

# Fundamentos de Conservación de suelos y aguas II

## Diseño de ingeniería en el cálculo de movimiento de tierras y variables hidráulicas en canales trapezoidales y rectangulares con base definida "b"

Escuela Ingeniería Agrícola  
Instituto Tecnológico de Costa Rica

Autor:

Adrián Enrique Chavarría Vidal

2025

Esta obra está bajo licencia [CC BY-NC-ND 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)



[CC BY-NC-ND 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)

**Dedicatoria y agradecimiento:**

**A Dios sobre todas las cosas que es el dador de  
vida y de toda buena dádiva**

**A mi amada esposa Kattia Lorena Moreno Valencia**

**A mis amados hijos Jafet y Kemuel Chavarría Moreno**

**A todos aquellos que, en algún momento, en alguna  
medida o en alguna ocasión me han apoyado, ayudado y  
aconsejado**



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

## Índice General

Índice de figuras .....	5
Introducción.....	6
Capítulo 1: Secciones de máxima eficiencia hidráulica.....	7
1.1. Sección de máxima eficiencia hidráulica de un canal para una sección transversal del tipo trapezoidal con un único talud .....	7
1.2. Sección de máxima eficiencia hidráulica de un canal para una sección transversal del tipo rectangular (no tiene talud o $z=0$ ) .....	12
1.3. Estimación del área hidráulica “A”, el perímetro mojado “P” y el radio hidráulico “R” para una sección de máxima eficiencia hidráulica de un canal con una sección transversal del tipo trapezoidal con talud único diferente de cero ( $z \neq 0$ ).....	14
1.4. Estimación del área hidráulica “A”, el perímetro mojado “P” y el radio hidráulico “R” para una sección de máxima eficiencia hidráulica de un canal con una sección transversal del tipo rectangular sin talud ( $z \neq 0$ ) .....	17
1.5. En una condición de máxima eficiencia hidráulica para talud variable, se busca para cualquiera de las secciones trapezoidales variables, cual es el talud más eficiente, para lo cual; el tirante se considera constante. ....	19
1.6. Sección de máxima eficiencia hidráulica de un canal para una sección transversal del tipo trapezoidal con dos taludes “ $z_1 \neq z_2$ ” .....	21
1.7. Estimación del radio hidráulico “R” para una sección de máxima eficiencia hidráulica de un canal con una sección transversal del tipo trapezoidal con dos taludes diferente de cero ( $z_1 \neq z_2 \neq 0$ ).....	27
1.8. Secciones de mínima infiltración.....	31
Capítulo 2: Acequia de ladera rectangular.....	33



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

<b>2.1 Deducciones de las relaciones matemáticas en un canal rectangular para la sección de máxima eficiencia hidráulica utilizando la figura 4.....</b>	<b>33</b>
<b>Caso 1: Ecuaciones para calcular los volúmenes de corte y los parámetros hidráulicos en el canal conductor en la acequia de ladera con forma rectangular sin talud en el terreno fuera del área conductora de agua.....</b>	<b>37</b>
<b>Caso 2: Ecuaciones para calcular los volúmenes de corte y los parámetros hidráulicos en el canal conductor en la acequia de ladera con forma rectangular con talud en el terreno fuera del área conductora de agua.....</b>	<b>52</b>
<b>Capítulo 3: Acequia de ladera trapezoidal .....</b>	<b>60</b>
<b>Caso 1: Ecuaciones para calcular los volúmenes de corte y los parámetros hidráulicos con los dos taludes iguales en el canal conductor y el talud en la pared del terreno, pero el talud debido a la pendiente es diferente (<math>z = z1 = z2 = z4 \neq z3</math>)</b>	<b>60</b>
<b>Parámetros hidráulicos de la acequia trapezoidal según figura 7.....</b>	<b>61</b>
<b>Caso 2: Ecuaciones para calcular los volúmenes de corte y los parámetros hidráulicos con los dos taludes diferentes en el canal conductor y el talud en la pared del terreno igual al talud de la pared del del terreno del canal conductor, pero el talud debido a la pendiente es diferente (<math>z1 = z4 \neq z2 \neq z3</math>) (Fig. 12) .....</b>	<b>79</b>
<b>Caso 3: Ecuaciones para calcular los volúmenes de corte y los parámetros hidráulicos con los dos taludes diferentes en el canal conductor y el talud en la pared del terreno igual al talud de la pared del del terreno del canal conductor, pero el talud debido a la pendiente es diferente (<math>z1 \neq z4 \neq z2 \neq z3</math>) (Fig. 14) .....</b>	<b>97</b>
<b>Caso 4: Ecuaciones para calcular los volúmenes de corte y los parámetros hidráulicos con los dos taludes iguales en el canal conductor y tanto el talud en la pared del terreno diferente como el talud debido a la pendiente (<math>z1 = z2 \neq z4 \neq z3</math>) (Fig. 16).....</b>	<b>107</b>
<b>Bibliografía.....</b>	<b>115</b>



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

## Índice de figuras

Figura 1: Sección transversal de un canal trapezoidal donde se tiene un talud único “ $z = z_1$ ” .....	8
Figura 2: Sección rectangular de un canal donde no se presenta un talud ( $z=0$ ) .....	13
Figura 3: Sección transversal de un canal trapezoidal donde se tienen diferentes taludes “ $z_1 \neq z_2$ ” .....	21
Figura 4: Parámetros hidráulicos para las acequias de rectangular caso 1 .....	37
Figura 5: Área de corte 2 “Ac2” para las acequias de rectangular caso 1 .....	47
Figura 6: Volúmenes de corte para las acequias de ladera de forma rectangular caso 2 .....	53
Figura 7: acequia de ladera trapezoidal para el caso 1 .....	60
Figura 8: Área de corte 2 “Ac2” para una acequia de ladera trapezoidal para el caso 1 .....	69
Figura 9: Acequia de ladera trapezoidal para el caso 2.....	79
Figura 10: Área de corte 2 “Ac2” para una acequia de ladera trapezoidal para el caso 2 .....	89
Figura 11: Acequia de ladera trapezoidal para el caso 3.....	97
Figura 12: Área de corte 2 “Ac2” para una acequia de ladera trapezoidal para el caso 3 .....	100
Figura 13: Acequia de ladera trapezoidal para el caso 4.....	107



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

[CC BY-NC-ND 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)

## Introducción

Diseño de ingeniería en el área de conservación de los suelos y aguas es fundamental para establecer en un lenguaje sencillo matemático las técnicas de cálculos de dimensionamiento de la infraestructura según sus necesidades y, además; es la muestra de cómo se obtiene una expresión matemática para hacer dichos cálculos. Por ello, al presentar los procedimientos para alcanzar las expresiones, cada persona que las utilice podrá saber si la aplicación se ajusta a sus necesidades o necesita hacer algunas otras consideraciones.

Las expresiones matemáticas encontradas se refieren a las formas que más usualmente se utilizan para la evacuación de los excesos de agua que se presentan en zonas muy lluviosas en conservación de suelos y, además; con pendientes altas que normalmente corresponden a acequias de ladera y canales de desviación para canales con formas triangulares, rectangulares, trapezoidales, semicirculares y parabólicos.

Es fundamental conocer las dimensiones de dicha infraestructura en el movimiento de tierras según sus necesidades para poder hacer proyecciones presupuestarias, proyectar fechas de realización contando con dichas proyecciones para los movimientos de flujos de caja, necesidades de equipos, herramientas y mano de obra, buscar financiamiento entre otros.

En esta obra el lector encontrará soluciones de aplicación práctica y muy rápidas de diseños hidráulicos y de cálculo de movimiento de tierras aplicadas al área de conservación de suelos y aguas en los canales mencionados con variantes que se pueden presentar en cada uno de ellos.



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

## Capítulo 1: Secciones de máxima eficiencia hidráulica

### 1.1. Sección de máxima eficiencia hidráulica de un canal para una sección transversal del tipo trapezoidal con un único talud

Una sección de máxima eficiencia hidráulica se refiere a la forma o geometría de un canal, tubería o estructura hidráulica que permite el flujo de agua con la menor resistencia posible. En esta sección, se optimizan factores como la velocidad del flujo, la rugosidad de las superficies y el área de sección transversal para minimizar pérdidas de energía, es decir, que entre todas estas variables se deja pasar un caudal máximo para una sección de área definida.

Si se considera un canal de sección constante donde pasa un caudal máximo, bajo las condiciones impuestas por la pendiente y la rugosidad, dicho caudal máximo estaría definido por la ecuación 1 siguiente:

$$Q\left(\frac{m^3}{s}\right) = \frac{1}{n} * A * R^{\frac{5}{3}} * S^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots \text{Ecuación 1}$$

Donde:

A = área hidráulica (m<sup>2</sup>)

R = radio hidráulico (m)

S = pendiente del canal (m/m)

Se puede observar en la figura 1 una sección trapezoidal de un canal donde se presenta un mismo talud en sus bordes la cual se va ha demostrar matemáticamente la sección de la máxima eficiencia hidráulica.



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

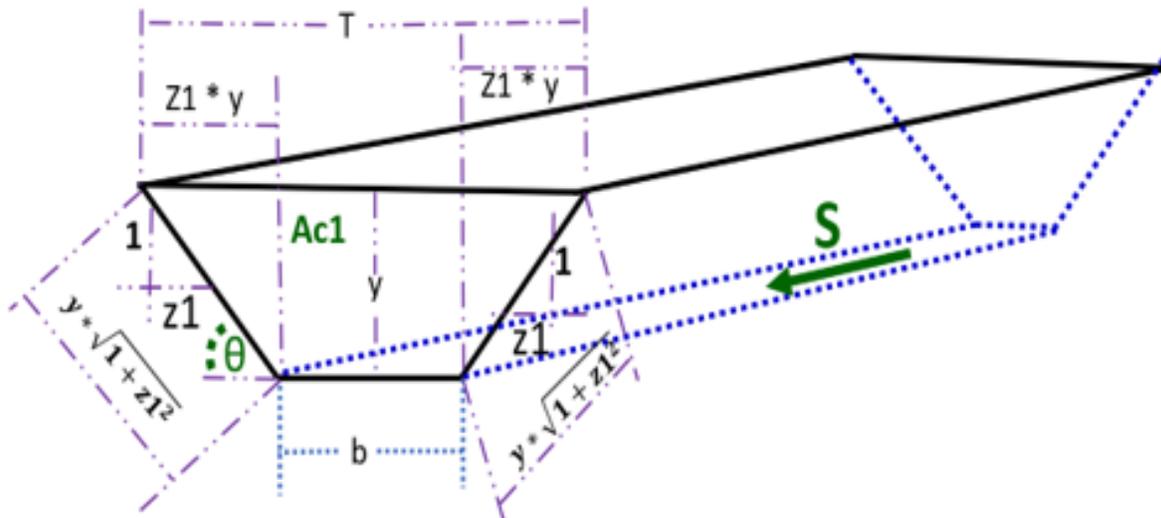


Figura 1: Sección transversal de un canal trapezoidal donde se tiene un talud único "z = z1"

Según se observa la imagen tenemos los siguientes parámetros:

$z_1$  = talud del canal conducto (adimensional)

$y$  = tirante de agua que corresponde a la mayor profundidad de agua en la acequia de ladera triangular (m)

$b$  = ancho de la base del canal llamado ancho de solera (m)

$Ac_1$  = área de corte 1 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera ( $m^2$ )

$T$  = ancho del espejo de agua en el canal en la sección transversal de la acequia de ladera trapezoidal

$S$  = pendiente del canal (m/m)

También el caudal "Q" se define como:

$$Q\left(\frac{m^3}{s}\right) = A(m^2) * V\left(\frac{m}{s}\right) \dots\dots\dots \text{Ecuación 1.1}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

Sustituyendo la Ecuación 1.1 en la Ecuación 1:

$$A * v = \frac{A * R^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}}{n}$$

$$A * v = \frac{AR^{\frac{2}{3}}S^{\frac{1}{2}}}{n}$$

$$V \left( \frac{m}{s} \right) = \frac{R^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}}{n} \dots\dots\dots \text{Ecuación 2}$$

De la ecuación 2, se observa que la velocidad es máxima y por ello el caudal será máximo en una sección transversal si el radio hidráulico es máximo, por lo que R es máximo y R se define matemáticamente como:

$$R = \frac{A}{P} \dots\dots\dots \text{Ecuación 3}$$

Donde:

A = área hidráulica (m<sup>2</sup>)

R = radio hidráulico (m)

P = perímetro mojado (m)

**Relaciones geométricas de una sección trapezoidal utilizando la figura 1 para encontrar A, P y R:**



**CC BY-NC-ND 4.0**

1. Considerando un único talud  $z$  llamado  $z1$  tenemos:

De la figura 1 podemos deducir el área "A":

$$A = b * y + z * y^2 \dots\dots\dots \text{Ecuación 4}$$

Despejando la ecuación 4 tenemos:

$$b = A * y^{-1} - z * y \dots\dots\dots \text{Ecuación 4.1}$$

De la figura 1 podemos deducir el perímetro mojado "P":

$$P = b + 2 * y * \sqrt{1 + z^2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 5}$$

Sustituyendo "b" de la ecuación 4.1 en la ecuación 5, se tiene que:

$$P = A * y^{-1} - z * y + 2 * y * \sqrt{1 + z^2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 6}$$

Se entiende que el caudal "Q" es máximo cuando el perímetro mojado "P" es mínimo. De la ecuación 6 se puede observar que el perímetro mojado depende directamente del tirante del canal "y" (altura de agua en el canal) y por esto se cumple que:

P min si:

- 1- La primera derivada del perímetro mojado respecto al tirante "y" es igual a cero

$$\frac{dp}{dy} = 0 \dots\dots\dots \text{Ecuación 6.1}$$

2- La segunda derivada del perímetro mojado "P" respecto al tirante "y" es mayor que cero

$$\frac{d^2p}{dy^2} > 0 \dots\dots\dots \text{Ecuación 6.2}$$

Por las condiciones "1" y "2" anteriores, derivando la Ecuación 6 en función del tirante, se tiene:

$$\frac{dp}{dy} = \frac{d[A * y^{-1} - z * y + 2 * y * \sqrt{1 + z^2}]}{dy} = 0$$

$$(-1) * A * y^{-2} - z + 2\sqrt{1 + z^2} = 0$$

$$-\frac{A}{y^2} + 2\sqrt{1 + z^2} - z = 0$$

$$\frac{A}{y^2} = 2 * \sqrt{1 + z^2} - z \dots\dots\dots \text{Ecuación 7}$$

Sustituyendo la Ecuación 4 en la Ecuación 7, resulta:

$$\frac{b * y + z * y^2}{y^2} = 2\sqrt{1 + z^2} - z$$

$$\frac{b}{y} + z = 2\sqrt{1 + z^2} - z$$

$$\frac{b}{y} = 2\sqrt{1 + z^2} - 2 * z$$

$$\frac{b}{y} = 2 * (\sqrt{1 + z^2} - z) \dots\dots\dots \text{Ecuación 8}$$

$$b = 2 * y * (\sqrt{1 + z^2} - z) \dots\dots\dots \text{Ecuación 8.1}$$

$$y = \frac{b}{2 * (\sqrt{1 + z^2} - z)} \dots\dots\dots \text{Ecuación 8.2}$$

Donde las Ecuaciones 8, 8.1 y 8.2 son la representación matemática de la máxima eficiencia hidráulica en un canal de sección trapezoidal con un único talud donde se encuentra la relación entre la base "b" y el tirante "y" que son variables por descubrir y cuya relación depende directamente del talud único del canal.

## 1.2. Sección de máxima eficiencia hidráulica de un canal para una sección transversal del tipo rectangular (no tiene talud o z=0)



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

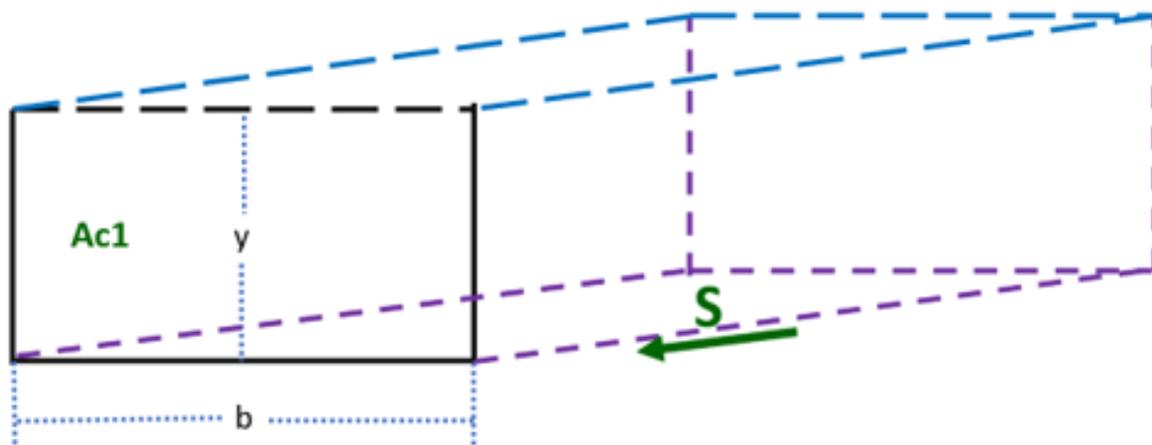


Figura 2: Sección rectangular de un canal donde no se presenta un talud ( $z=0$ )

Según se observa la imagen tenemos los siguientes parámetros:

$y$  = tirante de agua que corresponde a la mayor profundidad de agua en la acequia de ladera triangular (m)

$b = T$  = ancho de la base del canal llamado ancho de solera (m) que es igual ancho del espejo de agua (m)

$Ac1$  = área de corte 1 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera ( $m^2$ )

$S$  = pendiente del canal (m/m)

Estableciendo con  $Z = 0$  que se presenta en canales rectangulares y utilizando la ecuación 8 tenemos:

$$\frac{b}{y} = 2 * (\sqrt{1 + z^2} - z)$$

$$\frac{b}{y} = 2 (\sqrt{1^2 + 0^2} - 0)$$



CC BY-ND 4.0

Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$\frac{b}{y} = 2 * \sqrt{1}$$

$$\frac{b}{y} = 2 \dots\dots\dots \text{Ecuación 9}$$

$$b = 2 * y \dots\dots\dots \text{Ecuación 9.1}$$

$$y = \frac{b}{2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 9.2}$$

Donde las Ecuaciones 9, 9.1 y 9.2 son la representación matemática de la máxima eficiencia hidráulica en un canal de sección rectangular donde se encuentra la relación entre la base “b” y el tirante “y” que son variables por descubrir y cuya relación depende directamente de la constante con valor de 2.

### **1.3. Estimación del área hidráulica “A”, el perímetro mojado “P” y el radio hidráulico “R” para una sección de máxima eficiencia hidráulica de un canal con una sección transversal del tipo trapezoidal con talud único diferente de cero (z≠0)**

Relacionando la ecuación general para el área hidráulica de la Ecuación 4 con la ecuación 8.1 de la base “b” de la máxima eficiencia hidráulica para un canal de una sección trapezoidal con un único talud, para encontrar el área hidráulica “A” de una sección de máxima eficiencia hidráulica en un canal de sección trapezoidal con un único talud se tiene que:



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$A = b * y + z * y^2$$

$$b = 2 * y * (\sqrt{1 + z^2} - z)$$

Sustituyendo la Ecuación 8.1 en la ecuación 4 se tiene:

$$A = 2 * y * y * (\sqrt{1 + z^2} - z) + z * y^2$$

$$A = 2 * y^2 * (\sqrt{1 + z^2} - z) + z * y^2$$

$$A = y^2 * (2 * (\sqrt{1 + z^2} - z) + z)$$

$$A = y^2 * (2 * \sqrt{1 + z^2} - 2 * z + z)$$

$$A = y^2 * (2\sqrt{1 + z^2} - z) \dots\dots\dots \text{Ecuación 10}$$

Relacionando la ecuación general para el perímetro mojado de la Ecuación 5 con la ecuación 8.1 de la base "b" de la máxima eficiencia hidráulica para un canal de una sección trapezoidal con un único talud, para encontrar el perímetro mojado de una sección de máxima eficiencia hidráulica en un canal de sección trapezoidal con un único talud se tiene que:

$$P = b + 2 * y * \sqrt{1 + z^2}$$

$$b = 2 * y * (\sqrt{1 + z^2} - z)$$

Sustituyendo la Ecuación 8.1 en la ecuación 5 se tiene:

$$P = 2y \left( \sqrt{1 + z^2} - z \right) + 2y\sqrt{1 + z^2}$$

$$P = 2y \left( \sqrt{1 + z^2} - z + \sqrt{1 + z^2} \right)$$

$$P = 2y * \left( 2\sqrt{1 + z^2} - z \right) \dots\dots\dots \text{Ecuación 11}$$

Relacionando la ecuación general para el radio hidráulico de la Ecuación 3 con la ecuación 10 y la Ecuación 11 de la máxima eficiencia hidráulica para un canal de una sección trapezoidal con un único talud, para encontrar el radio hidráulico "R" de una sección de máxima eficiencia hidráulica en un canal de sección trapezoidal con un único talud se tiene que:

$$R = \frac{A}{P}$$

$$A = y^2 * \left( 2\sqrt{1 + z^2} - z \right)$$

$$P = 2y * \left( 2\sqrt{1 + z^2} - z \right)$$

$$R = \frac{y^2 * \left( 2\sqrt{1 + z^2} - z \right)}{2 * y * \left( 2\sqrt{1 + z^2} - z \right)}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$R = \frac{y}{2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 12}$$

Lo que indica que en una sección de máxima eficiencia hidráulica de forma trapezoidal o rectangular (para cualquier valor de Z y debido a que Z desaparece en la ecuación), el radio hidráulico es igual a la mitad del tirante.

#### **1.4. Estimación del área hidráulica “A”, el perímetro mojado “P” y el radio hidráulico “R” para una sección de máxima eficiencia hidráulica de un canal con una sección transversal del tipo rectangular sin talud (z≠0)**

Como en un rectángulo no se tienen taludes o los taludes tienen un valor cero, se procede a darle el valor de cero para z y encontrar de esta forma las relaciones geométricas de máxima eficiencia hidráulica para una sección rectangular.

Para el área hidráulica “A” se tiene:

$$A = y^2 * (2\sqrt{1 + z^2} - z)$$

$$A = y^2 * (2\sqrt{1 + 0^2} - 0)$$

$$A = y^2 * (2\sqrt{1})$$

$$A = 2 * y^2 \dots\dots\dots \text{Ecuación 10.1}$$

Para el perímetro mojado “P” se tiene:



**CC BY-NC-ND 4.0**

$$P = 2y * (2\sqrt{1 + z^2} - z)$$

$$P = 2y * (2\sqrt{1 + 0^2} - 0)$$

$$P = 2y * (2\sqrt{1})$$

$$P = 2 * y * 2$$

$$P = 4 * y \text{ ..... Ecuación 11.1}$$

Para el radio hidráulico "R" se tiene:

$$R = \frac{A}{P}$$

$$R = \frac{2 * y^2}{4 * y}$$

$$R = \frac{y}{2} \text{ ..... Ecuación 13}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

- 1.5. En una condición de máxima eficiencia hidráulica para talud variable, se busca para cualquiera de las secciones trapezoidales variables, cual es el talud más eficiente, para lo cual; el tirante se considera constante.

De la Ecuación 11, se tiene:

$$P = 2y * (2\sqrt{1 + z^2} - z) \dots\dots\dots \text{Ecuación 11}$$

Para encontrar el perímetro mojado "P" mínimo se debe de igualar a cero la deriva del perímetro respecto al talud z:

$$P \text{ es mínimo si se cumple que } \frac{dp}{dz} = 0 \dots\dots\dots \text{Ecuación 11.1}$$

Luego sustituyendo la Ecuación 11 en la ecuación 11.1:

$$\frac{dp}{dz} = \frac{d[2y(2\sqrt{1 + z^2} - z)]}{dz} = 0$$

$$2y * \frac{d(2\sqrt{1 + z^2} - z)}{dz} = 0$$

$$2 * \frac{d(\sqrt{1 + z^2} - z)}{dz} = 0$$

$$\frac{1}{2} * 2 * (1 + z^2)^{-\frac{1}{2}} * (2 * z) - 1 = 0$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$(1 + z^2)^{-\frac{1}{2}} * (2 * z) = 1$$

$$\frac{2 * z}{\sqrt{1 + z^2}} = 1$$

$$2z = \sqrt{1 + z^2}$$

Elevando al cuadrado, se tiene:

$$4z^2 = 1 + z^2$$

$$4z^2 = 1 + z^2$$

$$4z^2 - z^2 = 1$$

$$3z^2 = 1$$

$$z^2 = \frac{1}{3}$$

$$z = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$z = \frac{1}{\sqrt{3}} * \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$z = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Este valor, representa el talud más eficiente para una sección de máxima eficiencia hidráulica, para un “y” constante.

### 1.6. Sección de máxima eficiencia hidráulica de un canal para una sección transversal del tipo trapezoidal con dos taludes “z1 ≠ z2”

Para este caso las Ecuaciones generales 1, 1.1, 2 y 3 se pueden utilizar de la misma manera que para los casos anteriores.

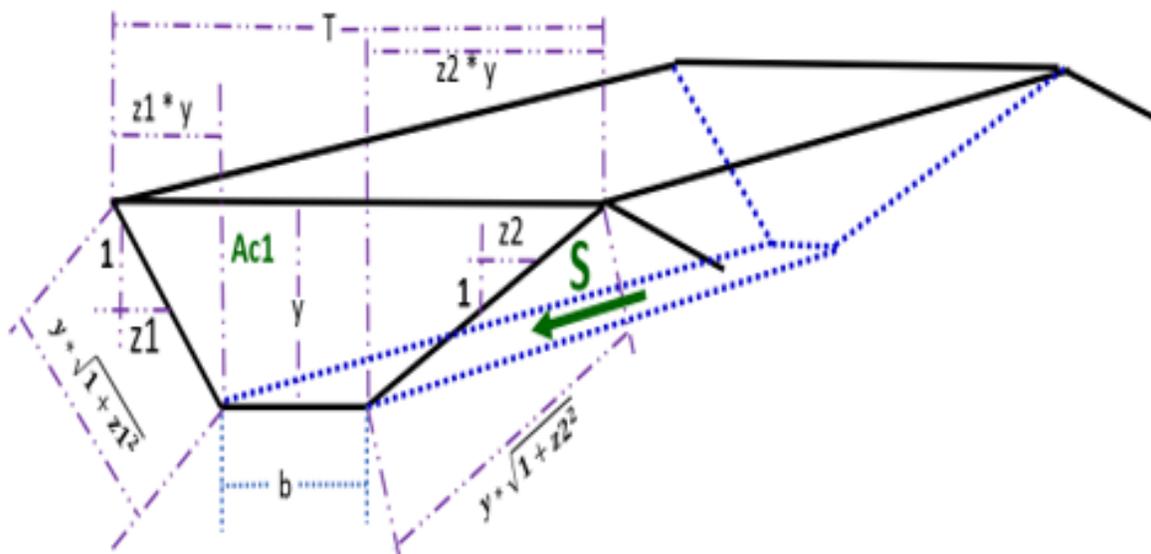


Figura 3: Sección transversal de un canal trapezoidal donde se tienen diferentes taludes “z1 ≠ z2”

Según se observa la imagen tenemos los siguientes parámetros:



**CC BY-NC-ND 4.0**

$z_1$  = talud del canal conducto (adimensional)

$z_2$  = talud del canal conducto (adimensional)

$y$  = tirante de agua que corresponde a la mayor profundidad de agua en la acequia de ladera trapezoidal (m)

$b$  = ancho de la base del canal llamado ancho de solera (m)

$Ac_1$  = área de corte 1 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera ( $m^2$ )

$T$  = ancho del espejo de agua en el canal en la sección transversal de la acequia de ladera triangular

$S$  = pendiente del canal (m/m)

El área hidráulica transversal que es igual al área de corte 1 "Ac1" se compone de tres partes que son el área 1 que forma el  $z_1$ , el área 2 que compone el rectángulo y el área 3 que forma el  $z_2$ :

De la figura podemos deducir el área que forma  $z_1$  (A1):

$$\text{Área 1} = \frac{z_1 * y * y}{2} = 0,5 * z_1 * y * y \dots\dots \text{Ecuación 14}$$

De la figura podemos deducir el área que forma el rectángulo (A2):

$$\text{Área 2} = b * y \dots\dots \text{Ecuación 15}$$

De la figura podemos deducir el área que forma  $z_2$  (A3):

$$\text{Área 3} = \frac{z_2 * y * y}{2} = 0,5 * z_2 * y * y \dots\dots \text{Ecuación 16}$$



**CC BY-NC-ND 4.0**

El área hidráulica transversal es la suma de las tres áreas anteriores:

$$A = 0,5 * z_1 * y^2 + 0,5 * z_2 * y^2 + b * y \dots\dots\dots \text{Ecuación 16.1}$$

Recordar que:

P min si:

- 1- La primera derivada del perímetro mojado respecto al tirante "y" es igual a cero

$$\frac{dp}{dy} = 0 \dots\dots\dots \text{Ecuación 6.1}$$

- 2- La segunda derivada del perímetro mojado "P" respecto al tirante "y" es mayor que cero

$$\frac{d^2p}{dy^2} > 0 \dots\dots\dots \text{Ecuación 6.2}$$

Llevando el mismo procedimiento que en el caso anterior comenzamos despejando la variable "b"

$$A - 0,5 * z_1 * y^2 - 0,5 * z_2 * y^2 = b * y$$



CC BY-ND 4.0  
Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$b = \frac{A - 0,5z_1y^2 - 0,5zy^2}{y}$$

$$b = Ay^{-1} - 0,5z_1y - 0,5z_2y$$

$$b = Ay^{-1} - 0,5y * (z_1 - z_2) \dots\dots\dots \text{Ecuación 17}$$

El perímetro mojado total se compone de tres partes que son el perímetro mojado 1 que forma el  $z_1$ , el perímetro mojado 2 que compone el rectángulo y el perímetro mojado 3 que forma el  $z_2$ :

De la figura podemos deducir el área que forma  $z_1$  (P1):

$$\text{Perímetro mojado 1} = y\sqrt{1 + z_1^2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 18}$$

De la figura podemos deducir el área que forma el rectángulo (P2):

$$\text{Perímetro mojado 2} = b \dots\dots\dots \text{Ecuación 19}$$

De la figura podemos deducir el perímetro mojado que forma  $z_2$  (P3):

$$\text{Perímetro mojado 3} = y\sqrt{1 + z_2^2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 20}$$

El perímetro mojado total es la suma de los tres anteriores:

$$P = y\sqrt{1 + z_1^2} + b + y\sqrt{1 + z_2^2}$$

$$P = b + y\sqrt{1 + z_1^2} + y\sqrt{1 + z_2^2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 21}$$

$$P = b + y * (\sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_2^2}) \dots\dots\dots \text{Ecuación 21.1}$$

Sustituyendo "b" de la ecuación 17 en la ecuación 21.1 se tiene:

$$P = Ay^{-1} - 0,5y(z_1 - z_2) + y * (\sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_2^2}) \dots\dots\dots \text{Ecuación 22}$$

Utilizando la Ecuación 6.1 se deriva la Ecuación 22 respecto a "y" e igualando a cero

$$\frac{dp}{dy} = 0 \dots\dots\dots \text{Ecuación 6.1}$$

$$\frac{d(Ay^{-1} - 0,5y(z_1 - z_2) + y * (\sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_2^2}))}{dy} = 0$$

$$-Ay^{-2} - 0,5(z_1 - z_2) + \sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_2^2} = 0$$

$$-\frac{A}{y^2} = 0,5(z_1 - z_2) - \sqrt{1 + z_1^2} - \sqrt{1 + z_2^2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 22.1}$$

Sustituyendo la Ecuación 16.1 en la Ecuación 22.1 tenemos:

$$\frac{-(0,5 * z_1 y^2 + 0,5 * z_2 y^2 + by)}{y^2} = 0,5(z_1 - z_2) - \sqrt{1 + z_1^2} - \sqrt{1 + z_2^2}$$

$$\frac{y(0,5 * z_1 y + 0,5 * z_2 y + b)}{y^2} = -0,5(z_1 - z_2) + \sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_2^2}$$

$$0,5yz_1 + -0,5yz_2 + b = -0,5yz_1 + -0,5yz_2 + y(\sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_2^2})$$

$$b = -0,5yz_1 - 0,5yz_2 - 0,5yz_1 + -0,5yz_2 + y(\sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_2^2})$$

$$b = -yz_1 - yz_2 + y(\sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_2^2})$$

$$b = y * \left[ \left( \sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_2^2} \right) - z_1 - z_2 \right]$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{y} * \left( \sqrt{\mathbf{1} + \mathbf{z}_1^2} - \mathbf{z}_1 + \sqrt{\mathbf{1} + \mathbf{z}_2^2} - \mathbf{z}_2 \right) \dots\dots\dots \text{Ecuación 23}$$

$$\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{y}} = \left( \sqrt{\mathbf{1} + \mathbf{z}_1^2} - \mathbf{z}_1 + \sqrt{\mathbf{1} + \mathbf{z}_2^2} - \mathbf{z}_2 \right) \dots\dots\dots \text{Ecuación 23.1}$$

$$\mathbf{y} = \frac{\mathbf{b}}{\left( \sqrt{\mathbf{1} + \mathbf{z}_1^2} - \mathbf{z}_1 + \sqrt{\mathbf{1} + \mathbf{z}_2^2} - \mathbf{z}_2 \right)} \dots\dots\dots \text{Ecuación 23.2}$$

Donde las Ecuaciones 23, 23.1 y 23.2 son la representación matemática de la máxima eficiencia hidráulica en un canal de sección trapezoidal con dos taludes diferentes donde se encuentra la relación entre la base "b" y el tirante "y" que son variables por descubrir y cuya relación depende directamente de los taludes del canal.

**1.7. Estimación del radio hidráulico "R" para una sección de máxima eficiencia hidráulica de un canal con una sección transversal del tipo trapezoidal con dos taludes diferente de cero ( $z_1 \neq z_2 \neq 0$ )**

Para el radio hidráulico "R" se tiene:

$$R = \frac{A}{P} \dots\dots\dots \text{Ecuación 3}$$

El área hidráulica transversal:

$$A = 0,5 * z_1 * y^2 + 0,5 * z_2 * y^2 + b * y \dots\dots\dots \text{Ecuación 16.1}$$

El perímetro mojado total:

$$P = y\sqrt{1 + z_1^2} + b + y\sqrt{1 + z_2^2}$$

$$P = b + y\sqrt{1 + z_1^2} + y\sqrt{1 + z_2^2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 21}$$



**CC BY-NC-ND 4.0**

$$P = b + y * (\sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_2^2}) \dots\dots\dots \text{Ecuación 21.1}$$

Sustituyendo las ecuaciones 16.1, 21 y 21.1 tenemos:

$$R = \frac{0,5 * z_1 * y^2 + 0,5 * z_2 * y^2 + b * y}{b + y * (\sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_2^2})} \dots\dots\dots \text{Ecuación 23.3}$$

Sustituyendo la Ecuación 23 en la ecuación 23.3:

$$b = y * (\sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - z_2) \dots\dots\dots \text{Ecuación 23}$$

R

$$= \frac{0,5 * z_1 * y^2 + 0,5 * z_2 * y^2 + (y * (\sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - z_2)) * y}{y * (\sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - z_2) + y * (\sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_2^2})}$$

$$R = \frac{0,5 * z_1 * y^2 + 0,5 * z_2 * y^2 + (\sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - z_2) * y^2}{y * ((\sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - z_2) + (\sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_2^2}))}$$

$$R = \frac{y^2 * (0,5 * z_1 + 0,5 * z_2 + (\sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - z_2))}{y * ((\sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - z_2) + (\sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_2^2}))}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$R = \frac{y * (0,5 * z_1 + 0,5 * z_2 + \sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - z_2)}{\sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - z_2 + \sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_2^2}}$$

$$R = \frac{y * (0,5 * z_1 - z_1 + 0,5 * z_2 - z_2 + \sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_2^2})}{\sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} + \sqrt{1 + z_2^2} - z_2}$$

$$R = \frac{y * (-0,5 * z_1 + -0,5 * z_2 + \sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_2^2})}{2\sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + 2\sqrt{1 + z_2^2} - z_2}$$

$$R = \frac{y * (-0,5 * z_1 + -0,5 * z_2 + \sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_2^2})}{2 * (\sqrt{1 + z_1^2} - 0,5 * z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - 0,5 * z_2)}$$

$$R = \frac{y * (-0,5 * z_1 + -0,5 * z_2 + \sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_2^2})}{2 * (-0,5 * z_1 - 0,5 * z_2 + \sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_2^2})}$$

$$R = \frac{y}{2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 23.4}$$

Lo que indica que en una sección de máxima eficiencia hidráulica independientemente de forma trapezoidal o rectangular para cualquier valor o cualquiera de los valores de talud o taludes “z” y debido a que los valores de taludes “z” desaparece en la ecuación, el radio hidráulico siempre será igual a la mitad del tirante



**CC BY-NC-ND 4.0**

Ejemplos de aplicación:

- A. Suponemos la construcción de un canal trapezoidal de canal de la guardia que por condiciones de campo se necesita de dos taludes los cuales son  $z_1 = 1$  y  $z_2 = 0,5$ . En términos de la máxima eficiencia, cual es la relación entre la base del canal trapezoidal "b" y el tirante "y".

Aplicando la Ecuación 23, se tiene:

$$b = y * \left( \sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - z_2 \right)$$

$$b = y * \left( \sqrt{1 + 1} - 1 + \sqrt{1 + 0,5^2} - 0,5 \right)$$

$$b = 1,03 * y$$

Se puede observar que para las condiciones expuestas en el punto "A" el tirante hidráulico es muy semejante a la base del canal en una sección de máxima eficiencia hidráulica.

- B. Trayecto adelante del canal se necesita por condiciones de campo y del terreno cambiar los taludes a  $z_1 = 1$  y  $z_2 = 1,75$ . ¿Cuál sería la nueva relación entre la base del canal trapezoidal "b" y el tirante "y"?

Aplicando la Ecuación 23, se tiene:



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$b = y * \left( \sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - z_2 \right)$$

$$b = y * \left( \sqrt{1 + 1} - 1 + \sqrt{1 + 1,75^2} - 1,75 \right)$$

$$b = 0,68 * y$$

Se puede observar que para las condiciones expuestas en el punto "B" el tirante hidráulico es un poco mayor apenas a la mitad de la base del canal en una sección de máxima eficiencia hidráulica.

### 1.8. Secciones de mínima infiltración

- a) Sección de la mínima infiltración en secciones trapezoidales de canales con taludes iguales con  $z_1 = z_2 = z$

$$b = 4y(\sqrt{1 + z^2} - z) \dots\dots\dots \text{Ecuación 23.5}$$

- b) Sección de la mínima infiltración en secciones trapezoidales de canales con taludes diferentes  $z_1 \neq z_2$ :

$$b = y * \left( 2\sqrt{1 + z_1^2} + 2\sqrt{1 + z_2^2} - 2z_1 - 2z_2 \right)$$

$$b = y * \left( 2\sqrt{1 + z_1^2} - 2 * z_1 + 2\sqrt{1 + z_2^2} - 2 * z_2 \right)$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$b = y * \left( 2 * \left( \sqrt{1 + z_1^2} - z_1 \right) + 2 * \left( \sqrt{1 + z_2^2} - z_2 \right) \right)$$

$$b = 2y * \left( \sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - z_2 \right) \dots\dots\dots \text{Ecuación 24}$$

Se puede observar que:

***Mínima infiltración = 2 \* máxima eficiencia hidráulica*** .....Ecuación 24.1

$$b = 2 * 2y * \left( \sqrt{1 + z^2} - z \right)$$

Entonces para el caso de  $z_1 \neq z_2$

$$b = 2 * y * \left( \sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - z_2 \right)$$

$$b = 2y * \left( \sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - z_2 \right) \dots\dots\dots \text{Ecuación 25}$$

Donde las ecuaciones 24 y 25 son iguales las cuales provienen de diferente procedimiento lo cual, nos comprueba la correcta expresión matemática.



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

## Capítulo 2: Acequia de ladera rectangular

En los canales rectangulares e inclusive los canales trapezoidales aparece un nuevo término en las ecuaciones que se derivan de la forma del canal que es la base del canal llamado ancho de solera usualmente definido con la letra "b". Para esto se pueden trabajar principalmente de dos maneras principalmente que son la máxima eficiencia hidráulica y la mínima infiltración.

La sección de mínima infiltración se utiliza fundamentalmente para conducción en sistemas de riego para disminuir las pérdidas de agua y tener mayor aprovechamiento del recurso hídrico.

La sección de máxima eficiencia hidráulica se utiliza fundamentalmente para transportar la máxima cantidad de agua con el mínimo tamaño de un canal con el objetivo directo de construir infraestructura de canales con un menor costo y menor impacto ambiental entre otras cosas.

Por ello, vamos a utilizar para los diseños rectangulares y trapezoidales las secciones de máxima eficiencia hidráulica.

### 2.1 Deducciones de las relaciones matemáticas en un canal rectangular para la sección de máxima eficiencia hidráulica utilizando la figura 4.

Para el cálculo se utilizará el procedimiento visto en el capítulo 1.

Calculando el área hidráulica que es la misma que el Área de corte 1 "Ac1" según figura 7

$$\mathbf{A_{rectangulo} = base * altura} \dots\dots\dots \text{Ecuación 26}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$A_{c1} = b * y \dots\dots\dots \text{Ecuación 26.1}$$

$$b = \frac{A}{y} \dots\dots\dots \text{Ecuación 27}$$

Calculando el perímetro mojado

$$P = y + b + y \dots\dots\dots \text{Ecuación 28}$$

$$P = b + 2y \dots\dots\dots \text{Ecuación 28.1}$$

La sección de máxima eficiencia hidráulica resulta de la relación del "base entre el tirante" lo que se logra igualando a cero la primera derivada del perímetro mojado: Sustituyendo la Ecuación 27 en la Ecuación 28.1:

$$b = \frac{A}{y} \dots\dots\dots \text{Ecuación 27}$$

$$P = b + 2y \dots\dots\dots \text{Ecuación 28.1}$$

$$P = \frac{A}{y} + 2y \dots\dots\dots \text{Ecuación 29}$$

$$\frac{dP}{dy} = 0$$

Derivando la Ecuación 29 :

$$\frac{dP}{dy} = \frac{d\left(\frac{A}{y} + 2y\right)}{dy} \dots\dots\dots \text{Ecuación 30}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$\frac{dP}{dy} = \frac{-A}{y^2} + 2 \dots\dots\dots \text{Ecuación 30}$$

Sustituyendo la Ecuación 26.1 en la Ecuación 30 e igualando a cero tenemos

$$A_{c1} = b*y \dots\dots\dots \text{Ecuación 26.1}$$

$$\frac{dP}{dy} = \frac{-A}{y^2} + 2 \dots\dots\dots \text{Ecuación 30}$$

$$\frac{-A}{y^2} + 2 = 0$$

Despejando:

$$\frac{A}{y^2} = 2$$

Sustituyendo:

$$\frac{b * y}{y^2} = 2$$

$$\frac{b * y}{y^2} = 2$$

$$\frac{b}{y} = 2 \dots\dots\dots \text{Ecuación 31}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$b = 2 * y \text{ ..... Ecuación 32}$$

$$y = \frac{b}{2} \text{ ..... Ecuación 33}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

**Caso 1: Ecuaciones para calcular los volúmenes de corte y los parámetros hidráulicos en el canal conductor en la acequia de ladera con forma rectangular sin talud en el terreno fuera del área conductora de agua.**

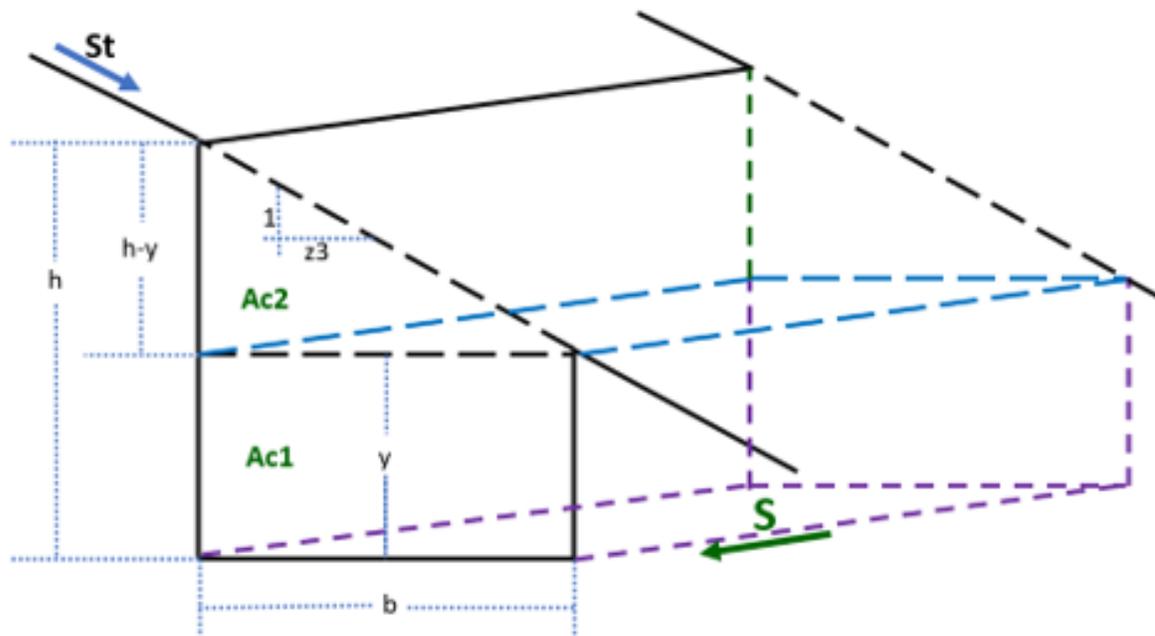


Figura 4: Parámetros hidráulicos para las acequias de rectangular caso 1

Según se observa la imagen tenemos los siguientes parámetros:

$z3$  = talud natural que se forma debido a la pendiente del terreno (adimensional)

$y$  = Tirante de agua que corresponde a la mayor profundidad de agua en la acequia de ladera triangular (m)

$h$  = valor por calcular (m)

$h-y$  = valor por calcular (m)

$Ac1$  = área de corte 1 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo inferior)



Creative Commons Attribution-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$A_{c2}$  = área de corte 2 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo superior)

$T = b$  = ancho de solera o ancho de la base del canal que es el mismo que ancho del espejo de agua en el canal en la sección transversal de la acequia de ladera triangular

$St$  = pendiente del terreno (%)

$S$  = pendiente del canal (m/m)

Utilizando el resultado de la máxima eficiencia hidráulica para expresarla o utilizarla en las relaciones geométricas. Por esto, recalculando el área hidráulica sustituyendo la Ecuación 32 en la Ecuación 26.1:

$$b = 2 * y \dots\dots\dots \text{Ecuación 32}$$

$$A_{c1} = b * y \dots\dots\dots \text{Ecuación 26.1}$$

$$A_{c1} = 2 * y * y$$

$$A_{c1} = 2 * y^2 \dots\dots\dots \text{Ecuación 34}$$

Se puede observar que la Ecuación 10.1 y la Ecuación 34 son iguales por dos deducciones diferentes lo que nos indica la comprobación correcta de las deducciones

Recalculando el área perímetro mojado sustituyendo la Ecuación 32 en la Ecuación 28:



**CC BY-NC-ND 4.0**

$$b = 2 * y \text{ ..... Ecuación 32}$$

$$P = b + 2y \text{ ..... Ecuación 28}$$

$$P = 2 * y + 2 * y$$

$$P = 4 * y \text{ ..... Ecuación 35}$$

Se puede observar que la Ecuación 11.1 y la Ecuación 35 son iguales por dos deducciones diferentes lo que nos indica la comprobación correcta de las deducciones

El radio hidráulico por definición se expresa en la siguiente ecuaciones 3 y 36:

$$R = \frac{A}{P} \text{ ..... Ecuación 3}$$

$$R = \frac{b*y}{b+2y} \text{ ..... Ecuación 36}$$

Recalculando del radio hidráulico utilizando la sección transversal de conducción de agua en su máxima capacidad utilizando la Ecuación 3.

Sustituyendo la Ecuación 34 y la Ecuación 35 en la Ecuación 3



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$A_{c1} = 2*y^2 \text{ ..... Ecuación 34}$$

$$P = 4*y \text{ ..... Ecuación 35}$$

$$R = \frac{A}{P} \text{ ..... Ecuación 3}$$

$$R = \frac{2 * y * y}{2 * y + 2 * y}$$

$$R = \frac{2 * y * y}{4 * y}$$

$$R = \frac{y}{2} \text{ ..... Ecuación 36.1}$$

Se puede observar que la Ecuación 13 y la Ecuación 36.1 son iguales por dos deducciones diferentes lo que nos indica la comprobación correcta de las deducciones

Calculando "y" por medio de Manning que define el caudal por

$$Q = \frac{1}{n} * A * R^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}} \text{ ..... Ecuación 1}$$

Donde:

Q: caudal (m<sup>3</sup>/s) máximo en la acequia de ladera

A: área (m<sup>2</sup>)

R: radio hidráulico (m)

S: pendiente del canal (m/m)



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

n: coeficiente de rugosidad

$$Q = \frac{A * R^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}}{n}$$

Sustituyendo las ecuaciones Ecuación 26.1 y Ecuación 36 en la Ecuación 1:

$$A_{c1} = b*y \text{ ..... Ecuación 26.1}$$

$$R = \frac{b*y}{b+2y} \text{ ..... Ecuación 36}$$

$$Q = \frac{1}{n} * A * R^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}} \text{ ..... Ecuación 1}$$

$$Q = \frac{by * \left(\frac{by}{b+2y}\right)^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}}{n}$$

$$Q = \frac{\frac{by * (by)^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}}{(b+2y)^{\frac{2}{3}}}}{n}$$

$$Q = \frac{(by)^{\frac{5}{3}} * S^{\frac{1}{2}}}{n * (b+2y)^{\frac{2}{3}}} \text{ ... .. Ecuación 37}$$

Sustituyendo la Ecuación 32 de la máxima eficiencia hidráulica en la Ecuación 37:



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$b = 2*y \text{ ..... Ecuación 32}$$

$$Q = \frac{(by)^{\frac{5}{3}} * S^{\frac{1}{2}}}{n * (b+2y)^{\frac{2}{3}}} \text{ ..... Ecuación 37}$$

$$Q = \frac{(2y * y)^{\frac{5}{3}} * S^{\frac{1}{2}}}{n * (2y + 2y)^{\frac{2}{3}}}$$

$$Q = \frac{(2y^2)^{\frac{5}{3}} * S^{\frac{1}{2}}}{n * (4y)^{\frac{2}{3}}}$$

$$Q = \frac{2^{\frac{5}{3}} * y^{\frac{10}{3}} * S^{\frac{1}{2}}}{n * 4^{\frac{2}{3}} * y^{\frac{2}{3}}}$$

$$Q = \frac{2^{\frac{5}{3}} * y^{\frac{10}{3} - \frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}}{n * (2^2)^{\frac{2}{3}}}$$

$$Q = \frac{2^{\frac{5}{3}} * y^{\frac{8}{3}} * S^{\frac{1}{2}}}{n * 2^{\frac{4}{3}}}$$

$$Q = \frac{2^{\frac{1}{3}} * y^{\frac{8}{3}} * S^{\frac{1}{2}}}{n}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$y^{\frac{8}{3}} = \frac{Q * n}{\frac{1}{2^{\frac{3}{8}}} * S^{\frac{1}{2}}}$$

$$(y^{\frac{8}{3}})^{\frac{3}{8}} = \left( \frac{Q * n}{\frac{1}{2^{\frac{3}{8}}} * S^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{3}{8}}$$

$$y = \left( \frac{Q * n}{\frac{1}{2^{\frac{3}{8}}} * S^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{3}{8}} \dots\dots\dots \text{Ecuación 38}$$

Calculando "y" por medio del radio hidráulico tomando la Ecuación 12 en la sección de la máxima eficiencia hidráulica para deducir "y" y sustituyendo en la Ecuación 1:

$$R = \frac{y}{2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 12}$$

$$A_{c1} = b * y \dots\dots\dots \text{Ecuación 26}$$

$$Q = \frac{A * R^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}}{n}$$

Sustituyendo:

$$Q = \frac{b * y * \frac{y^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}}{2}}{n} \dots\dots\dots \text{Ecuación 39}$$

Sustituyendo la Ecuación 32 en la Ecuación 39:



**CC BY-NC-ND 4.0**

$$b = 2*y \text{ ..... Ecuación 32}$$

$$Q = \frac{b*y*\frac{y^{\frac{2}{3}}*S^{\frac{1}{2}}}{2}}{n} \text{ ..... Ecuación 39}$$

$$Q = \frac{2 * y * y * y^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{2}{3}} * n}$$

$$Q = \frac{2 * y^{\frac{8}{3}} * S^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{2}{3}} * n}$$

$$Q = \frac{2^{\frac{1}{3}} * y^{\frac{8}{3}} * S^{\frac{1}{2}}}{n}$$

$$y^{\frac{8}{3}} = \frac{Q * n}{2^{\frac{1}{3}} * S^{\frac{1}{2}}}$$

$$(y^{\frac{8}{3}})^{\frac{3}{8}} = \left( \frac{Q * n}{2^{\frac{1}{3}} * S^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{3}{8}}$$

$$y = \left( \frac{Q*n}{2^{\frac{1}{3}}*S^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{3}{8}} \text{ ..... Ecuación 40}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

Donde podemos observar que las ecuaciones 38 y 40 son iguales de lo cual podemos deducir que la sección de máxima eficiencia hidráulica para la acequia de ladera con un canal rectangular es correcta.

Ejemplo de cálculo del tirante hidráulico, al ancho de solera que es igual al espejo de agua, al área hidráulica que corresponde al área de corte 1 (Ac1), el perímetro mojado y el radio hidráulico para canal rectangular que presenta la siguiente información:

$$Q = 100 \text{ l/s} = 0,1 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$n = 0,033$$

$$S = 0,003 \text{ m/m}$$

Cálculo del tirante sustituyendo en la Ecuación 40:

$$y = \left( \frac{Q * n}{2^{\frac{1}{3}} * S^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{3}{8}}$$

$$y = \left( \frac{0,1 * 0,033}{2^{\frac{1}{3}} * (0,003)^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{3}{8}}$$

$$y = 0,3198 \text{ m}$$

Cálculo del ancho de solera sustituyendo en la Ecuación 32:



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$b = 2y$$

$$b = 2 * 0,3198$$

$$\mathbf{b = 0,6396\ m}$$

Cálculo el área de corte 1 que es igual al área hidráulica sustituyendo en la Ecuación 34 :

$$A_{c1} = 2 * y * y$$

$$A_{c1} = 2 * 0,3198 * 0,3198\ m^2$$

$$\mathbf{A_{c1} = 0,2045\ m^2}$$

Cálculo el perímetro mojado sustituyendo en la Ecuación 35 :

$$P = 4 * y$$

$$P = 4 * 0,3198$$

$$\mathbf{P = 1,2792\ m}$$

Cálculo el radio hidráulico sustituyendo en la Ecuación 12 :

$$R = \frac{y}{2}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$R = \frac{0,3198 \text{ m}^2}{2 \text{ m}}$$

$$R = 0,1599 \text{ m}$$

Calculando el área de corte 2 "Ac2" según figura 8

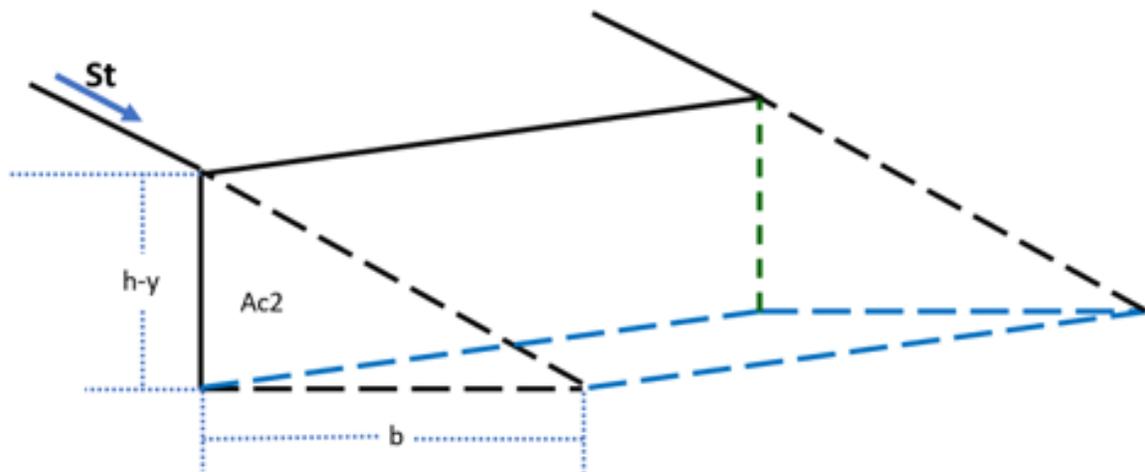


Figura 5: Área de corte 2 "Ac2" para las acequias de rectangular caso 1

$$S_t = \frac{h-y}{b} * 100 \text{ ..... Ecuación 41}$$

$$\frac{S_t}{100} = \frac{h-y}{b}$$

$$\frac{S_t * b}{100} = h - y$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$h = \frac{S_t * b}{100} + y \text{ ..... Ecuación 42}$$

Sustituyendo la Ecuación 32 en la Ecuación 42:

$$b = 2 * y \text{ ..... Ecuación 32}$$

$$h = \frac{S_t * b}{100} + y \text{ ..... Ecuación 42}$$

$$h = \frac{S_t * 2y}{100} + y$$

$$h = y \left( \frac{2 * S_t}{100} + 1 \right)$$

$$h = y * \left( \frac{S_t}{50} + 1 \right) \text{ ..... Ecuación 43}$$

Resolviendo:

$$h - y = y \left( \frac{S_t}{50} + 1 \right) - y$$

$$h - y = y \left( \left( \frac{S_t}{50} + 1 \right) - 1 \right)$$

$$h - y = y * \left( \frac{S_t}{50} \right) \text{ ..... Ecuación 44}$$

Calculando el área de corte 2:



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$Ac2 = \frac{base * altura}{2}$$

Utilizando la Ecuación 44:

$$Ac2 = \frac{b * \frac{y * S_t}{50}}{2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 45}$$

Sustituyendo la Ecuación 32 en la Ecuación 45:

$$b = 2 * y \dots\dots\dots \text{Ecuación 32}$$

$$Ac2 = \frac{b * \frac{y * S_t}{50}}{2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 45}$$

$$Ac2 = \frac{2y * \frac{y * S_t}{50}}{2}$$

$$Ac2 = \frac{y^2 * S_t}{50} \dots\dots\dots \text{Ecuación 46}$$

De la figura 4 podemos deducir que el área total de corte está dada por la suma de las dos áreas de corte las cuales son área de corte 1 y área de corte 2, lo cual se expresa en la siguiente ecuación:

$$A_{cT} = A_{c1} + A_{c2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 46.1}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

Sustituyendo las Ecuaciones 34 y 46.1 en la Ecuación 17:

$$A_{c1} = 2 \cdot y^2 \text{ ..... Ecuación 34}$$

$$A_{c2} = \frac{y^2 \cdot S_t}{50} \text{ ..... Ecuación 46}$$

$$A_{cT} = A_{c1} + A_{c2} \text{ ..... Ecuación 17}$$

$$A_{ct} = 2y^2 + \frac{y^2 \cdot S_t}{50}$$

$$A_{ct} = y^2 \left( 2 + \frac{S_t}{50} \right) \text{ ..... Ecuación 47}$$

Donde

$A_{ct}$  = área de corte total  $m^2$

Para calcular el volumen de corte total por cada metro lineal del canal se multiplica por 1,0 m de distancia

$$V_{cT} = y^2 \left( 2 + \frac{S_t}{50} \right) (m^2) * 1,0 \frac{m}{m}$$

$$V_{cT} \left( \frac{m^3}{m} \right) = y^2 \left( 2 + \frac{S_t}{50} \right) \text{ ..... Ecuación 48}$$

Ejemplo de aplicación o cálculo del volumen de suelo movido para un canal rectangular según la figura 4. Para ello tomamos de ejemplo los valores de:



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$S_t = 30\%$$
$$y = 0,3198 \text{ m}$$

Utilizando la Ecuación 48 para calcular el volumen total por cada metro

$$V_{cr}\left(\frac{m^3}{m}\right) = y^2 \left(2 + \frac{S_t}{50}\right)$$

$$V_{cr}\left(\frac{m^3}{m}\right) = (0,3198)^2 \left(2 + \frac{30}{50}\right)$$

$$V_{cr}\left(\frac{m^3}{m}\right) = 0,2659$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

**Caso 2: Ecuaciones para calcular los volúmenes de corte y los parámetros hidráulicos en el canal conductor en la acequia de ladera con forma rectangular con talud en el terreno fuera del área conductora de agua.**

Se tienen las siguientes consideraciones para este caso 2 rectangular:

- 1- El área de corte 1 "Ac1" en este caso 2 es la misma que para el caso 1

$$A_{c1} = b*y \dots\dots\dots \text{Ecuación 26}$$

$$A_{c1} = 2*y^2 \dots\dots\dots \text{Ecuación 34}$$

- 2- Los parámetros hidráulicos para este caso 2 son los mismos en el canal de conducción de la acequia de ladera rectangular del caso 1 y todas las consideraciones de la máxima eficiencia hidráulica del caso 1 son las mismas para este caso 2

$$P = b + 2y \dots\dots\dots \text{Ecuación 28}$$

$$\frac{b}{y} = 2 \dots\dots\dots \text{Ecuación 31}$$

$$b = 2*y \dots\dots\dots \text{Ecuación 32}$$

$$y = \frac{b}{2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 33}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$R = \frac{y}{2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 12}$$

- 3- Se necesita solamente calcular el área de corte 2 "Ac2" y sumarse al Ac1 para calcular el área de corte total para este caso 2

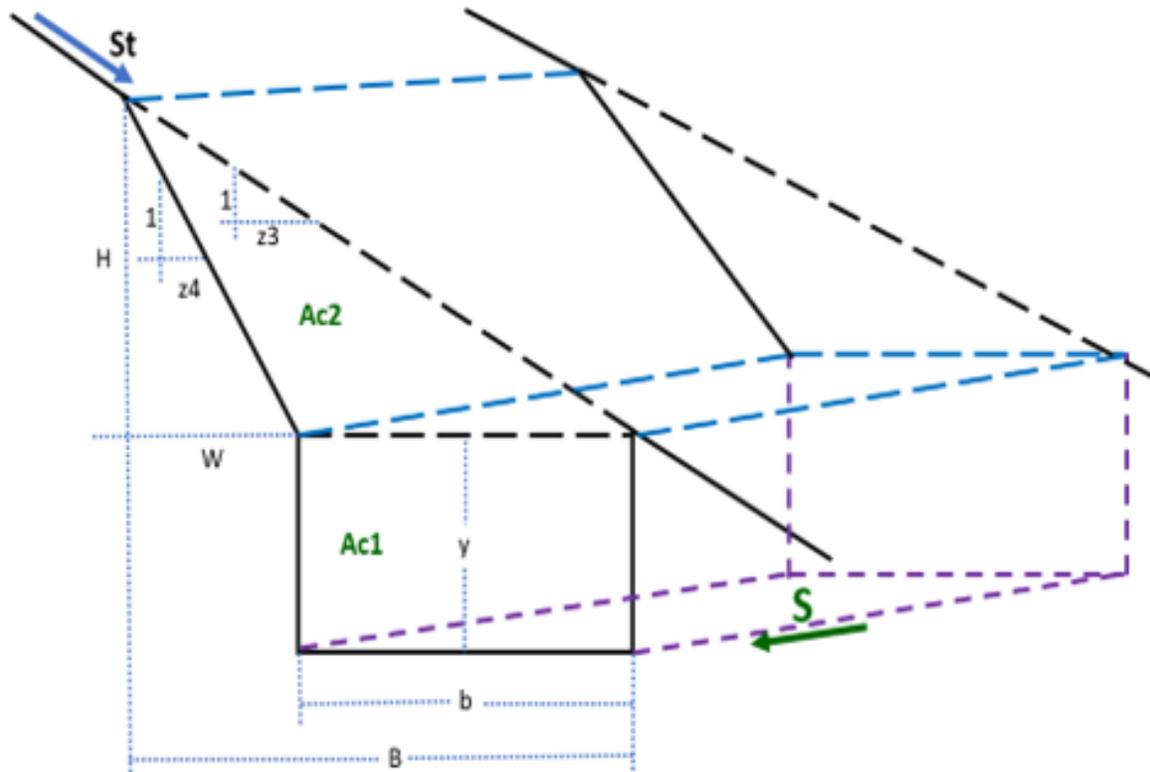


Figura 6: Volúmenes de corte para las acequias de ladera de forma rectangular caso 2

Según se observa la imagen tenemos los siguientes parámetros:

$z4$  = Talud en la pared de construcción (adimensional)

$z3$  = talud natural que se forma debido a la pendiente del terreno (adimensional)

$y$  = Tirante de agua que corresponde a la mayor profundidad de agua en la acequia de ladera triangular (m)



Creative Commons Attribution-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

Ac1 = área de corte 1 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo inferior)

Ac2 = área de corte 2 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo superior)

H = Valor a determinar (m)

W = Valor a determinar (m)

B = Ancho transversal total del corte (m)

T = b = ancho de solera o ancho de la base del canal que es el mismo que ancho del espejo de agua en el canal en la sección transversal de la acequia de ladera triangular

St = pendiente del terreno (%)

S = pendiente del canal (m/m)

Se cumplen según la figura 6 los siguientes parámetros para calcular el área de corte 2 "Ac2", con las ecuaciones que pueden ser revisadas en el libro **Fundamentos de Conservación de Suelos y Aguas (Tomo I): Diseño de ingeniería para el cálculo de movimiento de tierras y variables hidráulicas en canales triangulares y circulares, sin base definida "b"**:

$$B = \frac{100 \cdot H}{St} \dots\dots\dots \text{Ecuación 7}$$

$$H = \frac{W}{z^4} \dots\dots\dots \text{Ecuación 33}$$

$$W = z^4 \cdot H \dots\dots\dots \text{Ecuación 20}$$

Despejando la Ecuación 7:



**CC BY-NC-ND 4.0**

$$St = \frac{100H}{B} \dots\dots\dots \text{Ecuación 49}$$

Pero de la figura podemos observar que

$$B = W + b \dots\dots\dots \text{Ecuación 50}$$

Sustituyendo la Ecuación 50 en la Ecuación 49 :

$$St = \frac{H}{W+b} * 100 \dots\dots\dots \text{Ecuación 51}$$

Sustituyendo la Ecuación 32 en la Ecuación 51 :

$$St = \frac{H}{W+2y} * 100 \dots\dots\dots \text{Ecuación 52}$$

Sustituyendo la Ecuación 20 en la Ecuación 52 :

$$St = \frac{H}{H * z4 + 2y} * 100$$

$$St * (H * z4 + 2y) = 100H$$

$$(St * H * z4 + 2St * y) = 100H$$

$$100H - St * H * z4 = 2St * y$$

$$H * (100 - St * z4) = 2St * y$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$H = \frac{2St*y}{(100-St*z4)} \dots\dots\dots \text{Ecuación 53}$$

Sustituyendo la Ecuación 53 en la Ecuación 20:

$$W = \frac{2St * y}{(100 - St * z4)} * z4$$

$$W = \frac{2St*y*z4}{(100-St*z4)} \dots\dots\dots \text{Ecuación 54}$$

Para el cálculo del área de corte 2 "Ac2" podemos deducir de la figura 6 lo siguiente:

$$Ac2 = 0,5 * base * altura$$

$$Ac2 = 0,5 * H * (W + 2y) - 0,5 * H * W$$

$$Ac2 = 0,5 * H * W + 2 * 0,5 * H * y - 0,5 * H * W$$

$$Ac2 = \cancel{0,5 * H * W} + 2 * 0,5 * H * y - \cancel{0,5 * H * W}$$

$$Ac2 = H * y \dots\dots\dots \text{Ecuación 55}$$

Sustituyendo la Ecuación 53 en la Ecuación 55:



**CC BY-NC-ND 4.0**

$$H = \frac{2St*y}{(100-St*z4)} \dots\dots\dots \text{Ecuación 53}$$

$$Ac2 = H*y \dots\dots\dots \text{Ecuación 54}$$

$$Ac2 = \frac{2St * y}{(100 - St * z4)} * y$$

$$Ac2 = \frac{2*St*y^2}{(100-St*z4)} \dots\dots\dots \text{Ecuación 56}$$

Sustituyendo las ecuaciones 26, 24 y 56 el cálculo del área de corte total utilizando la Ecuación 17:

$$A_{c1} = b*y \dots\dots\dots \text{Ecuación 26}$$

$$A_{c1} = 2*y^2 \dots\dots\dots \text{Ecuación 24}$$

$$Ac2 = \frac{2St*y^2}{(100-St*z4)} \dots\dots\dots \text{Ecuación 56}$$

$$A_{cT} = A_{c1} + A_{c2}$$

$$A_{ct} = b * y + \frac{2 * St * y^2}{(100 - St * z4)}$$

$$A_{ct} = 2y * y + \frac{2 * St * y^2}{(100 - St * z4)}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$A_{ct} = 2y^2 + \frac{2 * St * y^2}{(100 - St * z4)}$$

$$A_{ct} = 2y^2 * \left(1 + \frac{St}{(100 - St * z4)}\right) \dots\dots\dots \text{Ecuación 57}$$

Donde

Act = área de corte total (m<sup>2</sup>)

Para calcular el volumen de corte total por cada metro lineal del canal se multiplica por 1,0 m de distancia

$$V_{cT} = 2y^2 * \left(1 + \frac{St}{(100 - St * z4)}\right) (m^2) * 1,0 \frac{m}{m}$$

$$V_{cT} \left(\frac{m^3}{m}\right) = 2y^2 * \left(1 + \frac{St}{(100 - St * z4)}\right) \dots\dots\dots \text{Ecuación 58}$$

Ejemplo de aplicación o cálculo del volumen de suelo movido para un canal rectangular según la figura 5 para una sección de máxima eficiencia hidráulica. Para ello tomamos de ejemplo los valores de:

$$\begin{aligned} S_t &= 30\% \\ y &= 0,3198 \text{ m} \\ z4 &= 1,0 \end{aligned}$$

Utilizando la Ecuación 58 para calcular el volumen total por cada metro

$$V_{cT} \left(\frac{m^3}{m}\right) = 2y^2 * \left(1 + \frac{St}{(100 - St * z4)}\right)$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$V_{cT}\left(\frac{m^3}{m}\right) = 2 * 0,3198^2 * \left(1 + \frac{30}{(100 - 30 * 1)}\right)$$

$$V_{cT}\left(\frac{m^3}{m}\right) = 0,2922$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

### Capítulo 3: Acequia de ladera trapezoidal

Como se mencionó anteriormente, se trabaja con la máxima eficiencia hidráulica

**Caso 1: Ecuaciones para calcular los volúmenes de corte y los parámetros hidráulicos con los dos taludes iguales en el canal conductor y el talud en la pared del terreno, pero el talud debido a la pendiente es diferente ( $z = z_1 = z_2 = z_4 \neq z_3$ )**

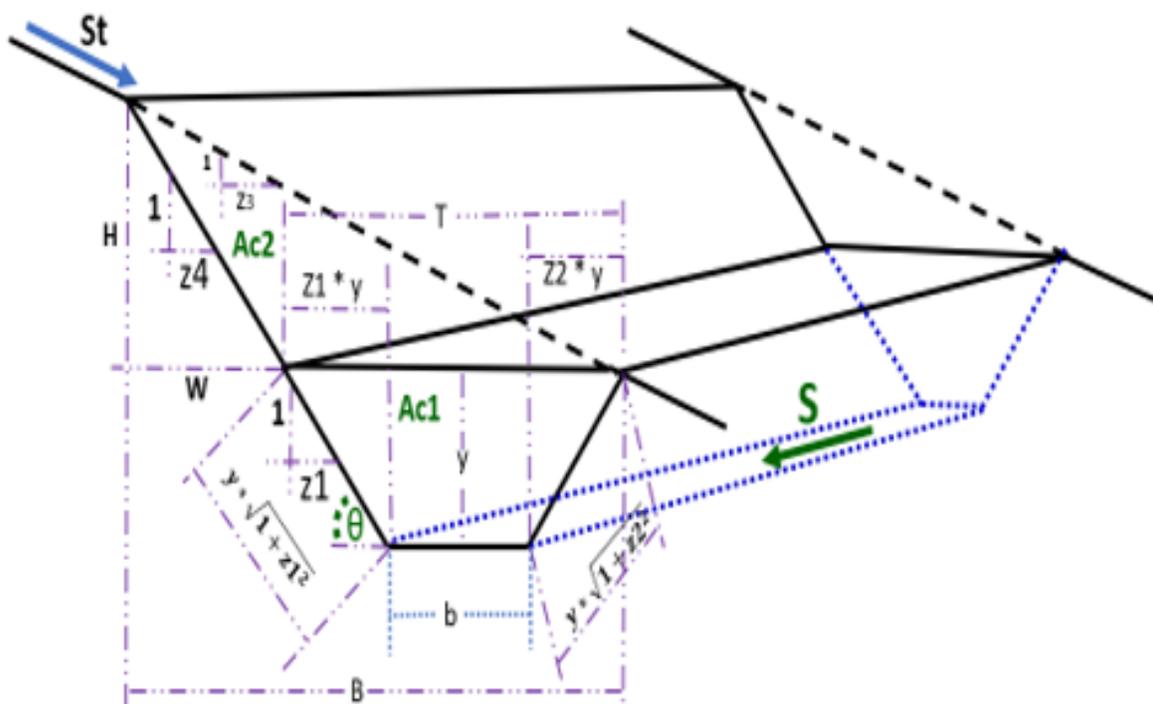


Figura 7: acequia de ladera trapezoidal para el caso 1

Según se observa la imagen tenemos los siguientes parámetros:

$z_1$  = talud del canal conductor (adimensional)

$z_2$  = talud del canal conductor (adimensional)

CC BY-ND 4.0

Creative Commons Attribution-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$z3$  = talud natural que se forma debido a la pendiente del terreno (adimensional)

$z4$  = talud en la pared de construcción (adimensional)

$y$  = tirante de agua que corresponde a la mayor profundidad de agua en la acequia de ladera trapezoidal (m)

$b$  = ancho de la base del canal llamado ancho de solera (m)

$Ac1$  = área de corte 1 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo inferior)

$Ac2$  = área de corte 2 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo superior)

$H$  = valor a determinar (m)

$W$  = valor a determinar (m)

$B$  = ancho transversal total del corte (m)

$T$  = ancho del espejo de agua en el canal en la sección transversal de la acequia de ladera triangular

$St$  = pendiente del terreno (%)

$S$  = pendiente del canal (m/m)

$$hip^2 = (zy)^2 + y^2$$

$$hip = (z^2 * y^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$hip = [y^2(1 + z^2)]^{\frac{1}{2}}$$

$$hip = y\sqrt{1 + z^2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 59}$$

### Parámetros hidráulicos de la acequia trapezoidal según figura 7



**CC BY-NC-ND 4.0**

Cálculo del área hidráulica que es la misma que el Área de corte 1 "Ac1"

$$Ac1 = \frac{y * 2 * z * y}{2} + yb$$

$$Ac1 = zy^2 + yb$$

$$Ac1 = (b + zy) * y \text{ ..... Ecuación 60}$$

Despejando b de la Ecuación 60

$$\frac{Ac1}{y} = b + zy$$

$$b = \frac{Ac1}{y} - zy$$

$$b = \frac{A}{y} - z * y \text{ ..... Ecuación 61}$$

Cálculo del perímetro mojado utilizando la Ecuación 59

$$P = y\sqrt{1 + z^2} + b + y\sqrt{1 + z^2}$$

$$P = b + 2y * \sqrt{1 + z^2} \text{ ..... Ecuación 62}$$

Cálculo del radio hidráulico de la sección transversal de conducción de agua en su máxima capacidad utilizando la Ecuación 3:



**CC BY-NC-ND 4.0**

$$Ac1 = (b + zy) \cdot y \dots\dots\dots \text{Ecuación 60}$$

$$P = b + 2y\sqrt{1 + z^2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 61}$$

$$R = \frac{A}{P}$$

$$R = \frac{(b+zy)y}{b+2y\sqrt{1+z^2}} \dots\dots\dots \text{Ecuación 63}$$

Las ecuaciones de la máxima eficiencia hidráulica del canal trapezoidal según figura 7 son las siguientes:

$$\frac{b}{y} = 2(\sqrt{1 + z^2} - z) \dots\dots\dots \text{Ecuación 66}$$

$$b = 2y(\sqrt{1 + z^2} - z) \dots\dots\dots \text{Ecuación 67}$$

$$y = \frac{b}{2(\sqrt{1+z^2}-z)} \dots\dots\dots \text{Ecuación 68}$$

**Cálculo de los parámetros hidráulicos utilizando la Ecuación 67:**

$$b = 2y(\sqrt{1 + z^2} - z)$$

Sustituyendo la Ecuación 67 en la Ecuación 62 para calcular el área hidráulica que es la misma que el área de corte 1 "Ac1"



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$Ac1 = (2y(\sqrt{1+z^2} - z) + zy) * y$$

$$Ac1 = (2(\sqrt{1+z^2} - z) + z) * y^2$$

$$Ac1 = (2\sqrt{1+z^2} - 2z + z) * y^2$$

$$Ac1 = (2\sqrt{1+z^2} - z) * y^2 \dots\dots\dots \text{Ecuación 69}$$

Sustituyendo la Ecuación 67 en la Ecuación 62 para calcular el perímetro mojado:

$$b = 2y(\sqrt{1+z^2} - z) \dots\dots\dots \text{Ecuación 67}$$

$$P = b + 2y\sqrt{1+z^2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 62}$$

$$P = b + 2y\sqrt{1+z^2}$$

$$P = 2y(\sqrt{1+z^2} - z) + 2y\sqrt{1+z^2}$$

$$P = 2y\sqrt{1+z^2} - 2yz + 2y\sqrt{1+z^2}$$

$$P = 4y\sqrt{1+z^2} - 2yz$$

$$P = 2y(2\sqrt{1+z^2} - z) \dots\dots\dots \text{Ecuación 70}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

Cálculo del radio hidráulico de la sección transversal de conducción de agua en su máxima capacidad sustituyendo las ecuaciones 69 y 70 en la Ecuación 3:

$$R = \frac{A}{P}$$

$$R = \frac{y^2 * (2\sqrt{1+z^2} - z)}{2y * (2\sqrt{1+z^2} - z)}$$

$$R = \frac{y}{2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 12}$$

De la Ecuación 12 se puede observar que, tanto para la sección rectangular como para la sección trapezoidal, el radio hidráulico es la mitad del tirante

Calculando "y" con Manning donde el caudal está definido por

$$Q = \frac{1}{n} * A * R^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots \text{Ecuación 1}$$

Donde:

Q: caudal (m<sup>3</sup>/s) máximo en la acequia de ladera

A: área (m<sup>2</sup>)

R: radio hidráulico (m)

S: pendiente del canal (m/m)

n: coeficiente de rugosidad



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$\frac{Q * n}{S^{\frac{1}{2}}} = AR^{\frac{2}{3}} \dots\dots\dots \text{Ecuación 71}$$

Sustituyendo la Ecuación 69 y la Ecuación 12 en la Ecuación 71:

$$\begin{aligned} Ac1 &= (2\sqrt{1+z^2}-z) * y^2 \dots\dots\dots \text{Ecuación 69} \\ R &= \frac{y}{2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 12} \\ \frac{Q * n}{S^{\frac{1}{2}}} &= AR^{\frac{2}{3}} \dots\dots\dots \text{Ecuación 71} \end{aligned}$$

$$\frac{Q * n}{S^{\frac{1}{2}}} = (2\sqrt{1+z^2}-z) * y^2 * \left(\frac{y}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{Q * n}{S^{\frac{1}{2}}} = (2\sqrt{1+z^2}-z) * y^2 * \frac{y^{\frac{2}{3}}}{2^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{Q * n * 2^{\frac{2}{3}}}{(2\sqrt{1+z^2}-z) * S^{\frac{1}{2}}} = y^2 * y^{\frac{2}{3}}$$

$$y^{\frac{8}{3}} = \frac{Q * n * 2^{\frac{2}{3}}}{(2\sqrt{1+z^2}-z) * S^{\frac{1}{2}}}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$(y^{\frac{8}{3}})^{\frac{3}{8}} = \left( \frac{Q * n * 2^{\frac{2}{3}}}{(2\sqrt{1+z^2}-z) * S^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{3}{8}}$$

$$y = \left( \frac{Q * n * 2^{\frac{2}{3}}}{(2\sqrt{1+z^2}-z) * S^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{3}{8}} \dots\dots\dots \text{Ecuación 72}$$

Ejemplo de aplicación o cálculo de la ecuación 72 para el tirante de agua en un canal trapezoidal según la figura 7 con una sección de máxima eficiencia hidráulica. Para ello tomamos de ejemplo los valores de:

$$Q = 100 \frac{l}{s} = 0,1 \frac{m^3}{s}$$

$$n = 0,033$$

$$S = 0,003 \frac{m}{m}$$

$$z = 1,0$$

Calculando el tirante "y" utilizando la Ecuación 72 :

$$y = \left( \frac{Q * n * 2^{\frac{2}{3}}}{(2\sqrt{1+z^2}-z) * S^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{3}{8}}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$y = \left( \frac{0,1 * 0,033 * 2^{\frac{2}{3}}}{(2\sqrt{1 + 1^2} - 1) * (0,003)^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{3}{2}}$$

$$y = 0,3307 \text{ m}$$

Calculando el ancho de solera "b" utilizando la Ecuación 67:

$$b = 2y(\sqrt{1 + z^2} - z)$$

$$b = 2 * 0,3307 (\sqrt{1 + 1^2} - 1)$$

$$b = 0,2740 \text{ m}$$

Calculando el área hidráulica o el área de corte 1 "Ac1" utilizando la Ecuación 69 :

$$Ac1 = (2\sqrt{1 + z^2} - z) * y^2$$

$$Ac1 = (2\sqrt{1 + 1^2} - 1) * 0,3307^2$$

$$Ac1 = 0,20 \text{ m}^2$$

**Calculando el Ac2**



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

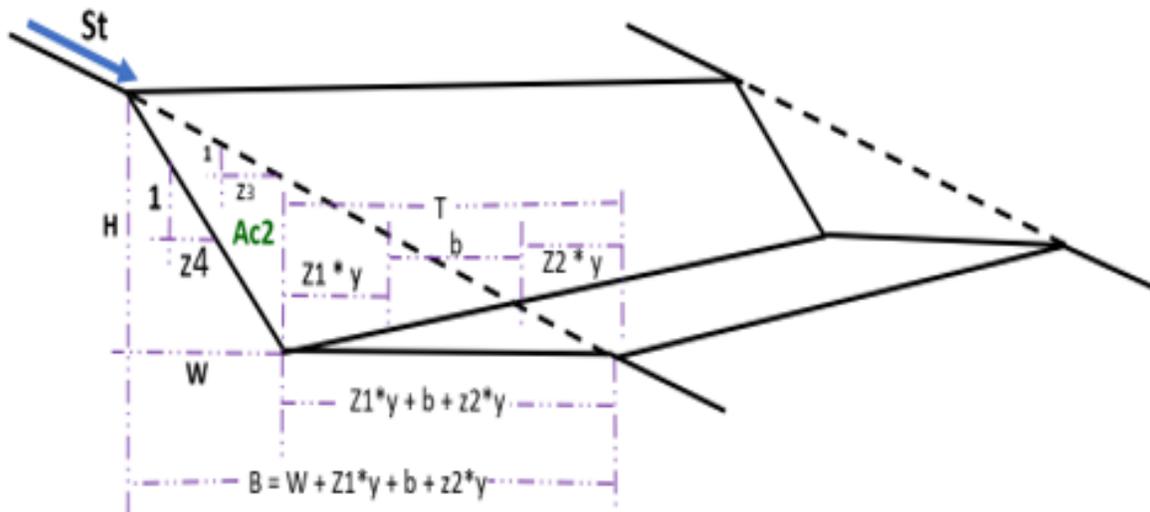


Figura 8: Área de corte 2 "Ac2" para una acequia de ladera trapezoidal para el caso 1

Según se observa la imagen tenemos los siguientes parámetros:

$z_1$  = talud del canal conducto (adimensional)

$z_2$  = talud del canal conducto (adimensional)

$z_4$  = Talud en la pared de construcción (adimensional)

$z_3$  = talud natural que se forma debido a la pendiente del terreno (adimensional)

$y$  = Tirante de agua que corresponde a la mayor profundidad de agua en la acequia de ladera triangular (m)

$b$  = ancho de la base del canal llamado ancho de solera (m)

$Ac_2$  = área de corte 2 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo superior)

$H$  = Valor a determinar (m)

$W$  = Valor a determinar (m)

$B$  = Ancho transversal total del corte (m)

$T$  = ancho del espejo de agua en el canal en la sección transversal de la acequia de ladera triangular



Creative Commons Attribution-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

St = pendiente del terreno (%)

Deduciendo H, W y B según figura 11

$$\frac{H}{1} = \frac{W}{z}$$

$$H = \frac{W}{z} \dots\dots\dots \text{Ecuación 33}$$

$$W = z * H \dots\dots\dots \text{Ecuación 2}$$

$$B = \frac{100 * H}{St} \dots\dots\dots \text{Ecuación 7}$$

$$St = \frac{100H}{B} \dots\dots\dots \text{Ecuación 49}$$

Despejando la Ecuación 49 :

$$H = \frac{St * B}{100} \dots\dots\dots \text{Ecuación 60}$$

De la figura 11 podemos deducir

$$B = W + b + z1 * y + z2 * y \dots\dots\dots \text{Ecuación 74}$$

Pero como  $z1 = z2 = z$  y sustituyendo en la Ecuación 70 :

$$B = W + b + z * y + z * y$$



**CC BY-NC-ND 4.0**

$$B = W + b + 2zy \text{ ..... Ecuación 75}$$

Sustituyendo la Ecuación 75 en la Ecuación 73 :

$$B = W + b + 2zy \text{ ..... Ecuación 75}$$

$$H = \frac{S_t * B}{100} \text{ ..... Ecuación 73}$$

$$H = \frac{S_t (W+b+2zy)}{100} \text{ ..... Ecuación 76}$$

Sustituyendo la Ecuación 76 en la Ecuación 33 :

$$H = \frac{S_t (W+b+2zy)}{100} \text{ ..... Ecuación 76}$$

$$H = \frac{W}{z^4} \text{ ..... Ecuación 33}$$

$$\frac{W}{z} = \frac{S_t W + S_t b + 2S_t * z * y}{100}$$

$$100W = S_t * z * W + S_t * z * b + 2S_t * z^2 * y$$

$$100W - S_t * z * W = S_t * z * b + 2S_t * z^2 * y$$

$$W(100 - S_t z) = S_t z(b + 2zy)$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$W = \frac{S_t \cdot z \cdot (b + 2zy)}{100 - S_t \cdot z} \dots\dots \text{Ecuación 77}$$

Sustituyendo la Ecuación 77 en la Ecuación 75 :

$$W = \frac{S_t \cdot z \cdot (b + 2zy)}{100 - S_t \cdot z} \dots\dots \text{Ecuación 77}$$

$$B = W + b + 2zy \dots\dots \text{Ecuación 75}$$

$$B = \frac{S_t \cdot z \cdot (b + 2zy)}{100 - S_t \cdot z} + b + 2zy$$

$$B = \frac{S_t \cdot z \cdot (b + 2zy) + b(100 - S_t \cdot z) + 2zy(100 - S_t \cdot z)}{100 - S_t \cdot z}$$

$$B = \frac{S_t \cdot z \cdot b + S_t \cdot z \cdot 2zy + 100b - bS_t \cdot z + 200zy - 2S_t \cdot z^2 \cdot y}{100 - S_t \cdot z}$$

$$B = \frac{2yS_t \cdot z^2 - 2yS_t \cdot z^2 + 100b + 200zy}{100 - S_t \cdot z}$$

$$B = \frac{100b + 200zy}{100 - S_t \cdot z}$$

$$B = \frac{100(b + 2zy)}{100 - S_t \cdot z} \dots\dots \text{Ecuación 78}$$

Sustituyendo la Ecuación 78 en la Ecuación 73 :



**CC BY-NC-ND 4.0**

$$B = \frac{100(b+2zy)}{100-S_t z} \dots\dots\dots \text{Ecuación 78}$$

$$H = \frac{S_t * B}{100} \dots\dots\dots \text{Ecuación 73}$$

$$H = \frac{S_t * \frac{100(b + 2zy)}{100 - S_t z}}{100}$$

$$H = \frac{100S_t(b + 2zy)}{100(100 - S_t z)}$$

$$H = \frac{S_t(b+2zy)}{100-S_t z} \dots\dots\dots \text{Ecuación 79}$$

El área de corte 2 utilizando la Ecuación 15 :

$$A_{c2} = 0,5 * H(B - W)$$

Sustituyendo las ecuaciones Ecuación 77, Ecuación 78 y Ecuación 79 en la Ecuación 15 :



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$W = \frac{S_t * z * (b + 2zy)}{100 - S_t * z} \dots\dots\dots \text{Ecuación 77}$$

$$B = \frac{100(b + 2zy)}{100 - S_t * z} \dots\dots\dots \text{Ecuación 78}$$

$$H = \frac{S_t(b + 2zy)}{100 - S_t * z} \dots\dots\dots \text{Ecuación 79}$$

$$A_{c2} = 0,5 * H(B - W) \dots\dots\dots \text{Ecuación 15}$$

$$A_{c2} = 0,5 * \frac{S_t(b + 2zy)}{100 - S_t * z} \left[ \frac{100(b + 2zy)}{100 - S_t * z} - \frac{S_t z(b + 2zy)}{100 - S_t * z} \right]$$

$$A_{c2} = \frac{0,5 S_t (b + 2zy)}{100 - S_t * z} \left[ \frac{(b + 2zy) (100 - S_t * z)}{100 - S_t * z} \right]$$

$$A_{c2} = \frac{0,5 * S_t (b + 2zy)^2}{100 - S_t * z} \dots\dots\dots \text{Ecuación 80}$$

Calculando el área de corte total utilizando la Ecuación 17 y sumando las ecuaciones Ecuación 60 y Ecuación 80 :

$$A_{cT} = A_{c1} + A_{c2}$$

$$A_{ct} = (b + zy)y + \frac{0,5 * S_t * (b + 2zy)^2}{100 - S_t * z} \dots\dots\dots \text{Ecuación 81}$$

Sustituyendo la Ecuación 76 en la Ecuación 81 :



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$A_{ct} = (2y(\sqrt{1+z^2} - z) + zy)y + \frac{0,5S_t(2y(\sqrt{1+z^2} - z) + 2zy)^2}{100 - S_t * z}$$

$$A_{ct} = y^2(2\sqrt{1+z^2} - 2z + z) + \frac{0,5 * S_t(2y * ((\sqrt{1+z^2} - z) + z))^2}{100 - S_t * z}$$

$$A_{ct} = y^2(2\sqrt{1+z^2} - z) + \frac{0,5 * S_t * (2y)^2 * (\sqrt{1+z^2} - z + z)^2}{100 - S_t * z}$$

$$A_{ct} = y^2 * (2 * \sqrt{1+z^2} - z) + \frac{0,5 * S_t * 4 * y^2 * (\sqrt{1+z^2})^2}{100 - S_t * z}$$

$$A_{ct} = y^2 * (2 * \sqrt{1+z^2} - z) + \frac{2 * y^2 * S_t(1+z^2)}{100 - S_t * z}$$

$$A_{ct} = y^2 * \left[ (2 * \sqrt{1+z^2} - z) + \frac{2 * S_t * (1+z^2)}{100 - S_t * z} \right] \dots\dots\dots \text{Ecuación 82}$$

Donde

Act = área de corte total m<sup>2</sup>

Las ecuaciones Ecuación 81 y Ecuación 82 son equivalentes.

Para calcular el volumen de corte total por cada metro lineal del canal se multiplica por 1,0 m de distancia para las ecuaciones 81 y 82.

$$V_{cT} = (b + zy)y + \frac{0,5S_t(b + 2zy)^2}{100 - S_t * z} (m^2) * 1,0 \frac{m}{m}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$V_{cT}\left(\frac{m^3}{m}\right) = (b + z * y)y + \frac{0,5 * S_t * (b + 2 * z * y)^2}{100 - S_t * z} \dots\dots\dots \text{Ecuación 83}$$

$$V_{cT} = y^2 * \left[ (2 * \sqrt{1 + z^2} - z) + \frac{2 * S_t * (1 + z^2)}{100 - S_t * z} \right] (m^2) * 1,0 \frac{m}{m}$$

$$V_{cT}\left(\frac{m^3}{m}\right) = y^2 * \left[ (2 * \sqrt{1 + z^2} - z) + \frac{2 * S_t * (1 + z^2)}{100 - S_t * z} \right] \dots\dots\dots \text{Ecuación 84}$$

Las ecuaciones 83 y 84 cuantifican el volumen de corte por cada metro de construcción de un canal con sección transversal igual a la figura 7.

Ejemplo de cálculo del volumen de corte para un canal que puede ser una acequia de ladera que tiene los siguientes parámetros de diseño;

$$Z = z_1 = z_2 = 1,0$$

$$S_t = 30\%$$

$$y = 0,5133 \text{ m}$$

Cálculo del volumen por metro utilizando la Ecuación 83 :

Cálculo de b:

$$b = 2y(\sqrt{1 + z^2} - z)$$

$$b = 2 * 0,5133 (\sqrt{1 + 1^2} - 1)$$

$$b = 0,4252 \text{ m}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

Sustituyendo:

$$V_{cr}\left(\frac{m^3}{m}\right) = (b + zy)y + \frac{0,5S_t(b + 2zy)^2}{100 - S_t * z}$$

$$V_{cr}\left(\frac{m^3}{m}\right) = (0,4252 + 1 * 0,5133) * 0,5133 + \frac{0,5 * 30(0,4252 + 2 * 1 * 0,5133)^2}{100 - 30 * 1}$$

$$V_{cr}\left(\frac{m^3}{m}\right) = 0,4817 + 0,4516$$

$$V_{cr}\left(\frac{m^3}{m}\right) = \mathbf{0,9336}$$

Cálculo del volumen por metro utilizando la Ecuación 84 :

$$V_{cr}\left(\frac{m^3}{m}\right) = y^2 * \left[ \left( 2 * \sqrt{1 + z^2} - z \right) + \frac{2 * S_t * (1 + z^2)}{100 - S_t * z} \right]$$

$$V_{cr}\left(\frac{m^3}{m}\right) = 0,5133^2 * \left[ \left( 2 * \sqrt{1 + 1^2} - 1 \right) + \frac{2 * 30 * (1 + 1^2)}{100 - 30 * 1} \right]$$

$$V_{cr}\left(\frac{m^3}{m}\right) = \mathbf{0,9334}$$

Se puede observar que los resultados son iguales utilizando cualquiera de las dos ecuaciones lo que nos comprueba la exactitud de las mismas.



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

**Caso 2: Ecuaciones para calcular los volúmenes de corte y los parámetros hidráulicos con los dos taludes diferentes en el canal conductor y el talud en la pared del terreno igual al talud de la pared del terreno del canal conductor, pero el talud debido a la pendiente es diferente ( $z_1 = z_4 \neq z_2 \neq z_3$ ) (Fig. 12)**

Consideraciones:

- 1- El área de corte 1 en este caso 2 es diferente al  $Ac_1$  del caso 1
- 2- Todas las variables hidráulicas del canal conductor de la acequia de ladera en este caso 2 son diferentes respecto al del caso 1

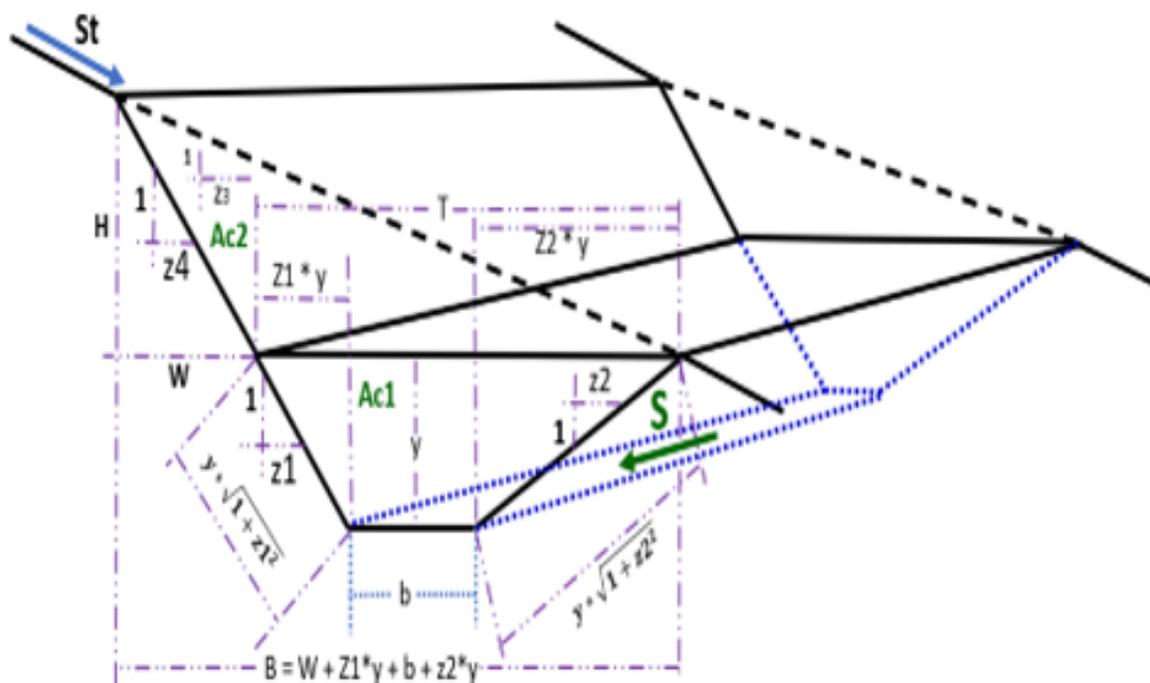


Figura 9: Acequia de ladera trapezoidal para el caso 2

Según se observa la imagen tenemos los siguientes parámetros:

$z_1$  = talud del canal conductor (adimensional)

$z_2$  = talud del canal conductor (adimensional)



**CC BY-NC-ND 4.0**

$z_4$  = Talud en la pared de construcción (adimensional)

$z_3$  = talud natural que se forma debido a la pendiente del terreno (adimensional)

$y$  = Tirante de agua que corresponde a la mayor profundidad de agua en la acequia de ladera triangular (m)

$b$  = ancho de la base del canal llamado ancho de solera (m)

$Ac_1$  = área de corte 1 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo inferior)

$Ac_2$  = área de corte 2 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo superior)

$H$  = Valor a determinar (m)

$W$  = Valor a determinar (m)

$B$  = Ancho transversal total del corte (m)

$T$  = ancho del espejo de agua en el canal en la sección transversal de la acequia de ladera triangular

$St$  = pendiente del terreno (%)

$S$  = pendiente del canal (m/m)

Cálculo de los parámetros hidráulicos

$$hip_1^2 = y^2 + z_1^2 y^2$$

$$hip_1^2 = y^2(1 + z_1^2)$$

$$hip_1 = y(1 + z_1^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$hip_1 = y\sqrt{1 + z_1^2}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$hip_2^2 = y^2 + z_2^2 y^2$$

$$hip_2^2 = y^2(1 + z_2^2)$$

$$hip_2 = y(1 + z_2^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$hip_2 = y\sqrt{1 + z_2^2}$$

Cálculo del área hidráulica que es la misma que el Área de corte 1 "Ac1"

$$Ac1 = \frac{z_1 * y * y}{2} + yb + \frac{z_2 * y * y}{2}$$

$$A = 0,5 * z_1 * y * y + y * b + 0,5 * z_2 * y * y$$

$$Ac1 = 0,5 * z_1 * y^2 + y * b + 0,5 * z_2 * y^2 \dots\dots\dots \text{Ecuación 85}$$

Despejando b

$$A - 0,5 * z_1 * y^2 - 0,5 * z_2 * y^2 = y * b$$

$$b = \frac{A - 0,5 * z_1 * y^2 - 0,5 * z_2 * y^2}{y}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$b = y^{-1}(A - 0,5 * z_1 * y^2 - 0,5 * z_2 * y^2) \dots\dots\dots \text{Ecuación 86}$$

Cálculo del perímetro mojado

$$P = y\sqrt{1 + z_1^2} + b + y\sqrt{1 + z_2^2}$$

$$P = y(1 + z_1^2)^{\frac{1}{2}} + b + y(1 + z_2^2)^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots \text{Ecuación 87}$$

Calculando "b" en términos de "y" según la máxima eficiencia hidráulica sustituyendo la Ecuación 86 en la Ecuación 87 :

$$b = y^{-1}(A - 0,5 * z_1 * y^2 - 0,5 * z_2 * y^2) \dots\dots\dots \text{Ecuación 86}$$

$$P = y(1 + z_1^2)^{\frac{1}{2}} + b + y(1 + z_2^2)^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots \text{Ecuación 87}$$

$$P = y(1 + z_1^2)^{\frac{1}{2}} + y^{-1}(A - 0,5 z_1 y^2 - 0,5 z_2 y^2) + y(1 + z_2^2)^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots \text{Ecuación 88}$$

Recordando que Q es máximos si Pm es mínimo y se cumple que para que el Pm es mínimo si:

$$1) \frac{dp}{dy} = 0$$

$$2) \frac{d^2p}{dy^2} > 0$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

Derivando la Ecuación 88 :

$$\frac{dP}{dy} = \frac{d \left[ y(1 + z_1^2)^{\frac{1}{2}} + y^{-1}A - 0,5z_1y - 0,5z_2y + y(1 + z_2^2)^{\frac{1}{2}} \right]}{dy} = 0$$

$$(1 + z_1^2)^{\frac{1}{2}} - 1 * y^{-2}A - 0,5z_1 - 0,5z_2 + (1 + z_2^2)^{\frac{1}{2}} = 0$$

$$\frac{A}{y^2} = (1 + z_1^2)^{\frac{1}{2}} - 0,5z_1 - 0,5z_2 + (1 + z_2^2)^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots \text{Ecuación 89}$$

Sustituyendo la Ecuación 85 en la Ecuación 89 :

$$P = y(1 + z_1^2)^{\frac{1}{2}} + b + y(1 + z_2^2)^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots \text{Ecuación 85}$$

$$\frac{A}{y^2} = (1 + z_1^2)^{\frac{1}{2}} - 0,5z_1 - 0,5z_2 + (1 + z_2^2)^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots \text{Ecuación 89}$$

$$\frac{0,5z_1y^2 + yb + 0,5z_2y^2}{y^2} = (1 + z_1^2)^{\frac{1}{2}} - 0,5z_1 - 0,5z_2 + (1 + z_2^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{y(0,5z_1y + b + 0,5z_2y)}{y} = (1 + z_1^2)^{\frac{1}{2}} - 0,5z_1 - 0,5z_2 + (1 + z_2^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$0,5z_1y + b + 0,5z_2y = y \left[ (1 + z_1^2)^{\frac{1}{2}} - 0,5z_1 - 0,5z_2 + (1 + z_2^2)^{\frac{1}{2}} \right]$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$b = y(1 + z_1^2)^{\frac{1}{2}} - 0,5z_1y - 0,5z_2y + y(1 + z_2^2)^{\frac{1}{2}} - 0,5z_1y - 0,5z_2y$$

$$b = y \left[ (1 + z_1^2)^{\frac{1}{2}} + (1 + z_2^2)^{\frac{1}{2}} - z_1 - z_2 \right]$$

$$\frac{b}{y} = \sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - z_2 \dots\dots\dots \text{Ecuación 90}$$

$$y = \frac{b}{\sqrt{1+z_1^2} - z_1 + \sqrt{1+z_2^2} - z_2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 91}$$

$$b = y * \left( \sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - z_2 \right) \dots\dots\dots \text{Ecuación 92}$$

Cálculo del radio hidráulico de la sección transversal de conducción de agua en su máxima capacidad utilizando la Ecuación 3:

$$R = \frac{A}{P}$$

$$R = \frac{0,5 * z_1 * y^2 + y * b + 0,5 * z_2 * y^2}{y\sqrt{1+z_1^2} + b + y\sqrt{1+z_2^2}} \dots\dots\dots \text{Ecuación 93}$$

Sustituyendo la Ecuación 92 en la Ecuación 93 :

$$R = \frac{0,5 * z_1 * y^2 + y * y * \left( \sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - z_2 \right) + 0,5 * z_2 * y^2}{y\sqrt{1 + z_1^2} + y * \left( \sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - z_2 \right) + y\sqrt{1 + z_2^2}}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$R = \frac{0,5 * z_1 * y^2 + y^2 (\sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - z_2) + 0,5 * z_2 * y^2}{y (\sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - z_2 + \sqrt{1 + z_2^2})}$$

$$R = \frac{y^2 (0,5 * z_1 + \sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - z_2 + 0,5 * z_2)}{y (\sqrt{1 + z_1^2} + \sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - z_2 + \sqrt{1 + z_2^2})}$$

$$R = \frac{y * (0,5 * z_1 + \sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - z_2 + 0,5 * z_2)}{(2\sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + 2\sqrt{1 + z_2^2} - z_2)}$$

$$R = \frac{y * (\sqrt{1 + z_1^2} - 0,5 * z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - 0,5 * z_2)}{(2\sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + 2\sqrt{1 + z_2^2} - z_2)}$$

$$R = \frac{y * (\sqrt{1 + z_1^2} - 0,5 * z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - 0,5 * z_2)}{2 * (\sqrt{1 + z_1^2} - 0,5 * z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - 0,5 * z_2)}$$

$$R = \frac{y}{2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 12}$$

Con la ec. 12 se demuestra que el radio hidráulico, aunque no se tengan taludes iguales en las paredes del canal trapezoidal de la acequia de ladera se cumple que el radio hidráulico es el valor de la mitad del tirante.

Calculando "y" con Manning donde el caudal está definido por

$$Q = \frac{1}{n} * A * R^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots \text{Ecuación 1}$$

Donde:

Q: caudal (m<sup>3</sup>/s) máximo en la acequia de ladera

A: área (m<sup>2</sup>)

R: radio hidráulico (m)

S: pendiente del canal (m/m)

n: coeficiente de rugosidad

Despejando Manning (**Ecuación 1**) se obtiene:

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}} = AR^{\frac{2}{3}} \dots\dots\dots \text{Ecuación 71}$$

Sustituyendo la Ecuación 85 y la Ecuación 12 en la Ecuación 71

$$Ac1 = 0,5*z_1*y^2 + y*b + 0,5*z_2*y^2 \dots\dots\dots \text{Ecuación 85}$$

$$R = \frac{y}{2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 12}$$

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}} = AR^{\frac{2}{3}} \dots\dots\dots \text{Ecuación 71}$$

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}} = (0,5 * z_1 * y^2 + y * b + 0,5 * z_2 * y^2) \left(\frac{y}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \dots\dots\dots \text{Ecuación 94}$$

Sustituyendo la Ecuación 92 en la Ecuación 94 :



Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$b = y * (\sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - z_2) \dots\dots\dots \text{Ecuación 92}$$

$$\frac{Q * n}{S^{\frac{1}{2}}} = (0,5 * z_1 * y^2 + y * b + 0,5 * z_2 * y^2) \left(\frac{y}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \dots\dots\dots \text{Ecuación 94}$$

$$\frac{Q * n}{S^{\frac{1}{2}}} = (0,5 * z_1 * y^2 + y * y * (\sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - z_2) + 0,5 * z_2 * y^2) \left(\frac{y}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{Q * n}{S^{\frac{1}{2}}} = (0,5z_1 + \sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - z_2 + 0,5z_2) * y^2 * \left(\frac{y}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$y^2 * \left(\frac{y}{2}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{Q * n * 2^{\frac{2}{3}}}{(\sqrt{1 + z_1^2} - 0,5z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - 0,5z_2) * S^{\frac{1}{2}}}$$

$$y^{\frac{8}{3}} = \frac{Q * n * 2^{\frac{2}{3}}}{(\sqrt{1 + z_1^2} - 0,5z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - 0,5z_2) * S^{\frac{1}{2}}}$$

$$\left(y^{\frac{8}{3}}\right)^{\frac{3}{8}} = \left(\frac{Q * n * 2^{\frac{2}{3}}}{(\sqrt{1 + z_1^2} - 0,5z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - 0,5z_2) * S^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{3}{8}}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$y = \left( \frac{Q \cdot n \cdot 2^{\frac{2}{3}}}{\left( \sqrt{1+z_1^2} - 0,5z_1 + \sqrt{1+z_2^2} - 0,5z_2 \right) \cdot S^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{3}{8}} \dots\dots\dots \text{Ecuación 95}$$

Ejemplo de cálculo del tirante "y" y el área hidráulica que es igual al área de corte 1 "Ac1" para una canal con la sección transversal igual al de la figura 9 con la siguiente información.

$$\begin{aligned} Q &= 0,1 \text{ m}^3/\text{s} \\ S &= 0,003 \text{ m/m} \\ n &= 0,033 \\ Z_1 &= 1,0 \\ Z_2 &= 1,5 \end{aligned}$$

Cálculo del tirante:

$$y = \left( \frac{0,1 \cdot 0,033 \cdot 2^{\frac{2}{3}}}{\left( \sqrt{1+1^2} - 0,5 \cdot 1 + \sqrt{1+1,5^2} - 0,5 \cdot 1,5 \right) \cdot 0,003^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{3}{8}}$$

$$y = 0,3218 \text{ m}$$

Cálculo del ancho de solera:

$$b = y \cdot \left( \sqrt{1+z_1^2} - z_1 + \sqrt{1+z_2^2} - z_2 \right)$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$b = 0,3218 * (\sqrt{1 + 1^2} - 1 + \sqrt{1 + 1,5^2} - 1,5)$$

$$b = 0,2307$$

Cálculo del área de corte 1 "Ac1" que es igual al área hidráulica

$$Ac1 = 0,5 * z_1 * y^2 + y * b + 0,5 * z_2 * y^2$$

$$Ac1 = 0,5 * 1 * (0,3218)^2 + 0,2307 * 0,3218 + 0,5 * (0,3218)^2 * 1,5$$

$$Ac1 = 0,2036 \text{ m}^2$$

Calculando el área de corte 2

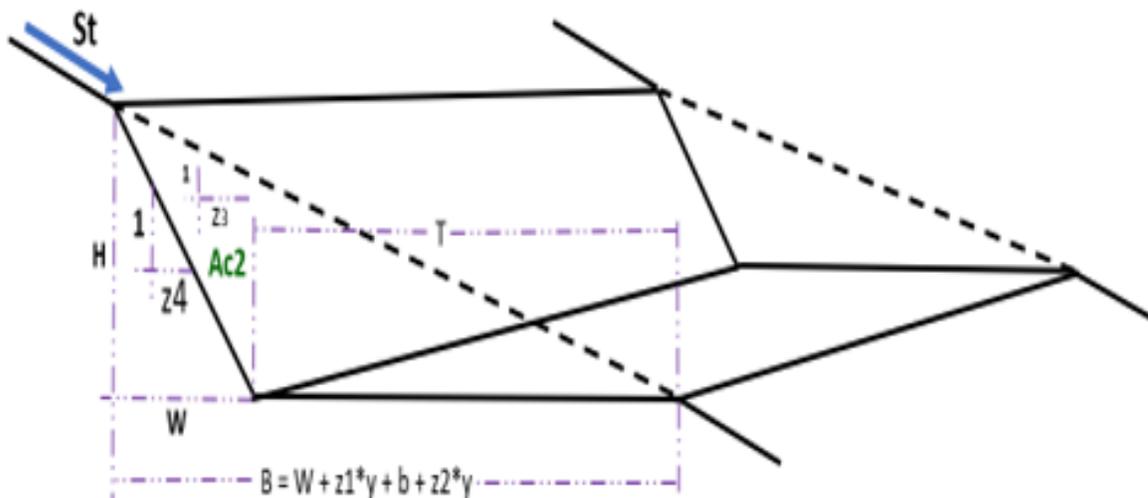


Figura 10: Área de corte 2 "Ac2" para una acequia de ladera trapezoidal para el caso 2



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

Según se observa la imagen tenemos los siguientes parámetros:

$z_1$  = talud del canal conducto (adimensional)

$z_2$  = talud del canal conducto (adimensional)

$z_4$  = Talud en la pared de construcción (adimensional)

$z_3$  = talud natural que se forma debido a la pendiente del terreno (adimensional)

$y$  = Tirante de agua que corresponde a la mayor profundidad de agua en la acequia de ladera triangular (m)

$A_{c2}$  = área de corte 2 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo superior)

$H$  = Valor a determinar (m)

$W$  = Valor a determinar (m)

$B$  = Ancho transversal total del corte (m)

$T$  = ancho del espejo de agua en el canal en la sección transversal de la acequia de ladera triangular

$St$  = pendiente del terreno (%)

Se cumplen las siguientes ecuaciones

$$H = \frac{W}{z_4} \dots\dots\dots \text{Ecuación 33}$$

$$W = z_4 * H \dots\dots\dots \text{Ecuación 20}$$

$$St = \frac{100H}{B} \dots\dots\dots \text{Ecuación 49}$$

$$B = \frac{100 * H}{St} \dots\dots\dots \text{Ecuación 7}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$H = \frac{S_t \cdot B}{100} \dots\dots\dots \text{Ecuación 73}$$

$$B = W + b + z_1 \cdot y + z_2 \cdot y \dots\dots\dots \text{Ecuación 74}$$

Sustituyendo la Ecuación 74 en la Ecuación 73

$$B = W + b + z_1 \cdot y + z_2 \cdot y \dots\dots\dots \text{Ecuación 74}$$

$$H = \frac{S_t \cdot B}{100} \dots\dots\dots \text{Ecuación 73}$$

$$H = \frac{S_t(z_1 y + b + z_2 y + W)}{100} \dots\dots\dots \text{Ecuación 96}$$

Sustituyendo la Ecuación 33 en la Ecuación 96 :

$$H = \frac{W}{z_4} \dots\dots\dots \text{Ecuación 33}$$

$$H = \frac{S_t(z_1 y + b + z_2 y + W)}{100} \dots\dots\dots \text{Ecuación 96}$$

$$\frac{W}{z_4} = \frac{S_t z_1 y + S_t b + S_t z_2 y + S_t W}{100}$$

Como  $z_1 = z_4$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$\frac{W}{z_1} = \frac{S_t z_1 y + S_t b + S_t z_2 y + S_t W}{100}$$

$$100W = S_t z_1^2 y + S_t z_1 b + S_t z_1 z_2 y + S_t z_1 W$$

$$100W - S_t z_1 W = S_t z_1^2 y + S_t z_1 b + S_t z_1 z_2 y$$

$$W(100 - S_t z_1) = S_t z_1^2 y + S_t z_1 b + S_t z_1 z_2 y$$

$$W = \frac{S_t z_1^2 y + S_t z_1 b + S_t z_1 z_2 y}{100 - S_t z_1}$$

$$W = \frac{S_t z_1 (z_1 y + b + z_2 y)}{100 - S_t z_1} \dots\dots\dots \text{Ecuación 97}$$

Sustituyendo la Ecuación 97 en la Ecuación 33:

$$W = \frac{S_t z_1 (z_1 y + b + z_2 y)}{100 - S_t z_1} \dots\dots\dots \text{Ecuación 97}$$

$$H = \frac{W}{z_4} \dots\dots\dots \text{Ecuación 33}$$

$$H = \frac{S_t z_1 (z_1 y + b + z_2 y)}{z_4 (100 - S_t z_1)}$$

$$H = \frac{S_t (z_1 y + b + z_2 y)}{100 - S_t z_1} \dots\dots\dots \text{Ecuación 98}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

Sustituyendo la Ecuación 98 en la Ecuación 7 :

$$H = \frac{S_t(z_1y + b + z_2y)}{100 - S_t z_1} \dots\dots\dots \text{Ecuación 98}$$

$$B = \frac{100 * H}{S_t} \dots\dots\dots \text{Ecuación 7}$$

$$B = \frac{\frac{S_t(z_1y + b + z_2y)}{100 - S_t z_1}}{S_t} * 100$$

$$B = \frac{S_t(z_1y + b + z_2y) * 100}{S_t * (100 - S_t z_1)}$$

$$B = \frac{100(z_1y + b + z_2y)}{100 - S_t z_1} \dots\dots\dots \text{Ecuación 99}$$

Calculando el área de corte 2 utilizando la Ecuación 15 :

$$A_{c2} = 0,5 * H(B - W)$$

$$B - W = \frac{100(z_1y + b + z_2y)}{100 - S_t z_1} - \frac{S_t z_1(z_1y + b + z_2y)}{100 - S_t z_1}$$

$$B - W = \frac{100(z_1y + b + z_2y) - S_t z_1(z_1y + b + z_2y)}{100 - S_t z_1}$$

$$B - W = \frac{(100 - S_t z_1)(z_1y + b + z_2y)}{100 - S_t z_1}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$B - W = z_1 y + b + z_2 y \dots\dots\dots \text{Ecuación 100}$$

También podemos observar que gráficamente se cumple la Ecuación 100.

$$B - W = z_1 y + b + z_2 y$$

Calculando el área de corte 2 "Ac2" sustituyendo las ecuaciones 98 y 100 en la Ecuación 15 :

$$H = \frac{S_t(z_1 y + b + z_2 y)}{100 - S_t z_1} \dots\dots\dots \text{Ecuación 98}$$

$$B - W = z_1 y + b + z_2 y \dots\dots\dots \text{Ecuación 100}$$

$$A_{c2} = 0,5 * H(B - W) \dots\dots\dots \text{Ecuación 15}$$

$$A_{c2} = 0,5 * \frac{S_t(z_1 y + b + z_2 y)}{100 - S_t z_1} * (z_1 y + b + z_2 y)$$

$$A_{c2} = \frac{0,5 * S_t * (z_1 y + b + z_2 y)^2}{100 - S_t z_1} \dots\dots\dots \text{Ecuación 101}$$

Calculando al área de corte total utilizando la Ecuación 17 :

$$A_{cT} = A_{c1} + A_{c2}$$

$$A_{ct} = 0,5 z_1 y^2 + yb + 0,5 z_2 y^2 + \frac{0,5 * S_t * (z_1 y + b + z_2 y)^2}{100 - S_t z_1} \dots\dots\dots$$

Ecuación 102



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

Donde

Act = área de corte total m<sup>2</sup>

Para calcular el volumen de corte total por cada metro lineal del canal se multiplica por 1,0 m de distancia

$$V_{cT} = 0,5z_1 y^2 + yb + 0,5z_2 y^2 + \frac{0,5 * S_t(z_1 y + b + z_2 y)^2}{100 - S_t z_1} (m^2) * 1,0 \frac{m}{m}$$

$$V_{cT} \left( \frac{m^3}{m} \right) = 0,5z_1 y^2 + yb + 0,5z_2 y^2 + \frac{0,5 * S_t(z_1 y + b + z_2 y)^2}{100 - S_t z_1} \dots\dots\dots$$

Ecuación 103

Ejemplo de cálculo del volumen de corte para un canal con una sección transversal igual a la de la figura 9 utilizando la ecuación 103 que presenta la siguiente información:

$$Z_1 = 1,0$$

$$Z_2 = 1,5$$

$$S_t = 30\%$$

$$y = 0,3222$$

$$b = 0,2310$$

Utilizando la ecuación 104 tenemos:

$$V_{cT} \left( \frac{m^3}{m} \right) = 0,5z_1 y^2 + yb + 0,5z_2 y^2 + \frac{0,5 * S_t(z_1 y + b + z_2 y)^2}{100 - S_t z_1}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$V_{cr}\left(\frac{m^3}{m}\right) = 0,5 * 1 * 0,3222^2 + 0,3222 * 0,2310 + 0,5 * 1,5 * 0,3222^2$$

$$+ \frac{0,5 * 30 * (1 * 0,3222 + 0,2310 + 1,5 * 0,3222)^2}{100 - 30 * 1}$$

$$V_{cr}\left(\frac{m^3}{m}\right) = \mathbf{0,4344}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**



$A_{c1}$  = área de corte 1 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo inferior)

$A_{c2}$  = área de corte 2 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo superior)

H = Valor a determinar (m)

W = Valor a determinar (m)

B = Ancho transversal total del corte (m)

T = ancho del espejo de agua en el canal en la sección transversal de la acequia de ladera triangular

$S_t$  = pendiente del terreno (%)

S = pendiente del canal (m/m)

Consideraciones que se cumplen en estas secciones transversales de canales conforme la figura 11:

- 1- El área de corte 1 " $A_{c1}$ " en el caso 2 es igual al de este caso 3 por lo cual se cumple que:

$$A_{c1} = 0,5 * z_1 * y^2 + y * b + 0,5 * z_2 * y^2 \dots\dots\dots \text{Ecuación 85}$$

- 2- Todas las variables hidráulicas del canal conductor de la acequia de ladera de este caso 3 son iguales respecto al del caso 2 por lo cual se cumple que:

$$b = y * \left( \sqrt{1 + z_1^2} - z_1 + \sqrt{1 + z_2^2} - z_2 \right) \dots\dots\dots \text{Ecuación 92}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$y = \left( \frac{Q \cdot n \cdot 2^{\frac{2}{3}}}{\left( \sqrt{1+z_1^2} - 0,5z_1 + \sqrt{1+z_2^2} - 0,5z_2 \right) \cdot S^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{3}{8}} \dots\dots\dots \text{Ecuación 95}$$

3- Se cumplen también las ecuaciones siguientes:

$$H = \frac{W}{z^4} \dots\dots\dots \text{Ecuación 33}$$

$$W = z^4 \cdot H \dots\dots\dots \text{Ecuación 20}$$

$$St = \frac{100H}{B} \dots\dots\dots \text{Ecuación 49}$$

$$B = \frac{100 \cdot H}{St} \dots\dots\dots \text{ecuación 7}$$

$$H = \frac{St \cdot B}{100} \dots\dots\dots \text{Ecuación 73}$$

$$B = W + b + z_1 \cdot y + z_2 \cdot y \dots\dots\dots \text{Ecuación 74}$$

4- El área de corte 2 "Ac2" en este caso 3 es diferente a los de los casos 1 y 2 el cual se debe de calcular

Calculando el área de corte 2 "Ac2"



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

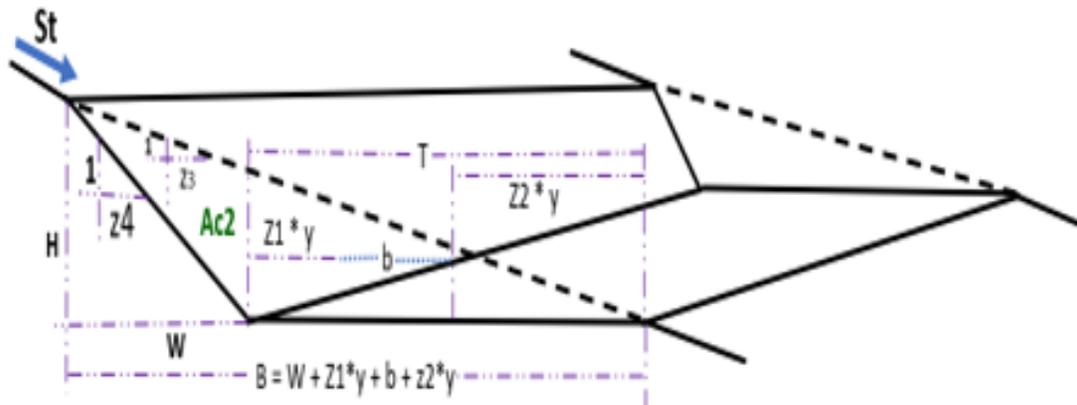


Figura 12: Área de corte 2 "Ac2" para una acequia de ladera trapezoidal para el caso 3

Según se observa la imagen tenemos los siguientes parámetros:

$z1$  = talud del canal conducto (adimensional)

$z2$  = talud del canal conducto (adimensional)

$z4$  = Talud en la pared de construcción (adimensional)

$z3$  = talud natural que se forma debido a la pendiente del terreno (adimensional)

$y$  = Tirante de agua que corresponde a la mayor profundidad de agua en la acequia de ladera triangular (m)

$Ac2$  = área de corte 2 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo superior)

$H$  = Valor a determinar (m)

$W$  = Valor a determinar (m)

$B$  = Ancho transversal total del corte (m)

$T$  = ancho del espejo de agua en el canal en la sección transversal de la acequia de ladera triangular

$St$  = pendiente del terreno (%)

Sustituyendo la Ecuación 74 en la Ecuación 73 :



Creative Commons Attribution-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$B = W + b + z_1*y + z_2*y \dots\dots\dots \text{Ecuación 74}$$

$$H = \frac{S_t*B}{100} \dots\dots\dots \text{Ecuación 73}$$

$$H = \frac{S_t(z_1y+b+z_2y+W)}{100} \dots\dots\dots \text{Ecuación 104}$$

Sustituyendo la Ecuación 33 en la Ecuación 104

$$H = \frac{W}{z_4} \dots\dots\dots \text{Ecuación 33}$$

$$H = \frac{S_t(z_1y+b+z_2y+W)}{100} \dots\dots\dots \text{Ecuación 104}$$

$$\frac{W}{Z_4} = \frac{S_t z_1 y + S_t b + S_t z_2 y + S_t W}{100}$$

$$100 * W = z_4 * (S_t z_1 y + S_t b + S_t z_2 y + S_t W)$$

$$100 * W = z_4 S_t z_1 y + z_4 S_t b + z_4 S_t z_2 y + z_4 S_t W$$

$$100 * W - z_4 S_t W = z_4 S_t z_1 y + z_4 S_t b + z_4 S_t z_2 y$$

$$W * (100 - z_4 S_t) = z_4 S_t z_1 y + z_4 S_t b + z_4 S_t z_2 y$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$W^* = \frac{z_4 S_t z_1 y + z_4 S_t b + z_4 S_t z_2 y}{(100 - z_4 S_t)}$$

$$W = \frac{z_4 * St(z_1 y + b + z_2 y)}{(100 - z_4 S_t)} \dots\dots\dots \text{Ecuación 141}$$

Sustituyendo la Ecuación 141 en la Ecuación 33:

$$W = \frac{z_4 * St(z_1 y + b + z_2 y)}{(100 - z_4 S_t)} \dots\dots\dots \text{Ecuación 141}$$

$$H = \frac{W}{z_4} \dots\dots\dots \text{Ecuación 33}$$

$$H = \frac{\frac{z_4 * St(z_1 y + b + z_2 y)}{(100 - z_4 S_t)}}{z_4}$$

$$H = \frac{z_4 * St(z_1 y + b + z_2 y)}{z_4 * (100 - z_4 S_t)}$$

$$H = \frac{St(z_1 y + b + z_2 y)}{(100 - z_4 S_t)} \dots\dots\dots \text{Ecuación 142}$$

Sustituyendo la Ecuación 142 en la Ecuación 7 :

$$B = \frac{\frac{St(z_1 y + b + z_2 y)}{(100 - z_4 S_t)}}{S_t} * 100$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$B = \frac{St(z_1y + b + z_2y)}{St(100 - z4S_t)} * 100$$

$$B = \frac{100*(z_1y+b+z_2y)}{(100-z4S_t)} \dots\dots\dots \text{Ecuación 143}$$

Calculando el área de corte 2 "Ac2" utilizando la Ecuación 15

$$A_{c2} = 0,5*H(B-W) \dots\dots\dots \text{Ecuación 15}$$

Sustituyendo las ecuaciones 141, 142, 143 en la Ecuación 15:

$$H = \frac{St(z_1y+b+z_2y)}{(100-z4S_t)} \dots\dots\dots \text{Ecuación 142}$$

$$B = \frac{100*(z_1y+b+z_2y)}{(100-z4S_t)} \dots\dots\dots \text{Ecuación 143}$$

$$W = \frac{z4*St(z_1y+b+z_2y)}{(100-z4S_t)} \dots\dots\dots \text{Ecuación 141}$$

$$A_{c2} = 0,5*H(B-W) \dots\dots\dots \text{Ecuación 15}$$

$$A_{c2} = 0,5 * \frac{St(z_1y + b + z_2y)}{(100 - z4S_t)} * \left[ \frac{100 * (z_1y + b + z_2y)}{(100 - z4S_t)} - \frac{z4 * St(z_1y + b + z_2y)}{(100 - z4S_t)} \right]$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$A_{c2} = 0,5 * \frac{St(z_1y + b + z_2y)}{(100 - z4S_t)} * \left[ \frac{(100 - z4 * St) * (z_1y + b + z_2y)}{(100 - z4S_t)} \right]$$

$$A_{c2} = \frac{0,5 * St(z_1y + b + z_2y)^2}{(100 - z4S_t)} \dots\dots\dots \text{Ecuación 144}$$

Calculando el área de corte total utilizando la Ecuación 17:

$$A_{cT} = A_{c1} + A_{c2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 17}$$

$$A_{ct} = 0,5z_1y^2 + yb + 0,5z_2y^2 + \frac{0,5 * St(z_1y + b + z_2y)^2}{(100 - z4S_t)} \dots\dots\dots$$

Ecuación 145

Donde:

Act = área de corte total m<sup>2</sup>

Para calcular el volumen de corte total por cada metro lineal del canal se multiplica por 1,0 m de distancia

$$V_{cT} = 0,5z_1y^2 + yb + 0,5z_2y^2 + \frac{0,5 * St(z_1y + b + z_2y)^2}{(100 - z4S_t)} (m^2) * 1,0 \frac{m}{m}$$

$$V_{cT} \left( \frac{m^3}{m} \right) = 0,5z_1y^2 + yb + 0,5z_2y^2 + \frac{0,5 * St(z_1y + b + z_2y)^2}{(100 - z4S_t)} \dots\dots\dots$$

Ecuación 146

Ejemplo:



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

Se quiere calcular cuantos metros cúbicos por cada metro lineal de canal de acequia de ladera cuya forma es trapezoidal y está definido por los siguientes parámetros geométricos:

$$\begin{aligned}z_1 &= 1,0 \\z_2 &= 1,5 \\z_4 &= 1,25 \\S_t &= 30\% \\y &= 0,3307 \text{ m} \\b &= 0,2740 \text{ m}\end{aligned}$$

Utilizando la Ecuación 146 :

$$V_{cT} \left( \frac{m^3}{m} \right) = 0,5 * z_1 * y^2 + y * b + 0,5 * z_2 * y^2 + \frac{0,5 * S_t * (z_1 * y + b + z_2 * y)^2}{(100 - z_4 * S_t)}$$

$$V_{cT} \left( \frac{m^3}{m} \right) = 0,5 * 1 * 0,3307^2 + 0,3307 * 0,2740 + 0,5 * 1,5 * 0,3307^2 + \frac{0,5 * 30 * (1 * 0,3307 + 0,2740 + 1,5 * 0,3307)^2}{(100 - 1,25 * 30)}$$

$$V_{cT} \left( \frac{m^3}{m} \right) = 0,5181 \frac{m^3}{m}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

**Caso 4: Ecuaciones para calcular los volúmenes de corte y los parámetros hidráulicos con los dos taludes iguales en el canal conductor y tanto el talud en la pared del terreno diferente como el talud debido a la pendiente ( $z1 = z2 \neq z4 \neq z3$ ) (Fig. 16)**

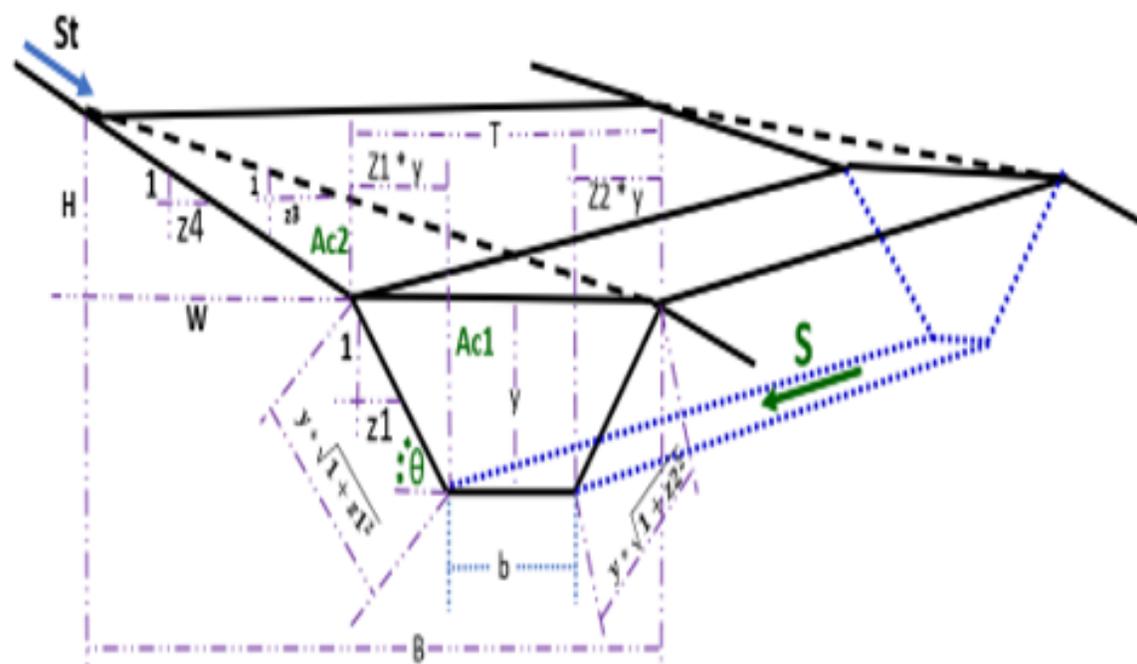


Figura 13: Acequia de ladera trapezoidal para el caso 4

Según se observa en la imagen, tenemos los siguientes parámetros:

$z1$  = talud del canal conductor (adimensional)

$z2$  = talud del canal conductor (adimensional)

$z4$  = Talud en la pared de construcción (adimensional)

$z3$  = talud natural que se forma debido a la pendiente del terreno (adimensional)

$y$  = Tirante de agua que corresponde a la mayor profundidad de agua en la acequia de ladera triangular (m)

$b$  = ancho de la base del canal llamado ancho de solera (m)



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$A_{c1}$  = área de corte 1 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo inferior)

$A_{c2}$  = área de corte 2 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo superior)

H = Valor a determinar (m)

W = Valor a determinar (m)

B = Ancho transversal total del corte (m)

T = ancho del espejo de agua en el canal en la sección transversal de la acequia de ladera triangular

$S_t$  = pendiente del terreno (%)

S = pendiente del canal (m/m)

Para este caso 4 se cumple para el área de corte 1 " $A_{c1}$ " que es la misma que para el caso 1. De la misma manera se cumple para el caso del perímetro mojado y el radio hidráulico ya que la sección conductora de la acequia es la misma. Por esto, se utilizan las mismas ecuaciones, pero por aclaración se utiliza  $z_1$  (que puede ser  $z_2$  ya que son iguales) en las mismas ecuaciones a cambio de z.

Área hidráulica que es la misma que el Área de corte 1 " $A_{c1}$ " donde  $z_1 = z_2$

$$A_{c1} = (b + zy) * y \dots\dots\dots \text{Ecuación 94}$$

$$A_{c1} = y^2 * (2\sqrt{1 + z^2} - z) \dots\dots\dots \text{Ecuación 103}$$

Perímetro mojado:

$$P = b + 2y\sqrt{1 + z^2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 96}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$P = 2y(2\sqrt{1+z^2}-z) \dots\dots\dots \text{Ecuación 104}$$

Radio hidráulico:

$$R = \frac{(b+zy)y}{b+2y\sqrt{1+z^2}} \dots\dots\dots \text{Ecuación 97}$$

$$R = \frac{y}{2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 105}$$

$$\frac{b}{y} = 2(\sqrt{1+z^2}-z) \dots\dots\dots \text{Ecuación 100}$$

$$b = 2y(\sqrt{1+z^2}-z) \dots\dots\dots \text{Ecuación 101}$$

$$y = \frac{b}{2(\sqrt{1+z^2}-z)} \dots\dots\dots \text{Ecuación 102}$$

$$y = \left( \frac{Q \cdot n \cdot 2^{\frac{2}{3}}}{(2\sqrt{1+z^2}-z) \cdot S^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{3}{8}} \dots\dots\dots \text{Ecuación 107}$$

## Calculando el área de corte 2

Para el área de corte 2 "Ac2" se cumple que es semejante a la del caso 3 con la diferencia que el  $z_1 = z_2$  lo cual se modifica en la ecuación.



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$A_{c2} = \frac{0,5 * S_t * (Z_1 y + b + Z_2 y)^2}{100 - S_t Z_1} \dots\dots\dots \text{Ecuación 137}$$

$$A_{c2} = \frac{0,5 * S_t (z1 * y + b + z1 * y)^2}{(100 - z4 S_t)}$$

Resolviendo se tiene:

$$A_{c2} = \frac{0,5 * S_t (2 * z1 * y + b)^2}{(100 - z4 * S_t)} \dots\dots\dots \text{Ecuación 147}$$

Sustituyendo la Ecuación 101 en la Ecuación 147:

$$b = 2y(\sqrt{1 + z^2} - z) \dots\dots\dots \text{Ecuación 101}$$

$$A_{c2} = \frac{0,5 * S_t (2 * z1 * y + b)^2}{(100 - z4 * S_t)} \dots\dots\dots \text{Ecuación 147}$$

$$A_{c2} = \frac{0,5 * S_t (2 * z1 * y + 2y(\sqrt{1 + z1^2} - z1))^2}{(100 - z4 * S_t)} \dots\dots\dots \text{Ecuación 148}$$

Área de corte total utilizando la Ecuación 94 y la Ecuación 148 en la Ecuación 17:



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$A_{c1} = (b + z_1 * y) * y \dots\dots\dots \text{Ecuación 94}$$

$$A_{c2} = \frac{0,5 * S_t (2 * z_1 * y + 2y(\sqrt{1+z_1^2} - z_1))^2}{(100 - z_4 * S_t)} \dots\dots\dots \text{Ecuación 148}$$

$$A_{cT} = A_{c1} + A_{c2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 17}$$

$$A_{ct} = (b + z_1 * y) * y + \frac{0,5 * S_t (2 * z_1 * y + b)^2}{(100 - z_4 * S_t)} \dots\dots\dots \text{Ecuación 149}$$

O también

$$A_{ct} = (2\sqrt{1 + z_1^2} - z_1) * y^2 + \frac{0,5 * S_t (2 * z_1 * y + 2y(\sqrt{1+z_1^2} - z_1))^2}{(100 - z_4 * S_t)} \dots\dots\dots$$

Ecuación 150

Donde

$A_{ct}$  = área de corte total  $m^2$

Para calcular el volumen de corte total por cada metro lineal del canal se multiplica por 1,0 m de distancia

$$V_{cT} = (b + z_1 * y) * y + \frac{0,5 * S_t * (2 * z_1 * y + b)^2}{(100 - z_4 * S_t)} (m^2) * 1,0 \frac{m}{m}$$

$$V_{cT} \left( \frac{m^3}{m} \right) = (b + z_1 * y) * y + \frac{0,5 * S_t * (2 * z_1 * y + b)^2}{(100 - z_4 * S_t)} \dots\dots\dots \text{Ecuación 151}$$

O también



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$V_{cT} = (2\sqrt{1+z1^2} - z1) * y^2 + (2\sqrt{1+z1^2} - z1) * y^2 + \frac{0,5 * St(2 * z1 * y + 2y(\sqrt{1+z1^2} - z1))^2}{(100 - z4 * S_t)} (m^2) * 1,0 \frac{m}{m}$$

$$V_{cT} \left( \frac{m^3}{m} \right) = (2\sqrt{1+z1^2} - z1) * y^2 + \frac{0,5 * St(2 * z1 * y + 2y(\sqrt{1+z1^2} - z1))^2}{(100 - z4 * S_t)}$$

..... Ecuación 152

$$V_{cT} \left( \frac{m^3}{m} \right) = (2\sqrt{1+z1^2} - z1) * y^2 + \frac{0,5 * St(2y(z1 + (\sqrt{1+z1^2} - z1)))^2}{(100 - z4 * S_t)}$$

$$V_{cT} \left( \frac{m^3}{m} \right) = (2\sqrt{1+z1^2} - z1) * y^2 + \frac{0,5 * St * 4 * y^2(z1 + (\sqrt{1+z1^2} - z1))^2}{(100 - z4 * S_t)}$$

$$V_{cT} \left( \frac{m^3}{m} \right) = (2\sqrt{1+z1^2} - z1) * y^2 + \frac{2 * St * y^2(z1 + \sqrt{1+z1^2} - z1)^2}{(100 - z4 * S_t)}$$

$$V_{cT} \left( \frac{m^3}{m} \right) = (2\sqrt{1+z1^2} - z1) * y^2 + \frac{2 * St * y^2(\sqrt{1+z1^2})^2}{(100 - z4 * S_t)}$$

$$V_{cT} \left( \frac{m^3}{m} \right) = (2\sqrt{1+z1^2} - z1) * y^2 + \frac{2 * St * y^2(1+z1^2)}{(100 - z4 * S_t)}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$V_{cT} \left( \frac{m^3}{m} \right) = y^2 * \left( 2\sqrt{1 + z1^2} - z1 + \frac{2*St(1+z1^2)}{100-z4*St} \right) \dots\dots\dots \text{Ecuación 153}$$

Ejemplo:

Se quiere calcular cuantos metros cúbicos por cada metro lineal de canal de acequia de ladera cuya forma es trapezoidal y está definido por los siguientes parámetros geométricos:

$$z1 = z2 = 1,0$$

$$z4 = 1,25$$

$$St = 30\%$$

$$y = 0,3307 \text{ m}$$

$$b = 0,2740 \text{ m}$$

Calculando el volumen de corte utilizando la Ecuación 151:

$$V_{cT} \left( \frac{m^3}{m} \right) = (b + z1 * y) * y + \frac{0,5 * St * (2 * z1 * y + b)^2}{(100 - z4 * St)}$$

Sustituyendo se obtiene:

$$V_{cT} \left( \frac{m^3}{m} \right) = (0,2740 + 0,3307) * 0,3307 + \frac{0,5 * 30 * (2 * 1 * 0,3307 + 0,2740)^2}{(100 - 1,25 * 30)}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

$$V_{cr}\left(\frac{m^3}{m}\right) = 0,2000 + 0,2100$$

$$V_{cr}\left(\frac{m^3}{m}\right) = \mathbf{0,41}$$

Calculando el volumen de corte utilizando la Ecuación 152 :

$$V_{cr}\left(\frac{m^3}{m}\right) = \left(2\sqrt{1+z1^2} - z1\right) * y^2 + \frac{0,5 * St(2 * z1 * y + 2y(\sqrt{1+z1^2} - z1))^2}{(100 - z4 * St)}$$

Sustituyendo se obtiene:

$$V_{cr}\left(\frac{m^3}{m}\right) = \left(2\sqrt{1+1^2} - 1\right) * 0,3307^2 + \frac{0,5 * 30 * (2 * 0,3307 + 2 * 0,3307 * (\sqrt{1+1^2} - 1))^2}{(100 - 1,25 * 30)}$$

$$V_{cr}\left(\frac{m^3}{m}\right) = 0,2000 + 0,2099$$

$$V_{cr}\left(\frac{m^3}{m}\right) = \mathbf{0,41}$$



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**

## Bibliografía

- French, R. (2017). Hidráulica de canales abiertos. 735. México. Recuperado el 2022, de [http://siar.minam.gob.pe/puno/sites/default/files/archivos/public/docs/richard\\_french\\_hidraulica\\_canales\\_abiertos\\_-\\_hidrocliv\\_compressed\\_compressed-comprimido.pdf](http://siar.minam.gob.pe/puno/sites/default/files/archivos/public/docs/richard_french_hidraulica_canales_abiertos_-_hidrocliv_compressed_compressed-comprimido.pdf)
- Gallardo Armijos, P. (2018). Diseño de canales abiertos. 82. Recuperado el 2022, de <https://www.3ciencias.com/wp-content/uploads/2018/09/DISE%C3%91O-CANALES-ABIERTOS.pdf>
- Te Chow, V. (2004). Hidráulica de canales abiertos. 668. Recuperado el 2022, de <https://www.udocz.com/apuntes/10448/ven-te-chow---hidraulica-de-canales-abiertos>



Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0  
Internacional

**CC BY-NC-ND 4.0**