del terreno (adimensional)

y = Tirante de agua que corresponde a la mayor profundidad de agua en la acequia de ladera triangular (m).

Ac1 = área de corte 1 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo inferior).

Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal
adchavarria@itcr.ac.cr chavarriavae@gmail.com

Ac2 = área de corte 2 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo superior).

H = Valor a determinar (m).

W = Valor a determinar (m).

B = Ancho transversal total del corte (m).

T = ancho del espejo de agua en el canal en la sección transversal de la acequia de ladera triangular.

St = pendiente del terreno (%).

S = pendiente del canal (m/m).

Para calcular los volúmenes de corte 1 (Ac1) en esta sección se tomarán en cuenta las siguientes consideraciones importantes:

1- El canal conductor de agua o la zona hidráulica de la acequia de ladera para este caso 6 de la figura 6 es el mismo al del caso 5 de la figura 5, entonces en las áreas de la sección hidráulica, los volúmenes de suelo a mover y los parámetros hidráulicos son los mismos, como se muestran a continuación:

$$hip_1 = y * \sqrt{1 + z_1^2} \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 9}$$

$$hip_2 = y * \sqrt{1 + z_2^2} \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 10}$$

$$Ac_1(m^2) = 0{,}5 * y^2 * (z_1 + z_2) \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 11}$$

2- Para el área de corte 2 se cumplen las siguientes ecuaciones encontradas:

$$\mathrm{B} = \frac{100*\mathrm{H}}{\mathrm{St}} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 7}$$

$$\mathrm{A_{c2}} = 0{,}5*\mathrm{H}(\mathrm{B}-\mathrm{W}) \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 15}$$

$$\mathrm{W} = \mathrm{z4}*\mathrm{H} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 20}$$

$$B = W + z1^*y + z2^*y \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 32}$$

$$W + Z_1 y + Z_2 y = \frac{100*H}{St} \;\ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 45}$$

$$W = \frac{Z_4 * S_t * y * (Z_1 + Z_2)}{100 - (Z_4 * S_t)} \ldots\ldots\ldots \text{ Ecuación 46}$$

donde esta ecuación 46 está con z4 debido a que $z1 \neq z4$

3- Para el área de corte total (Act) de manera semejante a las anteriores se cumple que es la suma de las dos áreas de corte que son el área de corte 1 (Ac1) y el área de corte 2 (Ac2)

$$Ac_T = Ac_1 + Ac_2 \;\ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 6}$$

Calculando el área de corte 2 (Ac2):

Sustituyendo la Ecuación 20 en la Ecuación 32:

$$W = z4^*H \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 20}$$

$$B = W + z1^*y + z2^*y \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 32}$$

$$B = z4 * H + z1 * y + z2 * y \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 54}$$

Igualando la Ecuación 7 con la Ecuación 54:

$$B = \frac{100^*H}{St} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 7}$$

$$B = z4 * H + z1 * y + z2 * y \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 54}$$

$$z4 * H + z1 * y + z2 * y = \frac{100H}{St}$$

$$z1 * y + z2 * y = \frac{100H}{St} - z4 * H$$

$$H(\frac{100}{St} - z4) = z1 * y + z2 * y$$

$$H = \frac{z1 * y + z2 * y}{(\frac{100}{St} - z4)}$$

$$H = \frac{z1 * y + z2 * y}{(\frac{100 - z4 * St}{St})}$$

$$H = \frac{St * y * (z1 + z2)}{(100 - z4 * St)} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 55}$$

Sustituyendo la Ecuación 55 en la Ecuación 7:

$$H = \frac{St * y * (z1 + z2)}{(100 - z4 * St)} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 55}$$

$$\mathrm{B} = \frac{100 * \mathrm{H}}{\mathrm{St}} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 7}$$

$$B = \frac{100 * \frac{St * y(z1 + z2)}{(100 - z4 * St)}}{St}$$

$$B = \frac{100 * \cancel{St} * y(z1 + z2)}{\cancel{St} * (100 - z4 * St)}$$

Instituto Tecnológico de Costa Rica – Escuela Ingeniería Agrícola
Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal
adchavarria@itcr.ac.cr chavarriavae@gmail.com

$$B = \frac{100*y*(z1+z2)}{(100-z4*St)} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 56}$$

Sustituyendo la Ecuación 55 en la Ecuación 20

$$H = \frac{St*y*(z1+z2)}{(100-z4*St)} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 55}$$

$$\mathrm{W} = \mathrm{z4}*\mathrm{H} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 20}$$

$$W = z4 * \frac{St * y(z1 + z2)}{(100 - z4 * St)}$$

$$W = \frac{z4*St*y(z1+z2)}{(100-z4*St)} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 57}$$

Sustituyendo las ecuaciones Ecuación 55, Ecuación 56 y Ecuación 57 en la Ecuación 15:

$$\mathrm{H} = \frac{\mathrm{St}*\mathrm{y}(\mathrm{z1}+\mathrm{z2})}{(100\text{-}\mathrm{z4}*\mathrm{St})} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 55}$$

$$\mathrm{B} = \frac{100*\mathrm{y}(\mathrm{z1}+\mathrm{z2})}{(100\text{-}\mathrm{z4}*\mathrm{St})} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 56}$$

$$\mathrm{W} = \frac{\mathrm{z4}*\mathrm{St}*\mathrm{y}(\mathrm{z1}+\mathrm{z2})}{(100\text{-}\mathrm{z4}*\mathrm{St})} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 57}$$

$$\mathrm{A}_{c2} = 0{,}5*\mathrm{H}(\mathrm{B}\text{-}\mathrm{W}) \ldots\ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 15}$$

$$A_{c2} = 0{,}5 * \frac{St * y * (z1 + z2)}{(100 - z4 * St)} * \left[\frac{100 * y(z1 + z2)}{(100 - z4 * St)} - \frac{z4 * St * y(z1 + z2)}{(100 - z4 * St)}\right]$$

$$A_{c2} = 0{,}5 * \frac{St * y * (z1 + z2)}{(100 - z4 * St)} * y(z1 + z2)\left[\frac{100}{(100 - z4 * St)} - \frac{z4 * St}{(100 - z4 * St)}\right]$$

$$A_{c2} = \frac{0{,}5 * St * y^2 (z1 + z2)^2}{(100 - z4 * St)} * \left(\frac{\cancel{100 - z4 * St}}{\cancel{100 - z4 * St}}\right)$$

$$A_{c2} = \frac{0{,}5 * St * y^2 * (z1 + z2)^2}{(100 - z4 * St)} \ldots \ldots \ldots \textit{Ecuación 58}$$

Calculando el área de corte total utilizando la Ecuación 6 sumando las ecuaciones Ecuación 11 y Ecuación 58 :

$$Ac_T = Ac_1 + Ac_2 \ \ldots \ldots \ldots \text{Ecuación 6}$$

$$Ac_1(m^2) = 0{,}5 * y^2 * (z_1 + z_2) \ldots \ldots \ldots \ \text{Ecuación 11}$$

$$A_{c2} = \frac{0{,}5 * St * y^2 * (z1 + z2)^2}{(100 - z4 * St)} \ldots \ldots \ldots \textit{Ecuación 58}$$

$$A_{cT} = A_{c1} + A_{c2}$$

$$Act = 0{,}5 * y^2 * (z_1 + z_2) + \frac{0{,}5 * St * y^2 * (z1 + z2)^2}{(100 - z4 * St)}$$

$$\boldsymbol{Act = 0,5 * y^2 * (z_1 + z_2) * \left(1 + \frac{St * (z1 + z2)}{(100 - z4 * St)}\right)} \ldots \ldots \ldots \ldots \textit{Ecuación 59}$$

Para calcular el volumen de corte total por cada metro lineal del canal se multiplica por 1,0 m de distancia

$$V_{cT} = 0{,}5 * y^2 * (Z_1 + Z_2) * \left(1 + \frac{S_t * (Z_1 + Z_2)}{100 - Z_4 * S_t}\right)(m^2) * 1{,}0\frac{m - l}{m - l}$$

$$\boldsymbol{V_{cT}(\frac{m^3}{m}) = 0,5 * y^2 * (Z_1 + Z_2) * \left(1 + \frac{S_t*(Z_1+Z_2)}{100-Z_4*S_t}\right)} \dots\dots\dots\dots \textit{Ecuación 60}$$

Ejemplo
Se tiene una construcción de unas acequias de ladera con las siguientes características: canales triangulares con

tirante y = 0,45 m
talud z1 = 0,75
z4 = 1,00
z2 = 1,25
pendiente del terreno St = 40%

Calcular el volumen de excavación en los siguientes casos:

1- Volumen en cada metro
2- Volumen en 1000 metros

Calculando el volumen de corte utilizando la Ecuación 60 se obtiene lo siguiente:

$$\mathrm{V_{cT}}(\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{m}}) = 0,5 * \mathrm{y}^2 * (\mathrm{Z}_1 + \mathrm{Z}_2) * \left(1 + \frac{\mathrm{S_t} * (\mathrm{Z}_1 + \mathrm{Z}_2)}{100 - \mathrm{Z}_4 * \mathrm{S_t}}\right)$$

$$V_{cT}(\frac{m^3}{m}) = 0,5 * 0,45^2 * (0,75 + 1,25) * \left(1 + \frac{40 * (0,75 + 1,25)}{100 - 1,0 * 40}\right)$$

$$V_{cT}(\frac{m^3}{m}) = 0,4725$$

Solución 2:

Se debe multiplicar el resultado anterior por la cantidad de metros totales de canales de la siguiente manera:

$$V_c\left(\frac{m^3}{1000m}\right) = 0,4725 * 1000$$

$$V_c\left(\frac{m^3}{1000m}\right) = 472,50$$

Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal
adchavarria@itcr.ac.cr chavarriavae@gmail.com

Cálculo de los parámetros hidráulicos de las acequias triangulares donde los taludes de la sección transversal de la sección hidráulica son iguales en el canal de conducción, z = z1 = z2 (Figura 7)

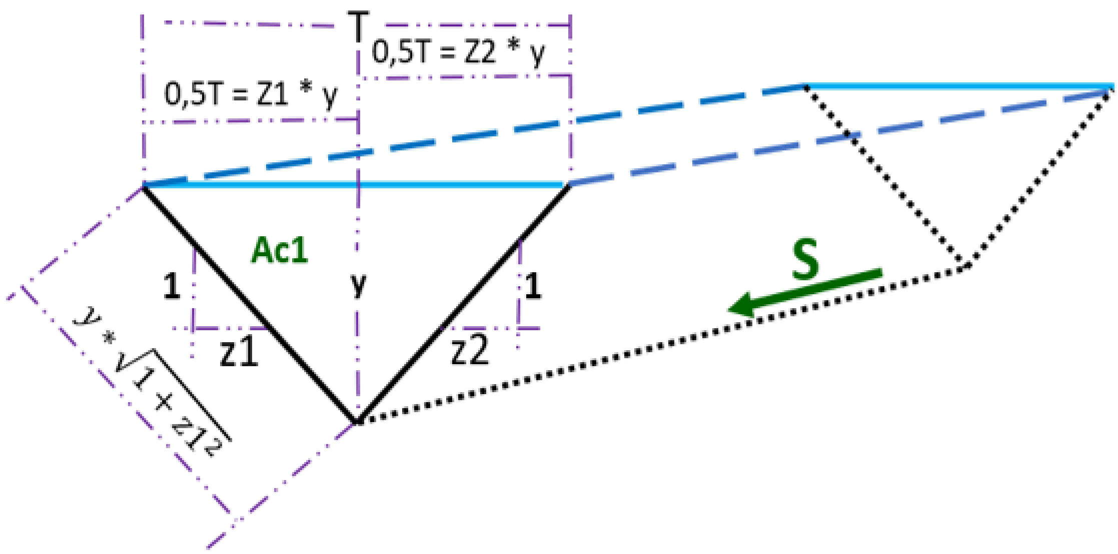

Figura 7: Parámetros hidráulicos para las acequias de ladera triangular para los casos 1, 3 y 4 ($Z = Z_1 = Z_2$)

Según se observa la imagen tenemos los siguientes parámetros:

z1 = talud del canal conducto (adimensional)

z2 = talud del canal conducto (adimensional)

y = tirante de agua que corresponde a la mayor profundidad de agua en la acequia de ladera triangular (m)

Ac1 = área de corte 1 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo inferior)

T = ancho del espejo de agua en el canal en la sección transversal de la acequia de ladera triangular

S = pendiente del canal (m/m)

Cálculo del espejo de agua

$$T = z1 * y + z2 * y$$

$$T = y * (z1 + z2)$$

Como $Z = Z_1 = Z_2$:

$$T = 2 * z * y \dots\dots\dots\dots \mathit{Ecuación\ 61}$$

Calculando la hipotenusa del triángulo

$$hip^2 = y^2 + (z * y)^2$$

$$hip^2 = y^2 + z^2y^2$$

$$hip^2 = y^2(1 + z^2)$$

$$hip = \sqrt{y^2(1 + z^2)}$$

$$hip = y * \sqrt{1 + z^2} \dots\dots\dots\dots \mathit{Ecuación\ 62}$$

Se cumple que el área hidráulica es la misma que el área de corte 1 en el caso 1, 3 y 5 de la acequia de ladera triangular:

$$Ac_1\ (m^2) = z_1 * y^2 \quad \dots\dots\dots \text{Ecuación 2}$$

Cálculo del perímetro mojado de la sección transversal de conducción de agua en su máxima capacidad

$$P = y\sqrt{z^2 + 1} + y\,\sqrt{z^2 + 1}$$

$$P = 2y\,\sqrt{z^2 + 1}\ \dots\dots\dots\dots \mathit{Ecuación\ 63}$$

Cálculo del radio hidráulico de la sección transversal de conducción de agua en su máxima capacidad

$$\boldsymbol{R = \frac{A}{P}} \ldots\ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 64}$$

Sustituyendo en la Ecuación 2 la Ecuación 63 y la Ecuación 64

$$Ac_1\ (m^2) = z_1 * y^2 \quad \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 2}$$

$$P = 2y\sqrt{z^2+1} \ \ldots\ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 63}$$

$$R = \frac{A}{P} \ldots\ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 64}$$

$$R = \frac{zy^{\cancel{2}}}{2\cancel{y}\sqrt{z^2+1}}$$

$$R = \frac{zy}{2\sqrt{z^2+1}} \ldots\ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 65}$$

Calculando el tirante conociendo el caudal, el talud, la pendiente del canal y el coeficiente de rugosidad de la acequia de ladera triangular con taludes iguales (z1 = z2) en la sección hidráulica.

Según Manning (French, 2017) el caudal está definido por:

$$\boldsymbol{Q = \frac{1}{n} * A * R^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}} \ \ldots\ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 66}$$

donde:

Q: caudal (m^3/s) máximo en la acequia de ladera

A: área (m^2)

R: radio hidráulico (m)

S: pendiente del canal (m/m)

n: coeficiente de rugosidad

Sustituyendo las ecuaciones Ecuación 2 y Ecuación 65 en la Ecuación 66:

$Ac_1\ (m^2) = z_1 * y^2$ ……… Ecuación 2

$R = \frac{zy}{2\sqrt{z^2+1}}$ ………… *Ecuación 65*

$Q = \frac{1}{n} * A * R^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}$ ………… *Ecuación 66*

$$Q = \frac{zy^2}{n} * \left(\frac{zy}{2\sqrt{1+z^2}}\right)^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}$$

$$Q = \frac{z * y^2 * z^{\frac{2}{3}} * y^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}}{n * \left(2\sqrt{1+z^2}\right)^{\frac{2}{3}}}$$

$$Q = \frac{z * z^{\frac{2}{3}} * y^2 * y^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}}{n * \left(2\sqrt{1+z^2}\right)^{\frac{2}{3}}}$$

$$Q = \frac{z^{\left(1+\frac{2}{3}\right)} * y^{\left(2+\frac{2}{3}\right)} * S^{\frac{1}{2}}}{n * \left(2\sqrt{1+z^2}\right)^{\frac{2}{3}}}$$

$$Q = \frac{z^{\left(\frac{5}{3}\right)} * y^{\left(\frac{8}{3}\right)} * S^{\frac{1}{2}}}{n * \left(2\sqrt{1+z^2}\right)^{\frac{2}{3}}}$$

$$y^{\left(\frac{8}{3}\right)} = \frac{Q * n * \left(2\sqrt{1+z^2}\right)^{\frac{2}{3}}}{z^{\left(\frac{5}{3}\right)} * S^{\frac{1}{2}}}$$

$$y^{\left(\frac{8}{3}\right)^{\frac{3}{8}}} = \left(\frac{Q * n * \left(2\sqrt{1+z^2}\right)^{\frac{2}{3}}}{z^{\left(\frac{5}{3}\right)} * S^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{3}{8}}$$

$$\boldsymbol{y = \left(\frac{Q*n*\left(2\sqrt{1+z^2}\right)^{\frac{2}{3}}}{z^{\left(\frac{5}{3}\right)}*S^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{3}{8}}} \quad \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 67}$$

Ejemplo de una acequia de ladera o un canal para taludes iguales en el área de la sección de conducción hidráulica donde se tienen los siguientes valores conocidos:

Q = 100 l/s

Q = 0,1m³/s

n = 0,033

S = 0,01 m/m

$z_1 = z_2 = 1{,}0$

Cálculo del tirante "y" utilizando la Ecuación 67:

$$y = \left(\frac{Q * n * \left(2\sqrt{1+z^2}\right)^{\frac{2}{3}}}{z^{\left(\frac{5}{3}\right)} * S^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{3}{8}}$$

$$y = \left[\frac{\left(0{,}1 * 0{,}033 * \left[2 * \sqrt{1+1^2}\right]^{\frac{2}{3}}\right)}{1^{\frac{5}{3}} * (0{,}01)^{\frac{1}{2}}}\right]^{\frac{3}{8}}$$

$$y = 0{,}3609 \text{ m}$$

Ya con el tirante del canal podemos calcular los parámetros hidráulicos que son los siguientes:

1- Cálculo del área hidráulica utilizando la Ecuación 2:

$$Ac_1\ (m^2) = z_1 * y^2 \quad \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 2}$$

$$A = 1{,}0 * 0{,}3609^2$$

$$A_c = 0{,}1302 \text{ m}^2$$

2- Cálculo del espejo de agua utilizando la Ecuación 61:

$$T = 2 * z * y \ldots\ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 61}$$

$$T = 2 * 1{,}0 * 0{,}3609$$

$$T = 0{,}7218 \text{ m}$$

3- Cálculo del perímetro mojado utilizando la Ecuación 63:

$$P = 2y\sqrt{z^2 + 1}$$

$$P = 2 * 0{,}3609 * \sqrt{1^2 + 1}$$

$$P = 1{,}0278 \text{ m}$$

Cálculo de los parámetros hidráulicos de las acequias de ladera triangulares donde los taludes de la sección transversal de la sección hidráulica son diferentes en el canal de conducción, z ≠ z1 ≠ z2 (Figura 8)

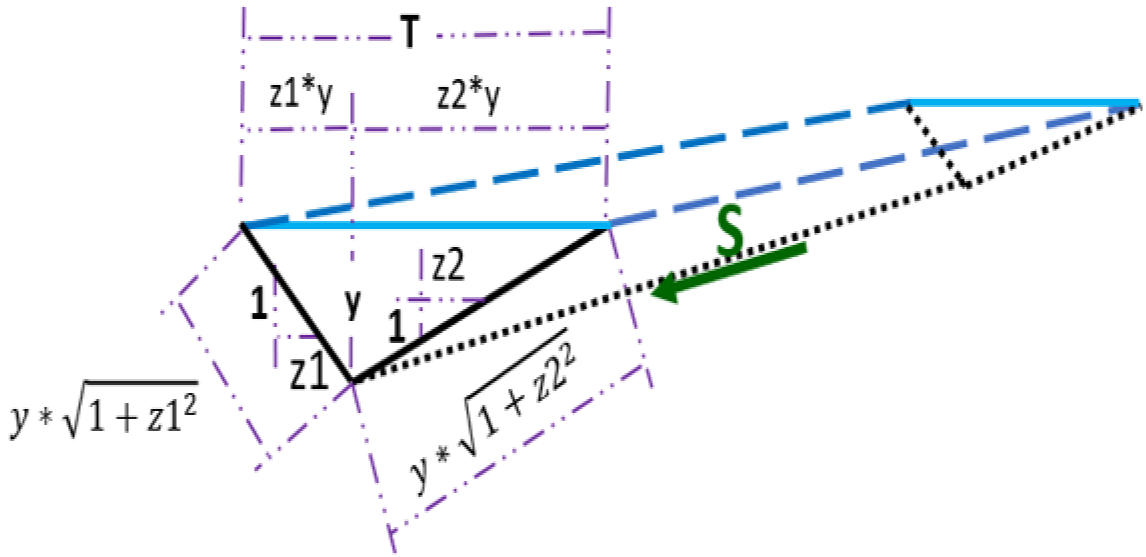

Figura 8: Parámetros hidráulicos para las acequias de ladera triangular para los casos 2, 5 y 6 (z ≠ z1 ≠ z2)

Según se observa la imagen tenemos los siguientes parámetros:

z1 = talud del canal conducto (adimensional)

z2 = talud del canal conducto (adimensional)

y = Tirante de agua que corresponde a la mayor profundidad de agua en la acequia de ladera triangular (m)

T = ancho del espejo de agua en el canal en la sección transversal de la acequia de ladera triangular

S = pendiente del canal (m/m)

Se cumple que para el cálculo del área hidráulica que es la misma que el área de corte 1 “Ac1” para el caso 3 de la acequia de ladera triangular

$$Ac_1(m^2) = 0{,}5 * y^2 * (z_1 + z_2) \text{ Ecuación 11}$$

Cálculo de espejo de agua de la sección transversal de conducción de agua en su máxima capacidad

$$T = Z_1 y + Z_2 y$$

$$T = y(Z_1 + Z_2) \ldots \ldots \ldots \textit{Ecuación 68}$$

Cálculo del perímetro mojado de la sección transversal de conducción de agua en su máxima capacidad utilizando las ecuaciones Ecuación 9 y Ecuación 10:

$$hip_1 = y * \sqrt{1 + z_1^2} \ldots \ldots \ldots \text{Ecuación 9}$$

$$hip_2 = y * \sqrt{1 + z_2^2} \ \ldots \ldots \ldots \text{Ecuación 10}$$

$$Pm = hip_1 + \ hip_2$$

$$Pm = y * \sqrt{1 + z_1^2} + y * \sqrt{1 + z_2^2}$$

$$Pm = y * \left(\sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_2^2}\right) \ldots \ldots \ldots \textit{Ecuación 69}$$

Cálculo del radio hidráulico de la sección transversal de conducción de agua en su máxima capacidad utilizando la Ecuación 64:

$$R = \frac{A}{P} \ldots \ldots \ldots \ldots \textit{Ecuación 64}$$

Sustituyendo la Ecuación 11 y la Ecuación 69 en la Ecuación 64:

$$Ac_1(m^2) = 0{,}5 * y^2 * (z_1 + z_2) \text{ Ecuación 11}$$

$$Pm = y * \left(\sqrt{1+z_1^2} + \sqrt{1+z_2^2}\right) \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 69}$$

$$R = \frac{A}{P} \ldots\ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 64}$$

$$R = \frac{0{,}5 * y^2 * (z_1 + z_2)}{y * \left(\sqrt{1+z_1^2} + \sqrt{1+z_2^2}\right)}$$

$$R = \frac{0{,}5 * y^{\cancel{2}} * (z_1 + z_2)}{\cancel{y} * \left(\sqrt{1+z_1^2} + \sqrt{1+z_2^2}\right)}$$

$$R = \frac{0{,}5 * y * (z_1 + z_2)}{\sqrt{1+z_1^2} + \sqrt{1+z_2^2}} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 70}$$

Calculando el tirante conociendo el caudal, el talud, la pendiente del canal y el coeficiente de rugosidad de la acequia de ladera triangular con taludes diferentes ($z1 \neq z2$) en la sección hidráulica

Según Manning el caudal está definido por:

$$Q = \frac{1}{n} * A * R^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}} \ldots\ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 66}$$

donde:

Q: caudal (m^3/s) máximo en la acequia de ladera.

A: área (m^2).

R: radio hidráulico (m).

S: pendiente del canal (m/m).

n: coeficiente de rugosidad.

Sustituyendo la Ecuación 11 y la Ecuación 70 en la Ecuación 66:

$$Ac_1(m^2) = 0{,}5 * y^2 * (z_1 + z_2) \quad \text{Ecuación 11}$$

$$R = \frac{0{,}5 * y * (z_1 + z_2)}{\sqrt{1+z_1^2} + \sqrt{1+z_2^2}} \ldots \ldots \ldots \textit{Ecuación 70}$$

$$Q = \frac{1}{n} * A * R^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}} \ldots \ldots \ldots \ldots \textit{Ecuación 66}$$

$$Q = \frac{[0{,}5 * y^2(z_1 + z_2)] * \left[\frac{0{,}5 * y * (z_1 + z_2)}{\left(\sqrt{1+z_1^2} + \sqrt{1+z_2^2}\right)}\right]^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}}{n}$$

$$Q = \frac{[0{,}5 * y^2(z_1 + z_2)] * \frac{(0{,}5 * y * (z_1 + z_2))^{\frac{2}{3}}}{\left(\sqrt{1+z_1^2} + \sqrt{1+z_2^2}\right)^{\frac{2}{3}}} * S^{\frac{1}{2}}}{n}$$

$$Q = \frac{[0{,}5 * y^2(z_1 + z_2)] * [0{,}5 * y * (z_1 + z_2)]^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}}{n * \left[\sqrt{1+z_1^2} + \sqrt{1+z_2^2}\right]^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{\left(Q * n * \left[\sqrt{1+z_1^2} + \sqrt{1+z_2^2}\right]^{\frac{2}{3}}\right)}{S^{\frac{1}{2}}} = [0{,}5 * y^2(z_1 + z_2)] * [0{,}5 * y * (z_1 + z_2)]^{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{\left(Q * n * \left[\sqrt{1+z_1^2} + \sqrt{1+z_2^2}\right]^{\frac{2}{3}}\right)}{S^{\frac{1}{2}}} = y * [0{,}5 * y * (z_1 + z_2)] * [0{,}5 * y * (z_1 + z_2)]^{\frac{2}{3}}$$

$$y * [0,5 * y * (z_1 + z_2)]^{\frac{5}{3}} = \frac{\left(Q * n * \left[\sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_2^2}\right]^{\frac{2}{3}}\right)}{S^{\frac{1}{2}}}$$

$$\left[y * [0,5 * y * (z_1 + z_2)]^{\frac{5}{3}}\right]^{\frac{3}{5}} = \left[\frac{\left(Q * n * \left[\sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_2^2}\right]^{\frac{2}{3}}\right)}{S^{\frac{1}{2}}}\right]^{\frac{3}{5}}$$

$$y^{\frac{3}{5}} * [0,5 * y * (z_1 + z_2)] = \left[\frac{\left(Q * n * \left[\sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_2^2}\right]^{\frac{2}{3}}\right)}{S^{\frac{1}{2}}}\right]^{\frac{3}{5}}$$

$$y^{\frac{8}{5}} * 0,5 * (z_1 + z_2) *= \left[\frac{\left(Q * n * \left[\sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_2^2}\right]^{\frac{2}{3}}\right)}{S^{\frac{1}{2}}}\right]^{\frac{3}{5}}$$

$$(y^{\frac{8}{5}})^{\frac{5}{8}} = \left[\frac{\left[\frac{\left(Q * n * \left[\sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_2^2}\right]^{\frac{2}{3}}\right)}{S^{\frac{1}{2}}}\right]^{\frac{3}{5}}}{0,5 * (z_1 + z_2)}\right]^{\frac{5}{8}}$$

Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal
adchavarria@itcr.ac.cr chavarriavae@gmail.com

$$y=\left[\frac{\left[\frac{\left(Q*n*\left[\sqrt{1+z_1^2}+\sqrt{1+z_2^2}\right]^{\frac{2}{3}}\right)}{S^{\frac{1}{2}}}\right]^{\frac{3}{5}}}{0{,}5*(z_1+z_2)}\right]^{\frac{5}{8}}$$

$$y=\frac{\left[\frac{\left(Q*n*\left[\sqrt{1+z_1^2}+\sqrt{1+z_2^2}\right]^{\frac{2}{3}}\right)}{S^{\frac{1}{2}}}\right]^{\frac{3}{8}}}{[0{,}5*(z_1+z_2)]^{\frac{5}{8}}}$$

$$y=\frac{\frac{(Q*n)^{\frac{3}{8}}*\left[\sqrt{1+z_1^2}+\sqrt{1+z_2^2}\right]^{\frac{1}{4}}}{S^{\frac{3}{16}}}}{[0{,}5*(z_1+z_2)]^{\frac{5}{8}}}$$

$$\boldsymbol{y=\frac{(Q*n)^{\frac{3}{8}}*\left[\sqrt{1+z_1^2}+\sqrt{1+z_2^2}\right]^{\frac{1}{4}}}{S^{\frac{3}{16}}*[0{,}5*(z_1+z_2)]^{\frac{5}{8}}}} \quad \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 71}$$

Ejemplo de una acequia de ladera o un canal para taludes diferentes en el área de la sección de conducción hidráulica donde se tienen los siguientes valores conocidos:

Q = 100 l/s

Q = 0,1m³/s

n = 0,033

S = 0,01 m/m

z_1 = 0,75 m

z_2 = 1,0

Cálculo del tirante "y" utilizando la Ecuación 71:

$$y = \frac{(Q * n)^{\frac{3}{8}} * \left[\sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_2^2}\right]^{\frac{1}{4}}}{S^{\frac{3}{16}} * [0{,}5 * (z_1 + z_2)]^{\frac{5}{8}}}$$

$$y = \frac{(0{,}1 * 0{,}033)^{\frac{3}{8}} * \left[\sqrt{1 + 0{,}75^2} + \sqrt{1 + 1^2}\right]^{\frac{1}{4}}}{0{,}01^{\frac{3}{16}} * [0{,}5 * (1 + 0{,}75)]^{\frac{5}{8}}}$$

y = 0,3864 m

Ya con el tirante del canal podemos calcular los parámetros hidráulicos que son los siguientes:

1- Cálculo del área hidráulica utilizando la Ecuación 11:

$$Ac_1(m^2) = 0{,}5 * y^2 * (z_1 + z_2)$$

$$Ac1 = 0{,}5 * 0{,}3864^2(0{,}75 + 1{,}0)$$

Ac1 = 0,3381 m^2

2- Cálculo del espejo de agua utilizando la Ecuación 68:

$$T = y(Z_1 + Z_2)$$

Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal
adchavarria@itcr.ac.cr chavarriavae@gmail.com

$$T = 0{,}3864 \; * (0{,}75 + 1{,}0)$$

T = 0,6762 m

3- Cálculo del perímetro mojado utilizando la Ecuación 69:

$$Pm = y * \left(\sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_2^2}\right)$$

$$Pm = 0{,}3864 \; * \left(\sqrt{1 + 0{,}75^2} + \sqrt{1 + 1^2}\right)$$

$$\mathrm{Pm} = 1{,}0295 \text{ m}$$

Capítulo 2: Acequia de ladera semicircular

Caso semicircular 1: Ecuaciones para calcular los volúmenes de corte con el talud de la pared del terreno donde se construye es igual a cero (z4 = 0) (Figura 9)

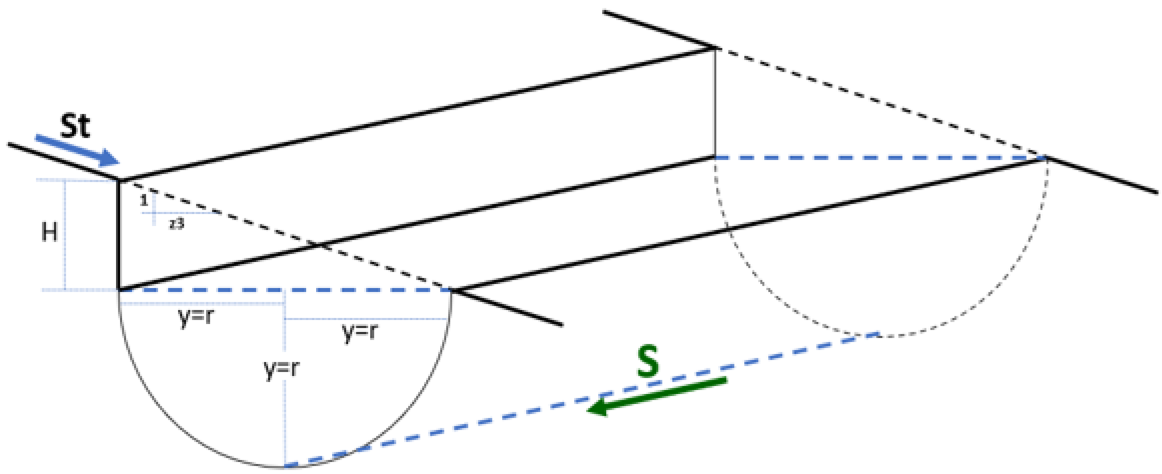

Figura 9: Acequia de ladera semicircular para el caso 1

Según se observa la imagen tenemos los siguientes parámetros:

z3 = talud natural que se forma debido a la pendiente del terreno (adimensional).
y = r = tirante de agua que corresponde a la mayor profundidad de agua en la acequia de ladera circular (m) que corresponde al radio del semi círculo.
H = valor a determinar (m).
St = pendiente del terreno (%).
S = pendiente del canal (m/m).

Cálculo de las áreas de corte

Cálculo del área de corte 1 “Ac1” que es igual al área hidráulica “Ahid”:

$$A_{cir} = \pi r^2$$

$$\frac{A_{cir}}{2} = \frac{\pi r^2}{2}$$

$$A_{c1} = \frac{\pi r^2}{2} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 72}$$

$$Ahid = A_{c1} = 0{,}5 * \pi * r^2 \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 73}$$

$Debido\ a\ que\ r = y$

$$Ahid = A_{c1} = 0{,}5 * \pi * y^2 \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 74}$$

Calculando el área de corte 2 (Ac2)

$$S_t = \frac{H}{2r} * 100 \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 75}$$

$$H = \frac{2r * S_t}{100} \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 76}$$

$$A_{c2} = \frac{H * 2r}{2}$$

$$A_{c2} = H * r \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 77}$$

Sustituyendo la Ecuación 76 en la Ecuación 77 :

$$\boxed{\begin{array}{l} H = \frac{2r * S_t}{100} \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 76} \\ \\ A_{c2} = H * r \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 77} \end{array}}$$

$$A_{c2} = \frac{2r * S_t}{100} * r$$

$$A_{c2} = \frac{r^2 * S_t}{50} \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 78}$$

$Debido\ a\ que\ r = y$

$$A_{c2} = \frac{y^2 * S_t}{50} \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 79}$$

Calculando el área de corte total sustituyendo la Ecuación 72 y la Ecuación 78 en la Ecuación 6:

$$\mathrm{A}_{c1} = \frac{\pi \mathrm{r}^2}{2} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 72}$$

$$A_{c2} = \frac{r^2 * S_t}{50} \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 78}$$

$$Ac_T = Ac_1 + Ac_2 \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 6}$$

$$A_{cT} = A_{c1} + A_{c2}$$

$$A_{ct} = \frac{\pi r^2}{2} + \frac{r^2 * S_t}{50}$$

$$A_{ct} = \frac{50 * \pi * r^2 + 2 * r^2 * S_t}{100}$$

$$A_{ct} = \frac{2r^2(25\pi + S_t)}{100}$$

$$\boldsymbol{A_{ct} = \frac{r^2(25\pi + S_t)}{50}} \ldots\ldots\ldots \textbf{Ecuación 80}$$

$Debido\ a\ que\ r = y$

$$\boldsymbol{A_{ct}} = \frac{\boldsymbol{y^2(25\pi + S_t)}}{\boldsymbol{50}} \ldots\ldots\ldots \textbf{Ecuación 81}$$

Donde:

Act = área de corte total m²

Cálculo del volumen de corte por cada metro lineal del canal triangular:

Para calcular este volumen de corte se utiliza solamente la distancia de 1,0 metro lineal (m-l) del canal a construir o en construcción de la siguiente manera

$$V_{cT} = \frac{y^2(25\pi + S_t)}{50}(m^2) * 1{,}0\frac{m-l}{m-l}$$

$$\boldsymbol{V_{cT}}\left(\frac{\boldsymbol{m^3}}{\boldsymbol{m}}\right) = \frac{\boldsymbol{y^2(25\pi + S_t)}}{\boldsymbol{50}} \ldots\ldots\ldots \textbf{Ecuación 82}$$

Donde:

y: tirante en el canal triangular (m)
St: pendiente del terreno (%)

Ejemplo:

Se tiene una construcción de unas acequias de ladera con las siguientes características:

$$y = 0{,}35m$$
$$S_t = 40\%$$

Calcular el volumen de excavación en los siguientes casos:

1- Volumen en cada metro

2- Volumen en 1000 metros

Solución 1:

Utilizando la ecuación 82 tenemos el siguiente resultado:

$$V_{cT}\left(\frac{m^3}{m}\right) = \frac{y^2(25\pi + S_t)}{50}$$

$$V_{cT}(\frac{m^3}{m}) = \frac{0{,}35^2(25\pi + 40)}{50}$$

$$V_{cT}\left(\frac{m^3}{m}\right) = 0{,}2904$$

Solución 2:

Se debe multiplicar el resultado anterior por la cantidad de metros totales de canales

$$V_c\left(\frac{m^3}{1000m}\right) = 0{,}2904 * 1000$$

$$V_c\left(\frac{m^3}{1000m}\right) = 290{,}42m^3$$

Cálculo de las otras variables hidráulicas para el cálculo del tirante "y"

Cálculo del perímetro mojado "Pm"

$$perimetro\ circulo = 2\pi * r$$

$$Pm = \frac{perimetro\ circulo}{2}$$

$$Pm = \frac{2\pi * r}{2}$$

$$Pm = \pi * r \ldots \ldots \ldots \textit{Ecuación 83}$$

Cálculo del radio hidráulico de la sección transversal de conducción de agua en su máxima capacidad utilizando la Ecuación 64

$$R = \frac{A}{P} \ldots \ldots \ldots \ldots \textit{Ecuación 64}$$

Sustituyendo la Ecuación 74 y la Ecuación 83 en la Ecuación 64:

$$Ahid = A_{c1} = 0{,}5 * \pi * r^2 \ldots \ldots \ldots \textit{Ecuación 74}$$

$$Pm = \pi * r \ldots \ldots \ldots \textit{Ecuación 83}$$

$$R = \frac{A}{P} \ldots \ldots \ldots \ldots \textit{Ecuación 64}$$

$$R_{hid} = \frac{0{,}5\pi r^2}{\pi r}$$

$$R_{hid} = 0{,}5 * r \ldots \ldots \ldots \text{Ecuación 84}$$

$Debido\ a\ que\ r = y$

$$R_{hid} = 0{,}5 * y \ldots \ldots \ldots \text{Ecuación 85}$$

Cálculo del tirante con base en el caudal, pendiente del canal y el coeficiente de rugosidad

Calculando "y" con Manning donde el caudal está definido por

$$Q = \frac{1}{n} * A * R^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}} \ \ldots \ldots \ldots \ldots \ Ecuación\ 66$$

Donde:

Q: caudal (m^3/s) máximo en la acequia de ladera

A: área (m^2)

R: radio hidráulico (m)

S: pendiente del canal (m/m)

n: coeficiente de rugosidad

Desarrollando la ecuación 66 tenemos la siguiente igualdad

$$\frac{Q * n}{S^{\frac{1}{2}}} = \frac{A * A^{\frac{2}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}} = \frac{A^{\frac{5}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}} \ldots \ldots \ldots \text{Ecuación } 86$$

Sustituyendo la Ecuación 74 y la Ecuación 83 en la Ecuación 86:

$$Ahid = A_{c1} = 0{,}5 * \pi * r^2 \ldots \ldots \ldots Ecuación\ 74$$

$$Pm = \pi * r \ldots \ldots \ldots Ecuación\ 83$$

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}} = \frac{A^{\frac{5}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}} \ldots \ldots \ldots \text{Ecuación } 86$$

$$\frac{Q * n}{S^{\frac{1}{2}}} = \frac{(0{,}5 * \pi r^2)^{\frac{5}{3}}}{(\pi r)^{\frac{2}{3}}}$$

Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal
adchavarria@itcr.ac.cr chavarriavae@gmail.com

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}} = \frac{0{,}5^{\frac{5}{3}}*\pi^{\frac{5}{3}}*r^{\frac{10}{3}}}{\pi^{\frac{2}{3}}*r^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}} = 0{,}5^{\frac{5}{3}}*\pi*r^{\frac{8}{3}}$$

Despejando r se obtiene:

$$r^{\frac{8}{3}} = \frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}*0{,}5^{\frac{5}{3}}*\pi}$$

$$(r^{\frac{8}{3}})^{\frac{3}{8}} = \left[\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}*0{,}5^{\frac{5}{3}}*\pi}\right]^{\frac{3}{8}}$$

$$\boldsymbol{r = \left[\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}*0{,}5^{\frac{5}{3}}*\pi}\right]^{\frac{3}{8}}} \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 87}$$

$Debido\ a\ que\ r = y$

$$\boldsymbol{y = \left[\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}*0{,}5^{\frac{5}{3}}*\pi}\right]^{\frac{3}{8}}} \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 88}$$

Ejemplo de una acequia de ladera o un canal semi circular en el área de la sección de conducción hidráulica donde se tienen los siguientes valores conocidos:

Caudal = Q = 0,1 m^3/s

Coeficiente de rugosidad = n = 0,033

Pendiente del canal = S = 0,003

Calculando el tirante "y" utilizando la ec. 88:

$$r = y = \left[\frac{Q * n}{S^{\frac{1}{2}} * 0{,}5^{\frac{5}{3}} * \pi}\right]^{\frac{3}{8}}$$

$$r = y = \left[\frac{0{,}1 * 0{,}033}{0{,}003^{\frac{1}{2}} * 0{,}5^{\frac{5}{3}} * \pi}\right]^{\frac{3}{8}}$$

$$y = r = 0{,}3501\ m$$

Ya con el tirante del canal podemos calcular los parámetros hidráulicos que son los siguientes:

1- Cálculo del área hidráulica utilizando la Ecuación 74:

$$Ahid = A_{c1} = 0{,}5 * \pi * r^2$$

$$Ac1 = 0{,}5 * \pi * 0{,}3501^2$$

$$Ac1 = 0{,}1925\ m^2$$

2- Cálculo del espejo de agua utilizando la siguiente ecuación deducida de la figura 9:

$$T = 2 * r \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 89}$$

$$T = 2 * 0{,}3501$$

$$T = 0{,}7002\ m$$

3- Cálculo del perímetro mojado utilizando la Ecuación 83:

$$Pm = \pi * r \text{ ... ... } \textit{Ecuación 83}$$

$$Pm = \pi * 0{,}3501$$

$$Pm = 1{,}0998 \text{ m}$$

Caso semicircular 2: Ecuaciones para el cálculo de volúmenes de corte en canales donde el talud de la pared del terreno tiene un valor distinto de cero (z4 ≠ 0) (Figura 10)

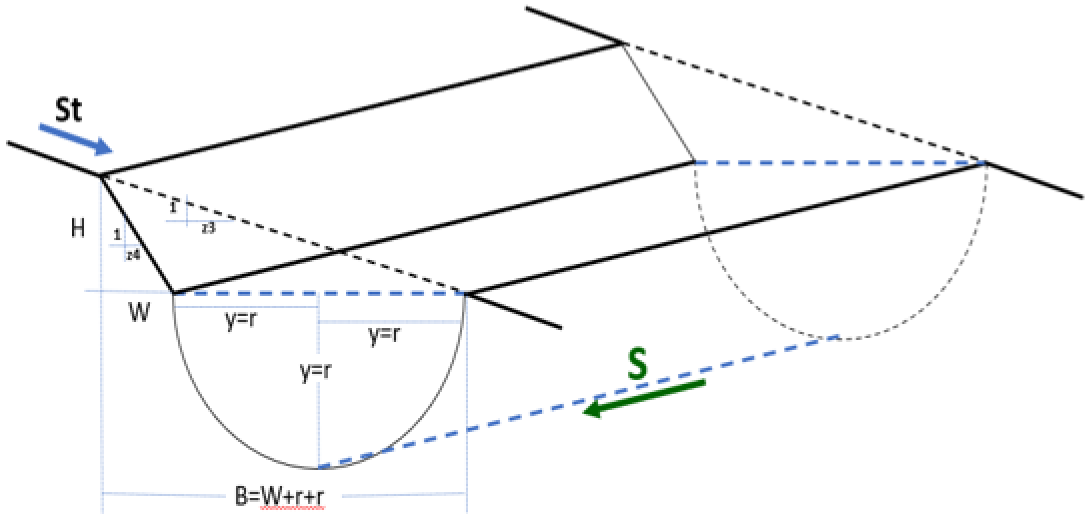

Figura 10: Acequia de ladera semicircular para el caso 2

Según se observa la imagen tenemos los siguientes parámetros:

z3 = talud natural que se forma debido a la pendiente del terreno (adimensional)

z4 = talud en la pared de construcción (adimensional)

y = r = tirante de agua que corresponde a la mayor profundidad de agua en la acequia de ladera circular (m)

H = valor a determinar (m)

W = valor a determinar (m)

B = ancho transversal total del corte (m)

St = pendiente del terreno (%).

S = pendiente del canal (m/m).

y = r = tirante de agua que corresponde a la mayor profundidad de agua en la acequia de ladera circular (m) que corresponde al radio del semi círculo.

H = Valor a determinar (m).

St = pendiente del terreno (%).

Consideraciones:

Nota importante: El tirante "y = r", el perímetro mojado, el radio hidráulica y el área hidráulica que es la misma que el área de corte 1 "Ac1" de este caso 2 es igual al área hidráulica del caso 1. Por esto si se requiere hacer dichos cálculos, estos están expresados en el caso 1 anterior de los canales semicirculares.

Por lo anterior podemos ver que se cumple que:

$$\mathrm{B} = \frac{100^*\mathrm{H}}{\mathrm{St}} \dots\dots\dots \textit{Ecuación 7}$$

$$\mathrm{W} = \mathrm{z4^*H} \dots\dots\dots \textit{Ecuación 20}$$

$$A_{c1} = \frac{\pi r^2}{2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 72}$$

$$Ahid = A_{c1} = 0{,}5 * \pi * r^2 \dots\dots\dots \text{Ecuación 73}$$

$$Pm = \pi * r \dots\dots\dots \text{Ecuación 83}$$

$$P_{mojado} = \pi * y$$

$$R_{hid} = 0{,}5 * r \dots\dots\dots \text{Ecuación 84}$$

$$r = \left[\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}*0{,}5^{\frac{5}{3}}*\pi}\right]^{\frac{3}{8}} \dots\dots\dots \text{Ecuación 87}$$

$Debido\ a\ que\ r = y$

$$Ahid = A_{c1} = 0{,}5 * \pi * y^2 \dots\dots\dots \text{Ecuación 74}$$

Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal
adchavarria@itcr.ac.cr chavarriavae@gmail.com

$$R_{hid} = 0{,}5 * y \text{ … … …Ecuación 85}$$

$$y = \left[\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}*0{,}5^{\frac{5}{3}}*\pi}\right]^{\frac{3}{8}} \text{ … … …Ecuación 88}$$

$$\mathrm{A_{c2}} = 0{,}5^{*}\mathrm{H(B\text{-}W)} \text{ … … … …} \textit{Ecuación 15}$$

$$Ac_T = Ac_1 + Ac_2 \text{ … … … Ecuación 6}$$

De la figura 10 podemos deducir lo siguiente:

$$H = \frac{W}{z4} \text{ … … … … Ecuación 89}$$

$$\mathrm{St} = \frac{100\mathrm{H}}{\mathrm{B}} \text{ … … … Ecuación 90}$$

$$\mathrm{H} = \frac{\mathrm{S_t}^{*}\mathrm{B}}{100} \text{ … … …Ecuación } \textit{91}$$

$$B = 2r + W \text{ … … …Ecuación 92}$$

Calculando el área de corte 2 “Ac2”:

Igualando las ecuaciones de “H” que son la Ecuación 89 en la Ecuación 91

$$\frac{W}{z4} = \frac{S_t*B}{100} \text{ … … …Ecuación 93}$$

Sustituyendo la Ecuación 92 en la Ecuación 93 :

Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal
adchavarria@itcr.ac.cr chavarriavae@gmail.com

$B = 2r + W$ ... ...Ecuación 92

$\frac{W}{z4} = \frac{S_t * B}{100}$ ... ...Ecuación 93

$$\frac{W}{z4} = \frac{S_t(2r + W)}{100}$$

$$100W = 2 * z4 * S_t * r + z4 * S_t * W$$

$$100W - z4 * S_t * W = 2 * z4 * S_t * r$$

$$W(100 - z4 * S_t) = 2 * z4 * S_t * r$$

$$W = \frac{2 * z4 * S_t * r}{100 - z4 * S_t} \text{ ... ... Ecuación 94}$$

Sustituyendo la Ecuación 94 en la Ecuación 89:

$W = \frac{2 * z4 * S_t * r}{100 - z4 * S_t}$ ... ... Ecuación 94

$\mathrm{H} = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{z4}}$ ... ... Ecuación 89

$$H = \frac{\frac{2 * z4 * S_t * r}{100 - z4 * S_t}}{z4}$$

$$H = \frac{2 * \cancel{z4} * S_t * r}{\cancel{z4}(100 - z4 * S_t)}$$

$$H = \frac{2*S_t*r}{100-z4*S_t} \ldots \ldots \ldots \text{Ecuación 95}$$

Sustituyendo la Ecuación 95 en la Ecuación 7:

$$H = \frac{2*S_t*r}{100-z4*S_t} \ldots \ldots \ldots \text{Ecuación 95}$$

$$\mathrm{B} = \frac{100*\mathrm{H}}{\mathrm{St}} \ldots \ldots \ldots \textit{Ecuación 7}$$

$$B = \frac{\frac{2*S_t*r}{100-z4*S_t}}{S_t} * 100$$

$$B = \frac{2*\cancel{S_t}*r}{\cancel{S_t}(100-z4*S_t)} * 100$$

$$B = \frac{200*r}{100-z4*S_t} \ldots \ldots \ldots \text{Ecuación 96}$$

Sustituyendo la Ecuación 94 y la Ecuación 96 en parte de la Ecuación 15 obtenemos:

$$W = \frac{2*z4*S_t*r}{100-z4*S_t} \ldots \ldots \ldots \text{Ecuación 94}$$

$$B = \frac{200*r}{100-z4*S_t} \ldots \ldots \ldots \text{Ecuación 96}$$

$$\mathrm{A}_{c2} = 0{,}5*\mathrm{H}(\mathrm{B}-\mathrm{W}) \ldots \ldots \ldots \ldots \textit{Ecuación 15}$$

$$A_{c2} = 0{,}5 * H(B - W)$$

$$B - W = \frac{200 * r}{100 - z4 * S_t} - \frac{2 * z4 * S_t * r}{100 - z4 * S_t}$$

$$B - W = \frac{200 * r - 2 * z4 * S_t * r}{100 - z4 * S_t}$$

$$B - W = \frac{2r\cancel{(100 - z4 * S_t)}}{\cancel{100 - z4 * S_t}}$$

$$B - W = 2r \text{ … … …Ecuación 97}$$

Sustituyendo la Ecuación 95 y la Ecuación 97 en la otra parte de la Ecuación 15 obtenemos:

$$H = \frac{2*S_t*r}{100-z4*S_t} \text{ … … …Ecuación 95}$$

$$B - W = 2r \text{ … … …Ecuación 97}$$

$$A_{c2} = 0{,}5*H(B\text{-}W) \text{ … … … …} \textit{Ecuación 15}$$

$$A_{c2} = 0{,}5 * \frac{2 * S_t * r}{100 - z4 * S_t} * 2 * r$$

$$A_{c2} = \frac{2*S_t*r^2}{100-z4*S_t} \text{ … … …Ecuación 98}$$

$Debido\ a\ que\ r = y$

$$A_{c2} = \frac{2*S_t*y^2}{100-z4*S_t} \text{ … … …} \textit{Ecuación 99}$$

Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal
adchavarria@itcr.ac.cr chavarriavae@gmail.com

Obteniendo el área de corte total sustituyendo la Ecuación y la Ecuación 99 en la ecuación Ecuación 6 :

$$Ahid = A_{c1} = 0{,}5 * \pi * r^2 \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 73}$$

$$A_{c2} = \frac{2*S_t*y^2}{100-z4*S_t} \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 99}$$

$$Ac_T = Ac_1 + Ac_2 \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 6}$$

$$\boldsymbol{A_{ct} = 0,5\pi * r^2 + \frac{2*S_t*r^2}{100-z4*S_t}} \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 100}$$

$Debido\ a\ que\ r = y$

$$\boldsymbol{A_{ct} = 0,5\pi * y^2 + \frac{2*S_t*y^2}{100-z4*S_t}} \ldots\ldots\ldots \text{Ecuación 101}$$

Donde:

Act = área de corte total m^2.

Cálculo del volumen de corte por cada metro lineal del canal triangular:

Para calcular este volumen de corte se utiliza solamente la distancia de 1,0 metro lineal (m-l) del canal a construir o en construcción de la siguiente manera:

$$V_{cT} = 0{,}5\pi * r^2 + \frac{2 * S_t * r^2}{100 - z4 * S_t}\ (m^2) * 1{,}0\,\frac{m-l}{m-l}$$

$Debido\ a\ que\ r = y$

$$V_{cT} = 0{,}5\pi * y^2 + \frac{2 * S_t * y^2}{100 - z4 * S_t}\ (m^2) * 1{,}0\,\frac{m-l}{m-l}$$

Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal
adchavarria@itcr.ac.cr chavarriavae@gmail.com

$$\boldsymbol{V_{cT}(\frac{m^3}{m}) = 0,5\pi * r^2 + \frac{2*S_t*r^2}{100-z4*S_t}} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 102}$$

$Debido\ a\ que\ r = y$

$$\boldsymbol{V_{cT}(\frac{m^3}{m}) = 0,5\pi * y^2 + \frac{2*S_t*y^2}{100-z4*S_t}} \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 102}$$

Donde:

y: tirante en el canal triangular (m).
St: pendiente del terreno (%).
z4 = talud (adimencional).

Ejemplo:

Se tiene una construcción de unas acequias de ladera con las siguientes características:

$$y = 0,3501m$$
$$S_t = 40\%$$
$$z4 = 1,0$$

Calcular el volumen de excavación en los siguientes casos:

1- Volumen en cada metro.
2- Volumen en 1000 metros.

Solución 1:

Utilizando la ecuación 102 obtenemos el siguiente resultado:

$$V_{cT}(\frac{m^3}{m}) = 0,5\pi * y^2 + \frac{2 * S_t * y^2}{100 - z4 * S_t}$$

$$V_{cT}\left(\frac{m^3}{m}\right) = 0{,}5 * \pi * 0{,}3501^2 + \frac{2 * 40 * 0{,}3501^2}{100 - 1 * 40}$$

$$V_{cT}(\frac{m^3}{m}) = 0{,}35596$$

Solución 2:

Se debe multiplicar el resultado anterior por la cantidad de metros totales de canales, obteniendo el siguiente resultado:

$$V_c\left(\frac{m^3}{1000m}\right) = 0{,}35596 * 1000$$

$$V_c\left(\frac{m^3}{1000m}\right) = 355{,}96m^3$$

Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal
adchavarria@itcr.ac.cr chavarriavae@gmail.com

Bibliografía

French, R. (2017). Hidráulica de canales abiertos. 735. México. Recuperado el 2022, de http://siar.minam.gob.pe/puno/sites/default/files/archivos/public/docs/richard_french_hidraulica_canales_abiertos_-_hidroclic_compressed_compressed-comprimido.pdf

Gallardo Armijos, P. (2018). Diseño de canales abiertos. 82. Recuperado el 2022, de https://www.3ciencias.com/wp-content/uploads/2018/09/DISE%C3%91O-CANALES-ABIERTOS.pdf

Te Chow, V. (2004). Hidráulica de canales abiertos. 668. Recuperado el 2022, de https://www.udocz.com/apuntes/10448/ven-te-chow---hidraulica-de-canales-abiertos

Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal
adchavarria@itcr.ac.cr chavarriavae@gmail.com