Fundamentos de Conservación de suelos y aguas III

Diseño de ingeniería en el cálculo de movimiento de tierras y variables hidráulicas en canales parabólicos (no tiene “b” o base)

Escuela Ingeniería Agrícola

Instituto Tecnológico de Costa Rica

Autor:

Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal

2025

Dedicatoria y agradecimiento:

A Dios sobre todas las cosas que es el dador de vida y de toda buena dádiva

A mi amada esposa Kattia Lorena Moreno Valencia

A mis amados hijos Jafet y Kemuel Chavarría Moreno

A todos aquellos que, en algún momento, en alguna medida o en alguna ocasión me han apoyado, ayudado y aconsejado

Índice General

Índice de cuadros

Índice de figuras

Capítulo 1: Ecuaciones fundamentales generales tomadas del libro Fundamentos de Conservación de suelos y aguas I (Diseño de ingeniería en el cálculo de movimiento de tierras y variables hidráulicas en canales triangulares y circulares (no tiene "b" o base))

Ecuaciones generales utilizadas en los libros Fundamentos de Conservación de suelos y aguas tomos I y II para calcular los volúmenes de corte y las variables hidráulicas en y para el diseño y construcción de los canales conductores

Para calcular el área total de corte se utiliza la siguiente Ecuación:

$$Ac_T = Ac_1 + Ac_2$$ ....Ecuación 1

Donde

Ac1 = área de corte 1 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo inferior)

Ac2 = área de corte 2 correspondiente a la sección de área hidráulica de la acequia de ladera (m) (triángulo superior)

Act = área de corte total (m^2)

Para calcular este volumen de corte total $V_{cT}(\frac{m^3}{m})$ se utiliza solamente la distancia de 1,0 metro lineal (m-l) del canal a construir o en construcción

$$\mathbf{V_{cT}(\frac{m^3}{m}) = Ac_T(m^2) * 1,0\,\frac{m-l}{m-l}}$$ ....Ecuación 2

Ecuaciones para calcular las variables hidráulicas de los canales

Cálculo del radio hidráulico de la sección transversal de conducción de agua en su máxima capacidad

$$R = \frac{A}{P}$$ ………Ecuación 3

Donde:

A = área hidráulica de la sección transversal conductora de agua (m^2)

P = perímetro mojado de la sección transversal conductora de agua (m)

Según Manning (French, 2017) el caudal está definido por

$$Q = \frac{1}{n} * A * R^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}$$ ………Ecuación 4

donde:

Q: caudal (m^3/s) máximo en la acequia de ladera o canal

A: área (m^2)

R: radio hidráulico (m)

S: pendiente del canal (m/m)

n: coeficiente de rugosidad (adimensional)

Capítulo 2: Acequia de ladera Parabólico

Ecuaciones para calcular los volúmenes de corte de la sección conductora de agua en un canal parabólico juntamente con su perímetro mojado, el área y el radio hidráulico los cuales son iguales tanto para la figura 1 como la figura 2 donde z3 ≠ 0

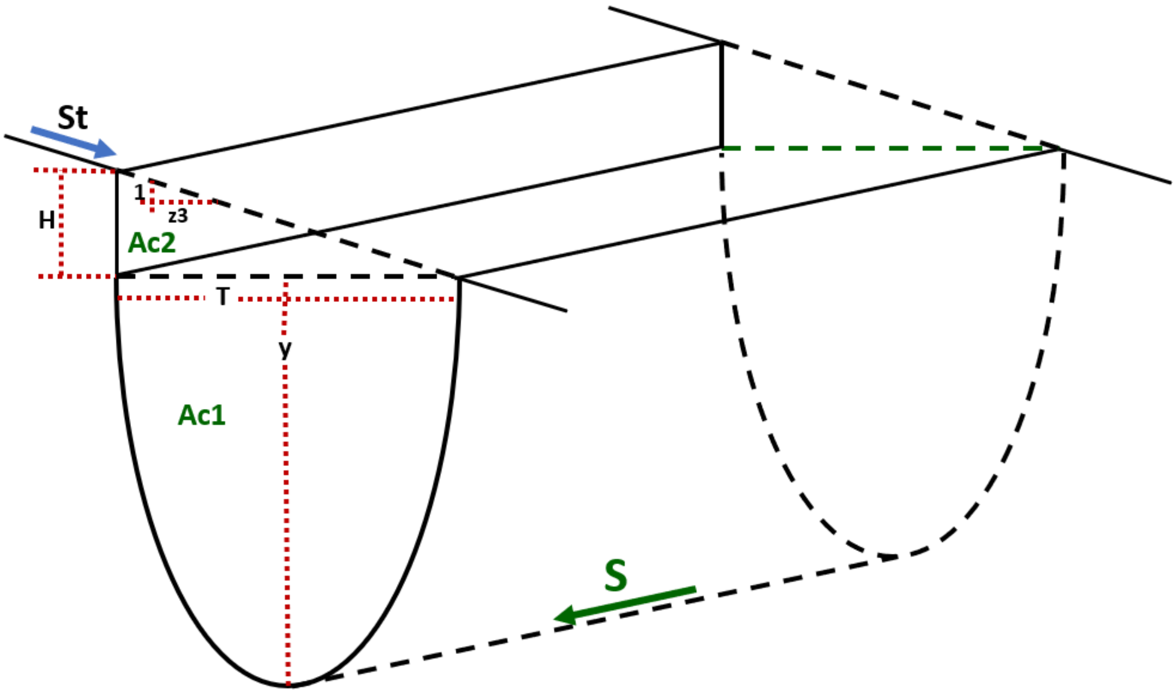

Figura 1: Acequia de ladera con sección parabólica según caso 1 sin talud en la pared del terreno donde se construye

Donde:

y = tirante de agua que corresponde a la mayor profundidad de agua en la acequia de ladera parabólica (m)

T = ancho del espejo de agua en el canal en la sección transversal de la acequia de ladera triangular (m)

H = altura del triángulo de corte (m)

Instituto Tecnológico de Costa Rica – Escuela de Ingeniería Agrícola
Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal adchavarria@itcr.ac.cr chavarriavae@gmail.com

S = pendiente del canal (m/m)

St = pendiente del terreno natural (%)

z3 = talud natural que se forma debido a la pendiente (adimensional)

Ac1 = área de movimiento de suelo correspondiente a la sección hidráulica conductora (m^2)

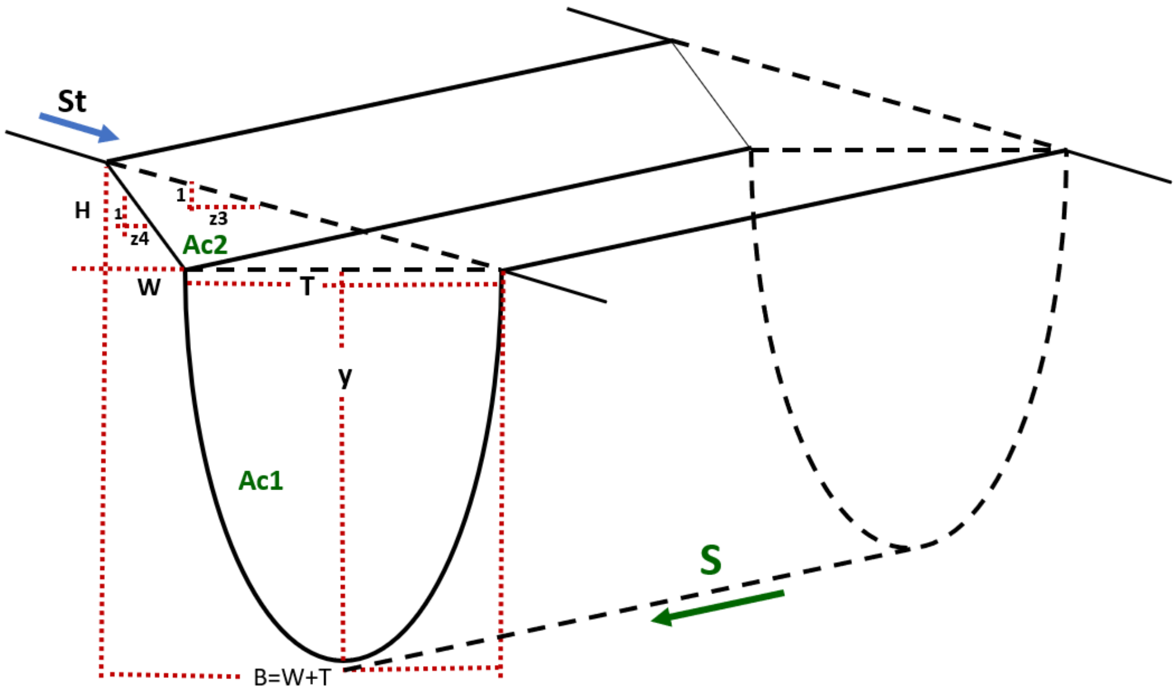

Figura 2: Acequia de ladera con sección parabólica según caso 1 con talud en la pared del terreno donde se construye

Donde:

y = tirante de agua que corresponde a la mayor profundidad de agua en la acequia de ladera parabólica (m)

T = ancho del espejo de agua en el canal en la sección transversal de la acequia de ladera triangular (m)

H = altura del triángulo de corte (m)

W = distancia horizontal correspondiente a la inclinación debido al z4 (m)

S = pendiente del canal (m/m)

St = pendiente del terreno natural (%)

z4 = talud en la pared de construcción (adimensional)

z3 = talud natural que se forma debido a la pendiente (adimensional)

Ac1 = área de movimiento de suelo correspondiente a la sección hidráulica conductora (m^2)

Cálculo del área de corte 1 "Ac1"

Para calcular el área de corte 1 se debe de calcular el área de la sección transversal de la conducción hidráulica ya que son lo mismo. Para esto haremos uso de los elementos geométricos de sección de canal parabólico que se encuentran en los libros de (Gallardo Armijos, 2018) y de (Te Chow, 2004)

Tomado de:

Ven Te Chow, HIDRAULICA_DE_CANALES_ABIERTOS

Área hidráulica que es el área de corte 1 Ac1" se calcula mediante la siguiente expresión matemática:

$$Ac1 = \frac{2T*y}{3}$$ ....Ecuación 5

Para calcular el perímetro mojado se tienen 2 condiciones:

Instituto Tecnológico de Costa Rica – Escuela de Ingeniería Agrícola

Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal adchavarria@itcr.ac.cr chavarriavae@gmail.com

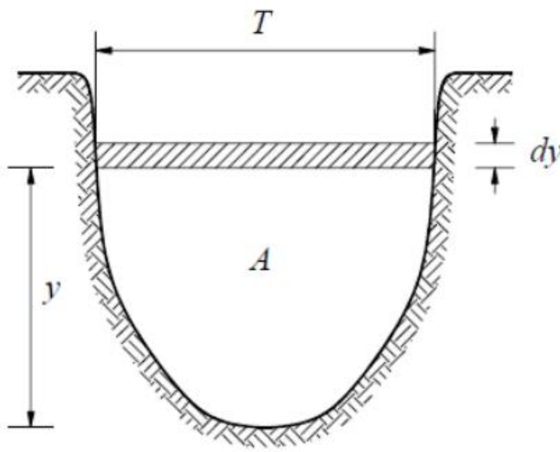

Figura 3: Acequia de ladera con sección parabólica

Donde:
y = tirante de agua o mayor profundidad de agua en el canal de la acequia de ladera (m)
T = espejo de agua (m)

Podemos observar que el cálculo del área de corte de la sección conductora de agua depende de dos variables que son el espejo de agua y del tirante o la altura de agua en el canal y no solamente depende de una variable.

Para calcular el perímetro mojado **"P"** y el radio hidráulico **"R"** se nos presentan dos condiciones que son las siguientes:

Condición 1:

$0 < G \leq 1$ donde:

$$G = \frac{4y}{T}$$ ………Ecuación 6

Combinando las siguientes ecuaciones:

$$R = \frac{A}{P} \quad \text{.........Ecuación 3}$$

$$A = \frac{2T * y}{3}$$

$$P = T + \frac{8y^2}{3T} \quad \text{.........Ecuación 6.1}$$

$$R = \frac{\frac{2T * y}{3}}{T + \frac{8y^2}{3T}}$$

$$R = \frac{\frac{2T * y}{3}}{\frac{3T * T}{3T} + \frac{8y^2}{3T}}$$

$$R = \frac{\frac{2T * y}{3}}{\frac{3T^2 + 8y^2}{3T}}$$

$$R = \frac{\cancel{3}T * 2T * y}{\cancel{3} * (3T^2 + 8y^2)}$$

$$R = \frac{2 * T^2 * y}{3T^2 + 8y^2} \quad \text{.........Ecuación 7}$$

Condición 2:

$G > 1$ donde:

$$\mathbf{G = \frac{4y}{T}}$$ ………Ecuación 6

El perímetro mojado y el radio hidráulico se calculan con las siguientes expresiones matemáticas:

$$\boldsymbol{P = \frac{T}{2}\left[(1 + G^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{G} Ln\left(G + (1 + G^2)^{\frac{1}{2}}\right)\right]}$$ ………Ecuación 8

Combinando las siguientes ecuaciones

$$\boxed{\begin{array}{l} \boldsymbol{G = \frac{4y}{T}} \\ \boldsymbol{P = \frac{T}{2}\left[(1 + G^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{G} Ln\left(G + (1 + G^2)^{\frac{1}{2}}\right)\right]} \end{array}}$$

$$Pm = \frac{T}{2}\left[\left(1 + (\frac{4y}{T})^2\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\frac{4y}{T}} Ln\left(\frac{4y}{T} + \left(1 + (\frac{4y}{T})^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right]$$

$$\mathbf{Pm = \frac{T}{2}\left[\left(1 + (\frac{4y}{T})^2\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{T}{4y} Ln\left(\frac{4y}{T} + \left(1 + (\frac{4y}{T})^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right]}$$ ………Ecuación 9

$$R = \frac{A}{P}$$ ....Ecuación 3

$$R = \frac{\frac{2T*y}{3}}{\frac{T}{2}\left[\left(1+(\frac{4y}{T})^2\right)^{\frac{1}{2}}+\frac{T}{4y}Ln\left(\frac{4y}{T}+\left(1+(\frac{4y}{T})^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right]}$$ ....Ecuación 9.1

Resumen de las ecuaciones fundamentales para las variables hidráulicas de los Canal Parabólico

Área hidráulica llamada usualmente área de corte 1	$Ac1 = \frac{2T*y}{3}$
Valor de G	$G = \frac{4y}{T}$
Perímetro mojado para la condición $0 < G \leq 1$	$Pm = T + \frac{8y^2}{3T}$
Radio hidráulico para la condición $0 < G \leq 1$	$R = \frac{2*T^2*y}{3*T^2+8*y^2}$
Perímetro mojado para la condición $G > 1$	$Pm = \frac{T}{2}\left[\left(1+(\frac{4y}{T})^2\right)^{\frac{1}{2}}+\frac{T}{4y}Ln\left(\frac{4y}{T}+\left(1+(\frac{4y}{T})^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right]$
Radio hidráulico para la condición $G > 1$	$R = \frac{\frac{2T*y}{3}}{\frac{T}{2}\left[\left(1+(\frac{4y}{T})^2\right)^{\frac{1}{2}}+\frac{T}{4y}Ln\left(\frac{4y}{T}+\left(1+(\frac{4y}{T})^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right]}$

Se puede observar que en una acequia de ladera o en cualquier canal conductor que está definido por un canal parabólico en el perímetro mojado al igual que el área hidráulica, se depende fundamentalmente de dos variables que son el tirante **"y"** y el espejo de agua **"T"**.

*Por lo anterior, para facilitar las soluciones de los diseños hidráulicos se buscará una expresión que relacione el tirante **"y"** con el espejo de agua **"T"** para lograr dejar una variable en las ecuaciones o modelos hidráulicos y de movimiento de tierras buscando fundamentalmente que dependa del tirante **"y"**, y de esta manera lograr simplificar el diseño de ingeniería en las estimaciones, presupuestos y construcción de estos canales parabólicos.*

Estimación de la relación matemática entre espejo de agua "T" y el tirante "y" en un canal parabólico

1- **Definición de la familia de parábolas a utilizar en los canales parabólicos.**

Existe infinidad de parábolas que podrían definir las secciones transversales hidráulicas de los canales parabólicos, pero para hacer el análisis de manera concreta y más sencilla se utilizará la siguiente expresión matemática:

$$\boldsymbol{f(x) = y = a * x^2} \quad \text{.........Ecuación 10}$$

siempre con:

$$\mathbf{a > 0}$$

Donde

a: es el coeficiente de la función parabólica (adimensional)

x: variable independiente

f(x) = y = variable dependiente

2- **Formas de las funciones que serían lo mismo que las formas de los canales en las secciones conductoras de agua.**

Analizando la función matemática expresada en la ecuación 10 se puede observar en el cuadro 1 y la figura 4 como cambia la variable **"y = f(x)**" que es la variable dependiente en función de la variable independiente **"x"** y además, se puede observar en figura 4 que proviene del cuadro 1 diferentes parábolas que podrían representar en un diseño de un canal o una acequia de ladera con la misma forma.

También se puede observar en la figura 4 y el cuadro 1 que las parábolas van variando, dependiendo conforme varía el factor **"a"**.

Para construir el cuadro "1" se definió para la función matemática parabólica que se estableció con diferentes valores de **"a"**, tomando distintos valores del ancho del canal que es usualmente llamado espejo de agua **"T"**, como las unidades o valores del eje **"x"** en un ámbito desde -1,5 y hasta 1,5. Se calcularon los diferentes valores de **"y"** que representaría el tirante o el nivel del agua en la sección transportadora del agua en el canal (o los diferentes valores de **"f(y)")**. Los valores de **"a"** que se escogieron son todos mayores de cero con valores desde 1/8 hasta 1,0 y valores mayores a 1,0 que van desde 1,0 hasta 2,0 para mostrar el comportamiento de las funciones matemáticas para los diferentes coeficientes de **"a"** en la funcion parabolica de la ecuación 10.

Graficamente se presentan los comportamientos de las funciones matemáticas en la figura 4 según cada funcion resultante de la correlacion entre ambos parametros

"x" y **"a"** para obtener **"y"**. Se puede deducir que de acuerdo al aumento del valor de **"a"** la parabola es mas cerrada y por lo contrario, a menores valores de **"a"** la parabola es mas abierta.

Además, podemos observar la variación de los valores en **"y"** de forma directa y proporcional para cada valor distinto de **"a"** para un mismo caudal, pendiente y del coeficiente de roce del canal.

3- **Relación de los valores de "y" con los valores de "T" donde "T = 2*x" cuadro 2 y figura 5.**

Como vimos, para un valor de **"a = 0,5"** tendríamos la siguiente función parabólica como se muestra en la ecuación 11

$$\boldsymbol{f(x) = y = 0,5 * x^2} \quad \text{.........Ecuación 11}$$

Para esta función parabólica o ecuación 11 y para las otras funciones parabólicas, de la figura 5 y del cuadro 2 donde se relacionan los valores de **"y"** con los valores de **"T"** y se muestra como varía el espejo de agua **"T"** en función del tirante **"y"** donde se tiene que **"T = 2 * x"** para los diferentes valores de **"a"**.

Se puede apreciar en la figura 5, que estas ecuaciones en todos los caso presentan una constante o factor numérico multiplicado que para nuestro caso le llamaremos **"f"**. Por ello, se manifiesta una relación matemática entre **"T"** y **"y"** la cuál es la siguiente:

$$\boldsymbol{T = f * \sqrt{y}} \quad \text{.........Ecuación 12}$$

$$T = f * y^{\frac{1}{2}}$$ ………Ecuación 13

Esta expresión matemática que se encuentran en las ecuaciones 12 y 13, como se mencionó, **“f”** es el coeficiente resultante de la relación que se define entre el tirante “y” y el espejo de agua **“T”**; pero no obstante, se presentan muchos valores de **“f”** conforme varía el valor de **“a”** en la ecuación 10. Por esto, de los valores mostrados en el cuadro 2 se desarrolla la relación entre los valores de **“f”** y los valores de **“a”** como se muestra en la figura 6 donde podemos definir las ecuaciones 14 y 15 que determinan o se logra establecer el valor de **“f”** definido en las ecuaciones 12 y 13 en términos de **“a”** cuya relación matemática es la siguiente:

$$f = \frac{2}{\sqrt{a}}$$ ………Ecuación 14

$$f = \frac{2}{a^{\frac{1}{2}}}$$ ………Ecuación 15

Estas relaciones encontradas nos resuelven las ecuaciones que se encuentran en términos de las dos variables **“T”** y **“y”** y nos da la opción de poder expresarlas solamente en términos de una variable que en nuestro caso sería la variable independiente **“y”** que representaría la altura de agua máxima en la sección conductora del canal parabólico o tirante hidráulico

Combinando las siguientes ecuaciones tenemos:

Instituto Tecnológico de Costa Rica – Escuela de Ingeniería Agrícola

Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal adchavarria@itcr.ac.cr chavarriavae@gmail.com

$$T = f * \sqrt{y}$$
$$f = \frac{2}{\sqrt{a}}$$

$$T = \frac{2}{\sqrt{a}} * \sqrt{y}$$ ....Ecuación 15.1

De esta manera se logra definir el tirante **"y"** en términos del espejo de agua **"T"** para cualquier coeficiente **"a"** de la función parabólica establecida en la ecuación 10 y para todas las otras ecuaciones de los parámetros hidráulicos con dos variables. Estas ecuaciones nos facilitan la solución de las ecuaciones parabólicas del área hidráulica, perímetro mojado y del radio hidráulico e inclusive, el cálculo del tirante hidráulico **"y"** ya que podemos establecer **"T"** en función de **"y"** dejando las ecuaciones en una sola variable y viceversa utilizando el valor del coeficiente **"a"**.

Cuadro 1: Valores de **“x”** y **“y”** en un eje cartesiano para secciones parabólicas con diferentes coeficientes **“a”**

a =	0,1250	0,1667	0,2500	0,3333	0,5000	0,6667	1,0000	1,2500	1,5000	1,7500	2,0000	
a =	1/8	1/6	1/4	1/3	1/2	1/1,5	1	1 1/4	1 1/2	1 3/4	2	
x	y=f(x)=(x^2)/8	y=f(x)=(x^2)/6	y=f(x)=(x^2)/4	y=f(x)=(x^2)/3	y=f(x)=(x^2)/2	y=f(x)=(x^2)/1,5	y=f(x)=x^(2)	y=f(x)=1,25*(x^2)	y=f(x)=1,5*(x^2)	y=f(x)=1,75*(x^2)	y=f(x)=2,0*(x^2)	h
-1,5	0,281	0,375	0,563	0,750	1,125	1,500	2,250	2,813	3,375	3,938	4,500	0,3
-1,4	0,245	0,327	0,490	0,653	0,980	1,307	1,960	2,450	2,940	3,430	3,920	0,3
-1,3	0,211	0,282	0,423	0,563	0,845	1,127	1,690	2,113	2,535	2,958	3,380	0,3
-1,2	0,180	0,240	0,360	0,480	0,720	0,960	1,440	1,800	2,160	2,520	2,880	0,3
-1,1	0,151	0,202	0,303	0,403	0,605	0,807	1,210	1,513	1,815	2,118	2,420	0,3
-1	0,125	0,167	0,250	0,333	0,500	0,667	1,000	1,250	1,500	1,750	2,000	0,3
-0,9	0,101	0,135	0,203	0,270	0,405	0,540	0,810	1,013	1,215	1,418	1,620	0,3
-0,8	0,080	0,107	0,160	0,213	0,320	0,427	0,640	0,800	0,960	1,120	1,280	0,3
-0,7	0,061	0,082	0,123	0,163	0,245	0,327	0,490	0,613	0,735	0,858	0,980	0,3
-0,6	0,045	0,060	0,090	0,120	0,180	0,240	0,360	0,450	0,540	0,630	0,720	0,3
-0,5	0,031	0,042	0,063	0,083	0,125	0,167	0,250	0,313	0,375	0,438	0,500	0,3
-0,4	0,020	0,027	0,040	0,053	0,080	0,107	0,160	0,200	0,240	0,280	0,320	0,3
-0,3	0,011	0,015	0,023	0,030	0,045	0,060	0,090	0,113	0,135	0,158	0,180	0,3
-0,2	0,005	0,007	0,010	0,013	0,020	0,027	0,040	0,050	0,060	0,070	0,080	0,3
-0,1	0,001	0,002	0,003	0,003	0,005	0,007	0,010	0,013	0,015	0,018	0,020	0,3
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,3
0,1	0,001	0,002	0,003	0,003	0,005	0,007	0,010	0,013	0,015	0,018	0,020	0,3
0,2	0,005	0,007	0,010	0,013	0,020	0,027	0,040	0,050	0,060	0,070	0,080	0,3
0,3	0,011	0,015	0,023	0,030	0,045	0,060	0,090	0,113	0,135	0,158	0,180	0,3
0,4	0,020	0,027	0,040	0,053	0,080	0,107	0,160	0,200	0,240	0,280	0,320	0,3
0,5	0,031	0,042	0,063	0,083	0,125	0,167	0,250	0,313	0,375	0,438	0,500	0,3
0,6	0,045	0,060	0,090	0,120	0,180	0,240	0,360	0,450	0,540	0,630	0,720	0,3
0,7	0,061	0,082	0,123	0,163	0,245	0,327	0,490	0,613	0,735	0,858	0,980	0,3
0,8	0,080	0,107	0,160	0,213	0,320	0,427	0,640	0,800	0,960	1,120	1,280	0,3
0,9	0,101	0,135	0,203	0,270	0,405	0,540	0,810	1,013	1,215	1,418	1,620	0,3
1	0,125	0,167	0,250	0,333	0,500	0,667	1,000	1,250	1,500	1,750	2,000	0,3
1,1	0,151	0,202	0,303	0,403	0,605	0,807	1,210	1,513	1,815	2,118	2,420	0,3
1,2	0,180	0,240	0,360	0,480	0,720	0,960	1,440	1,800	2,160	2,520	2,880	0,3
1,3	0,211	0,282	0,423	0,563	0,845	1,127	1,690	2,113	2,535	2,958	3,380	0,3
1,4	0,245	0,327	0,490	0,653	0,980	1,307	1,960	2,450	2,940	3,430	3,920	0,3
1,5	0,281	0,375	0,563	0,750	1,125	1,500	2,250	2,813	3,375	3,938	4,500	0,3

Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal adchavarria@itcr.ac.cr chavarriavae@gmail.com

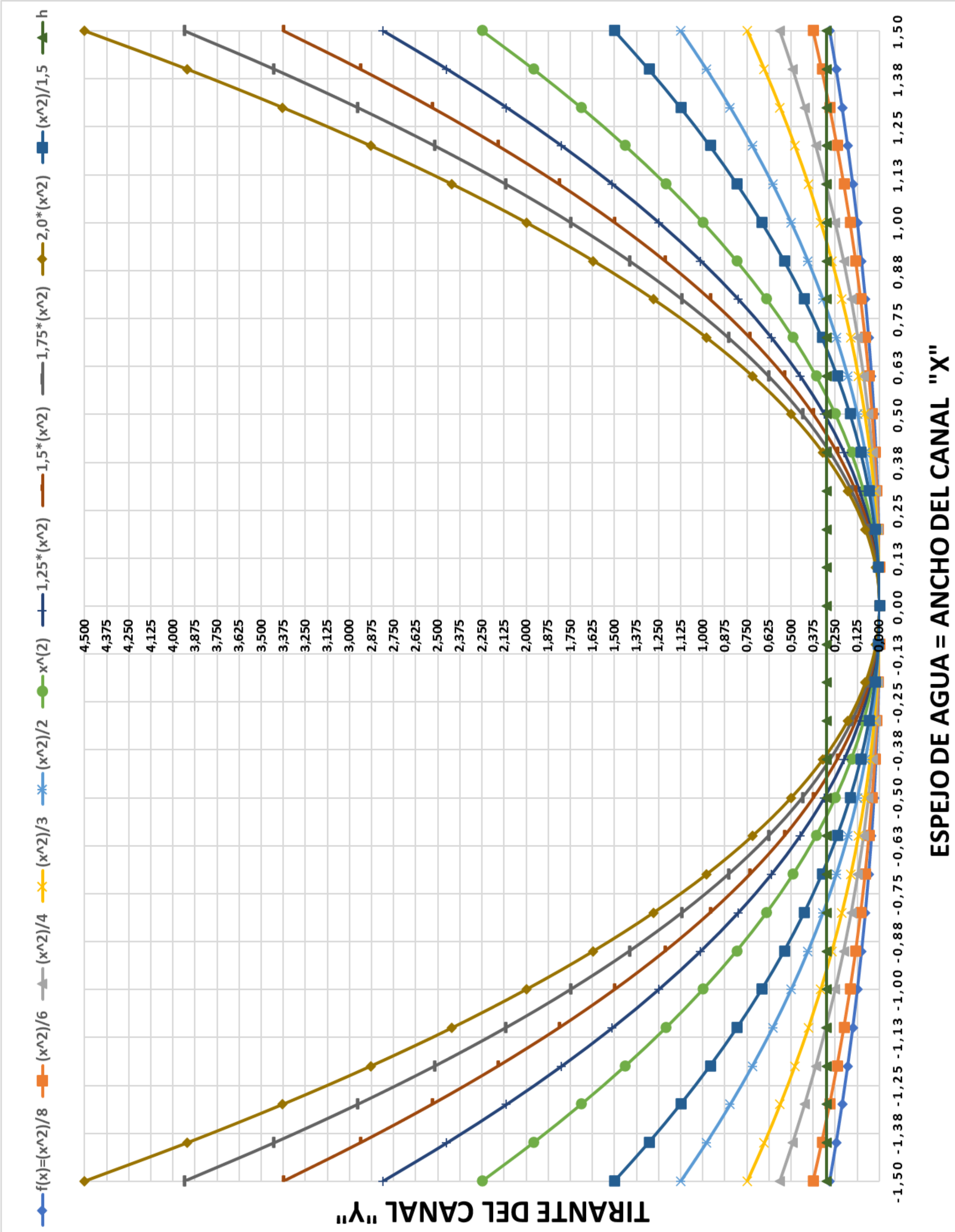

Figura 4: Formas de parábolas que representan los canales conductores de los canales o las acequias de ladera calculadas en el cuadro 1

Cuadro 2: Valores de **"x"** y **"y"** de secciones parabólicas con diferentes coeficientes **"a"**

a =	3,00	2,50	2,00	1,50	1,00	0,67	0,50	0,40	0,33	0,25	0,20	0,17	0,14	0,13
T = 2*X	y=a*(x^2)	y = a * (x^2)	y = f * (x^2)	y = f * (x^2)	y = f * (x^2)	y = f * (x^2)	y = f * (x^2)	y = f * (x^2)	y = f * (x^2)	y = f * (x^2)	y = f * (x^2)	y = f * (x^2)	y = f * (x^2)	y = f * (x^2)
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,200	0,030	0,025	0,020	0,015	0,010	0,007	0,005	0,004	0,003	0,003	0,002	0,002	0,001	0,001
0,400	0,120	0,100	0,080	0,060	0,040	0,027	0,020	0,016	0,013	0,010	0,008	0,007	0,006	0,005
0,600	0,270	0,225	0,180	0,135	0,090	0,060	0,045	0,036	0,030	0,023	0,018	0,015	0,013	0,011
0,800	0,480	0,400	0,320	0,240	0,160	0,107	0,080	0,064	0,053	0,040	0,032	0,027	0,023	0,020
1,000	0,750	0,625	0,500	0,375	0,250	0,167	0,125	0,100	0,083	0,063	0,050	0,042	0,036	0,031
1,200	1,080	0,900	0,720	0,540	0,360	0,240	0,180	0,144	0,120	0,090	0,072	0,060	0,051	0,045
1,400	1,470	1,225	0,980	0,735	0,490	0,327	0,245	0,196	0,163	0,123	0,098	0,082	0,070	0,061
1,600	1,920	1,600	1,280	0,960	0,640	0,427	0,320	0,256	0,213	0,160	0,128	0,107	0,091	0,080
1,800	2,430	2,025	1,620	1,215	0,810	0,540	0,405	0,324	0,270	0,203	0,162	0,135	0,116	0,101
2,000	3,000	2,500	2,000	1,500	1,000	0,667	0,500	0,400	0,333	0,250	0,200	0,167	0,143	0,125
2,200	3,630	3,025	2,420	1,815	1,210	0,807	0,605	0,484	0,403	0,303	0,242	0,202	0,173	0,151
2,400	4,320	3,600	2,880	2,160	1,440	0,960	0,720	0,576	0,480	0,360	0,288	0,240	0,206	0,180
2,600	5,070	4,225	3,380	2,535	1,690	1,127	0,845	0,676	0,563	0,423	0,338	0,282	0,241	0,211
2,800	5,880	4,900	3,920	2,940	1,960	1,307	0,980	0,784	0,653	0,490	0,392	0,327	0,280	0,245
3,000	6,750	5,625	4,500	3,375	2,250	1,500	1,125	0,900	0,750	0,563	0,450	0,375	0,321	0,281
3,200	7,680	6,400	5,120	3,840	2,560	1,707	1,280	1,024	0,853	0,640	0,512	0,427	0,366	0,320
3,400	8,670	7,225	5,780	4,335	2,890	1,927	1,445	1,156	0,963	0,723	0,578	0,482	0,413	0,361
3,600	9,720	8,100	6,480	4,860	3,240	2,160	1,620	1,296	1,080	0,810	0,648	0,540	0,463	0,405
3,800	10,830	9,025	7,220	5,415	3,610	2,407	1,805	1,444	1,203	0,903	0,722	0,602	0,516	0,451
4,000	12,000	10,000	8,000	6,000	4,000	2,667	2,000	1,600	1,333	1,000	0,800	0,667	0,571	0,500
f	**1,1547**	**1,2649**	**1,4142**	**1,6330**	**2,0000**	**2,4495**	**2,8284**	**3,1623**	**3,4641**	**4,0000**	**4,4721**	**4,8990**	**5,2915**	**5,6569**

Instituto Tecnológico de Costa Rica – Escuela de Ingeniería Agrícola
Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal adchavarria@itcr.ac.cr chavarriavae@gmail.com

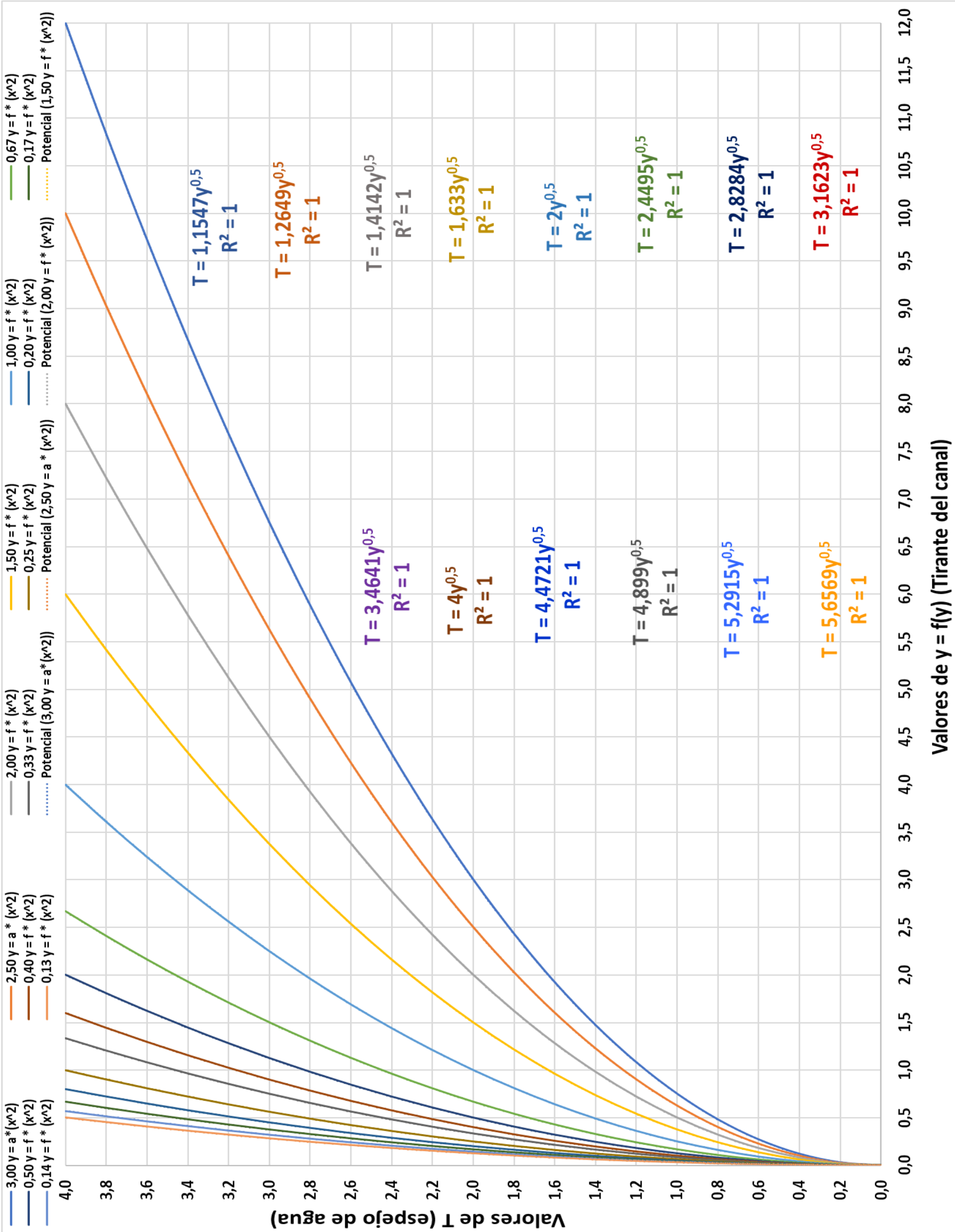

Figura 5: Relaciones del tirante **“y”** con respecto a los valores del espejo de agua **“T”** para diferentes valores de **“a”**

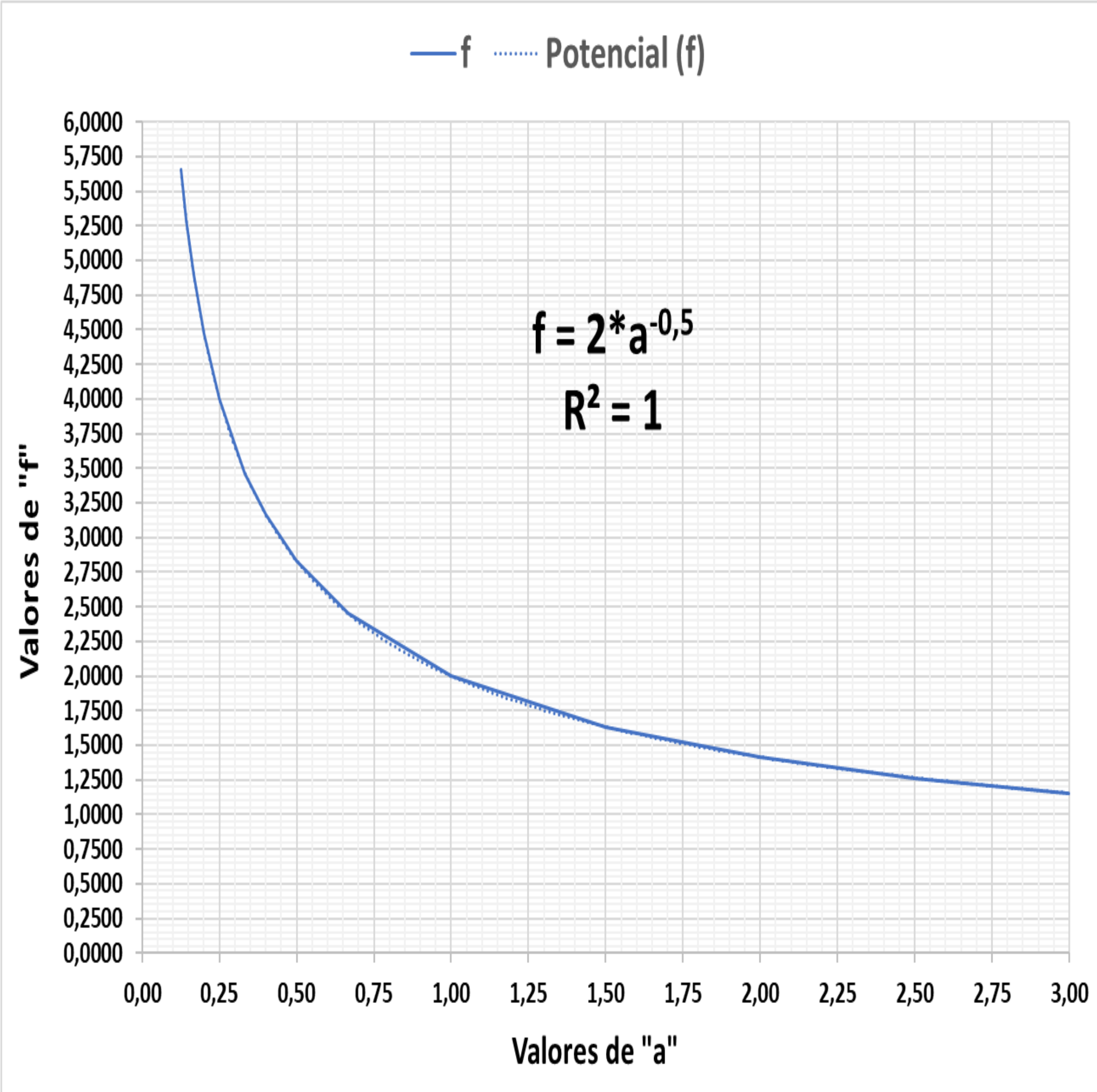

Figura 6: Variación del coeficiente **"f"** en términos del coeficiente **"a"** de la función parabólica establecida en la ecuación 10

Caso 1: Ecuaciones para calcular los volúmenes de corte totales en un canal conductor parabólico sin talud en la pared del terreno donde se construye, donde el talud debido a la pendiente del terreno natural es diferente de cero (z3 ≠ 0) (Figura 8)

EJEMPLO 1 CON a=1

Tomaremos el caso de un canal parabólico en una acequia de ladera con una función matemática

$$\boldsymbol{y = x^2} \quad \ldots \ldots \ldots \text{ Ecuación 16}$$

De donde se observa que $\boldsymbol{a = 1}$

Calculando "f" para establecer las ecuaciones en una sola variable

$$f = \frac{2}{\sqrt{a}}$$

$$f = \frac{2}{\sqrt{1}}$$

$$\boldsymbol{f = 2}$$

Lo cual nos indica que la relación matemática entre **"T"** y **"y"** queda definida de la siguiente manera:

$$T = f * \sqrt{y}$$

$$\boldsymbol{T = 2\sqrt{y}}$$ … … … Ecuación 17

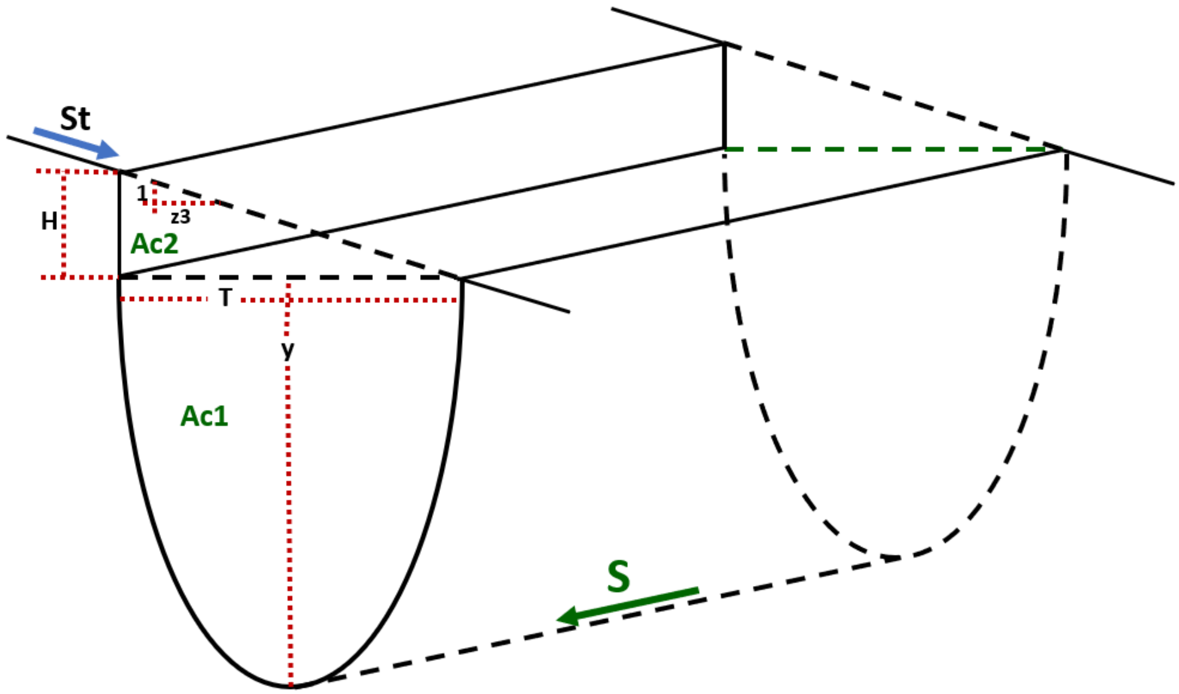

Figura 7: Acequia de ladera parabólica para el caso 1

Según se observa la imagen tenemos los siguientes parámetros:

z3 = talud natural que se forma debido a la pendiente del terreno (adimensional)

y = Tirante de agua que corresponde a la mayor profundidad de agua en la acequia de ladera triangular (m)

T = ancho del espejo de agua en el canal en la sección transversal de la acequia de ladera triangular

St = pendiente del terreno (%)

S = pendiente del canal (m/m)

Para el cálculo de las áreas y volúmenes de corte primeramente se expresará en términos del espejo de agua **"T"** y el tirante **"y"** para establecer las ecuaciones según la función matemática específica que representa el canal conductor de la acequia de ladera expresando en una sola variable.

Las ecuaciones de las variables hidráulicas de área de corte 1 (**Ac1**), área de corte 2 (**Ac2**), perímetro mojado (**Pm o P**) y radio hidráulico (**R o Rh**) en función de solamente la variable **"y"**

El cálculo del área hidráulica que es la misma que el área de corte 1 "Ac1" que esta está dada por la Ecuación 5.

$$\boldsymbol{Ac1 = \frac{2T * y}{3}}$$

$$\boldsymbol{T = 2\sqrt{y}}$$

$$\boldsymbol{Ac1 = \frac{2 * 2 * \sqrt{y} * y}{3}}$$

$$\boldsymbol{Ac1 = \frac{4 * y^{\frac{3}{2}}}{3}} \quad \text{… … … Ecuación 18}$$

Cálculo del área de corte 2 "Ac2":

$$A_{c2} = \frac{H * T}{2}$$

$$\mathrm{A_{c2}} = 0{,}5 * \mathrm{H} * \mathrm{T} \quad \ldots \ldots \ldots \text{Ecuación 19}$$

$$S_t = \frac{H}{T} * 100 \quad \ldots \ldots \ldots \text{Ecuación 20}$$

$$H = \frac{T * S_t}{100} \quad \ldots \ldots \ldots \text{Ecuación 21}$$

entonces

$$\mathbf{A_{c2}} = \frac{\frac{\mathbf{T} * \mathbf{S_t}}{\mathbf{100}} * \mathbf{T}}{\mathbf{2}}$$

$$\mathbf{A_{c2}} = \frac{\mathbf{T^2 S_t}}{\mathbf{200}} \quad \ldots \ldots \ldots \text{Ecuación 22}$$

$$\boldsymbol{T} = \mathbf{2}\sqrt{\boldsymbol{y}}$$

$$\mathrm{A_{c2}} = \frac{(2\sqrt{y})^2 \mathrm{S_t}}{200}$$

$$\mathrm{A_{c2}} = \frac{4 * y * \mathrm{S_t}}{200}$$

$$\mathbf{A_{c2}} = \frac{y * S_t}{50} \quad \text{……… Ecuación 23}$$

Calculando el área de corte total

$$\mathbf{A_{cT}} = \mathbf{A_{c1}} + \mathbf{A_{c2}}$$

$$\mathbf{A_{ct}} = \frac{2T * y}{3} + \frac{T^2 S_t}{200} \quad \text{……… Ecuación 24}$$

$$\mathbf{A_{ct}} = T\left(\frac{2y}{3} + \frac{T * S_t}{200}\right) \quad \text{……… Ecuación 25}$$

$$\mathbf{A_{ct}} = \frac{4 * y^{\frac{3}{2}}}{3} + \frac{y * S_t}{50} \quad \text{……… Ecuación 26}$$

$$\mathbf{A_{ct}} = y * \left(\frac{4 * y^{\frac{1}{2}}}{3} + \frac{S_t}{50}\right) \quad \text{……… Ecuación 27}$$

Act = área de corte total (m^2)

Para calcular el volumen de corte total por cada metro lineal del canal se multiplica por 1,0 m de distancia

Calculando el volumen de corte total

$$V_{cT} = T\left(\frac{2y}{3} + \frac{T * S_t}{200}\right)\ (m^2) * 1{,}0\frac{m}{m}$$

$$\boldsymbol{V_{cT}\left(\frac{m^3}{m}\right) = \frac{2T*y}{3} + \frac{T^2S_t}{200}}$$ ……… Ecuación 28

$$\boldsymbol{V_{cT}\left(\frac{m^3}{m}\right) = T\left(\frac{2y}{3} + \frac{T*S_t}{200}\right)}$$ ……… Ecuación 29

$$\boldsymbol{V_{cT}\left(\frac{m^3}{m}\right) = \frac{4*y^{\frac{3}{2}}}{3} + \frac{y*S_t}{50}}$$ ……… Ecuación 30

$$\boldsymbol{V_{cT}\left(\frac{m^3}{m}\right) = y * \left(\frac{4*y^{\frac{1}{2}}}{3} + \frac{S_t}{50}\right)}$$ ……… Ecuación 31

Definición de **“y”** en términos de **“T”**:

$$T = 2\sqrt{y}$$

$$\boldsymbol{\frac{T}{2} = \sqrt{y}}$$

$$(0{,}5 * T)^2 = y$$

$$\boldsymbol{y = 0{,}25 * T^2}$$ ……… Ecuación 32

$$\boldsymbol{y = \frac{T^2}{4}} \quad \ldots\ldots\ldots \text{ Ecuación 33}$$

Variables hidráulicas del perímetro mojado “P”, radio hidráulico “R” y el tirante hidráulico “y”:

0 < G ≤ 1:

$$P = T + \frac{8y^2}{3T}$$

$$P = T + \frac{8y^2}{3T}$$

$$P = \frac{3T * T}{3T} + \frac{8y^2}{3T}$$

$$P = \frac{3T * T + 8y^2}{3T}$$

$$\boldsymbol{P = \frac{3T^2 + 8y^2}{3T}} \quad \ldots\ldots\ldots \text{ Ecuación 34}$$

Combinando las ecuaciones

$$T = 2 * \sqrt{y} \quad o \quad 2 * y^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{Pm} = \frac{3\text{T}^2 + 8\text{y}^2}{3\text{T}}$$

$$P = \frac{3\left(2y^{\frac{1}{2}}\right)^2 + 8y^2}{3 * 2y^{\frac{1}{2}}}$$

$$P = \frac{12y + 8y^2}{6y^{\frac{1}{2}}}$$

$$P = \frac{4y * (3 + 2y)}{6y^{\frac{1}{2}}}$$

$$\boldsymbol{P = \frac{2y^{\frac{1}{2}} * (3 + 2y)}{3}} \quad \ldots \ldots \ldots \text{Ecuación 35}$$

$$R = \frac{A}{P}$$

$$R = \frac{\frac{4 * y^{\frac{3}{2}}}{3}}{\frac{2\text{y}^{\frac{1}{2}} * (3 + 2\text{y})}{3}}$$

$$R = \frac{4 * y^{\frac{3}{2}}}{2y^{\frac{1}{2}} * (3 + 2y)}$$

$$\boldsymbol{R = \frac{2 * y}{(3+2y)}}$$ ……… Ecuación 36

Para el tirante:

$$\boldsymbol{Q = \frac{1}{n} * A * R^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}}$$

Donde:

Q: caudal (m^3/s) máximo en la acequia de ladera

A: área (m^2)

R: radio hidráulico (m)

S: pendiente del canal (m/m)

n: coeficiente de rugosidad

$$\frac{Q * n}{S^{\frac{1}{2}}} = A * \frac{A^{\frac{2}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{Q * n}{S^{\frac{1}{2}}} = \frac{A^{\frac{5}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}}=\frac{\left(\frac{4*y^{\frac{3}{2}}}{3}\right)^{\frac{5}{3}}}{\left(\frac{2y^{\frac{1}{2}}*(3+2y)}{3}\right)^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}}=\frac{\frac{(2*2)^{\frac{5}{3}}*y^{\frac{5}{2}}}{3^{\frac{5}{3}}}}{\frac{2^{\frac{2}{3}}*(y^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{3}}*(3+2y)^{\frac{2}{3}}}{3^{\frac{2}{3}}}}$$

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}}=\frac{3^{\frac{2}{3}}*2^{\frac{5}{3}}*2^{\frac{5}{3}}*y^{\frac{5}{2}}}{3^{\frac{5}{3}}*2^{\frac{2}{3}}*y^{\frac{1}{3}}*(3+2y)^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}}=\frac{2^{\frac{8}{3}}*y^{\frac{13}{6}}}{3*(3+2y)^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{3*Q*n}{2^{\frac{8}{3}}*S^{\frac{1}{2}}}=\frac{y^{\frac{13}{6}}}{(3+2y)^{\frac{2}{3}}}$$

Se define “m” como una constante

$$\boldsymbol{m = \frac{3*Q*n}{2^{\frac{8}{3}}*S^{\frac{1}{2}}}}$$ … … … Ecuación 37

entonces

$$\frac{\mathbf{y}^{\frac{13}{6}}}{(3+2\mathbf{y})^{\frac{2}{3}}} = \mathbf{m}$$ … … … *Ecuación 38*

$$y^{\frac{13}{6}} = m * (3 + 2y)^{\frac{2}{3}}$$

$$(y^{\frac{13}{6}})^{\frac{3}{2}} = (m * (3 + 2y)^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}}$$

$$y^{\frac{13}{4}} = m^{\frac{2}{3}} * (3 + 2y)$$

$$y^{\frac{13}{4}} = 3 * m^{\frac{2}{3}} + 2 * m^{\frac{2}{3}} * y$$

$$\boldsymbol{y^{\frac{13}{4}} - 2 * m^{\frac{3}{2}} * y - 3 * m^{\frac{3}{2}} = 0}$$ … … … Ecuación 39

Combinando las ecuaciones

$$m = \frac{3*Q*n}{2^{\frac{8}{3}}*S^{\frac{1}{2}}}$$

$$y^{\frac{13}{4}} - 2*m^{\frac{3}{2}}*y - 3*m^{\frac{3}{2}} = 0$$

$$\boldsymbol{y^{\frac{13}{4}} - 2*\left(\frac{3*Q*n}{2^{\frac{8}{3}}*S^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{3}{2}}*y - 3*\left(\frac{3*Q*n}{2^{\frac{8}{3}}*S^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{3}{2}} = 0} \ldots\ldots\ldots$$

Ecuación 40

Para resolver esta ecuación se puede realizar por el método del tanteo o por el método gráfico o cualquier otro método

Ejemplo de cálculo

Q = 0,1 m^3/s

S = 0,003 m/m

n = 0,033

$$\boldsymbol{y^{\frac{13}{4}} - 2*\left(\frac{3*Q*n}{2^{\frac{8}{3}}*S^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{3}{2}}*y - 3*\left(\frac{3*Q*n}{2^{\frac{8}{3}}*S^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{3}{2}} = 0}$$

$$y^{\frac{13}{4}} - 2 * \left(\frac{3 * 0{,}1 * 0{,}033}{2^{\frac{8}{3}} * 0{,}003^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{3}{2}} * y - 3 * \left(\frac{3 * 0{,}1 * 0{,}033}{2^{\frac{8}{3}} * 0{,}003^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{3}{2}} = 0$$

$$y^{\frac{13}{4}} - 2 * 0{,}0048028 * y - 3 * 0{,}0048028 = 0$$

$$y^{\frac{13}{4}} - 0{,}0096055 * y - 0{,}014408 = 0$$

Resolviendo la ecuación

$$\boldsymbol{y = 0,286257\, m}$$

Sustituyendo el valor de **"y"** para encontrar **"T"**:

$$T = 2\sqrt{y}$$

$$T = 2\sqrt{0{,}286257}$$

$$\boldsymbol{T = 1,07006\, m}$$

Calculando el área de corte 1 que coincide con el área hidráulica

$$Ac1 = \frac{4 * y^{\frac{3}{2}}}{3}$$

$$Ac1 = \frac{4}{3} * (1{,}07006\ )^{\frac{3}{2}}$$

$$\boldsymbol{Ac1 = 1,475879\ m^2}$$

Cálculo del perímetro mojado

$$P = \frac{2y^{\frac{1}{2}} * (3 + 2y)}{3}$$

$$P = \frac{2 * 1{,}07006^{\ \frac{1}{2}} * (3 + 2 * 1{,}07006\ )}{3}$$

$$\boldsymbol{P = 3,544754\ m}$$

Cálculo del radio hidráulico de la sección transversal de conducción de agua en su máxima capacidad.

$$R = \frac{A}{P}$$

$$R = \frac{1{,}475879}{3{,}544754}$$

$$\boldsymbol{R = 0,416356}$$

Calculando el caudal con Manning.

$$Q = \frac{1}{n} * A * R^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}$$

Donde:

Q: caudal (m^3/s) máximo en la acequia de ladera

A: área (m^2)

R: radio hidráulico (m)

S: pendiente del canal (m/m)

n: coeficiente de rugosidad

Calculando $R^{\frac{2}{3}}$

$$R^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{A}{Pm}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$R^{\frac{2}{3}} = (0{,}416356)^{\frac{2}{3}}$$

$$\boldsymbol{R^{\frac{2}{3}} = 0{,}557583\ m}$$

Cálculo del caudal

$$Q = \frac{AR^{\frac{2}{3}}S^{\frac{1}{2}}}{n}$$

$$Q = \frac{1{,}475879 * 0{,}557583 \ * \sqrt{0{,}003}}{0{,}033}$$

$$\boldsymbol{Q = 1,36586\ \frac{m^3}{s}}$$

*<u>Se observa que el caudal calculado es mayor al caudal definido en el ejemplo lo cual se debe de revisar el valor de "**G**" para la función matemática definida para el canal conductor de la acequia de ladera parabólica.</u>*

Probando la 2^{da} opción

Estimación de **G**:

$$G = \frac{4y}{T}$$

$$G = \frac{4y}{2\sqrt{y}}$$

$$G = \frac{4y}{2y^{\frac{1}{2}}}$$

$$G = \frac{2y^{\frac{1}{2}}}{1}$$

$$\boldsymbol{G = 2y^{\frac{1}{2}}}\quad \ldots\ldots\ldots \textit{Ecuación 41}$$

$$G = 2\sqrt{y} \quad \text{……… } \textit{Ecuación 42}$$

De donde se puede observar que:

$$G = T \quad \text{……… } \textit{Ecuación 43}$$

G > 1 donde:

Se debe de cumplir para este caso “a” que:

G ≤ 1

$$\frac{4y}{T} \leq 1$$

$$\frac{4y}{2y^{\frac{1}{2}}} \leq 1$$

$$2y^{\frac{1}{2}} \leq 1$$

$$\sqrt{y} \leq \frac{1}{2}$$

$$y \leq \frac{1}{4}$$

$$\boldsymbol{y \leq 0,25\ m}$$

El **"y"** calculado debe de ser menor a 0,25 m para poder usar el caso **0<G≤1** pero el "y" calculado bajo esta condición es mayor ya que el valor es de $\mathbf{0,286257\ m.}$ Por ello se debe buscar el **"y"** para la condición **G > 1.**

Combinando las siguientes ecuaciones:

$$\boxed{\begin{aligned} &P = \frac{T}{2}\left[(1+G^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{G}Ln\left(G + (1+G^2)^{\frac{1}{2}}\right)\right] \\ &T = 2\sqrt{y} \\ &\boldsymbol{G} = 2\sqrt{y} \\ &G = T \end{aligned}}$$

$$\boldsymbol{P = \frac{T}{2}\left[(1+G^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{G}Ln\left(G + (1+G^2)^{\frac{1}{2}}\right)\right]}$$

$$P = \frac{\cancel{2}y^{\frac{1}{2}}}{\cancel{2}}\left[\left(1+(2y^{\frac{1}{2}})^2\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2y^{\frac{1}{2}}} * Ln\left(2y^{\frac{1}{2}} + \left(1+(2y^{\frac{1}{2}})^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right]$$

$$P = y^{\frac{1}{2}}(1+4y)^{\frac{1}{2}} + 0{,}5Ln\left(2y^{\frac{1}{2}} + (1+4y)^{\frac{1}{2}}\right)$$

$$\boldsymbol{P = y^{\frac{1}{2}} * (1+4y)^{\frac{1}{2}} + 0,5 * Ln\left(2 * y^{\frac{1}{2}} + (1+4*y)^{\frac{1}{2}}\right)} \ldots$$

… … Ecuación 44

$$\boldsymbol{R = \frac{A}{P}}$$

$$\boldsymbol{R = \frac{\frac{4*y^{\frac{3}{2}}}{3}}{y^{\frac{1}{2}}(1+4y)^{\frac{1}{2}}+0,5Ln\left(2y^{\frac{1}{2}}+(1+4y)^{\frac{1}{2}}\right)}}$$ … … … Ecuación 45

Cálculo de **"y"**:

$$Q = \frac{1}{n} * A * R^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}$$

Donde:

Q: caudal (m^3/s) máximo en la acequia de ladera

A: área (m^2)

R: radio hidráulico (m)

S: pendiente del canal (m/m)

n: coeficiente de rugosidad

$$\frac{A^{\frac{5}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}} = \frac{Q * n}{S^{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}} = 0{,}060249$$

$$\frac{0{,}1*0{,}033}{\sqrt{0{,}003}} = 0{,}060249$$

$$\frac{A^{\frac{5}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}} = 0{,}060249$$

$$\frac{\left(\frac{4*y^{\frac{3}{2}}}{3}\right)^{\frac{5}{3}}}{\left[y^{\frac{1}{2}}(1+4y)^{\frac{1}{2}} + 0{,}5Ln\left[2y^{\frac{1}{2}} + (1+4y)^{\frac{1}{2}}\right]\right]^{\frac{2}{3}}} = \frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{(\frac{4}{3})^{\frac{5}{3}} * y^{\frac{5}{2}}}{\left[y^{\frac{1}{2}}(1+4y)^{\frac{1}{2}} + 0{,}5Ln\left[2y^{\frac{1}{2}} + (1+4y)^{\frac{1}{2}}\right]\right]^{\frac{2}{3}}} = \frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}}$$

$$\boldsymbol{\frac{(\frac{4}{3})^{\frac{5}{3}} * y^{\frac{5}{2}}}{\left[y^{\frac{1}{2}}(1+4y)^{\frac{1}{2}} + 0{,}5Ln\left[2y^{\frac{1}{2}} + (1+4y)^{\frac{1}{2}}\right]\right]^{\frac{2}{3}}} - \frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}} = 0} \dots\dots\dots$$

Ecuación 46

Ejemplo: Se toma el mismo ejemplo del caso parabólico 1 para dar la solución calculando "y"

Q = 0,1 m²/s

S = 0,003

n = 0,033

$$\frac{(\frac{4}{3})^{\frac{5}{3}} * y^{\frac{5}{2}}}{\left[y^{\frac{1}{2}}(1+4y)^{\frac{1}{2}} + 0{,}5Ln\left[2y^{\frac{1}{2}} + (1+4y)^{\frac{1}{2}}\right]\right]^{\frac{2}{3}}} - \frac{Q * n}{S^{\frac{1}{2}}} = 0$$

$$\frac{(\frac{4}{3})^{\frac{5}{3}} * \boldsymbol{y}^{\frac{5}{2}}}{\left[(\boldsymbol{y}(1+4\boldsymbol{y}))^{\frac{1}{2}} + 0{,}5\boldsymbol{Ln}\left[2\boldsymbol{y}^{\frac{1}{2}} + (1+4\boldsymbol{y})^{\frac{1}{2}}\right]\right]^{\frac{2}{3}}} - \mathbf{0,060249 = 0}$$

$$\boldsymbol{y = 0,2844\ m}$$

$$\boldsymbol{se\ cumple\ que\ \ y > 0,25m}$$

Cálculo de T

$$T = 2\sqrt{y}$$

$$T = 2 * \sqrt{0{,}2844}$$

$$\boldsymbol{T = 1,066583\ m}$$

Cálculo del área hidráulica que es el área de corte 1

$$Ac1 = \frac{4 * y^{\frac{3}{2}}}{3}$$

$$Ac1 = \frac{4}{3} * 0{,}2844^{\frac{3}{2}}$$

c1=0,202224 m2

Cálculo del perímetro mojado

$$P = y^{\frac{1}{2}}(1 + 4y)^{\frac{1}{2}} + 0{,}5 * Ln\left(2y^{\frac{1}{2}} + (1 + 4y)^{\frac{1}{2}}\right)$$

$$P = 0{,}2844^{\frac{1}{2}}(1 + 4 * 0{,}2844)^{\frac{1}{2}} + 0{,}5 * Ln\left(2 * 0{,}2844^{\frac{1}{2}} + (1 + 4 * 0{,}2844)^{\frac{1}{2}}\right)$$

$$\boldsymbol{P = 1,243541\ \ m}$$

Cálculo del radio hidráulico

$$R = \frac{A}{P}$$

$$R = \frac{0{,}202224}{1{,}243541}$$

$$R = 0{,}16263235$$

$$R^{\frac{2}{3}} = (0{,}16263235)^{\frac{2}{3}}$$

$$\boldsymbol{R^{\frac{2}{3}} = 0,2979\ m}$$

Cálculo del caudal utilizando Manning para comprobar que los valores son correctos

$$Q = \frac{AR^{\frac{2}{3}}S^{\frac{1}{2}}}{n}$$

$$Q = \frac{0{,}202224 * 0{,}2979 * \sqrt{0{,}003}}{0{,}033}$$

$$\boldsymbol{Q = 0,09999\ \frac{m^3}{s}}$$

Redondeando el valor del caudal calculado

$$\mathbf{Q = 0,1\ \frac{m^3}{s}}$$

Donde se logra comprobar que el caudal calculado es prácticamente igual al caudal propuesto para el ejemplo por lo que es correcto utilizar la segunda opción o caso "b" para los cálculos respectivos.

$$\mathbf{y = x^2} \qquad \textbf{donde se observa que } \mathbf{a = 1}$$

Calculando el área de corte 2 "Ac2"

y = 0,2844 m

St = 30

$$Ac2 = \frac{T^2 S_t}{200}$$

$$Ac2 = \frac{1{,}066583^2 * 30}{200}$$

$$\boldsymbol{A_{c2} = 0{,}17064\ m^2}$$

Calculando el volumen de corte por metro para este caso

$$V_{cT}\left(\frac{m^3}{m}\right) = \frac{4 * 0{,}2844^{\frac{3}{2}}}{3} + \frac{0{,}2844 * 30}{50}$$

$$V_{cT}\left(\frac{m^3}{m}\right) = 0{,}202224\ + 0{,}17064$$

$$V_{cT}\left(\frac{m^3}{m}\right) = 0,3728$$

Cuadro 3: Ecuaciones básicas hidráulicas para los diferentes valores de "a" para los canales parabólicos con **"a=1"**

Resumen de las ecuaciones fundamentales para las variables hidráulicas de los Canal Parabólico para una función de la forma $f(x) = y = a * x^2$ definida como $f(x) = y = x^2$

Valor de "a"		1,0
$f = \frac{2}{\sqrt{a}}$		$f = 2$
$T = f * \sqrt{y}$		$T = 2\sqrt{y}$
Área hidráulica o área de corte 1	$Ac1 = \frac{2T * y}{3}$	$Ac1 = \frac{4 * y^{\frac{3}{2}}}{3}$
Valor de G	$G = \frac{4y}{T}$	$G = 2\sqrt{y}$
Perímetro mojado para la condición $0 < G \leq 1$	$Pm = T + \frac{8y^2}{3T}$	$Pm = \frac{2y^{\frac{1}{2}} * (3+2y)}{3}$
Radio hidráulico para la condición $0 < G \leq 1$	$R = \frac{2 * T^2 * y}{3 * T^2 + 8 * y^2}$	$R = \frac{2 * y}{(3+2y)}$
Perímetro mojado para la condición $G > 1$	$Pm = \frac{T}{2}\left[\left(1 + (\frac{4y}{T})^2\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{T}{4y} Ln\left(\frac{4y}{T} + \left(1 + (\frac{4y}{T})^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right]$	$Pm = y^{\frac{1}{2}} * (1+4y)^{\frac{1}{2}} + 0,5 * Ln\left(2 * y^{\frac{1}{2}} + (1 + 4 * y)^{\frac{1}{2}}\right)$
Radio hidráulico para la condición $G > 1$	$R = \frac{\frac{2T * y}{3}}{\frac{T}{2}\left[\left(1 + (\frac{4y}{T})^2\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{T}{4y} Ln\left(\frac{4y}{T} + \left(1 + (\frac{4y}{T})^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right]}$	$R = \frac{\frac{4 * y^{\frac{3}{2}}}{3}}{y^{\frac{1}{2}}(1+4y)^{\frac{1}{2}} + 0,5 Ln\left(2y^{\frac{1}{2}} + (1+4y)^{\frac{1}{2}}\right)}$
Tirante "y" hidráulico para la condición $0 < G \leq 1$	$y^{\frac{13}{4}} - 2 * \left(\frac{3 * Q * n}{2^{\frac{8}{3}} * S^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{3}{2}} * y - 3 * \left(\frac{3 * Q * n}{2^{\frac{8}{3}} * S^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{3}{2}} = 0$	
Tirante "y" hidráulico para la condición $G > 1$	$\frac{(\frac{4}{3})^{\frac{5}{3}} * y^{\frac{5}{2}}}{\left[y^{\frac{1}{2}}(1+4y)^{\frac{1}{2}} + 0,5 Ln\left[2y^{\frac{1}{2}} + (1+4y)^{\frac{1}{2}}\right]\right]^{\frac{2}{3}}} - \frac{Q * n}{S^{\frac{1}{2}}} = 0$	

Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal adchavarria@itcr.ac.cr chavarriavae@gmail.com

Ejemplo 2 con a = 0,5

Tomaremos el caso de un canal parabólico en una acequia de ladera con una función matemática

$$\boldsymbol{y = 0,5 * x^2 = \frac{x^2}{2}} \quad \ldots \ldots \ldots \textit{Ecuación 47}$$

De donde se observa que $\boldsymbol{a = 0,5 = \frac{1}{2}}$

Calculando “f”

$$f = \frac{2}{\sqrt{a}}$$

$$f = \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{2}}}$$

$$f = \frac{2}{\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}}}$$

$$f = \frac{2 * \sqrt{2}}{\sqrt{1}}$$

$$\boldsymbol{f = 2\sqrt{2}} \quad \text{… … … } \textit{Ecuación 48}$$

Estimación de la relación matemática entre **“T”** y **“y”**

$$T = f * \sqrt{y}$$

$$\boldsymbol{T = 2\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}} \quad \text{… … … } \textit{Ecuación 49}$$

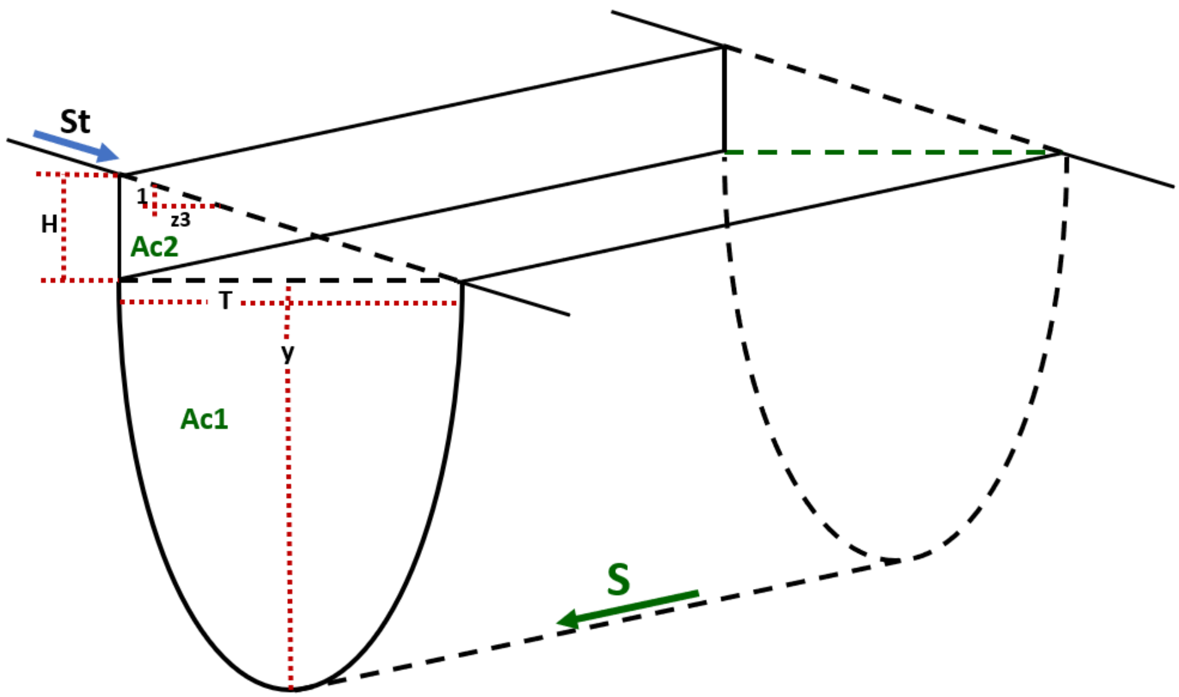

Figura 8: Acequia de ladera parabólica para el caso 1

Según se observa la imagen tenemos los siguientes parámetros:

z3 = talud natural que se forma debido a la pendiente del terreno (adimensional)

y = Tirante de agua que corresponde a la mayor profundidad de agua en la acequia de ladera triangular (m)

T = ancho del espejo de agua en el canal en la sección transversal de la acequia de ladera triangular

St = pendiente del terreno (%)

S = pendiente del canal (m/m)

Para el cálculo de las áreas y volúmenes de corte primeramente se expresará en términos del espejo de agua **“T”** y el tirante **“y”** para luego calcular dichas áreas según la función matemática específica que representa el canal conductor de la acequia de ladera expresando las Ecuaciones de las variables hidráulicas de **Ac1**, **Ac2**, **P** y **R** en función de **“y”**

El cálculo del área hidráulica que es la misma que el área de corte 1 “Ac1”:

$$\mathrm{Ac1} = \frac{2\mathrm{T} * \mathrm{y}}{3}$$

$$Ac1 = \frac{2 * 2\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} * y}{3}$$

$$\boldsymbol{Ac1 = \frac{4\sqrt{2}}{3} * y^{\frac{3}{2}}}$$ *… … … Ecuación 50*

Cálculo del área de corte 2 “Ac2”:

$$\boxed{\begin{array}{l} \mathrm{A_{c2}} = \dfrac{\mathrm{T^2 * S_t}}{200} \\ T = 2\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} \end{array}}$$

$$A_{c2} = \frac{T^2 S_t}{200}$$

$$A_{c2} = \frac{(2\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}})^2 S_t}{200}$$

$$A_{c2} = \frac{4 * 2 * y * S_t}{200}$$

$$\boldsymbol{A_{c2} = \frac{y * S_t}{25}} \quad \text{… … … } \textit{Ecuación 51}$$

Calculando el área de corte total

$$A_{cT} = A_{c1} + A_{c2}$$

$$\mathbf{A_{ct} = \frac{2Ty}{3} + \frac{T^2 S_t}{200}} \quad \text{… … … } \textit{Ecuación 52}$$

$$\mathbf{A_{ct} = T\left(\frac{2 * y}{3} + \frac{T * S_t}{200}\right)} \quad \text{… … … } \textit{Ecuación 53}$$

$$\boldsymbol{Act = \frac{4\sqrt{2} * y^{\frac{3}{2}}}{3} + \frac{y * S_t}{25}} \quad \text{… … … } \textit{Ecuación 54}$$

Act = área de corte total m^2

Para calcular el volumen de corte total por cada metro lineal del canal

$$V_{cT} = T\left(\frac{2y}{3} + \frac{T * S_t}{200}\right)\ (m^2) * 1{,}0\frac{m}{m}$$

$$\boldsymbol{V_{cT}\left(\frac{m^3}{m}\right) = \frac{2Ty}{3} + \frac{T^2 S_t}{200}} \quad \text{……… Ecuación 55}$$

$$\boldsymbol{V_{cT}\left(\frac{m^3}{m}\right) = T\left(\frac{2y}{3} + \frac{T * S_t}{200}\right)} \quad \text{……… Ecuación 56}$$

$$\boldsymbol{V_{cT}\left(\frac{m^3}{m}\right) = \frac{4\sqrt{2} * y^{\frac{3}{2}}}{3} + \frac{y * S_t}{25}} \quad \text{……… Ecuación 57}$$

Definición de **"y"** en términos de **"T"**:

$$T = 2\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{T}{2\sqrt{2}} = \sqrt{y}$$

$$\left(\frac{T}{2\sqrt{2}}\right)^2 = y$$

$$\frac{(T)^2}{\left(2\sqrt{2}\right)^2} = y$$

$$\frac{T^2}{4 * 2} = y$$

$$\boldsymbol{\frac{T^2}{8} = y} \quad \text{……… } \textit{Ecuación 58}$$

$$\boldsymbol{y = 0,125 * T^2} \quad \text{……… } \textit{Ecuación 59}$$

Variables hidráulicas del perímetro mojado "P", radio hidráulico "R" y el tirante hidráulico "y":

0 < G ≤ 1:

Combinando las siguientes ecuaciones:

$$\boxed{\begin{array}{l} T = 2\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} \\ P = \dfrac{3T^2+8y^2}{3T} \end{array}}$$

$$\mathrm{P} = \frac{3\mathrm{T}^2 + 8\mathrm{y}^2}{3\mathrm{T}}$$

$$P = \frac{3\left(2\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}\right)^2 + 8y^2}{3 * 2\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}}$$

$$P = \frac{3\left(2\sqrt{2}\right)^2\left(y^{\frac{1}{2}}\right)^2 + 8y^2}{3 * 2\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}}$$

$$P = \frac{3 * 4 * 2 * y + 8y^2}{3 * 2 * \sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}}$$

$$P = \frac{4y + 8y^2}{\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}}$$

$$P = \frac{4y * (1 + 2y)}{\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}}$$

$$P = \frac{4 * y^{\frac{1}{2}} * (1 + 2y)}{\sqrt{2}} * \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$P = \frac{4 * \sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} * (1 + 2y)}{2}$$

$$P = 2 * \sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} * (1 + 2y)$$

$$\boldsymbol{P = 2\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} * (1 + 2y)} \quad \text{… …… } \textit{Ecuación 60}$$

$$R = \frac{A}{P}$$

$$R = \frac{\frac{4\sqrt{2} * y^{\frac{3}{2}}}{3}}{2\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} * (1 + 2y)}$$

$$R = \frac{4\sqrt{2} * y^{\frac{3}{2}}}{3 * 2\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} * (1 + 2y)}$$

$$\boldsymbol{R = \frac{2 * y}{3 * (1 + 2y)}} \quad \text{… …… } \textit{Ecuación 61}$$

Para el tirante:

$$Q = \frac{1}{n} * A * R^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}$$

Donde:

Q: caudal (m^3/s) máximo en la acequia de ladera

A: área (m^2)

R: radio hidráulico (m)

S: pendiente del canal (m/m)

n: coeficiente de rugosidad

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}} = A*R^{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}} = A*\frac{A^{\frac{2}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}} = \frac{A^{\frac{5}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}} = \frac{\left(\frac{4\sqrt{2}*y^{\frac{3}{2}}}{3}\right)^{\frac{5}{3}}}{\left(2\sqrt{2}*y^{\frac{1}{2}}*(1+2y)\right)^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{(4\sqrt{2})^{\frac{5}{3}}*(y^{\frac{3}{2}})^{\frac{5}{3}}}{(3)^{\frac{5}{3}}}}{(2\sqrt{2})^{\frac{2}{3}}(y^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{3}}(1+2y)^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}}=\frac{\frac{\left(2*2*\sqrt{2}\right)^{\frac{5}{3}}*\left(y^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{5}{3}}}{(3)^{\frac{5}{3}}}}{(2\sqrt{2})^{\frac{2}{3}}(y^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{3}}(1+2y)^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}}=\frac{(2)^{\frac{5}{3}}*(2)^{\frac{5}{3}}*\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{5}{3}}*y^{\frac{5}{2}}}{(3)^{\frac{5}{3}}*2^{\frac{2}{3}}*\sqrt{2}^{\frac{2}{3}}*(y^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{3}}*(1+2y)^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}}=\frac{(2)^{\frac{5}{3}}*(2)^{\frac{5}{3}}*2^{\frac{5}{6}}*y^{\frac{5}{2}}}{(3)^{\frac{5}{3}}*2^{\frac{2}{3}}*(2^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{3}}*y^{\frac{1}{3}}*(1+2y)^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}}=\frac{(2)^{\frac{5}{3}}*(2)^{\frac{5}{3}}*2^{\frac{5}{6}}*y^{\frac{5}{2}}}{(3)^{\frac{5}{3}}*2^{\frac{2}{3}}*2^{\frac{1}{3}}*y^{\frac{1}{3}}*(1+2y)^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}}=\frac{2^{\frac{19}{6}}*y^{\frac{13}{6}}}{(3)^{\frac{5}{3}}*(1+2y)^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{(3)^{\frac{5}{3}}*Q*n}{2^{\frac{19}{6}}*S^{\frac{1}{2}}}=\frac{y^{\frac{13}{6}}}{(1+2y)^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{(1+2y)^{\frac{2}{3}}}{y^{\frac{13}{6}}}=\frac{S^{\frac{1}{2}}*2^{\frac{19}{6}}}{Q*n*(3)^{\frac{5}{3}}}$$

Se define “m” como una constante

$$m = \frac{2^{\frac{19}{6}} * S^{\frac{1}{2}}}{Q * n * (3)^{\frac{5}{3}}} \quad \text{… …… Ecuación 62}$$

entonces

$$\frac{(1+2y)^{\frac{2}{3}}}{y^{\frac{13}{6}}} = m \quad \text{… …… Ecuación 62.1}$$

$$(1 + 2y)^{\frac{2}{3}} = m * y^{\frac{13}{6}}$$

$$(1 + 2y)^{\frac{2}{3}\frac{3}{2}} = (m * y^{\frac{13}{6}})^{\frac{3}{2}}$$

$$1 + 2y = m^{\frac{3}{2}} * y^{\frac{13}{4}}$$

$$m^{\frac{3}{2}} * y^{\frac{13}{4}} - 1 - 2y = 0$$

$$m^{\frac{3}{2}} * y^{\frac{13}{4}} - 2y - 1 = 0$$

$$\left(\frac{\boldsymbol{2^{\frac{19}{6}} * S^{\frac{1}{2}}}}{\boldsymbol{Q * n * (3)^{\frac{5}{3}}}}\right)^{\frac{3}{2}} * \boldsymbol{y^{\frac{13}{4}} - 2y - 1 = 0}$$ ... . *Ecuación 63*

Para resolver esta ecuación se puede realizar por el método del tanteo o por el método gráfico o cualquier otro método

Ejemplo de cálculo con los mismos datos

Q = 0,1 m^3/s

S = 0,003 m/m

n = 0,033

$$\left(\frac{2^{\frac{19}{6}} * 0{,}003^{\frac{1}{2}}}{0{,}1 * 0{,}033 * (3)^{\frac{5}{3}}}\right)^{\frac{3}{2}} * y^{\frac{13}{4}} - 2y - 1 = 0$$

$$\left(\frac{2^{\frac{19}{6}} * 0{,}003^{\frac{1}{2}}}{0{,}1 * 0{,}033 * (3)^{\frac{5}{3}}}\right)^{\frac{3}{2}} * y^{\frac{13}{4}} - 2y - 1 = 0$$

$$116{,}723788 * y^{\frac{13}{4}} - 2y - 1 = 0$$

$$\boldsymbol{y = 0,263321\ m}$$

Comprobando el valor encontrado mediante el cálculo del caudal por medio del valor de “y”

Cálculo de “T” “Área”

$$\mathrm{T} = 2\sqrt{2} * \mathrm{y}^{\frac{1}{2}}$$

$$T = 2\sqrt{2} * 0{,}263321^{\frac{1}{2}}$$

$$\boldsymbol{T = 1,451402}$$

$$Ac1 = \frac{4\sqrt{2} * y^{\frac{3}{2}}}{3}$$

$$Ac1 = \frac{4\sqrt{2} * 0{,}263321^{\frac{3}{2}}}{3}$$

$$\boldsymbol{Ac1 = 0,25479}$$

$$P = 2\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} * (1 + 2y)$$

$$P = 2\sqrt{2} * 0{,}263321^{\frac{1}{2}} * (1 + 2 * 0{,}263321)$$

$$\boldsymbol{P = 2,215771}$$

$$R = \frac{A}{P}$$

$$R = \frac{0{,}25479}{2{,}215771}$$

$$\boldsymbol{R = 0{,}114989}$$

$$R^{\frac{2}{3}} = 0{,}114989^{\frac{2}{3}}$$

$$\boldsymbol{R^{\frac{2}{3}} = 0{,}236467}$$

$$Q = \frac{AR^{\frac{2}{3}}S^{\frac{1}{2}}}{n}$$

$$Q = \frac{0{,}25479 * 0{,}236467 * 0{,}003^{\frac{1}{2}}}{0{,}033}$$

$$\boldsymbol{Q = 0{,}099999\ \frac{m^3}{s}}$$

$$\mathbf{Q = 0{,}1\ \frac{m^3}{s}}$$

Probando la 2da opción

Estimación de G:

$$G = \frac{4y}{T}$$

$$T = 2\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}$$

$$G = \frac{4y}{2\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}}$$

$$G = \frac{2 * y^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2}} * \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$G = \frac{2 * \sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}}{2}$$

$$\mathbf{G = \sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}}$$ … …… *Ecuación 64*

G > 1 donde:

Se debe de cumplir para este caso "a" que:

$$G \leq 1$$

$$\frac{4y}{T} \leq 1$$

$$\frac{4y}{2\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}} \leq 1$$

$$\frac{2y}{\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}} * \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \leq 1$$

$$\frac{2 * \sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}}{2} \leq 1$$

$$\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} \leq 1$$

$$y^{\frac{1}{2}} \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$y^{\frac{1}{2}^{2}} \leq (\frac{1}{\sqrt{2}})^{2}$$

$$y \leq \frac{1}{2}$$

$$y \leq 0{,}5$$

El **"y"** calculado debe de ser menor a 0,5 m para poder usar el caso **0<G≤1**

Cálculo del perímetro mojado

Combinando las siguientes ecuaciones:

$$\boxed{\begin{aligned} &P = \frac{T}{2}\left[(1+G^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{G}Ln\left(G + (1+G^2)^{\frac{1}{2}}\right)\right] \\ &T = 2\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} \\ &\mathrm{G} = \sqrt{2} * \mathrm{y}^{\frac{1}{2}} \end{aligned}}$$

$$P = \frac{T}{2}\left[(1+G^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{G}Ln\left(G + (1+G^2)^{\frac{1}{2}}\right)\right]$$

$$P = \frac{\cancel{2}\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}}{\cancel{2}}\left[\left(1 + (\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}})^2\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}}Ln\left(\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} + \left(1 + (\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}})^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right]$$

$$P = \cancel{\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}}\left[\left(1 + (\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}})^2\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\cancel{\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}}}Ln\left(\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} + \left(1 + (\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}})^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right]$$

$$P = \left[\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} * (1+2y)^{\frac{1}{2}} + Ln\left(\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} + (1+2y)^{\frac{1}{2}}\right)\right]$$

$$\boldsymbol{P = \sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} * (1 + 2y)^{\frac{1}{2}} + Ln\left(\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} + (1 + 2y)^{\frac{1}{2}}\right)} \ \ldots\ldots\ldots$$

Ecuación 65

Cálculo del radio hidráulico

$$R = \frac{A}{P}$$

$$R = \frac{\frac{4\sqrt{2} * y^{\frac{3}{2}}}{3}}{\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} * (1 + 2y)^{\frac{1}{2}} + Ln\left(\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} + (1 + 2y)^{\frac{1}{2}}\right)}$$

$$\boldsymbol{R = \frac{4\sqrt{2} * y^{\frac{3}{2}}}{3 * \left[\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} * (1+2y)^{\frac{1}{2}} + Ln\left(\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} + (1+2y)^{\frac{1}{2}}\right)\right]}} \ \ldots\ldots\ldots$$

Ecuación 66

Cálculo de **"y"**:

$$Q = \frac{1}{n} * A * R^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}$$

Donde:

Q: caudal (m^3/s) máximo en la acequia de ladera

A: área (m^2)

R: radio hidráulico (m)

S: pendiente del canal (m/m)

n: coeficiente de rugosidad

$$\frac{A^{\frac{5}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}} = \frac{Q * n}{S^{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{\left(\frac{4\sqrt{2} * y^{\frac{3}{2}}}{3}\right)^{\frac{5}{3}}}{\left[\sqrt{2}y^{\frac{1}{2}} * (1+2y)^{\frac{1}{2}} + Ln\left(\sqrt{2}y^{\frac{1}{2}} + (1+2y)^{\frac{1}{2}}\right)\right]^{\frac{2}{3}}} = \frac{Q * n}{S^{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{\left(\frac{4\sqrt{2} * y^{\frac{3}{2}}}{3}\right)^{\frac{5}{3}}}{\left[\sqrt{2}y^{\frac{1}{2}} * (1+2y)^{\frac{1}{2}} + \mathrm{Ln}\left(\sqrt{2}y^{\frac{1}{2}} + (1+2y)^{\frac{1}{2}}\right)\right]^{\frac{2}{3}}} - \frac{Q * n}{S^{\frac{1}{2}}} = 0$$

$$\frac{(4\sqrt{2})^{\frac{5}{3}} * y^{\frac{5}{2}}}{3^{\frac{5}{3}} * \left[\sqrt{2}y^{\frac{1}{2}} * (1+2y)^{\frac{1}{2}} + Ln\left(\sqrt{2}y^{\frac{1}{2}} + (1+2y)^{\frac{1}{2}}\right)\right]^{\frac{2}{3}}} - \frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}} = 0 \quad \ldots$$

…… Ecuación 67

Ejemplo: Se toma el mismo ejemplo del caso parabólico 1 para dar la solución calculando “y”

Q = 0,1 m^2/s

S = 0,003

n = 0,033

$$\frac{(4\sqrt{2})^{\frac{5}{3}} * y^{\frac{5}{2}}}{3^{\frac{5}{3}} * \left[\sqrt{2}y^{\frac{1}{2}} * (1+2y)^{\frac{1}{2}} + Ln\left(\sqrt{2}y^{\frac{1}{2}} + (1+2y)^{\frac{1}{2}}\right)\right]^{\frac{2}{3}}} - \frac{Q * n}{S^{\frac{1}{2}}} = 0$$

$$\frac{Q * n}{S^{\frac{1}{2}}} = \frac{0{,}1 * 0{,}033}{\sqrt{0{,}003}} = 0{,}060249$$

$$\frac{A^{\frac{5}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}} = \frac{Q * n}{S^{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{A^{\frac{5}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}} = 0{,}060249$$

$$\boldsymbol{\frac{(4\sqrt{2})^{\frac{5}{3}} * y^{\frac{5}{2}}}{3^{\frac{5}{3}} * \left[\sqrt{2}y^{\frac{1}{2}} * (1+2y)^{\frac{1}{2}} + Ln\left(\sqrt{2}y^{\frac{1}{2}} + (1+2y)^{\frac{1}{2}}\right)\right]^{\frac{2}{3}}} - \frac{Q * n}{S^{\frac{1}{2}}} = 0}$$

$$\frac{(4\sqrt{2})^{\frac{5}{3}} * \mathrm{y}^{\frac{5}{2}}}{3^{\frac{5}{3}} * \left[\sqrt{2}\mathrm{y}^{\frac{1}{2}} * (1+2\mathrm{y})^{\frac{1}{2}} + \mathrm{Ln}\left(\sqrt{2}\mathrm{y}^{\frac{1}{2}} + (1+2\mathrm{y})^{\frac{1}{2}}\right)\right]^{\frac{2}{3}}} - 0{,}060249 = 0$$

$$\boldsymbol{y = 0,2330331\ \mathrm{m}}$$

$$T = 2\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}$$

$$T = 2\sqrt{2} * 0{,}2330331^{\frac{1}{2}}$$

$$\boldsymbol{T = 1,365381}$$

$$Ac1 = \frac{4\sqrt{2} * y^{\frac{3}{2}}}{3}$$

$$Ac1 = \frac{4\sqrt{2} * 0{,}2330331^{\frac{3}{2}}}{3}$$

$$\boldsymbol{Ac1 = 0,2121193}$$

$$Pm = \sqrt{2}y^{\frac{1}{2}} * (1+2y)^{\frac{1}{2}} + Ln\left(\sqrt{2}y^{\frac{1}{2}} + (1+2y)^{\frac{1}{2}}\right)$$

$$Pm = \sqrt{2} * 0{,}2330331^{\frac{1}{2}} * (1 + 2 * 0{,}2330331)^{\frac{1}{2}} + Ln\left(\sqrt{2} * 0{,}2330331^{\frac{1}{2}} + (1 + 2 * 0{,}2330331)^{\frac{1}{2}}\right)$$

$$\boldsymbol{P = 1,465038}$$

$$R = \frac{A}{P}$$

$$R = \frac{0{,}2121193}{1{,}465038}$$

$$\boldsymbol{R = 0,144788}$$

$$R^{\frac{2}{3}} = (0{,}144788)^{\frac{2}{3}}$$

$$\boldsymbol{R^{\frac{2}{3}} = 0,275732\ m}$$

Cálculo del caudal utilizando Manning para comprobar que los valores son correctos.

$$Q = \frac{AR^{\frac{2}{3}}S^{\frac{1}{2}}}{n}$$

$$Q = \frac{0{,}2121193 * 0{,}275732\ * \sqrt{0{,}003}}{0{,}033}$$

$$\boldsymbol{Q = 0,0971\ \frac{m^3}{s}}$$

Redondeando

$$\boldsymbol{Q = 0,1\ \frac{m^3}{s}}$$

Se puede observar que en las dos metodologías se obtuvieron valores del tirante "y" menores a 0,5 m y también en las dos metodologías se obtuvieron caudales muy semejantes o casi iguales entre ellos juntamente con el caudal de diseñó.

Calculando el área de corte 2 "Ac2" con los valores encontrados de la metodología del caso "A" donde **0 < G ≤ 1** porque es ligeramente más exacta

$\boldsymbol{y = 0,5 * x^2 = \frac{x^2}{2}}$ **donde se observa que** $\boldsymbol{a = 0,5 = \frac{1}{2}}$

y = $0{,}2330331$ m

$Ac1 = 0{,}2121193\ m^2$

T = $1{,}365381$ m

$Pm = 1{,}465038m$

$R = 0{,}144788$

St = 30

$$Ac2 = \frac{T^2 S_t}{200}$$

$$Ac2 = \frac{1{,}365381^2 * 30}{200}$$

$$\boldsymbol{A_{c2} = 0,27964\ m^2}$$

Calculado el área de corte total utilizando la Ecuación1:

$$A_{cT} = A_{c1} + A_{c2}$$

$$\boldsymbol{A_{ct}} = 0.2121193 \ + 0{,}27964$$

$$\boldsymbol{A_{ct} = 0,49176 \ \ m^2}$$

Donde

Act = área de corte total m^2

Para calcular el volumen de corte total por cada metro lineal del canal se multiplica por 1,0 m de distancia

$$\boldsymbol{V_{cT}\left(\frac{m^3}{m}\right) = 0,49176}$$

Cuadro 4: Continuación de las ecuaciones básicas hidráulicas para los diferentes valores de “a” para los canales parabólicos con **“a=0,5”**

Resumen de las ecuaciones fundamentales para las variables hidráulicas de los Canal Parabólico para una función de la forma $f(x) = y = a * x^2$ definida como $f(x) = y = 0,5 * x^2$

Valor de “a”		0,5
$f = \frac{2}{\sqrt{a}}$		$f = 2\sqrt{2}$
$T = f * \sqrt{y}$		$T = 2\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}$
Área hidráulica o área de corte 1	$Ac1 = \frac{2T*y}{3}$	$Ac1 = \frac{4\sqrt{2}}{3} * y^{\frac{3}{2}}$
Valor de G	$G = \frac{4y}{T}$	$G = \sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}$
Perímetro mojado para la condición $0 < G \leq 1$	$Pm = T + \frac{8y^2}{3T}$	$Pm = 2\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} * (1 + 2y)$
Radio hidráulico para la condición $0 < G \leq 1$	$R = \frac{2*T^2*y}{3*T^2+8*y^2}$	$R = \frac{2*y}{3*(1+2y)}$
Perímetro mojado para la condición $G > 1$	$Pm = \frac{T}{2}\left[\left(1+\left(\frac{4y}{T}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{T}{4y}Ln\left(\frac{4y}{T} + \left(1+\left(\frac{4y}{T}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right]$	$Pm = \sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} * (1+2y)^{\frac{1}{2}} + Ln\left(\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} + (1+2y)^{\frac{1}{2}}\right)$
Radio hidráulico para la condición $G > 1$	$R = \frac{\frac{2T*y}{3}}{\frac{T}{2}\left[\left(1+\left(\frac{4y}{T}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{T}{4y}Ln\left(\frac{4y}{T} + \left(1+\left(\frac{4y}{T}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right]}$	$R = \frac{4\sqrt{2} * y^{\frac{3}{2}}}{3 * \left[\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} * (1+2y)^{\frac{1}{2}} + Ln\left(\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} + (1+2y)^{\frac{1}{2}}\right)\right]}$
Tirante “y” hidráulico para la condición $0 < G \leq 1$	$\left(\frac{2^{\frac{19}{6}} * S^{\frac{1}{2}}}{Q * n * (3)^{\frac{5}{3}}}\right)^{\frac{3}{2}} * y^{\frac{13}{4}} - 2y - 1 = 0$	
Tirante “y” hidráulico para la condición $G > 1$	$\frac{(4\sqrt{2})^{\frac{5}{3}} * y^{\frac{5}{2}}}{3^{\frac{5}{3}} * \left[\sqrt{2}y^{\frac{1}{2}} * (1+2y)^{\frac{1}{2}} + Ln\left(\sqrt{2}y^{\frac{1}{2}} + (1+2y)^{\frac{1}{2}}\right)\right]^{\frac{2}{3}}} - \frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}} = 0$	

Instituto Tecnológico de Costa Rica – Escuela de Ingeniería Agrícola
Dr. Adrián Enrique Chavarría Vidal adchavarria@itcr.ac.cr chavarriavae@gmail.com

EJEMPLO 3 CON a=2

Tomaremos el caso de un canal parabólico en una acequia de ladera con una función matemática

$$\boldsymbol{y = 2 * x^2}$$ *… …… Ecuación 68*

De donde se observa que $\boldsymbol{a = 2}$

Calculando “f”

$$f = \frac{2}{\sqrt{a}}$$

$$f = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$f = \frac{2}{\sqrt{2}} * \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$f = \frac{2\sqrt{2}}{2}$$

$$\boldsymbol{f = \sqrt{2}}$$ *… …… Ecuación 69*

La relación matemática entre “T” y “y” es la siguiente:

$$T = f * \sqrt{y}$$

$$\boldsymbol{T = \sqrt{2y} = \sqrt{2} * \sqrt{y} = 2^{\frac{1}{2}} * y^{\frac{1}{2}}} \quad \text{… …… } \textit{Ecuación 70}$$

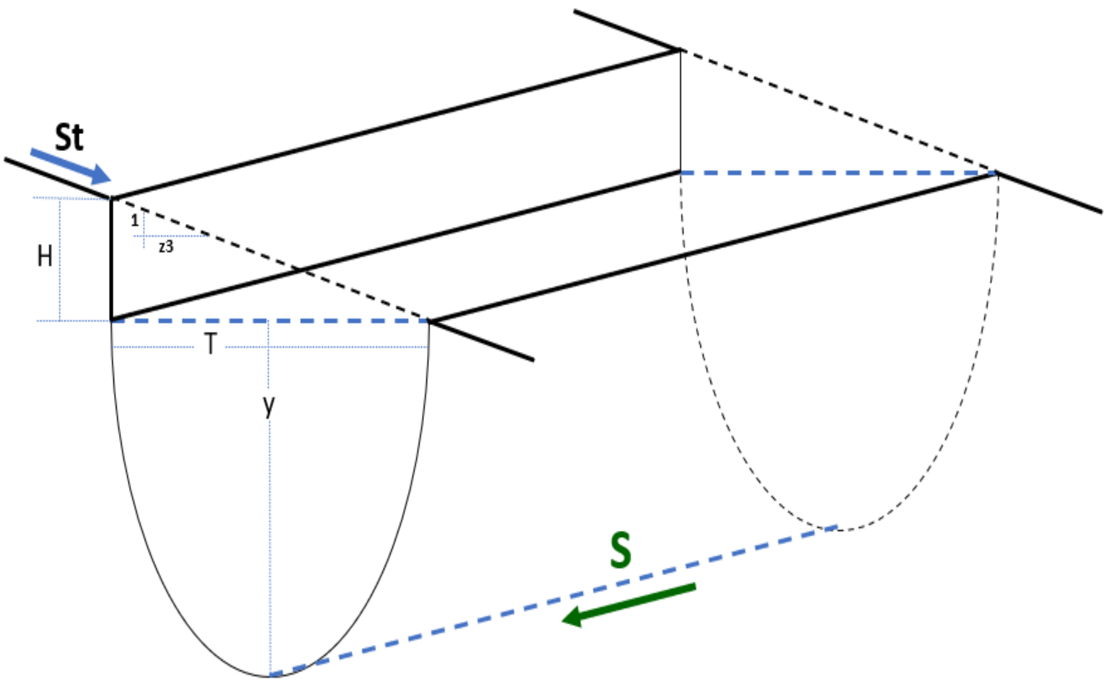

Figura 9: Acequia de ladera parabólica para el caso 1

Según se observa la imagen tenemos los siguientes parámetros:

z3 = talud natural que se forma debido a la pendiente del terreno (adimensional)

y = Tirante de agua que corresponde a la mayor profundidad de agua en la acequia de ladera triangular (m)

T = ancho del espejo de agua en el canal en la sección transversal de la acequia de ladera triangular

St = pendiente del terreno (%)

S = pendiente del canal (m/m)

Para el cálculo de las áreas y volúmenes de corte primeramente se expresará en términos del espejo de agua **“T”** y el tirante **“y”** para luego calcular dichas áreas según la función matemática específica que representa el canal conductor de la acequia de ladera expresando las Ecuaciones de las variables hidráulicas de **Ac1**, **Ac2**, **P** y **R** en función de **“y”**

El cálculo del área hidráulica que es la misma que el área de corte 1 “Ac1”:

$$\mathrm{Ac1} = \frac{2\mathrm{T} * \mathrm{y}}{3}$$

$$Ac1 = \frac{2 * 2^{\frac{1}{2}} * y^{\frac{1}{2}} * y}{3}$$

$$\mathrm{Ac1} = \frac{2 * 2^{\frac{1}{2}}}{3} * \mathrm{y}^{\frac{3}{2}}$$

$$\mathbf{Ac1} = \frac{\mathbf{2}^{\frac{3}{2}}}{\mathbf{3}} * \mathbf{y}^{\frac{3}{2}} \quad \text{… …… Ecuación 71}$$

Cálculo del área de corte 2 “Ac2” combinando las siguientes ecuaciones:

$$A_{c2} = \frac{T^2 * S_t}{200}$$
$$T = \sqrt{2y} = \sqrt{2} * \sqrt{y} = 2^{\frac{1}{2}} * y^{\frac{1}{2}}$$

$$A_{c2} = \frac{(\sqrt{2} * \sqrt{y})^2 * S_t}{200}$$

$$A_{c2} = \frac{2 * y * S_t}{200}$$

$$\mathbf{A_{c2} = \frac{y * S_t}{100}} \quad \textit{… …… Ecuación 72}$$

Calculando el área de corte total

$$A_{cT} = A_{c1} + A_{c2}$$

$$\mathbf{A_{ct} = \frac{2T * y}{3} + \frac{T^2 S_t}{200}} \quad \textit{… …… Ecuación 73}$$

$$\mathbf{A_{ct} = T\left(\frac{2y}{3} + \frac{T * S_t}{200}\right)} \quad \textit{… …… Ecuación 74}$$

$$\mathbf{A_{ct}} = \frac{2^{\frac{3}{2}}}{3} * \mathbf{y}^{\frac{3}{2}} + \frac{\mathbf{y} * \mathbf{S_t}}{100} \quad \text{… …… } \textit{Ecuación 75}$$

Act = área de corte total m^2

Para calcular el volumen de corte total por cada metro lineal del canal

$$V_{cT} = T\left(\frac{2y}{3} + \frac{T * S_t}{200}\right)\ (m^2) * 1,0\frac{m}{m}$$

$$V_{cT}\left(\frac{m^3}{m}\right) = T\left(\frac{2y}{3} + \frac{T * S_t}{200}\right) \quad \text{… …… } \textit{Ecuación 76}$$

$$V_{cT}\left(\frac{m^3}{m}\right) = \frac{2^{\frac{3}{2}}}{3} * y^{\frac{3}{2}} + \frac{y * S_t}{100} \quad \text{… …… } \textit{Ecuación 77}$$

Definición de **"y"** en términos de **"T"**:

$$T = \sqrt{2y}$$

$$\frac{T}{\sqrt{2}} = \sqrt{y}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}} * \mathrm{T}\right)^2 = (\sqrt{\mathrm{y}})^2$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}} * \mathrm{T}\right)^2 = \mathrm{y}$$

$$\mathbf{y = \frac{1}{2} * T^2}$$ … …… *Ecuación 78*

$$\boldsymbol{y = 0,5 * T^2}$$ … …… *Ecuación 79*

Variables hidráulicas del perímetro mojado "P", radio hidráulico "R" y el tirante hidráulico "y":

0 < G ≤ 1:

Combinación de las siguientes ecuaciones:

$$T = \sqrt{2y} = \sqrt{2} * \sqrt{y}$$

$$Pm = \frac{3T^2+8y^2}{3T}$$

$$P = \frac{3\left(\sqrt{2y}\right)^2 + 8y^2}{3 * \sqrt{2y}}$$

$$P = \frac{3 * 2 * y + 8y^2}{3 * \sqrt{2} * \sqrt{y}}$$

$$P = \frac{6 * y + 8y^2}{3 * \sqrt{2} * \sqrt{y}}$$

$$P = \frac{6y + 8y^2}{3 * \sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}}$$

$$P = \frac{2y * (3 + 4y)}{3 * \sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}}$$

$$P = \frac{2 * y^{\frac{1}{2}} * (3 + 4y)}{3 * \sqrt{2}} * \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$P = \frac{\cancel{2} * \sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} * (3 + 4y)}{3 * \cancel{2}}$$

$$P = \frac{\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} * (3 + 4y)}{3}$$

$$\mathbf{P} = \frac{\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} * (3 + 4y)}{3} \quad \ldots \text{ …… } \textit{Ecuación 80}$$

$$\mathbf{P} = \frac{2^{\frac{1}{2}} * y^{\frac{1}{2}} * (3 + 4y)}{3} \quad \ldots \text{ …… } \textit{Ecuación 81}$$

$$R = \frac{A}{P}$$

$$R = \frac{\frac{2^{\frac{3}{2}}}{3} * y^{\frac{3}{2}}}{\frac{2^{\frac{1}{2}} * y^{\frac{1}{2}} * (3 + 4y)}{3}}$$

$$R = \frac{2^{\frac{3}{2}} * y^{\frac{3}{2}}}{2^{\frac{1}{2}} * y^{\frac{1}{2}} * (3 + 4y)}$$

$$R = \frac{2*y}{(3+4y)}$$ … …… *Ecuación 82*

Para el tirante:

$$Q = \frac{1}{n} * A * R^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}$$

$$R = \frac{A}{P}$$

Donde:

Q: caudal (m^3/s) máximo en la acequia de ladera

A: área (m^2)

R: radio hidráulico (m)

S: pendiente del canal (m/m)

n: coeficiente de rugosidad

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}} = A*R^{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}} = A*\frac{A^{\frac{2}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}} = \frac{A^{\frac{5}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}} = \frac{\left(\frac{2^{\frac{3}{2}}}{3}*y^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{5}{3}}}{\left(\frac{2^{\frac{1}{2}}*y^{\frac{1}{2}}*(3+4y)}{3}\right)^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{\left(2^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{5}{3}}*y^{\frac{5}{2}}}{3^{\frac{5}{3}}}}{\frac{(2^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{3}}*(y^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{3}}*(3+4y)^{\frac{2}{3}}}{3^{\frac{2}{3}}}}$$

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}}=\frac{3^{\frac{2}{3}}*2^{\frac{5}{2}}*y^{\frac{5}{2}}}{3^{\frac{5}{3}}*(2^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{3}}*(y^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{3}}*(3+4y)^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}}=\frac{3^{\frac{2}{3}}*(2)^{\frac{5}{2}}*y^{\frac{5}{2}}}{3^{\frac{5}{3}}*2^{\frac{1}{3}}*y^{\frac{1}{3}}*(3+4y)^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}}=\frac{2^{\frac{13}{6}}*y^{\frac{13}{6}}}{3*(3+4y)^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{3*Q*n}{2^{\frac{13}{6}}*S^{\frac{1}{2}}}=\frac{y^{\frac{13}{6}}}{(3+4y)^{\frac{2}{3}}}$$

Se define “m” como una constante

$$\mathrm{m}=\frac{3*\mathrm{Q}*\mathrm{n}}{2^{\frac{13}{6}}*S^{\frac{1}{2}}}$$ *… …… Ecuación 83*

entonces

$$\frac{y^{\frac{13}{6}}}{(3+4y)^{\frac{2}{3}}}=m$$ *… …… Ecuación 84*

$$y^{\frac{13}{6}} = m * (3 + 4y)^{\frac{2}{3}}$$

$$(y^{\frac{13}{6}})^{\frac{3}{2}} = m^{\frac{3}{2}} * ((3 + 4y)^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}}$$

$$y^{\frac{13}{4}} = m^{\frac{3}{2}} * (3 + 4y)$$

$$y^{\frac{13}{4}} = 3 * m^{\frac{3}{2}} + 4m^{\frac{3}{2}}y$$

$$\boldsymbol{y^{\frac{13}{4}} - 4 * m^{\frac{3}{2}} * y - 3 * m^{\frac{3}{2}} = 0} \quad \ldots \ldots\ldots \textit{Ecuación 85}$$

Combinando las siguientes ecuaciones:

$$\boxed{\begin{gathered} \frac{3 * Q * n}{2^{\frac{13}{6}} * S^{\frac{1}{2}}} = m \\ \\ y^{\frac{13}{4}} - 4 * m^{\frac{3}{2}} * y - 3 * m^{\frac{3}{2}} = 0 \end{gathered}}$$

$$\boldsymbol{y^{\frac{13}{4}} - 4 * \left(\frac{3*Q*n}{2^{\frac{13}{6}}*S^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{3}{2}} * y - 3 * \left(\frac{3*Q*n}{2^{\frac{13}{6}}*S^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{3}{2}} = 0} \quad \ldots \ldots\ldots$$

Ecuación 86

Para resolver la Ecuación se puede realizar por el método del tanteo o por el método gráfico o cualquier otro método.

Ejemplo de cálculo con los mismos datos

Q = 0,1 m^3/s

S = 0,003 m/m

n = 0,033

$$y^{\frac{13}{4}} - 4 * \left(\frac{3 * Q * n}{2^{\frac{13}{6}} * S^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{3}{2}} * y - 3 * \left(\frac{3 * Q * n}{2^{\frac{13}{6}} * S^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{3}{2}} = 0$$

$$y^{\frac{13}{4}} - 4 * \left(\frac{3 * 0{,}1 * 0{,}033}{2^{\frac{13}{6}} * 0{,}003^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{3}{2}} * y - 3 * \left(\frac{3 * 0{,}1 * 0{,}033}{2^{\frac{13}{6}} * 0{,}003^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{3}{2}} = 0$$

$$y^{\frac{13}{4}} - 4 * 0{,}0080773 * y - 3 * 0{,}0080773 = 0$$

$$y^{\frac{13}{4}} - 0{,}032309 * y - 0{,}0242318 = 0$$

$$\boldsymbol{y = 0,35906\ m}$$

Comprobando el valor encontrado mediante el cálculo del caudal por medio del valor de “y”

$$T = \sqrt{2y} = \sqrt{2} * \sqrt{y}$$

$$T = \sqrt{2 * 0{,}35906}$$

$$\boldsymbol{T = 0,84742\ m}$$

$$\boldsymbol{Ac1 = \frac{2 * 2^{\frac{1}{2}}}{3} * y^{\frac{3}{2}}}$$

$$Ac1 = \frac{2 * 2^{\frac{1}{2}}}{3} * 0{,}35906^{\ \frac{3}{2}}$$

$$\boldsymbol{Ac1 = 0,20285\ m^2}$$

$$\mathrm{P} = \frac{2^{\frac{1}{2}} * y^{\frac{1}{2}} * (3 + 4y)}{3}$$

$$\mathrm{P} = \frac{2^{\frac{1}{2}} * 0{,}35906^{\ \frac{1}{2}} * (3 + 4 * 0{,}35906\ )}{3}$$

$$\boldsymbol{Pm = 1,25312\ m}$$

$$R = \frac{A}{P}$$

$$R = \frac{0{,}20285}{1{,}25312}$$

$$\boldsymbol{R = 0,161876}$$

$$\boldsymbol{Q = \frac{1}{n} * A * R^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}}$$

Donde:

Q: caudal (m^3/s) máximo en la acequia de ladera

A: área (m^2)

R: radio hidráulico (m)

S: pendiente del canal (m/m)

n: coeficiente de rugosidad

$$R^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{A}{Pm}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$R^{\frac{2}{3}} = (0{,}161876)^{\frac{2}{3}}$$

$$\boldsymbol{R^{\frac{2}{3}} = 0,29702\ m}$$

$$Q = \frac{AR^{\frac{2}{3}}S^{\frac{1}{2}}}{n}$$

$$Q = \frac{0{,}20285\ * 0{,}29702 * \sqrt{0{,}003}}{0{,}033}$$

$$\boldsymbol{Q = 0,100002\,\frac{m^3}{s}}$$

<u>*Se observa que el caudal calculado da el valor al caudal de diseñó*</u>.

Probando la 2da opción

Estimación de **G**:

Combinando las siguientes ecuaciones:

$$\boxed{\begin{gathered} G = \frac{4y}{T} \\ Pm = T = \sqrt{2y} \end{gathered}}$$

$$G = \frac{4y}{\sqrt{2y}}$$

$$G = \frac{4y}{\sqrt{2} * \sqrt{y}} * \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$G = \frac{4\sqrt{2} * y}{2 * y^{\frac{1}{2}}}$$

$$\boldsymbol{G = 2\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}}$$ … …… *Ecuación 87*

G > 1 donde:

Se debe de cumplir para este caso “a” que:

G ≤ 1

$$\frac{4y}{T} \leq 1$$

$$\frac{4y}{2y^{\frac{1}{2}}} \leq 1$$

$$2y^{\frac{1}{2}} \leq 1$$

$$\sqrt{y} \leq \frac{1}{2}$$

$$y \leq \frac{1}{4}$$

$$y \leq 0{,}25\ m$$

El "y" calculado debe de ser menor a 0,25 m para poder usar el caso **0<G≤1** lo cual NO se cumple porque el calculado tiene un valor de $y = 0{,}35906\ m$ pero el valor del caudal encontrado es correcto.

Probando la 2da opción.

G > 1 donde:

Combinando las siguientes ecuaciones:

$$\boxed{\begin{array}{l} \mathrm{T} = \sqrt{2}\mathrm{y}^{\frac{1}{2}} \\ \mathrm{G} = 2\sqrt{2} * \mathrm{y}^{\frac{1}{2}} \\ \mathrm{P} = \frac{\mathrm{T}}{2}\left[(1+\mathrm{G}^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\mathrm{G}}\mathrm{Ln}\left(\mathrm{G} + (1+\mathrm{G}^2)^{\frac{1}{2}}\right)\right] \end{array}}$$

$$P = \frac{T}{2}\left[(1+G^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{G}Ln\left(G + (1+G^2)^{\frac{1}{2}}\right)\right]$$

$$P = \frac{\sqrt{2}y^{\frac{1}{2}}}{2}\left[\left(1 + (2\sqrt{2}y^{\frac{1}{2}})^2\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2\sqrt{2}y^{\frac{1}{2}}} * Ln\left(2\sqrt{2}y^{\frac{1}{2}} + \left(1 + (2\sqrt{2}y^{\frac{1}{2}})^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right]$$

$$P = 0{,}5\left[\sqrt{2}y^{\frac{1}{2}} * (1 + 4 * 2 * y)^{\frac{1}{2}} + 0{,}5 * Ln\left(2\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} + (1 + 4 * 2 * y)^{\frac{1}{2}}\right)\right]$$

$$P = 0{,}5\left[\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}(1+8y)^{\frac{1}{2}} + 0{,}5 * Ln\left(2\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} + (1+8y)^{\frac{1}{2}}\right)\right]$$

$$\boldsymbol{P = 0,5\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}(1+8y)^{\frac{1}{2}} + 0,25 * Ln\left(2\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} + (1+8y)^{\frac{1}{2}}\right)} \quad \ldots \ldots\ldots$$

Ecuación 88

Cálculo del radio hidráulico

$$R = \frac{A}{P}$$

$$R = \frac{\frac{2*\sqrt{2}}{3} * \mathrm{y}^{\frac{3}{2}}}{0{,}5\sqrt{2} * \mathrm{y}^{\frac{1}{2}}(1+8\mathrm{y})^{\frac{1}{2}} + 0{,}25 * \mathrm{Ln}\left(2\sqrt{2} * \mathrm{y}^{\frac{1}{2}} + (1+8\mathrm{y})^{\frac{1}{2}}\right)}$$

$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{2\sqrt{2}*y^{\frac{3}{2}}}}{\mathbf{1{,}5\sqrt{2}*y^{\frac{1}{2}}(1+8y)^{\frac{1}{2}}+0{,}75*Ln\left(2\sqrt{2}*y^{\frac{1}{2}}+(1+8y)^{\frac{1}{2}}\right)}} \quad \ldots \ldots\ldots$$

Ecuación 89

Cálculo de **"y"**:

$$Q = \frac{1}{n} * A * R^{\frac{2}{3}} * S^{\frac{1}{2}}$$

Donde:

Q: caudal (m^3/s) máximo en la acequia de ladera

A: área (m^2)

R: radio hidráulico (m)

S: pendiente del canal (m/m)

n: coeficiente de rugosidad

$$\frac{A^{\frac{5}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}} = \frac{Q * n}{S^{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{Q * n}{S^{\frac{1}{2}}} = \frac{0,1 * 0,033}{\sqrt{0,003}} = 0,060249$$

$$\frac{A^{\frac{5}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}} = 0,060249$$

$$\frac{\left(\frac{2 * \sqrt{2}}{3} * y^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{5}{3}}}{\left[1,5\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}(1 + 8y)^{\frac{1}{2}} + 0,75 * Ln\left(2\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} + (1 + 8y)^{\frac{1}{2}}\right)\right]^{\frac{2}{3}}} = \frac{Q * n}{S^{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{\left(\frac{2 * 2^{\frac{1}{2}}}{3} * y^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{5}{3}}}{\left[1,5\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}(1 + 8y)^{\frac{1}{2}} + 0,75 * Ln\left(2\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} + (1 + 8y)^{\frac{1}{2}}\right)\right]^{\frac{2}{3}}} = \frac{Q * n}{S^{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{\left(\frac{2*2^{\frac{1}{2}}}{3}\right)^{\frac{5}{3}}\left(y^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{5}{3}}}{\left[1{,}5\sqrt{2}*y^{\frac{1}{2}}(1+8y)^{\frac{1}{2}}+0{,}75*Ln\left(2\sqrt{2}*y^{\frac{1}{2}}+(1+8y)^{\frac{1}{2}}\right)\right]^{\frac{2}{3}}}=\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{\left(\frac{2*2^{\frac{1}{2}}}{3}\right)^{\frac{5}{3}}\left(y^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{5}{3}}}{\left[1{,}5\sqrt{2}*y^{\frac{1}{2}}(1+8y)^{\frac{1}{2}}+0{,}75*Ln\left(2\sqrt{2}*y^{\frac{1}{2}}+(1+8y)^{\frac{1}{2}}\right)\right]^{\frac{2}{3}}}-\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}}=0$$

… …… Ecuación 89.1

Ejemplo tomando los mismos datos del ejemplo anterior

Q = 0,1 m^2/s

S = 0,003

n = 0,033

Cálculo de “y”:

$$\frac{\left(\frac{2*2^{\frac{1}{2}}}{3}\right)^{\frac{5}{3}}\left(y^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{5}{3}}}{\left[1{,}5\sqrt{2}*y^{\frac{1}{2}}(1+8y)^{\frac{1}{2}}+0{,}75*Ln\left(2\sqrt{2}*y^{\frac{1}{2}}+(1+8y)^{\frac{1}{2}}\right)\right]^{\frac{2}{3}}}-\frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}}=0$$

$$\frac{0{,}9065106 * y^{\frac{5}{2}}}{\left[2{,}12132 * y^{\frac{1}{2}}(1+8y)^{\frac{1}{2}} + 0{,}75 * Ln\left(2{,}828427 * y^{\frac{1}{2}} + (1+8y)^{\frac{1}{2}}\right)\right]^{\frac{2}{3}}} - 0{,}060249 = 0$$

$$\boldsymbol{y = 0,503783}$$

$$se\ cumple\ que\ \ y > 0{,}25m$$

Comprobando el caudal con el valor de “y” encontrado

Cálculo de T

$$T = \sqrt{2y}$$

$$T = \sqrt{2 * 0{,}503783}$$

$$\boldsymbol{T = 1,460536\ m}$$

Cálculo del área hidráulica que es la misma Ecuación 55 que el área de corte 1

$$Ac1 = \frac{2 * \sqrt{2}}{3} * y^{\frac{3}{2}}$$

$$Ac1 = \frac{2 * \sqrt{2}}{3} * 0{,}503783^{\frac{3}{2}}$$

$$\boldsymbol{Ac1 = 0,337123\ m^2}$$

Cálculo del perímetro mojado

$$Pm = 0{,}5\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}(1 + 8y)^{\frac{1}{2}} + 0{,}25 * Ln\left(2\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} + (1 + 8y)^{\frac{1}{2}}\right)$$

$$Pm = 0{,}5 * \sqrt{2} * 0{,}503783^{\frac{1}{2}}(1 + 8 * 0{,}503783)^{\frac{1}{2}} + 0{,}25 * Ln\left(2\sqrt{2} * 0{,}503783^{\frac{1}{2}} + (1 + 8 * 0{,}503783)^{\frac{1}{2}}\right)$$

$$\boldsymbol{P = 1,487399}$$

Cálculo del radio hidráulico

$$R = \frac{A}{P}$$

$$R = \frac{0{,}337123}{1{,}487399}$$

$$R = 0{,}226653$$

$$R^{\frac{2}{3}} = (0{,}226653)^{\frac{2}{3}}$$

$$\boldsymbol{R^{\frac{2}{3}} = 0,371741\ m}$$

Cálculo del caudal utilizando Manning para comprobar que los valores son correctos.

$$Q = \frac{AR^{\frac{2}{3}}S^{\frac{1}{2}}}{n}$$

$$Q = \frac{0{,}337123 * 0{,}371741 * \sqrt{0{,}003}}{0{,}033}$$

$$\boldsymbol{Q = 0{,}208\ \frac{m^3}{s}}$$

Donde se puede observar que el caudal calculado es más del doble del caudal de diseño que va a pasar por el canal o acequia de ladera que era de $Q = 0{,}1\ \frac{m^3}{s}$ por lo cual nos dice que este caso no se puede aplicar.

Calculando el área de corte 2 “Ac2” con los valores encontrados de la metodología del caso donde **0 < G ≤ 1** porque es la correcta

$\mathbf{y = 2 * x^2}$ **De donde se observa que** $\mathbf{a = 2}$

y = $0{,}35906$ m

$Ac1 = 0{,}20285\ m^2$

T = $0{,}84742\ m$m

$Pm = 1{,}25312\ m$

$R = 0{,}161876$

St = 30

$$Ac2 = \frac{T^2 S_t}{200}$$

$$Ac2 = \frac{0{,}84742\ ^2 * 30}{200}$$

$$\boldsymbol{A_{c2} = 0,10772\ m^2}$$

Calculado el área de corte total utilizando la Ecuación1:

$$A_{cT} = A_{c1} + A_{c2}$$

$$A_{ct} = 0{,}20285 + 0{,}10772$$

$$\boldsymbol{A_{ct} = 0,31057}\ \ \mathbf{m^2}$$

Donde

Act = área de corte total m^2

Para calcular el volumen de corte total por cada metro lineal del canal se multiplica por 1,0 m de distancia

$$\boldsymbol{V_{cT}\left(\frac{m^3}{m}\right) = 0,31057}$$

Cuadro 5: Continuación de las ecuaciones básicas hidráulicas para los diferentes valores de “a” para los canales parabólicos con **“a=2”**

Resumen de las ecuaciones fundamentales para las variables hidráulicas de los Canal Parabólico para una función de la forma $f(x) = y = a * x^2$ definida como

$$f(x) = y = 2 * x^2$$

Valor de “a”		2,0
$f = \frac{2}{\sqrt{a}}$		$f = \sqrt{2}$
$T = f * \sqrt{y}$		$T = \sqrt{2y} = \sqrt{2} * \sqrt{y}$
Área hidráulica o área de corte 1	$Ac1 = \frac{2T*y}{3}$	$Ac1 = \frac{2^{\frac{3}{2}}}{3} * y^{\frac{3}{2}}$
Valor de G	$G = \frac{4y}{T}$	
Perímetro mojado para la condición $0 < G \leq 1$	$Pm = T + \frac{8y^2}{3T}$	$P = \frac{\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} * (3+4y)}{3}$
Radio hidráulico para la condición $0 < G \leq 1$	$R = \frac{2*T^2*y}{3*T^2+8*y^2}$	$R = \frac{2*y}{(3+4y)}$
Perímetro mojado para la condición $G > 1$	$Pm = \frac{T}{2}\left[\left(1+\left(\frac{4y}{T}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{T}{4y}Ln\left(\frac{4y}{T} + \left(1+\left(\frac{4y}{T}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right]$	$Pm = 0,5\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}(1+8y)^{\frac{1}{2}} + 0,25 * Ln\left(2\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} + (1+8y)^{\frac{1}{2}}\right)$
Radio hidráulico para la condición $G > 1$	$R = \frac{\frac{2T*y}{3}}{\frac{T}{2}\left[\left(1+\left(\frac{4y}{T}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{T}{4y}Ln\left(\frac{4y}{T} + \left(1+\left(\frac{4y}{T}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right]}$	$R = \frac{2\sqrt{2}*y^{\frac{3}{2}}}{1,5\sqrt{2}*y^{\frac{1}{2}}(1+8y)^{\frac{1}{2}} + 0,75*Ln\left(2\sqrt{2}*y^{\frac{1}{2}} + (1+8y)^{\frac{1}{2}}\right)}$
Tirante “y” hidráulico para la condición $0 < G \leq 1$	$y^{\frac{13}{4}} - 4 * \left(\frac{3*Q*n}{2^{\frac{13}{6}} * S^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{3}{2}} * y - 3 * \left(\frac{3*Q*n}{2^{\frac{13}{6}} * S^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{3}{2}} = 0$	
Tirante “y” hidráulico para la condición $G > 1$	$\frac{\left(\frac{2*2^{\frac{1}{2}}}{3}\right)^{\frac{5}{3}} \left(y^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{5}{3}}}{\left[1,5\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}}(1+8y)^{\frac{1}{2}} + 0,75 * Ln\left(2\sqrt{2} * y^{\frac{1}{2}} + (1+8y)^{\frac{1}{2}}\right)\right]^{\frac{2}{3}}} - \frac{Q*n}{S^{\frac{1}{2}}} = 0$	

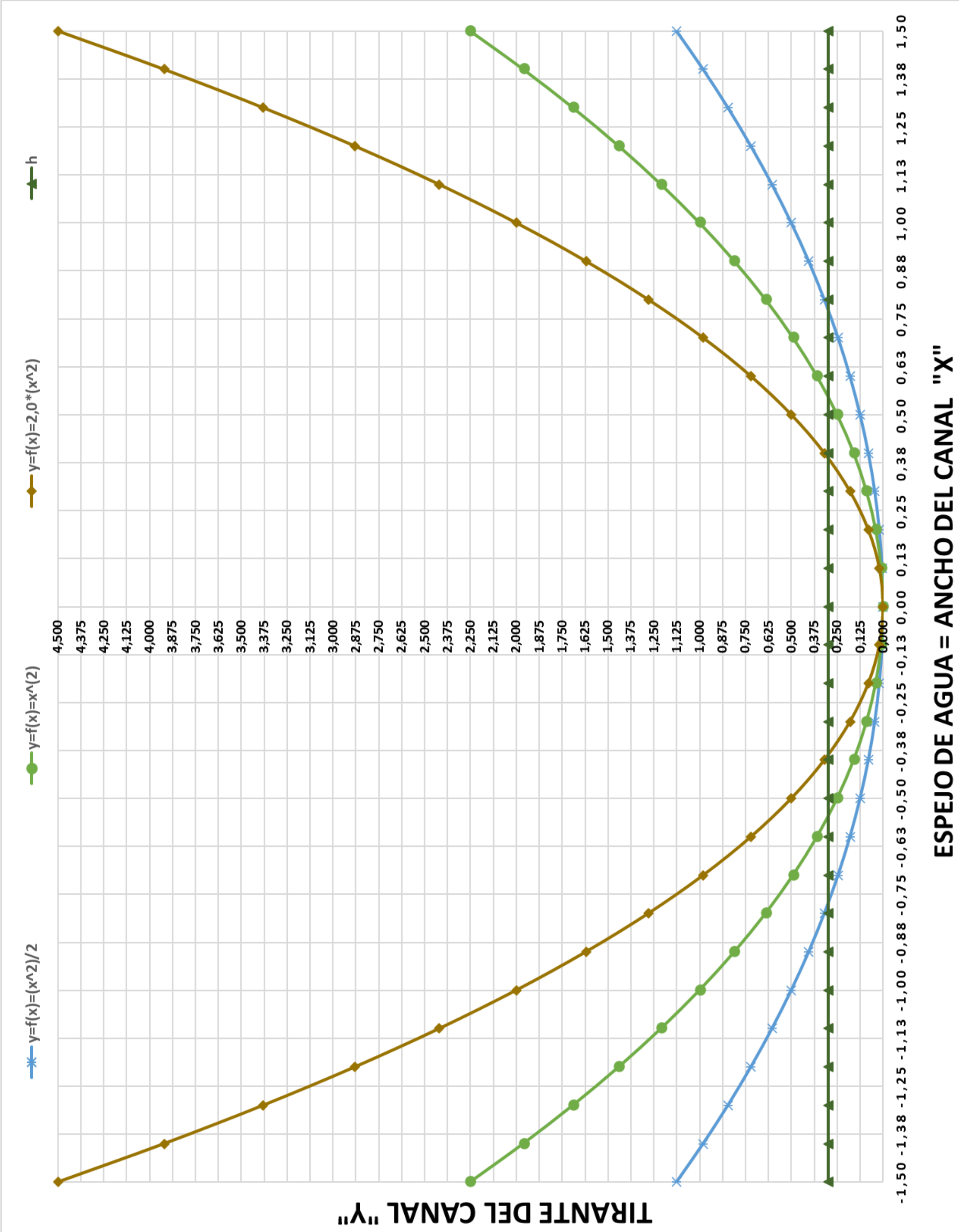

Figura 10: Acequia de los canales parabólicos de los tres ejemplos anteriores con los diferentes valores de “a”

Caso 2: Ecuaciones para calcular los volúmenes de corte del área de corte 2 “Ac2” en un canal conductor parabólico con talud en la pared del terreno donde se construye, donde el talud debido a la pendiente del terreno natural es diferente de cero (z3 ≠ 0) (Figura 10)

Tanto el área de corte 1 llamada área de corte de la sección hidráulica como los parámetros hidráulicos del canal conductor en la acequia de ladera del caso parabólico 1 es la misma que para este caso parabólico 2. No obstante, el área de corte 2 si varía y se debe de calcular. Por lo anterior, solamente se procederá a estimar el área de corte 2 (Ac2).

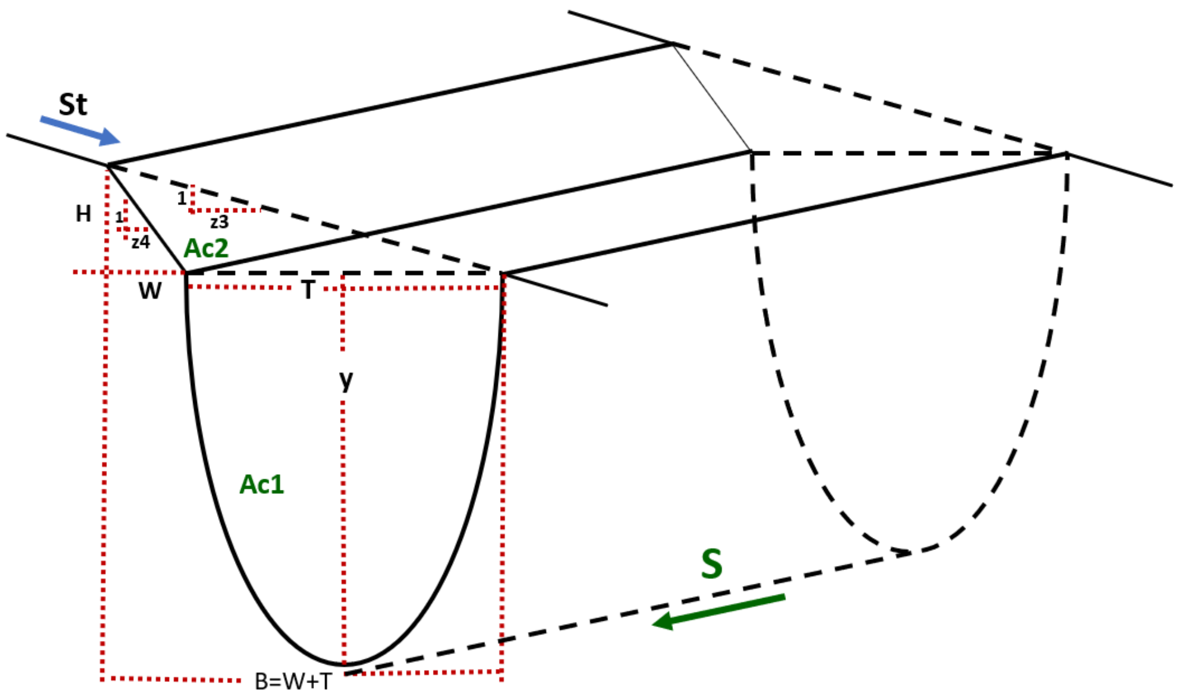

Figura 11: Acequia de ladera parabólica para el caso 2

Según se observa la imagen tenemos los siguientes parámetros:

z4 = Talud en la pared de construcción (adimensional)

z3 = Talud natural que se forma debido a la pendiente del terreno (adimensional)

y = Tirante de agua que corresponde a la mayor profundidad de agua en la acequia de ladera triangular (m)

H = Valor a determinar (m)

W = Valor a determinar (m)

B = Ancho transversal total del corte (m)

T = ancho del espejo de agua en el canal en la sección transversal de la acequia de ladera triangular

St = pendiente del terreno (%)

S = pendiente del canal (m/m)

Se cumplen las siguientes ecuaciones de la figura 11:

$$\mathbf{H = \frac{W}{z4}} \quad \dots \dots\dots \textit{Ecuación 90}$$

$$W = z4 * H$$

$$\mathbf{B = \frac{100 * H}{St}} \quad \dots \dots\dots \textit{Ecuación 91}$$

$$St = \frac{100 * H}{B}$$

$$\mathbf{H = \frac{S_t * B}{100}}$$

De la figura 10:

$$B = W + T$$ … …… *Ecuación 92*

Combinando las siguientes ecuaciones

$$\boxed{\begin{array}{l} St = \frac{100*H}{B} \\ \\ B = W + T \end{array}}$$

$$S_t = \frac{H}{W+T} * 100$$

$$S_t(W + T) = H * 100$$

$$\mathbf{H = \frac{S_t(W+T)}{100}}$$ … …… *Ecuación 93*

Combinando las siguientes ecuaciones

$$\boxed{\begin{array}{r} W = z4 * H \\ \\ H = \frac{S_t(W + T)}{100} \end{array}}$$

$$H = \frac{S_t(z4 * H + T)}{100}$$

$$100H = z4 * H * S_t + T * S_t$$

$$100H - z4 * H * S_t = T * S_t$$

$$H(100 - z4 * S_t) = T * S_t$$

$$\mathbf{H = \frac{T*S_t}{100-z4*S_t}} \quad \text{… …… } \textit{Ecuación 94}$$

Combinando las siguientes ecuaciones

$$\boxed{\begin{array}{l} W = z4 * H \\ \mathrm{H} = \dfrac{\mathrm{T} * \mathrm{S_t}}{100 - \mathrm{z4} * \mathrm{S_t}} \end{array}}$$

$$W = z4 * \frac{T * S_t}{100 - z4 * S_t}$$

$$\mathbf{W = \frac{T*z4*S_t}{100-z4*S_t}} \quad \text{… …… } \textit{Ecuación 95}$$

Combinando las siguientes ecuaciones

$$\boxed{\begin{array}{l} B = W + T \\ W = \frac{T*z4*S_t}{100-z4*S_t} \end{array}}$$

$$B = \frac{T * z4 * S_t}{100 - z4 * S_t} + T$$

$$B = T\left(\frac{z4 * S_t}{100 - z4 * S_t} + 1\right)$$

$$B = T\left(\frac{z4 * S_t + (100 - z4 * S_t)}{100 - z4 * S_t}\right)$$

$$B = T\left(\frac{\cancel{z4 * S_t} + 100 - \cancel{z4 * S_t}}{100 - z4 * S_t}\right)$$

$$\mathbf{B = \frac{100*T}{100-z4*S_t}}$$ *… …… Ecuación 96*

Calculado del área de corte 2 y se puede observar en la figura 10:

$$A_{c2} = \frac{H(W + T)}{2} - \frac{H * W}{2}$$

$$A_{c2} = \frac{H * W + H * T}{2} - \frac{H * W}{2}$$

$$A_{c2} = \frac{\cancel{H * W} + H * T - \cancel{H * W}}{2}$$

$$\boldsymbol{A_{c2} = \frac{H*T}{2}}$$ … …… *Ecuación 97*

$$\mathbf{A_{c2} = 0,5 * H * T}$$ … …… *Ecuación 98*

Sustituyendo la Ecuación 78 en la Ecuación 84

$$\boxed{\begin{array}{l} \mathrm{H} = \frac{\mathrm{T}*\mathrm{S_t}}{100-\mathrm{z4}*\mathrm{S_t}} \\ \mathrm{A_{c2}} = 0,5 * \mathrm{H} * \mathrm{T} \end{array}}$$

$$A_{c2} = 0,5 * T * \frac{T * S_t}{100 - z4 * S_t}$$

$$\mathbf{A_{c2} = \frac{0,5*T^2*S_t}{100-z4*S_t}}$$ … …… *Ecuación 99*

Cálculo del área total

$$A_{ct} = A_{c1} + A_{c2}$$

$$A_{ct} = A_{c1} + \frac{0,5*T^2*S_t}{100-z4*S_t}$$ … …… *Ecuación 100*

Donde para encontrar el área total del corte, el área del corte 2 se calcula según la ecuación encontrada y se le suma el área de corte 1 “Ac1” y esta última, depende de la función escogida y del valor de “a” = área de corte total m^2

Para calcular el volumen de corte total por cada metro lineal del canal se multiplica por 1,0 m de distancia

$$V_{c2}\left(\frac{m^3}{m}\right) = \frac{0,5*T^2*S_t}{100-z4*S_t}$$ … …… *Ecuación 101*

$$V_{ct}\left(\frac{m^3}{m}\right) = Ac1 + \frac{0,5*T^2*S_t}{100-z4*S_t}$$ … …… *Ecuación 102*

Bibliografía

French, R. (2017). Hidráulica de canales abiertos. 735. México. Recuperado el 2022, de http://siar.minam.gob.pe/puno/sites/default/files/archivos/public/docs/richard_french_hidraulica_canales_abiertos_-_hidroclic_compressed_compressed-comprimido.pdf

Gallardo Armijos, P. (2018). Diseño de canales abiertos. 82. Recuperado el 2022, de https://www.3ciencias.com/wp-content/uploads/2018/09/DISE%C3%91O-CANALES-ABIERTOS.pdf

Te Chow, V. (2004). Hidráulica de canales abiertos. 668. Recuperado el 2022, de https://www.udocz.com/apuntes/10448/ven-te-chow---hidraulica-de-canales-abiertos