INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA VICERRECTORÍA DE INVESTIGACIÓN Y EXTENSIÓN ESCUELA DE FÍSICA



Estudios de transporte en plasmas del Stellarator TJ-II calentados por inyección de haces de neutros (NBI)

Informe final

Investigador responsable: Dr. Víctor Iván Vargas Blanco

2011

Índice general

Índice de figuras			VIII	
	Índi	ice de tablas	XI	
1.	Esti	udios de transporte en plasmas	1	
	1.1.	Introducción	1	
	1.2.	Metodología	3	
		1.2.1. Datos experimentales y construcción de perfiles del plas-		
		ma	3	
		122 Método de análisis de transporte	8	
	13	Resultados	21	
	1.0.	131 Modelo v perfil de densidad de radiación	21	
		1.3.2 Dependencia local de la difusividad térmica electrónica	$\frac{21}{22}$	
		1.3.2. Estudio de la relación entre los valores locales del gra		
		dionte de temperature electrónice y la courrencia de		
		fenémenes de meiere del confinemiente	94	
	1 /	Dise if a second de mejora del commaniento	24	
	1.4.	Discusion y conclusiones	25	
	1.5.	Recomendaciones	28	
	1.6.	Agradecimientos	28	
	Ref	erencias	29	
Aj	pénd	ices	33	
A.	Dift	usividad térmica efectiva	33	
в.	Difu	ısividad efectiva	35	

VICERRECTORÍA DE INVESTIGACIÓN Y EXTENSIÓN ESCUELA DE FÍSICA

Estudios de transporte en plasmas del Stellarator TJ-II calentados por inyección de haces de neutros (NBI)

Investigador responsable:	Dr. Víctor Iván Vargas Blanco Instituto Tecnológico de Costa Rica e-mail: ivargas@itcr.ac.cr
Investigador participante:	Dr. Sebastian Tallents Instituto Tecnológico de Costa Rica e-mail: sebastian.tallents@gmail.com
Investigador asesor:	Dr. Daniel López-Bruna Asociacion EURATOM-CIEMAT Madrid, España

Resumen

En este proyecto se logró realizar una primera caracterización e interpretación física de los plasmas experimentales calentados por invección de haces de neutros (NBI) del stellarator TJ-II, aportando información local, sobre el comportamiento del transporte frente a la variación de magnitudes de control como la densidad del plasma. Para ello se realizaron análisis de transporte interpretativo utilizando condiciones de balance en los distintos plasmas NBI. Se seleccionarán descargas NBI inicialmente en fase razonablemente estacionarias que cuentan con datos de densidad y temperatura electrónica de distintos diagnósticos por ejemplo, esparcimiento Thomson, Reflectómetro de microondas, Haz de Helio. Algunos de los objetivos alcanzados fueron; encontrar dependencias locales de las difusividades térmica electrónica efectivas con variables de control como la densidad de línea del plasma además de estudiar la relación de estos valores locales con la ocurrencia de fenómenos de mejora de confinamiento. Para la estimación de la densidad de potencia pérdida por radiación total se implementó una nueva formulación semiempirica que concuerta bastante bien con la información experimental proveniente del bolómetro, mejorando de esta manera la función de ajuste utilizada a la fecha en TJ-II. Todos los análisis de transporte fueron realizados utilizando el código ASTRA complementado con el código Monte Carlos EIRENE para el cálculo de la fuente de partículas, de igual manera utilizando como entrada los datos provenientes de los códigos ASTRA y EIRENE, se utilizó el código FAFNER que permite calcular entre otras cosas el perfil de densidad de potencia debida al haz de neutros inyectado en el TJ-II. Los resultados indican una clara disminución de la difusividad térmica electrónica y la difusividad de partículas con la densidad electrónica, generandose una fuerte caída de estos coeficientes al formarse la barrera de transporte que define el cambio de confinamiento de modo L a modo H.

Este proyecto se realizó en colaboración con el Laboratorio Nacional de Fusion del Ciemat, España como parte del Convenio de colaboración en investigación sobre plasmas de fusión termonuclear por confinamiento magnético entre el Ciemat y el ITCR. Palabras clave: Plasmas, Stellarator, Transporte, NBI

Índice de figuras

4 5
4 5
4 5
5
5
9
13
15
16
20
22
23
24
25

Índice de cuadros

1.1.	Perfiles geométricos usados	9
1.2.	Parámetros del modelo de transporte que se modifican para	
	converger a los perfiles experimentales	17

Capítulo 1

Estudios de transporte en plasmas del stellarator TJ-II calentados por inyección de haces de neutros (NBI)

1.1. Introducción

El transporte es una preocupación importante en plasmas de fusión y por lo tanto en experimentos como el Stellarator TJ-II. Este tema ha sido estudiado en TJ-II desde diferentes perspectivas, tanto en plasmas ECH [Electron Cyclotron Resonance Heating] [1, 2, 3, 4] como en plasmas NBI (Neutral Beam Injection) [5] aunque la base de datos de la primera es mucho más grande y sistemática. TJ-II es un stellarator de tipo heliac, caracterizado por su alta flexibilidad y su casi plano perfil de transformada rotacional [6]. Lo anterior lo convierte como ha quedado demostrado en Ref. [2] en una excelente máquina para el estudio del efecto de las resonancias magnéticas en los perfiles del plasma y en el transporte. Este es un tema muy importante en el diseño de reactores basados en el concepto de Stellarator.

Los plasmas por calentamiento ECH y NBI en stellarators muestran distintas caracteristicas, principalmente en términos de densidad y temperatura iónica y electrónica. Recientemente la implementación de dos inyectores de haces de nuestros en TJ-II a abierto nuevos escenarios de investigación, agregando a eso un mayor control de las condiciones reciclado y posible influjo de impurezas dentro de la cámara de vacío debido al proceso de Litiado en la pared. Este consiste en depositar Litio en las paredes de la cámara de vacío previo a la campaña de descargas NBI, el Litio comparado a otros elementos de baja carga efectiva, Z, y comunmente utilizados para ello como Be, C y B, es un elemento muy atractivo debido a su baja potencia de radiación, su alta retensión de H asi como ser un fuerte captador de O, utilizando Li se han obtenido excelentes resultados en Tokamaks [7]. En este trabajo se analizan descargas en plasmas NBI bajo condiciones de pared litiada. La operación en TJ-II bajo calentamiento NBI y pared litiada a permitido por primera vez, confinamientos mejorados espontaneos caracterizados por una reducción en H_{α} y las fluctuaciones, esto es conocido en la comunidad de fusión como una transición de modo L a modo H. Una primera estimación del escalado muestra un acuerdo con la tendencia general que se ha encontrado en otros dispositivos [5]. Todo lo anterior plantea la necesidad de realizar estudios de transporte en estos nuevos escenarios bajo plasmas NBI y modos de confinamiento mejorado en TJ-II y ese es justamente el objetivo de este estudio.

En relación con estudios previos en otros dispositivos similares al que aquí se presenta, destacan resultados del Large Helical Device (LHD) cuyo sistema de calentamiento NBI empezó a generar plasmas NBI desde setiembre de 1998, cabe mencionar que este dispositivo es el sistema helicoidal superconductor más grande del mundo [8]. La Refs. [9, 10, 11, 12] muestran resultados en plasmas NBI en LHD con densidades $(0.8-7.0) \cdot 10^{19} \text{m}^{-3}$ y potencia de calentamiento de 0.5-4.2 MW, donde se han estudiado las caracteristicas del transporte térmico así como el transporte de partículas bajo distintos escenarios de potencia inyectada y campo magnético. Otro dispositivo donde podemos encontrar resultados de estudios de transporte en plasmas NBI es el stellarator W7-AS [13, 14]. Los resultados en ambos dispositivos indican que se han observado la formación de barreras de transporte al alcanzar una densidad crítica mostrando cambios considerables en el transporte y por tanto en los parámetros del plasma, lo que indica la existencia de una transición de un modo de confinamiento llamado modo L a modo H.

Este trabajo pretende realizar una primera caracterización del transporte en plasmas NBI del TJ-II a travéz de un estudio de balance de energía utilizando descargas NBI estacionarias obtenidas gracias a la dramática reducción del reciclado de la pared por recubrimiento de Litio. Para ello se definió una metodología de trabajo basada primero en; buscar una formulación semiempírica que reproduzca mejor los perfiles de densidad de potencia radiada en TJ-II, posteriormente realizar una rigurosa selección de descargas de acuerdo a parámetros que más adelante se mencionarán; una vez leída y preparada la información experimental de las distintas descarga elegidas, realizar los análisis de transporte haciendo uso del código ASTRA [Automated System for TRansport Analysis] [15] complementando dichos cálculos con el código Monte Carlo EIRENE [16], para el cálculo de la fuente de partículas y el código FAFNER para el cálculo del perfil de densidad de potencia debido al sistema de calentamiento NBI.

El estudio se presenta de la siguiente forma; la sección 1.2 informa sobre los datos experimentales considerados así como la técnica utilizada para la construcción de los perfiles del plasma y el método de análisis de transporte aplicado. La sección 1.3 muestra los resultados obtenidos en relación con el modelado del perfil de densidad de radiación, la dependencia local de la difusividad térmica electrónica y el estudio de la relación entre los valores locales del gradiente de temperatura electrónica y la ocurrencia de fenómenos de mejora del confinamiento. Finalmente, en la sección 1.4 se da la discusión y las conclusiones.

1.2. Metodología

1.2.1. Datos experimentales y construcción de perfiles del plasma

Datos experimentales

Las descargas analizadas en este trabajo corresponden a plasmas calentados por inyección de haces de neutros (NBI del inglés, Neutral Beam Injection) con una potencia de co-inyección de $P_{NBI} = 370$ kW, y un voltaje de aceleración de $V_{accel} \approx 30$ kV. Las descargas se eligieron de acuerdo a la estacionaridad de la densidad de línea, \bar{n}_e y la evolución relativamente lenta de la radiación neta en el momento de la medición del diagnóstico Thomson Scattering (TS). Utilizando un detector global la tasa de cambio relativa en todos los casos es $P_{rad}/\partial_t P_{rad} \geq 100$ ms $>> \tau_{transport} \approx 10$ ms. Los plasmas del TJ-II en estas condiciones estan limitados a densidades bajas con modo de confinamiento L y temperaturas iónicas centrales de $T_i(0) \approx 0.13$ keV, aunque también se analizó una descarga en modo de confinamiento H con densidad de línea, $\bar{n}_e=2,6\cdot10^{19}$ m⁻³.

El barrido en densidad consiste en 9 descargas con un valor de transformada rotacional en el borde $t_a = 1,57$ (correspondiente a la configuración 100_36_61) y un volumen del plasma de 1,1 m³. Los valores de la densidad de línea están en el recorrido de 1,3-2,6·10¹⁹m⁻³. Las descargas presentan condiciones estacionarias en la vecindad del tiempo en el que se dispara el diagnóstico TS. La configuración 100_36_61 se eligió por la cercania de la superficie racional 3/2 a la región del borde del plasma $\rho > 0.80$. El número de descargas es reducido debido a las restricciones impuestas en el estudio, principalmente las que garantizan una suficiente homogeneidad en las condiciones que afectan a la fuente de partículas. Además, sólo se han analizado



Figura 1.1: Evolución temporal del gas inyectado (verde), de la válvula de inyección de gas del sistema NBI (azul), de la inyección del sistema ECH (rojo)y de la densidad de línea para la descarga 23498 en plasma NBI del TJ-II.

descargas en las que estuvieran disponibles los diagnósticos necesarios para el estudio, como por ejemplo los perfiles del reflectómetro.

Los datos de inyección de gas se han tomado sistemáticamente en el instante de disparo del láser del diagnóstico TS. La figura 1.1 muestra una típica señal de gas inyectado, de voltaje en la válvula de inyección NBI y de densidad de línea para una de las descargas utilizadas en el estudio. Después de hacer un pre-llenado de gas en la cámara de vacío, la típica forma de la señal de gas inyectado para una descarga de densidad constante en condiciones de pared litiada consiste en un corto pulso al inicio de la primera fase del plasma con calentamiento ECH para facilitar el arranque, seguido de una tasa de inyección aproximadamente constante (normalmente decae lentamente) hasta una segunda fase donde entra el haz de neutros del sistema NBI, línea azul en la figura 1.1.

El diseño de la cámara de vacío del TJ-II impone importantes problemas de interacción plasma-pared que tienen una fuerte influencia en el confinamiento. En el caso particular del TJ-II, en el limitador helicoidal es donde ocurre la mayoría del reciclaje y donde se liberan las impurezas, debido a la cercanía del plasma, es por eso que el control de la interacción plasma-pared es un elemento clave en la operación del TJ-II. Esto se ha resuelto, utilizando Litio como recubrimiento en las paredes de la cámara del TJ-II [5], esto ha generado una disminución en el reciclaje, la potencia radiada y la penetración de impurezas, todos estos cambios han tenido un impacto directo sobre el confinamiento de las partículas y la energía tanto en descargas con calentamiento ECH como con calentamiento NBI.

Una de las principales ventajas del recubrimiento con Litio, comparado



Figura 1.2: Perfil de densidad electrónica, n_e para una descarga NBI, procedente del diagnóstico TS (cruces rojas), procedente del diagnóstico por reflectometría (línea verde), del diagnóstico de haz de helio (círculos azules) y el perfil final reconstruido de n_e (línea negra) ajustado a la densidad de línea obtenida por interferometría. El área gris representa el error local.

con el recubrimiento con boro, es la fuerte mejora del control de densidad mediante el gas inyectado externamente: a manera de ejemplo para lograr una misma densidad que en una pared borada, una dercarga con condiciones de pared litiada requiere una inyección de gas adicional de un factor 2-3 para lograr la misma densidad [5]. Los estudios de balance de energía llevan a una retensión de H de hasta un factor 4 mayor que en condiciones de pared borada con un factor de reciclado R < 0.20 [5]. Como consecuencia de todo esto el control de densidad ha sido dramáticamente mejorado bajo condiciones de pared litiada.

De esta manera una primera restricción en la selección de descargas ha consistido en buscar condiciones de factor de reciclado $R \approx 0.2$. Esta información se ha utilizado como dato de entrada para los cálculos que realizan los códigos Monte Carlo EIRENE y FAFNER que más adelante se explicarán.

Otra condición restrictiva ha consistido en seleccionar sólo aquellas descargas cuyos limitadores se encontraran en la posición de la última superficie de flujo cerrada (LCFS), o más retirados. Estos datos también se tienen en cuenta como entradas para el código EIRENE y se han obtenido de la base de datos relacional del TJ-II [17].

Hecha la selección de descargas, se leyeron de la base de datos del TJ-II los perfiles de temperatura y densidad electrónica del diagnóstico TS. Para completar el perfil de densidad en el borde se han usado perfiles de la densidad obtenidos mediante el reflectómetro [18] y el diagnóstico de haz de helio. El criterio que se utilizó para construir los perfiles experimentales se explicará más adelante.

La figura 1.2 muestra un perfil típico densidad electrónica (TS, reflectómetro, haz de Helio e Interferómetro) del TJ-II tomados de una de las descargas utilizadas en este estudio.

Los estudios de transporte interpretativo se basan en la información experimental. En el caso particular del TJ-II, los perfiles de la densidad electrónica (n_e) se obtienen mediante diferentes diagnósticos. Sin embargo, cada uno de ellos nos da información a trozos del perfil de la densidad; en el caso del diagnóstico TS, se obtiene información sobre todo en la parte interior del plasma, ya que en el borde las densidades suelen encontrarse por debajo del régimen de trabajo adecuado para el diagnóstico [19]. El diagnóstico de obtención de la densidad por reflectometría [18] (RF) es complementario en el sentido de que mide densidades electrónicas en la región de gradiente de n_e hasta valores en torno a $1,2\cdot 10^{19}~{\rm m}^{-3},$ más o menos la mitad exterior en los plasmas ECRH. De igual manera el diagnóstico por haz de helio permite obtener la densidad eléctrónica en el borde del plasma. En cuanto a los perfiles de temperatura electrónica, se dispone del perfil radial del diagnóstico TS para un único tiempo durante la descarga, y de los datos de temperatura electrónica (T_e^{ECE}) del diagnóstico de emisión ciclotrónica electrónica (ECE) [20] en posiciones discretas pero con buena resolución temporal (la frecuencia de muestreo es de 20 kHz), sin embargo, este último diagnóstico no fue utilizado pues en plasmas NBI la densidad de corte impide obtener información. A continuación se describe la manera en que se han tomado los distintos perfiles radiales experimentales y geométricos para su posterior análisis.

Temperatura electrónica

Para construir el perfil de temperatura electrónica T_e se lee el perfil radial del diagnóstico TS de la base de datos del TJ-II. Posteriormente se realiza un suavizado de un 5,0% del total de puntos del perfil medido siguiendo criterios dados por [21] y utilizando el siguiente algoritmo:

$$R_i = \frac{1}{w} \sum_{j=0}^{w-1} A_{i+j-w/2} \qquad i = \frac{(w-1)}{2}, \dots, N - \frac{(w+1)}{2}$$
(1.1)

donde R_i es la posición *i*-ésima del perfil suavizado, N es el número de elementos en el conjunto de valores A a suavizar y w es la anchura de la ventana de suavizado dada por $w = 0,05 \times N$. Este nivel de suavizado (5,0%) permite quitar las estructuras pequeñas manteniendo la forma principal del perfil medido en la región de interés.

El perfil suavizado se completó hasta el borde utilizando una parábola

cuyo vértice en $\rho = \pm 1$ (según se utilice $\rho \circ -\rho$) pasa por 20 eV (del orden de la energía de enlace del electrón con el núcleo de hidrógeno) y uno de cuyos puntos pasa por el valor mínimo del perfil de T_e de TS.

Densidad electrónica

Dado que el objetivo es usar los perfiles en cálculos de transporte de plasma, que generalmente utilizan coordenadas de flujo, es necesario simetrizar los perfiles TS.

Para la reconstrucción de los perfiles de densidad de las descargas analizadas en este estudio, se utilizó el programa **neprof**, el cual implementa un reconstrucción Bayesiana del perfil de densidad del TJ-II. La física y la matemática del programa son descritas en la Ref. [22]. Un ejemplo de perfil de n_e reconstruido mediante el programa **neprof** se muestra en la Fig. 1.2 (línea continua negra). Pertenece a una descarga NBI en modo de confinamiento L con densidad de línea experimental $\bar{n}_e = 2, 1 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$.

Temperatura y densidad iónica

La temperatura iónica (T_i) en los plasmas NBI del TJ-II suele encontrarse en valores alrededor de $T_i(0) \approx 0.13$ keV [5]. Se mide mediante el espectrómetro de masas del diagnóstico que mide flujos de neutros procedentes de procesos de intercambio de carga [23]. El diagnóstico se prepara normalmente para medir la temperatura iónica central, para este estudio se dispone de esta información para las descargas analizadas. Se ha optado por tomar, en todas las descargas, un perfil de temperatura iónica casi plano [24] estimado en 0,13 KeV, con una caída brusca en el borde hasta 12 eV. La densidad iónica (n_i) se obtiene mediante la Ec. 1.2, considerando una carga efectiva¹ del plasma homogénea $Z_{eff} = 1, 2$ [25, 26] debida a la presencia de impurezas iónicas y una impureza principal de carga igual a $Z_{imp} = 6$.

$$n_i = \left(\frac{Z_{imp} - Z_{eff} + 1}{Z_{imp}}\right) n_e, \tag{1.2}$$

Tanto T_i como n_i se usan en el cálculo de energías del plasma, $W_p = \frac{3}{2} \int (n_e T_e + n_i T_i) dV$; y en el cálculo de las pérdidas por procesos de intercambio de calor coulombiano entre iones y electrones (Ec. 1.5, más adelante).

¹Es el parámetro que se utiliza para medir la presencia de impurezas iónicas en el plasma y las pérdidas de energía del plasma por radiación que originan. Se define como $\sum n_i Z_i / \sum n_i$ donde n_i es la densidad de cada ion y Z_i su carga. Para plasmas puros D-T la carga efectiva del plasma es 1. En un reactor de fusión este valor debe ser inferior a 2.

Radiación total experimental

El perfil de radiación total se obtiene de los bolómetros, en el caso de que la información experimental no este disponible se ha venido utilizando una función de ajuste construida a partir de una base de datos experimentales, es decir es una formulación semiempírica de *cooling rate* que, en realidad, no corresponde a ningún elemento (carbono u otro) sino a una especie de *impureza ficticia* que da intensidades de la radiación parecidas a las experimentales. En el caso de los perfiles de radiación experimentales disponibles para estas descargas también se han simetrizado. El objetivo de tener en cuenta este perfil es incluir la potencia radiada en las estimaciones de χ_e . Además, en los casos posibles se ha calculado el tiempo de confinamiento completo de la energía electrónica τ_E en estado estacionario dado por

$$\tau_E = \frac{W_p}{Q_{eNBI} + Q_{ECRH} - Q_{rad} - Q_{ei}}$$

donde $W_p = \frac{3}{2} \int (n_e T_e + n_i T_i) dV$ es la energía térmica del plasma, Q_{eNBI} es la integral de volumen de la densidad de potencia depositada por el haz de neutros en los electrones P_{eNBI} , Q_{ECRH} es la integral de volumen de la densidad de potencia depositada por el ECRH P_{ECRH} , análogamente $Q_{rad} = \int_V P_{rad} dV$ es la potencia radiada y finalmente $Q_{ei} = \int_V P_{ei} dV$ corresponde a la potencia perdida por intercambio de calor coulombiano entre iones y electrones. Aquí P_{ei} es una densidad de potencia que se explicará en la sección 1.2.2. La Fig. 1.3 muestra el perfil de densidad de potencia NBI (violeta), P_{eNBI} , el perfil de densidad de potencia total (negro discontinuo), P_{rad} , y el perfil de densidad de potencia total depositada en los electrones (rojo discontinuo), P_{eiC} para la descarga NBI n° 23500 del TJ-II.

1.2.2. Método de análisis de transporte

Geometría del TJ-II en el código ASTRA

Para estimar los gradientes promedio (en cada superficie de flujo) es necesario imponer de una manera consistente la geometría de vacío del TJ-II en los cálculos [27]. En particular, se ha obtenido el promedio en las superficies de flujo de la magnitud métrica necesaria para calcular la difusividad efectiva (ver más adelante la Ec. 1.6), esto es,

$$G = V' \left\langle (\nabla \rho)^2 \right\rangle \tag{1.3}$$

Esta información se ha obtenido de la librería g3d de funciones relacionadas con la geometría tridimensional del TJ-II [28]. El cuadro 1.1 muestra los



Figura 1.3: Perfil de potencia NBI (violeta), P_{eNBI} , perfil de radiación total (negro discontinuo), P_{rad} , perfil de potencia total depositada en los electrones (rojo discontinuo), P_{eiC} para la descarga NBI n° 23500 del TJ-II.

perfiles geométricos obtenidos, de los cuales el código ASTRA usa G11, VR y MV en los cálculos, y los demás se han dejado como comparación. El valor del radio medio *a* en ASTRA ha sido ajustado para que el volumen del plasma coincida con el dado en la configuración de vacío. De hecho, las magnitudes que interesan para este trabajo son el volumen del plasma y su derivada (para las integrales de volumen); y $\langle (\nabla \rho)^2 \rangle$ (para la Ec. 1.6). Se ha verificado que la densidad de línea calculada con ASTRA coincide con el valor experimental para las distintas descargas.

Cantidad	Nombre ASTRA	Unidades	Descripción
V	VOLUME	m^3	Volumen del plasma
$V' = \frac{1}{a} \frac{\partial V}{\partial \rho}$	VR	m^2	Volumen específico del plasma
S	SLAT	m^2	Área lateral de las superficies de flujo
$t = \iota/2\pi$	MV	_	Transformada rotacional en vacío

 m^2

G en la ec. 1.3

Cuadro 1.1: Perfiles geométricos usados

Análisis interpretativo de transporte

G11

 $V' \langle (\nabla \rho)^2 \rangle$

El análisis interpretativo se ha realizado para estimar los cambios locales de la difusividad térmica electrónica $\chi_e(\rho)$ y la difusividad de partículas $D_e(\rho)$ con la densidad electrónica en plasmas NBI.

 χ_e se obtiene a partir de la ecuación diferencial de la conservación de la energía:

$$\frac{3}{2}\frac{\partial}{\partial t}(n_e T_e) = \nabla \cdot \left(\chi_e n_e \nabla T_e + \frac{5}{2}T_e D_e \nabla n_e\right) + P_{eNBI} + P_{ECRH} - P_{ei} - P_{rad},$$
(1.4)

donde n_e corresponde a la densidad electrónica, T_e es la temperatura electrónica, D_e es la difusión de partículas, P_{eNBI} es la densidad de potencia depositada por el haz de neutros en los electrones, P_{ECRH} es la densidad de potencia depositada por el ECRH, P_{rad} corresponde a la densidad de potencia radiada y P_{ei} a la de intercambio de calor entre los fluidos electrónico e iónico, dado por

$$P_{ei} = \frac{3n_e}{\tau_{ei}} \frac{m_e}{m_i} (T_e - T_i),$$
(1.5)

donde el tiempo característico de intercambio de momento entre electrones e iones viene dado por $\tau_{ei} = 1, 1 \cdot 10^{-3} T_e^{3/2} n_i^{-1} Z_{eff}^{-2} \lambda_{ei}$ s, con $\lambda_{ei} = 15, 9 - \ln(n_e^{1/2} T_e^{-1})$ llamado logaritmo de Coulomb y válido para colisiones electrónión con $T_e > 0, 01 Z_{eff}^2$. T_e está expresada en keV, n_e y n_i en unidades de 10^{19} m⁻³.

Partiendo de la ecuación 1.4 y considerando que en este estudio sólo se contemplan estados estacionarios (ver figura 1.1; $\partial n_e/\partial t = 0$, $\partial T_e/\partial t = 0$), tenemos (ver apéndice A)

$$\chi_e(\rho) = \frac{Q_e^T(\rho)}{n_e(\rho)\nabla T_e(\rho)G(\rho)},\tag{1.6}$$

donde $Q_e^T = \int_e^{\rho} P_e^T dV$ es la potencia total depositada en el fluido electrónico del plasma, $P_e^T = P_{eNBI} + P_{ECH} - P_{rad} - P_{ei}$ es la densidad de potencia. Tanto el perfil P_{rad} y P_{ei} no son despreciables (ver figura 1.3) por lo que deben de ser incluidos en el análisis. La geometría entra a través de $G = V' \langle (\nabla \rho)^2 \rangle$ [15].

Los análisis se han reducido a la región del plasma $0, 2 \le \rho \le 0, 8$ por las siguientes razones. Cerca del eje magnético, no sólo las características de los perfiles TS hacen que la zona donde el gradiente de temperatura se anula se desplaze un poco de $\rho = 0$ después del suavizado, sino que el perfil de deposición ECRH no está bien determinado. Por lo tanto, y dado el hecho de que χ_e viene del análisis de balance de energía electrónica y depende sensiblemente del perfil de deposición de potencia ECRH en la región central, se ha decidido rechazar los resultados cerca del eje magnético. Las pérdidas de calor debidas al escape de partículas supratérmicas en el sector de calentamiento ECRH del

TJ-II [29] pueden atribuirse a la potencia integrada ECRH, lo cual no debería afectar a la χ_e efectiva. En el borde del plasma, $\rho > 0, 8$, el transporte de calor probablemente tiene importantes contribuciones de convección (pérdidas debidas al rizado del campo magnético) u otros términos relacionados con la proximidad de la pared. La experiencia indica que un término convectivo en el balance térmico no altera substancialmente los resultados en la mayor parte del plasma a menos que supongamos una velocidad radial neta de las partículas térmicas demasiado grande [4]. Sin embargo, esto podría ser una contribución a tener en cuenta en la periferia del plasma. Además, ∇T_e es bastante pequeño cerca del borde y tiene barras de error grandes, lo cual implica valores mal determinados de χ_e en la Ec.1.6. Por lo tanto, se le da poco crédito a los resultados fuera de $\rho \approx 0, 8$.

Difusividad de partículas

Debido a que los análisis de descargas en plasmas NBI requieren el uso de los códigos Monte Carlo EIRENE [16] y FAFNER, como se explicará más adelante, es posible obtener resultados de difusividad de partículas y del confinamiento de partículas mediante estudios de balance. La conservación del número de partículas se expresa mediante:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot \Gamma_e = S_e, \tag{1.7}$$

que, en estado estacionario, permite obtener el flujo a partir del conocimiento de la fuente,

$$\nabla \cdot \Gamma_e = S_e. \tag{1.8}$$

Para describir el flujo se representa el transporte mediante un coeficiente de difusión, D_e^{model} (según la Ecuación 1.15), y unas derivas radiales que, aunque no son fundamentales en el trabajo, ayudarán a reproducir los perfiles experimentales,

$$\Gamma_e = -D_e^{model} \nabla n_e + n_e (v_p + v_d), \qquad (1.9)$$

donde v_p se refiere a la convección en la parte central del plasma y v_d a lo propio cerca del borde. El método consiste en encontrar coeficientes para las funciones D_e^{model} , v_p y v_d que resuelvan la Ec. 1.8, de manera que es obligatorio conocer el perfil $S_e(\rho)$. Como se va a explicar, la fuente S_e se puede calcular previo conocimiento del transporte, pues éste es necesario para calcular un tiempo de confinamiento y los flujos salientes del plasma. Una posibilidad consiste en tomar medidas experimentales de τ_p ; pero no se tiene dicha información, salvo someramente y en condiciones de pared metálica [30, 31, 32] y en pared borada en plasmas ECH [4]. Aquí se sigue una manera alternativa dando por hecho que, en tanto el tiempo de confinamiento de las partículas sea correcto, S_e puede calcularse de manera fidedigna mediante el código Monte-Carlo EIRENE. En este caso, puede despejarse D_e en la Ec. 1.8 y, considerando la geometría pseudo-cilíndrica del problema (ver Apéndice B), usar los perfiles experimentales para hallar

$$D_e(\rho) = D_e^{eff}(\rho) + \frac{n_e(\rho)v(\rho)V'(\rho)\left|\langle\nabla\rho\rangle\right|}{n'_e(\rho)G(\rho)}$$
(1.10)

donde $D_e^{eff}(\rho) = -S_I(\rho)/n'_e(\rho)G(\rho)$; $S_I = \int_0^{\rho} S_e V' d\rho \ y \ G(\rho) = V' \langle (\nabla \rho)^2 \rangle$. Obviamente, $v = v_p + v_d$ es una deriva radial en promedio a cada superficie de flujo etiquetada mediante ρ ; $V(\rho)$ es el volumen encerrado por la misma superficie. Como es típico, la prima indica derivada respecto a ρ ; y los paréntesis angulares indican promedio a la correspondiente superficie de flujo. Dada la baja presión de estos plasmas se considera la configuración de vacío para obtener $G(\rho)$.

Obsérvese que, al menos en apariencia, v complica el problema porque se trata de una magnitud más a determinar. El programa seguido podría haberse llevado a cabo perfectamente sin usar una deriva v, pero ha sido incluida porque gracias a ella es mucho más fácil *reproducir* los plasmas estacionarios del TJ-II. La escisión en partes v_p y v_d que sólo afectan al centro y al borde respectivamente responde a esta conveniencia. Sin embargo, al usarlas en la descripción del transporte es conveniente descontar su efecto en la estimación de la difusividad efectiva, lo que justifica usar la Ec. 1.10 en vez de D_e^{eff} , como correspondería a una difusividad efectiva pura. A continuación se dan justificaciones ulteriores para la inclusión de v en el problema.

Pérdidas directas

Se pretende realizar un análisis interpretativo del transporte en los plasmas NBI del TJ-II. En la interpretación es conveniente tener en cuenta que hay dos regiones cuyo comportamiento responde, posiblemente, demasiado mal a un modelo estrictamente difusivo. En el caso del centro del plasma ECH esto es evidente por el hecho de existir plasmas estacionarios con perfiles huecos de la densidad. Esta es la zona de deposición de potencia ECH, cerca del eje magnético, donde se espera una fuerte impulsión de las partículas hacia el llamado "cono de pérdidas" en el espacio de velocidades, un proceso conocido en la literatura como *pump out*. Este fenómeno está identificado experimentalmente desde las primeras campañas del TJ-II [33] y ha sido objeto de estudios en los que se estima el flujo correspondiente [34]. Mediante un



Figura 1.4: Perfil de velocidad fuga obtenido con la función analítica Ec. 1.12 (línea morada), velocidad efectiva de los electrones (línea negra), CE, velocidad efectiva de los iónes (línea celeste), CI, y fuentes de partículas S_n y S_{eNBI} para la descarga 23500.

término v_p apropiado es fácil reproducir la oquedad de los perfiles de n_e en plasmas ECH, presente en los datos experimentales. Sin embargo, salvo que se contara con un cálculo preciso de v_p en las condiciones experimentales del barrido objeto de este trabajo, la combinación de perfiles de v_p y de difusividad para reproducir los plasmas estacionarios tiene bastante arbitrariedad y debe ser excluida de las conclusiones. En definitiva, se usará v_p para reproducir los plasmas estacionarios pero toda la parte del plasma donde el gradiente de la densidad es positivo (la zona de influencia de v_p) no será significativa en este trabajo.

Algo semejante sucede con la parte más externa del plasma, $\rho > 0.85$. Ya los primeros cálculos de trayectorias de partículas en el TJ-II [35] indicaban que las velocidades promedio de fuga de las partículas se hacen muy grandes cerca de la frontera del plasma. Se ha utilizado el término v_d para reproducir este comportamiento y lograr con ello ajustar el perfil de densidad electrónica a los valores experimentales en condiciones estacionarias en la zona de gradiente.

De esta manera, el modelo utilizado para valorar las pérdidas directas convectivas está dado por una función analítica con dos componentes $v = v_p + v_d$. Como se indicó anteriormente, la primera representa las pérdidas por procesos *pump out*, v_p ; y la otra las pérdidas directas en el borde, v_d . El término v_p se obtiene con un perfil gaussiano dado por la ecuación

$$v_p(\rho) = b_1 e^{-\left(\frac{\rho - \rho_o}{w}\right)^2}$$
 (1.11)

centrado en $\rho_0 = 0,36$ y de anchura $\Delta = 0,20$ (en radio normalizado del plasma). Para ahuecar el perfil de densidad electrónica según los casos, se ha variado la constante b_1 entre valores de 0,14 para densidades altas ($\bar{n}_e=2,50$ 10^{19} m⁻³) y 1,10 para densidades bajas ($\bar{n}_e=1,3$ 10^{19} m⁻³).

Las pérdidas en el borde se obtuvieron utilizando como perfil una función tangente hiperbólica según la relación:

$$v_d(\rho) = \frac{a_1 + d_1}{2} + \frac{a_1 - d_1}{2} \tanh\left(\frac{\rho_c - \rho}{\delta/5}\right), \qquad (1.12)$$

donde ρ_c corresponde al punto de inflexión, δ a la anchura entre los codos, a_1 al enrasado de la asíntota izquierda y d_1 al de la asíntota derecha. Para asemejar el perfil de densidad electrónica en la región del borde con los perfiles experimentales, en este estudio se utilizaron $\delta = 0.3$ y $a_1 = 0.0$ cambiando únicamente $0.87 \leq \rho_c \leq 0.96$ y d_1 con valores entre 40 a alta densidad ($\bar{n}_e = 2.60 \ 10^{19} \text{m}^{-3}$) y 120 a baja densidad ($\bar{n}_e = 1.3 \ 10^{19} \text{m}^{-3}$).

Conviene observar que el uso de v_d , además de que facilita reproducir los perfiles experimentales de la densidad, responde a la noción de que el transporte en la región del borde sufre pérdidas directas. Podría haber bastado con realizar el estudio en base únicamente a un coeficiente de difusión efectivo $(D_e^{eff}$ en la Ec. 1.10) y admitir valores extraordinariamente altos cerca del borde del plasma, donde la fuente de partículas es intensa y los gradientes son pequeños, pero se ha preferido el uso de v_d por compatibilidad con resultados antiguos [28] y más recientes sobre la velocidad radial efectiva de los iones en el borde del TJ-II. Los perfiles de v_d que han resultado al reproducir los plasmas estacionarios del TJ-II con la ayuda de la fórmula 1.12 pueden compararse con la velocidad radial efectiva Γ_e/n_e obtenida mediante el código ISDEP (ver Ref. [36]). En éste, se lanzan partículas dentro del plasma distribuidas según el perfil de la densidad y con una función de distribución de velocidades gaussiana. Posteriormente se sigue la trayectoría de su centroguía en presencia de colisiones con el fondo. El entorno colisional se basa en un perfil típico de la temperatura electrónica en plasmas ECRH del TJ-II y se incluyen perfiles de potencial del plasma similares a los experimentales. Los resultados se muestran en la Ref. [4], donde se puede observar cómo la velocidad efectiva se desplaza hacia fuera a mayor densidad de línea y su magnitud es mayor a menores densidades, de manera que hay un claro acuerdo cualitativo. En cuanto a la comparación entre valores, téngase en cuenta que el código de órbitas sólo contempla procesos colisionales y perfiles del potencial electrostático aproximados, mientras que los resultados obtenidos del análisis interpretativo se basan en datos experimentales. A efectos de este trabajo, es suficiente con que el acuerdo sea bueno en lo cualitativo, y del mismo orden de magnitud en lo cuantitativo.



Figura 1.5: Esquema representativo del procedimiento seguido para el análisis de transporte.

Tiempo de confinamiento de partículas

El cálculo del tiempo de confinamiento de partículas se realiza utilizando el código de transporte ASTRA. En condiciones estacionarias, como es nuestro caso, se define mediante:

$$\tau_p = \frac{\int_0^1 n_e V' d\rho}{S_I} \tag{1.13}$$

donde $S_I = \int_0^1 S_e(\rho) V' d\rho$. La fuente S_e se obtiene con el código EIRENE; como se explicará en el apartado siguiente y para su cálculo se necesitará conocer previamente τ_p debido a que se requiere para hacer la estimación del flujo de partículas a la pared, dado por:

$$\Gamma_e \sim \frac{\langle n_e \rangle V_p}{\tau_p S_p} \tag{1.14}$$

donde V_p es el volumen total del plasma y S_p es el área de la LCMS. $\langle n_e \rangle$ es la densidad promedio en volumen.



Figura 1.6: Perfiles estacionarios de densidad electrónica experimental, densidad electrónica del modelo; para una descarga en plasmas NBI $(\bar{n}_e = 2, 12 \cdot 10^{19} \text{m}^{-3}).$

Este aparente problema en el cálculo de τ_p y S_e se ha resuelto iterativamente acoplando el anterior modelo de transporte, diseñado para reproducir los plasmas ECRH [4] y ahora los plasmas NBI en condiciones estacionarias, a los cálculos de S_e .

La figura 1.5 muestra un esquema del proceso iterativo con el que se obtienen $S_e \ y \ \tau_p$. Primero se utilizan los perfiles experimentales en condiciones estacionarias y los distintos parámetros de entrada de EIRENE mencionados en el apartado siguiente. De partida se toma un valor por defecto $\tau_p = 8,187$ ms, el cual corresponde a una descarga en la que se realizó un ajuste de las señales de CX [37]. Tras calcular S_e una primera vez, se envía la nueva S_e al código ASTRA, donde se hace evolucionar la ecuación de balance de partículas utilizando el modelo de flujo dado por la Ec.1.9 con las siguientes difusividades:

$$D_e^{model} = C_1 + C_2 f_t^2 \chi_e^{model} \tag{1.15}$$

$$\chi_e^{model} = C_3 + C_4 \nu_e \rho^2 f_t^3, \qquad (1.16)$$

donde las C son constante, ν_e es la frecuencia de colisión electrónica y $f_t \sim \sqrt{\rho}$ es la fracción de atrapamiento. Para este trabajo se utilizó $C_2=0,008$; $C_3=2,6$ y $C_4=0,035$, y el flujo difusivo de partículas se va cambiando únicamente a través de la difusión mínima C_1 . Estos coeficientes de transporte se basan en las dependencias con el transporte anómalo por inestabilidades de electrones atrapados propuestas en la referencia [38] aunque, como sucedía

con las velocidades de deriva radial, lo importante es que el modelo permite reproducir los plasmas del estudio.

Cambiando constantes de manera interactiva en D_e^{model} , v_p y v_d , y renovando $S_e(\rho, t)$ a intervalos de tiempo apropiados usando el τ_p actualizado por ASTRA, podemos hacer que el perfil de densidad evolucione hasta alcanzar condiciones estacionarias como las experimentales, ver figura 1.6. Lo habitual ha sido actualizar la fuente cada 5 ms de tiempo simulado, un tiempo del orden del de confinamiento de las partículas en estos plasmas. De esta manera se obtienen un perfil de la fuente de electrones y un τ_p compatibles con el perfil de n_e experimental. En todo este proceso se mantienen constantes las temperaturas electrónica e iónica.

En resumen, la tabla 1.2 muestra las constantes del modelo de flujo dado por la Ec. 1.9 que se modifican para lograr que la densidad electrónica converja al perfil experimental estacionario de manera consistente con los cálculos de EIRENE.

 $Cuadro\ 1.2:$ Parámetros del modelo de transporte que se modifican para converger a los perfiles experimentales.

Nombre	Descripción	Ecuación
b_1	Coeficiente del pump-out	Ec. 1.11
$ ho_c$	Centrado de la tangente hiperbólica	Ec. 1.12
d_1	Altura de la tangente hiperbólica	Ec. 1.12
C_1	Difusión electrónica mínima	Ec. 1.15

Cálculo de la fuente de partículas por inyección de gas y reciclado de la pared

Para este trabajo la distribución de la fuente de electrones se ha calculado con el código Monte Carlo EIRENE [16]. Es un código de transporte de gas de neutros multiespecie que permite resolver simultáneamente un sistema lineal de las ecuaciones cinéticas de transporte dependientes del tiempo (opcional) o estacionarias. EIRENE utiliza bases externas de datos atómicos y moleculares, además de datos de superficies de reflexión. El principal objetivo del código es proveer una herramienta de investigación para el transporte de neutros en plasmas por confinamiento magnético. Este código ha sido adaptado en el Ciemat para considerar la geometría y la configuración magnética del TJ-II. Actualmente se puede ejecutar en los ordenadores ORIGIN 3800 (jen50.ciemat.es), ALTIX 3700 (fenix.ciemat.es) y en euler.ciemat.es. Para conectar EIRENE con otro programa (Fortran o C) se utiliza una subrutina Fortran [37], conex_eir, que facilita la tarea por medio de la escritura de archivos.Desde 2009 hay tres subrutinas en la librería conexdir, estas son: conex_eir para utilizar en pared litiada, conex_eirb para utilizar en pared borada y conex_eirhel para plasmas de Helio. Estas subrutinas permite obtener los perfiles radiales, promediados sobre las superficies magnéticas, de la distribución de átomos (H) y moléculas (H₂), además de la fuente de electrones en el plasma debida tanto a átomos como a moléculas (ya sumados). También permite obtener opcionalmente la distribución 3D de la fuente de electrones, átomos (H) y moléculas (H₂).

Los parámetros de entrada para EIRENE relevantes en este trabajo son: el tiempo de confinamiento de las partículas, el número de procesadores, el número de trayectorias que se siguen por procesador (ha de ser $\geq 10^3$ y $\leq 10^{6}$), la configuración magnética (para utilizar la información geométrica correspondiente), la posición de los limitadores, el número de octantes de la máquina en los que se hace el cálculo, el flujo de gas inyectado (en Amperios atómicos²), los perfiles experimentales (temperatura y densidad electrónica, temperatura iónica) y tres factores de reciclado, dos asociados a los limitadores poloidales y uno correspondiente a la pared. De éstos se han fijado: número de procesadores=24, número de trayectorias total= 100000, número de octantes=2 (corresponde a uno de los cuatro periodos del TJ-II), número de puntos radiales de la malla que usará EIRENE = 36. Como se mencionó anteriormente, los datos de flujo de gas inyectado y de posición de los limitadores se obtuvieron de la base de datos del TJ-II. El código EIRENE considera tres factores de reciclado en tres posiciones distintas del TJ-II, en el limitador helicoidal, en el limitador poloidal 1 (sector A3 del TJ-II) y en el limitador poloidal 2 (sector C3 del TJ-II). Para este estudio se utilizó el mismo valor de reciclado R en los limitadores que en la pared y, por lo comentado anteriormente, se ha tomado $R \approx 0.2$ aunque permitiendo variaciones no mayores al 12% según las descargas analizadas.

Como una típica llamada a EIRENE con los parámetros anteriores (utilizando la subrutina conex_eir) tarda en torno a 20 minutos y para cada descarga analizada en este trabajo se necesitan hacer interactivamente alrededor de treinta llamadas de renovación de S_e , el análisis de cada descarga resulta muy tedioso. Afortunadamente, la forma de S_e no varía mucho cuando se cambia la densidad, lo que ha permitido trabajar con perfiles adecuadamente interpolados (un proceso mucho más rápido), como lo hace un subprograma escrito a estos efectos, perfil_neutr, que calcula aproximadamente las distribuciones de neutros, sin necesidad de llamar a EIRENE pero partiendo de archivos generados anteriormente por EIRENE. El proceso ha

²Todos los flujos de partículas en el código EIRENE están en Amperios atómicos (número de partículas/s)·1,6022 × 10^{-19} .

consistido generalmente en llamar al código EIRENE unas tres veces por descarga (utilizando la subrutina conex_eir) y utilizando perfil_neutr reiteradamente entre cada llamada a EIRENE.

Cálculo de los perfiles de deposición de energía por ECRH

El perfil de densidad de potencia absorbida ECRH (P_{ECRH}) del TJ-II puede describirse razonablemente bien mediante una gaussiana [39]. Es por este motivo que dicho perfil se simula mediante dos perfiles gaussianos superpuestos (dos girotrones). El subprograma FGAUSS [15] en ASTRA proporciona gaussianas normalizadas,

$$g(\rho) = N e^{-\left(\frac{\rho - \rho_0}{\Delta}\right)^2},\tag{1.17}$$

donde N es un factor de normalización, $\int_0^1 g(\rho)V'd\rho = 1$ con $V' = \frac{1}{a}\frac{\partial V}{\partial\rho}$ siendo $a \neq V$ el radio medio y el volumen del plasma, respectivamente. Se ha utilizado un perfil centrado ($\rho_0 = 0$) de anchura $\Delta = 0, 2$ en todos los casos. Además, se ha adaptado el mismo criterio que en la Ref. [40] reduciendo en un 40 % el correspondiente valor de potencia nominal para tener en cuenta las pérdidas en la línea de transmisión del sistema ECRH [41] y en la absorción de las microondas en el plasma. Todas las descargas analizadas en el barrido en densidad y transformada rotacional tienen la misma potencia depositada de calentamiento. Además se ha comprobado que las señales de absorción son similares en todas las descargas. Es necesario mencionar que P_{ECRH} se considera en los cálculos a pesar de que en el tiempo en el que toma la información experimental proveniente del diagnóstico TS para las descargas analizadas en este estudio el calentamiento ECH se ha ido a corte, como muestra la figura 1.1. Para ello el código ASTRA tiene una función que anula la contribución ECH despues de la densidad de corte.

Cálculo de los perfiles de deposición de energía y partículas por NBI

Para este trabajo los perfiles de deposición de energía y partículas por NBI han sido calculados utilizando el código FAFNER, el cual es un código computacional que describe mediante modelos la inyección de partículas neutras rápidas dentro de un plasma toroidal tridimensional, además de que sigue las trayectorias de los iones rápidos hasta que ellos se pierden en el sistema o son completamente termalizados. Las ecuaciones del centro guía para los iones rápidos son resueltas utilizando las coordenadas de flujo de Boozer. Gracias al desarrollo de librerías precompiladas para facilitar la conexión entre códigos, actualmente se puede lanzar directamente FAFNER, pero hay



Figura 1.7: Perfil de densidad de potencia, P_{eNBI} , fuente de partículas total (electrones), S_{etot} , y fuente de partículas proveniente del haz de neutros, S_{eNBI} , para la descarga 20172.

que hacerlo tras haber obtenido las distribuciones de neutros mediante un cálculo apropiado con EIRENE. FAFNER necesita la distribución de neutros para calcular la deposición de NBI porque las pérdidas por intercambio de carga (CX) pueden ser una fracción considerable de las pérdidas por órbitas rápidas [[42],[43]] dependiendo de la cantidad de neutros.

Los parámetros de entrada para FAFNER relevantes en este trabajo son: la potencia total del haz de neutros (QNBI), en MW, aquí se entiende que QNBI es la potencia de entrada al toro (*port through power*) debida a la suma de los dos inyectores NBI, el tiempo de confinamiento de las partículas, en segundos que lo proporciona ASTRA con la fuente de partículas de EIRENE, el potencial de aceleración del haz del sistema NBI, en kV, la configuración magnética, la energía principal del haz, la fracción de la energía principal, la fracción de la energía mitad, la fracción de la energía 1/3, el grado de coinyección, la carga efectiva del plasma y la carga de la impureza principal.

Para hacer los cálculos se leen las distribuciones radiales de átomos y moléculas provenientes de una ejecusión de EIRENE. FAFNER tomará esta información y devolverá como salida el perfil de potencia calórica a los electrones, el perfil de potencia calórica a los iones y el perfil fuente de nacimiento en el plasma de iones del haz.

Formulación para reproducir la densidad de potencia perdida por radiación en TJ-II

Los plasmas NBI al ser plasmas más densos en comparación con los plasmas ECH su potencia radiada es mayor, de allí que sea siempre necesario considerarla en los estudios de balance de energía. A la fecha no es posible siempre disponer de información experimental proveniente de los bolómetros que permita conocer la densidad de potencia radiada. Es por ello que este estudio busca mejorar la forma habitual como se han construido los perfiles de radiación a la fecha en TJ-II cuando no hay información experimental disponible en plasmas NBI. En la actualidad se esta utilizando una función de ajuste obtenida a partir de una base de datos experimentales, es decir es una formulación semiempírica de *cooling rate* que, en realidad, no corresponde a ningún elemento (carbono u otro) sino a una especie de *impureza ficticia* que da intensidades de la radiación parecidas a las experimentales. Esta función esta dada de la siguiente manera:

$$P_{rad}(T_e < 0.126eV) = 0.56 - 2.70 - 5.20Z - 2.68Z^2 - 0.12Z^3$$
(1.18)

$$P_{rad}(T_e > 0.126eV) = 0.31Z - 0.07Z^2 - 1.13Z^3, \quad (1.19)$$

donde $Z = log(T_e)$ con T_e en keV. En la sección de resultados se mostrará el método alternativo planteado y utilizado en este estudio.

1.3. Resultados

1.3.1. Modelo y perfil de densidad de radiación

Una parte importante de este estudio fue la busqueda y prueba de otra formulación semiempirica diferente a las indicadas en las ecuaciones 1.18 y 1.19 para el cálculo del perfil de densidad de radiación. Los estudios realizados a la fecha en este tema indicaron que una posible formulación válida para los plasmas NBI del TJ-II podría ser la dada por Ref. [44]:

$$P_{rad} = \frac{n_Z}{n_e} L(Z, T) V_p \bar{n_e}^2$$
(1.20)

donde n_Z es la densidad iónica de impurezas, n_e es la densidad electrónica, V_p es el volumen de plasma, $\bar{n_e}$ es la densidad de línea y L(Z,T) las tasas de enfriamiento en estado estacionario y que estan tabuladas en la Ref. [45].

Se utilizó una descarga NBI de este estudio que contaba con datos experimentales de P_{rad} provenientes del bolómetro para realizar una comparación utilizando la formulación semiempírica, según Ec. 1.20 y la función de ajuste dada en las Ecs. [1.18,1.19]. Los resultados se muestran en la figura 1.8. Para este estudio todas las descargas analizadas que no contaban con información experimental de P_{rad} , su perfil fue estimado utilizando la formulación semiempirica dada por la Ec. 1.20.



Figura 1.8: Perfiles de densidad de potencia radiada, P_{rad} en MW; de la función de ajuste (línea roja), Ecs. [1.18,1.19], datos experimentales del bolómetro (línea azul), y de la formulación semiempirica (línea verde)para una descarga NBI.

1.3.2. Dependencia local de la difusividad térmica electrónica

Como se mencionó en la sección 1.2.1, se analizaron únicamente 9 descargas en plasmas NBI, una de estas en modo de confinamiento mejorado, llamado Modo H con una densidad de línea $\bar{n}_e = 2.6 \ 10^{19} \text{m}^{-3}$. Todas las descargas presentan condiciones estacionarias cerca del tiempo en el que se dispara el laser del diagnóstico TS. El barrido en densidad de línea está en el recorrido de $1,3-2,6\cdot10^{19}$ m⁻³ y únicamente una descarga cuenta con información experimental del perfil de densidad de radiación total por lo que los demás perfiles fueron construidos utilizando la formulación semiempírica dada en la sección anterior. Cabe mencionar que la poca disponibilidad de descargas se debe entre muchas cosas a los multiples filtros que se imponen a la hora de escojer las descargas, entre ellos se debe de mencionar; deben de disponer de información T_e proveniente del diagnóstico TS, a la vez debe de tener condiciones estacionarias en la cercania de este tiempo, para el perfil de densidad debe de haber información experimental proveniente de los diagnosticos TS, Reflectrómetro, haz de helio e información del interferometro, la potencia proveniente del haz de neutros debe de ser $P_{NBI} = 370$ kW, con un voltaje de aceleración de $V_{accel} \approx 30$ kV, la densidad de línea debe de estar en el recorrido anteriormente señalado, el factor de reciclado debe de ser $R \approx 0.2$, los plasmas deben de ser en condiciones de pared litiada, los limitadores deben



Figura 1.9: Valores experimentales de χ_e en: $\rho = 0,40$ y $\rho = 0,60$ y $\rho = 0,80$, en función de la densidad de línea. La línea vertical negra representa la separación entre el modo de confinamiento L y el modo H.

de encontrarse en la posición de la última superficie de flujo cerrada (LCFS), o más retirados. De igual manera todas las descargas deben de corresponder a la configuración 100_36_61 con un volumen del plasma de 1,1 m³ un valor de transformada rotacional en el borde $t_a = 1,57$. A lo anterior hay que sumar lo complejo y tedioso que resulta los análisis pues se requieren hacer llamadas a tres códigos; inicialmente el código ASTRA que llama al código Monte Carlo EIRENE que cálcula la fuente de partículas, que es a su vez entrada para el código FAFNER que cálcula la fuente de densidad de potencia NBI necesaria para los cálculos de transporte con el código ASTRA. Todo esto siguiendo los procedimientos mencionados en la parte de metodología que requieren la interacción del usuario y la definición de parámetros en cada llamada a estos códigos, hasta obtener los parámetros que reproduzcan las condiciones de estacionariedad en cada descarga. Estos y otros aspectos que se han mencionado han limitado el análisis que este estudio presenta a unas pocas descargas, sin embargo, se ha logrado disponer de al menos una descarga en modo H permitiendo hacer comparación de los coeficientes de transporte tanto en el modo de confinamiento L como en el modo H. Un estudio más amplio se dejará a futuro debido a la poca información experimental disponible a la fecha. Los resultados de la difusividad térmica electrónica cálculados según la Ec. 1.6 y su dependencia con la densidad de línea se muestra en la figura 1.9.



Figura 1.10: Difusividad efectiva en función del gradiente de densidad en ρ =0,75. La línea vertical negra representa la separación entre el modo de confinamiento L y el modo H.

1.3.3. Estudio de la relación entre los valores locales del gradiente de temperatura electrónica y la ocurrencia de fenómenos de mejora del confinamiento

De igual manera que en la sección anterior y gracias al uso de los códigos ASTRA-EIRENE-FAFNER se obtuvieron estimaciones de difusividad de partículas, D_e . El reciente descubrimiento de los modos de confinamiento L y de confinamiento mejorado H en el TJ-II [5], bajo condiciones de pared litiada ha abierto la posibilidad de investigar el transporte bajo estas condiciones en este stellarator. Este estudio unicamente analiza una descarga en confinamiento mejorado H, pero los resultados de los coeficientes de transporte, χ_e (figura 1.9)y D_e (figura 1.10) dejan claro la reducción del transporte en la región del gradiente de densidad al alcanzar una densidad superior a $2,5 \cdot 10^{19}$ m⁻³. Es necesario desde luego como un trabajo futuro ampliar este estudio a más descargas que permita verificar la correcta tendencia del coeficiente de transporte, D_e . Sin embargo, los resultados mostrados en la figura 1.10 indican la formación de una barrera de transporte. A manera de ejemplo, la figura 1.11 muestra la forma típica del perfil de difusividad de partículas para una de las descargas analizadas.



Figura 1.11: Perfil de difusividad de partículas (línea morada), D_e^{exp} , convección de partículas (línea discontinua negra) y convección térmica (línea discontinua roja) para la descarga 20172.

1.4. Discusión y conclusiones

Los plasmas NBI bajo condiciones de pared litiada, estudiados en este trabajo muestran tiempos de confinamiento de energía en el intervalo de 3 a 14 ms. Una comparación con los estudios de regresión realizados a la fecha en TJ-II indican una fuerte degradación con la potencia de calentamiento (exponente -0.8) y una mejora del confinamiento con la densidad (0.5) en plasmas NBI, estos resultados coinciden con el escalado global de stellarators realizado a la fecha, llamado ISS04 [5]. Desde luego estos son resultados de confinamiento global y no es el caso de los realizados en este estudio donde se ha buscado la caracterización del transporte desde el punto de vista local.

Contar con una buena estimación del perfil de densidad de potencia radiada es un primer paso primordial al intentar realizar estudios de transporte en plasmas NBI en dispositivos de este tipo, debido a la emisividad del plasma. A la fecha la utilización de una función de ajuste obtenida a partir de una base de datos experimentales provenientes del bolómetro han permitido realizar aproximaciones de P_{rad} cuando no se cuenta con la información experimental. Este estudio ha logrado atender el primer objetivo identificando una formulación semiempírica que mejora aun más la forma de reproducir dichos perfiles basada principalmente en la densidad iónica de impurezas, n_Z , la densidad electrónica, n_e , el volumen de plasma, V_p , la densidad de línea, $\bar{n_e}$, y las tasas de enfriamiento en estado estacionario $\mathcal{L}(Z,T)$, tabuladas en la Ref. [45]. La consideración de parámetros del plasma que contribuyen claramente a la potencia radiada a permitido mejorar la estimación de P_{rad} cuando no se cuenta con información experimental. Como muestra la figura 1.3 tanto la potencia P_{rad} como la P_{eiC} no son en nada despreciables y deben de ser consideradas en este tipo de estudios pues representan un 50 % aproximadamente de la densidad de potencia inyectada a los electrones por el sistema NBI, es claro que esto se debe al aumento de la densidad electrónica, lo que aumenta la posibilidad de colisiones entre los electrones y los iones así como la emisión del plasma.

La metodología utilizada ha permitido preparar la información experimental de la mejor forma, el uso de distintos diagnósticos para construir el perfil de densidad, por ejemplo, y el método matemático utilizado ha permitido la construcción de perfiles de densidad que se adaptan a la realidad del plasma. Sin embargo, hay información necesaria para este tipo de estudios que se hace dificil y porque no decir imposible de obtener experimentalmente. de allí que se requiera hacer uso de códigos Monte Carlo como EIRENE que simulan el comportamiento de los neutros presentes en la cámara y que consideran las particulas inyectadas en esta para hacer una estimación muy realista del perfil de la fuente de partículas, así como de perfiles de nuestros. Recordemos que la fuente de partículas es necesaria para hacer los estudios de balance y de esta manera hacer una buena estimación del tiempo de confinamiento de partículas, a la vez que nos permite realizar las estimaciones locales de la difusividad de partículas, con lo cual podemos identificar localmente donde el transporte aumenta o disminuye. La figura 1.7 muestra un ejemplo de la forma típica de la fuente de partículas para una descarga NBI en TJ-II obtenida utilizando el código EIRENE. Se observa un aumento de la fuente de particulas hacia el exterior debida a la cercanía con la pared y la fuente de partículas del sistema de invección de gas.

A la hora de hacer estudios de transporte tambien es necesario conocer muy bien los perfiles de deposición de energía, para el caso nuestro la energía depositada por el sistema de calentamiento de haces de neutros. Realizar una medición experimental de la deposición de energía por NBI es sumamente compleja, más en una cámara de vacío de tan dificil acceso como la del TJ-II. Es por ello que se ha hecho uso del código Monte Carlo llamado FAFNER que permite a partir de todos los parámetros de entrada del sistema de inyección de haces de neutros, la fuente de partículas proveniente del código EIRENE y el tiempo de confinamiento de energía y partículas proveniente del código ASTRA realizar una muy buena estimación de la potencia depositada por el sistema NBI. La figura 1.7 muestra la forma típica de la potencia depositada en los electrones, P_{eNBI} estimada haciendo uso del código FAFNER, además en esa misma figura se puede hacer una comparación en magnitud y forma de la fuente de partículas total, S_{etot} , y la obtenida con FAFNER debida únicamente al haz de partículas neutras proveniente del sistema de calentamiento; es claro que la principal contribución de partícu-

1.4. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

las no es necesariamente el sistema NBI, sino las partículas inyectadas en el prellenado y las provenientes de procesos de reciclado.

Las estimaciones realizadas de los terminos convectivos, figura 1.4 indican valores entre 50 y 200 m/s en la región del borde del plasma $\rho > 0.8$, esta es una región donde el flujo convectivo domina debido al poco gradiente del perfil de densidad.

En relación con el segundo objetivo del proyecto, se logró estimar la dependencia local de las difusividades efectivas que se obtienen mediante las condiciones de balance en los distintos plasmas de NBI. A pesar de la pocas descargas analizadas es claro la tendencia a disminuir de la difusividad térmica electrónica con la densidad, este resultado concuerda con resultados previos en otros dispositivos [9, 13]. La figura 1.9 muestra como para densidades superiores a $2.5 \cdot 10^{19}$ m⁻³ existe una caída casi en un factor 2 en la región de mayor gradiente de densidad, esto coincide y concuerda con la densidad en la que se ha observado la transición de modo de confinamiento L a modo H.

En relación con el objetivo 6 se logró estudiar la dependencia entre los valores locales -gradientes, por ejemplo del plasma y la ocurrencia de fenómenos de mejora del confinamiento. Los resultados del estudio muestran una reducción del transporte térmico al presentarse un drástico aumento del gradiente de densidad, los mecanismos que disparan esta mejora de confinamiento deben de ser estudiados en una futura investigación, sin embargo, es conocido el papel dominante del campo eléctrico en la formación de barreras de transporte y como consecuencia la mejora del confinamiento.

Finalmente, a pesar de la escasa estadística se pueden anticipar conclusiones sobre todo porque estos resultados previos concuerdan con los observados en otros stellarators como LHD y W-7A. Atendiendo a los tres objetivos con más componente investigativa del proyecto se presentan las siguientes conclusiones de este trabajo:

- El modelo desarrollado en este proyecto de investigación permite obtener una buena estimación del perfil de densidad de potencia radiada mejorando el que hasta la fecha se ha utilizado.
- Los resultados de la dependencia local de las difusividades efectivas con la densidad indican una clara mejora del confinamiento con el aumento de este parámetro del plasma.
- Se muestra una fuerte dependencia del gradiente de densidad con los mecanismos que disparan mejoras de confinamiento de modo L a modo H.

1.5. Recomendaciones

28

Es necesario seguir ampliando la base de datos de descargas NBI en fase estacionaria, de tal manera que sea posible ampliar este mismo trabajo con una cantidad mayor de descargas, lo que permitiría verificar los resultados. Tambíen es necesario profundizar más sobre el estudio del transporte durante las fases de mejora de confinamiento en modo L a modo H.

1.6. Agradecimientos

Este proyecto fue desarrollado gracias al Convenio de colaboración entre el Centro de Investigaciones Energéticas, Medioambientales y Tecnológicas (CIEMAT) de España y el Instituto Tecnológico de Costa Rica (ITCR) con el objetivo de promover la investigación en plasmas de fusión termonuclear por confinamiento magnético. Los autores desean agradecer al equipo de técnicos y científicos del TJ-II *Stellarator*. El trabajo ha sido financiado por la Vicerrectoría de Investigación y Extensión del ITCR a través del proyecto número 5402-1450-1101.

Bibliografía

- Vargas V.I., López-Bruna D., Herranz J., Castejón F. Difusión térmica electrónica experimental en plasmas ECRH del TJ-II. Technical Report 1079, Ciemat, Madrid, Spain, Julio 2006.
- [2] Vargas V.I., López-Bruna D., Herranz J., Castejón F. and TJ-II Team. Experimental electron heat diffusion in ECH plasmas of the TJ-II stellarator. Nucl. Fusion, 47:1367, 2007.
- [3] Vargas V.I. et al. ECH power dependence of electron heat diffusion in ECH plasmas of the TJ-II stellarator. In *Controlled Fusion and Plasma Phys.* (Proc. of the 35th EPS Conf. Crete, Greece, 9-13 June 2008), page P5.018, European Physical Society, Genova, 2008.
- [4] V. I. Vargas and D. López-Bruna and et al. Density dependence of particle transport in ech plasmas of the TJ-II stellarator. Technical Report 1162, Ciemat, Madrid, Spain, Febrero 2009.
- [5] Sánchez J. et al. Confinement transitions in tj-ii under li-coated wall conditions. *Nucl. Fusion*, 49:104018, 2009.
- [6] Sánchez J. et al. Overview of TJ-II experiments. Nucl. Fusion, 47:S677, 2007.
- [7] Pericoli-Ridolfini V. et al. High density internal transport barriers for burning plasma operation. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 47:B285, 2005.
- [8] Takeiri Y. et al. Plasma characteristics of long-pulse discharges heated by neutral beam injection in the large helical device. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 42:147–159, 2000.
- [9] Yamada H. et al. Energy confinement and thermal transport characterstics of net current free plasmas in the large helical device. *Nucl. Fusion*, 41:901, 2001.

- [10] Tanaka K. et al. Experimental study of particle transport and density fluctuations in LHD. *Nucl. Fusion*, 46:110, 2006.
- [11] Takeiri Y. et al. Formation of electron internal transport barrier and achievement of high ion temperature in large helical device. *Phys. Plas*mas, 10:1788, 2003.
- [12] Ida K. et al. Characteristics of electron heat transport of plasma with an electron internal transport barrier in the large helical device. *Phys. Rev. Lett.*, 91:8, 2003.
- [13] Hartfuss H. J. et al. Physics studies in W7-AS. Plasma Phys. Control. Fusion, 36:B17, 1994.
- [14] Koponen J.P.T. et al. Perturbative particle transport studies in the W7-AS stellarator. Nucl. Fusion, 40:3, 2000.
- [15] Pereverzev G. V., Yushmanov P. N. ASTRA Automated System for TRansport Analysis. Technical Report IPP 5/98, Max Plank Institut für Plasmaphysik, Garching, February 2002.
- [16] Reiter D. The EIRENE Code User Manual., including: B2-EIRENE interface, version: 11/2005 edition, 2005. http://www.eirene.de.
- [17] Sánchez E. Librería de Acceso a la Base de Datos Relacional de TJ-II: Guía del Usuario. Technical Report 1029, Ciemat, Madrid, Spain, Octubre 2003.
- [18] Estrada T. et al. Density profile measurements by AM reflectometry in TJ-II. Plasma Phys. Control. Fusion, 43:1535, 2001.
- [19] Herranz J. et al. The spectrometer of the high-resolution multiposition Thomson scattering diagnostic for TJ-II. Fusion Engineering and Design., 65:525, 2003.
- [20] de la Luna E. et al. Multichannel electron cyclotron emission radiometry in TJ-II stellarator. *Rev. Sci. Instrum.*, 72:379, 2001.
- [21] Van Milligen B. Ph. et al. Revision of TV Thomson scattering data analysis and detection of profile structure. *Rev. Sci. Instrum.*, 74:3998, 2001.
- [22] Van Milligen B. Ph. et al. Integrated data analysis at tj-ii: the density profile. *Nucl. Fusion*, page submitted to, 2011.

- [23] Fontdecaba J. M. et al. Charge Exchange Neutral Particle Analyser in TJ-II. Technical Report 1014, Ciemat, Madrid, Spain, Febrero 2003.
- [24] Fontdecaba J. M. et al. Energy-resolved neutral particle fluxes in TJ-II ECRH plasmas. *Fusion Sci. Technol.*, 46:271, 2004.
- [25] McCarthy J. et al. A first study of impurity behavior during externally induced radial electric fields in the TJ-II stellarator. *Fusion Sci. Technol.*, 46:129, 2004.
- [26] Tabarés F. L. et al. Impact of wall conditioning and gas fuelling on the enhanced confinement modes in TJ-II. J. Nucl. Mater., 313-316:839, 2003.
- [27] López-Bruna D. et al. Geometría del TJ-II en ASTRA 6.0. Technical Report 1086, Ciemat, Madrid, Spain, Agosto 2006.
- [28] Guasp J.M., Liniers M. Búsqueda de efectos quasi-isodinámicos en el TJ-II. Technical Report 946, Ciemat, Madrid, Spain, Diciembre 2000.
- [29] Ochando M. A. et al. Emissivity toroidal asymmetries induced by ECRH driven convective fluxes in the TJ-II stellarator. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 45:221, 2003.
- [30] Tabarés F. L. et al. Edge characteristics and global confinement of electron cyclotron resonance heated plasmas in the TJ-II Stellarator. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 43:1023, 2001.
- [31] Tabarés F. L. et al. Plasma edge studies and particle control in the TJ-II stellarator. In *Controlled Fusion and Plasma Phys.* (Proc. of the 26th EPS Conf. Maastricht, 14-18 June 1999), volume ECA Vol. 23 J, page 369, European Physical Society, Genova, 1999.
- [32] Tabarés F. L. et al. Gas sources in fusion devices. Vacuum, 52:11, 1999.
- [33] Tabarés F. L. et al. Peaking of the electron density profiles and enhanced particle confinement in TJ-II ECRH plasmas. In *Controlled Fusion and Plasma Phys.* (Proc. of the 28th EPS Conf. Funchal, 18-22 June 2001), volume ECA Vol. 25 A, page 737, European Physical Society, Genova, 2001.
- [34] Castejón F. et al. Estimation of pump-out and positive radial electric field created by ECRH in magnetic confinement devices. *Physics of plasmas*, 15:012504, 2008.

- [35] Guasp J., Liniers M. Loss cone structure for ions in the TJ-II helical axis stellarator Part I: Properties without a radial electric field. *Nucl. Fusion*, 40:397, 2000.
- [36] Castejón F. et al. Ion kinetic transport in the presence of collisions and electric field in TJ-II ECRH plasmas. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 49:753, 2007.
- [37] Guasp J., Salas A. Conexión con EIRENE desde otro programa. , version 1.0 edition. jen50.ciemat.es: /r2/fusion/guasp/EIRENE-2004_new/conex_eir_v1.help.
- [38] Kadomtsev B. B., Pogutse O. P. Trapped particles in toroidal magnetic systems. Nucl. Fusion, 11:67, 1971.
- [39] Eguilior S. et al. Heat wave experiments on TJ-II flexible heliac. Plasma Phys. Control. Fusion, 45:105, 2003.
- [40] Ascasíbar E. et al. Magnetic configuration and plasma parameter dependence of the energy confinement time in ECR heated plasmas from the TJ-II stellarator. *Nucl. Fusion*, 45:276, 2005.
- [41] Fernández A. et al. Design of the upgraded TJ-II quasi-optical transmission line. Int. J. of Infrared and Millimeter Waves, 22:649, 2001.
- [42] Liniers M. et al. In in Stellarators (Proc. of the 15th International Stellarator Workshop, 3-7 October Madrid, Spain), 2005.
- [43] Tabarés F. L. et al. Plasma performance and confinement in the tj-ii stellarator with lithium-coated walls. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 50:124051, 2008.
- [44] Giannone L. et al. Physics of the density limit in the w7-as stellarator. Plasma Phys. Control. Fusion, 42:603–627, 2000.
- [45] Post D. et al. Atom. Data Nucl. Tables, 20:397, 1977.

Apéndice A

Difusividad térmica efectiva

 χ_e se obtiene a partir de la ecuación de transporte de la energía, dada por

$$\frac{3}{2}\frac{\partial}{\partial t}(n_e T_e) = \nabla \cdot \left(\chi_e n_e \nabla T_e + \frac{5}{2}T_e D_n \nabla n_e\right) - P_{ECH} + P_{ei} + P_{rad}, \quad (A.1)$$

Partiendo de la Ec. A.1 y considerando que en este estudio no hay evolución de los perfiles de temperatura y densidad electrónica $\left(\frac{\partial n_e}{\partial t} = 0, \frac{\partial T_e}{\partial t} = 0\right)$, tendremos de la Ec. B.2

$$\nabla \cdot (\chi_e n_e \nabla T_e) = P_e^T, \tag{A.2}$$

donde $P_e^T = P_{ei} + P_{rad} - P_{ECH}$ y se ha considerado $\frac{5}{2}T_e D_n \nabla n_e \sim 0$, correspondiente al caso que nos interesa en el cual el transporte convectivo de calor es comparativamente pequeño. Integramos respecto al volumen en ambos lados de la ecuación B.2

$$\int_{V} \nabla \cdot \left(\chi_e n_e \nabla T_e\right) dV = \int_{V} P_e^T dV, \tag{A.3}$$

Se sabe que para cualquier vector Γ [27], el promedio de la divergencia admite la expresión

$$\langle \nabla \cdot \Gamma \rangle = \frac{\partial}{\partial V} \langle \Gamma \cdot \nabla V \rangle = \frac{\partial \rho}{\partial V} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\frac{\partial V}{\partial \rho} \langle \Gamma \cdot \nabla \rho \rangle \right] = \frac{1}{V'} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[V' \langle \Gamma \cdot \nabla \rho \rangle \right]$$
(A.4)

de donde la Ec. A.3 se convierte en

$$\chi_e n_e \nabla T_e \frac{\partial V}{\partial \rho} \left\langle (\nabla \rho)^2 \right\rangle = Q_e^T$$

donde $Q_e^T = \int P_e^T dV$. Finalmente tomando $G = \frac{\partial V}{\partial \rho} \langle (\nabla \rho)^2 \rangle$, tenemos Q_e^T

$$\chi_e = \frac{Q_e^T}{n_e \nabla T_e G} \tag{A.5}$$

Apéndice B

Difusividad efectiva

 ${\cal D}_e$ se obtiene a partir de la ecuación de continuidad, dada por

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \langle \nabla \cdot \Gamma_e \rangle = S_e. \tag{B.1}$$

Partiendo de la Ec.B.1 y considerando que en este estudio la difusividad se obtiene de los perfiles de temperatura y densidad electrónica en condiciones estacionarias $(\partial n_e/\partial t = 0, \partial T_e/\partial t = 0)$, se tiene

$$S_e = \langle \nabla \cdot \Gamma_e \rangle \,. \tag{B.2}$$

Integremos respecto al volumen la Ec.B.2

$$S_I = \int_V S_e dV = \int_V \left\langle \nabla \cdot \Gamma_e \right\rangle dV. \tag{B.3}$$

Se sabe que para cualquier vector Γ , el promedio de la divergencia admite la expresión

$$\langle \nabla \cdot \Gamma \rangle = \frac{\partial}{\partial V} \langle \Gamma \cdot \nabla V \rangle = \frac{\partial \rho}{\partial V} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\frac{\partial V}{\partial \rho} \langle \Gamma \cdot \nabla \rho \rangle \right] = \frac{1}{V'} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[V' \langle \Gamma \cdot \nabla \rho \rangle \right]. \tag{B.4}$$

Sustituyendo este promedio en la Ec.B.3 tenemos

$$\int_{V} S_{e} dV = \int_{V} \langle \nabla \cdot \Gamma_{e} \rangle \, dV = \int_{V} \frac{1}{V'} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[V' \left\langle \Gamma_{e} \cdot \nabla \rho \right\rangle \right] V' d\rho. \tag{B.5}$$

Ahora sustituyamos la expresión que hemos utilizado para el flujo total, (Ec. 1.9), que reproducimos aquí:

$$\Gamma_e = -D_e \frac{\partial n_e}{\partial \rho} \left| \nabla \rho \right| + n_e v, \tag{B.6}$$

donde se entiende que $v=v(\rho).$ Así, la Ec.B.5 que da

$$S_I = n_e v \frac{\partial V}{\partial \rho} \left\langle |\nabla \rho| \right\rangle - D_e \frac{\partial n_e}{\partial \rho} \frac{\partial V}{\partial \rho} \left\langle (\nabla \rho)^2 \right\rangle, \tag{B.7}$$

y podemos despejar el coeficiente de transporte,

$$D_e n'_e V' \left\langle (\nabla \rho)^2 \right\rangle = -S_I + n_e v V' \left\langle |\nabla \rho| \right\rangle,$$

o bien

$$D_{e} = \frac{-S_{I}}{n'_{e}V' \langle (\nabla \rho)^{2} \rangle} + \frac{n_{e}vV' \langle |\nabla \rho| \rangle}{n'_{e}V' \langle (\nabla \rho)^{2} \rangle}.$$

Finalmente, tomando $G = V' \langle (\nabla \rho)^{2} \rangle$ y $D_{e}^{eff} = \frac{-S_{I}}{n'_{e}V' \langle (\nabla \rho)^{2} \rangle}$, tenemos
$$D_{e}(\rho) = D_{e}^{eff}(\rho) + \frac{n_{e}(\rho)v(\rho)V'(\rho) |\langle \nabla \rho \rangle|}{n'_{e}(\rho)G(\rho)}.$$
(B.8)