

SESIÓN 4

PRODUCTOS VECTORIALES

Al finalizar esta sesión serás capaz de:

- Realizar productos vectoriales.

4.1 Producto de vectores

- Producto escalar de dos vectores, $\vec{A} \cdot \vec{B}$:

$$\begin{aligned}\vec{A} \cdot \vec{B} &= A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \\ &= |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta \\ &= \vec{B} \cdot \vec{A}.\end{aligned}$$

donde $|\vec{A}|$ y $|\vec{B}|$ representan las magnitudes de \vec{A} y \vec{B} respectivamente, y θ el ángulo entre ellos (ver Figura 4.1).

El producto escalar entre dos vectores, también llamado **Producto Punto** es una cantidad escalar. Note que

$$|\vec{A}| = \sqrt{\vec{A} \cdot \vec{A}} = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}.$$

Además, si dos vectores son perpendiculares, es decir si $\theta = 90^\circ$, $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$.

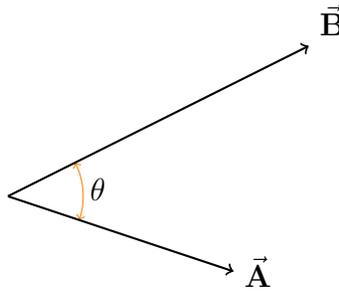


Figura 4.1: Ángulo entre dos vectores.

A partir de esta operación, note que

$$\begin{aligned}\vec{A} \cdot \hat{i} &= |A||\hat{i}| \cos \theta_x = A \cos \theta_x = A_x, \\ \vec{A} \cdot \hat{j} &= |A||\hat{j}| \cos \theta_y = A \cos \theta_y = A_y, \\ \vec{A} \cdot \hat{k} &= |A||\hat{k}| \cos \theta_z = A \cos \theta_z = A_z,\end{aligned}$$

donde θ_x , θ_y y θ_z , llamados *ángulos directores*, son los ángulos que forma el vector con los ejes x , y y z respectivamente.

- **Producto vectorial de dos vectores, $\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C}$:**

$$\begin{aligned}C_x &= A_y B_z - A_z B_y, \\ C_y &= A_z B_x - A_x B_z, \\ C_z &= A_x B_y - A_y B_x.\end{aligned}$$

El producto vectorial (también llamado **Producto Cruz**) entre dos vectores produce un vector que es perpendicular al plano que contiene a ambos vectores (ver Figura 4.2).

Se cumple además que

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}||\vec{B}| \sin \theta,$$

siendo θ el ángulo entre \vec{A} y \vec{B} . Geométricamente, esta magnitud equivale al área del paralelogramo que se forma entre \vec{A} y \vec{B} (ver Figura 4.2).

Note que el producto cruz entre vectores paralelos ($\theta = 0$) es nulo.

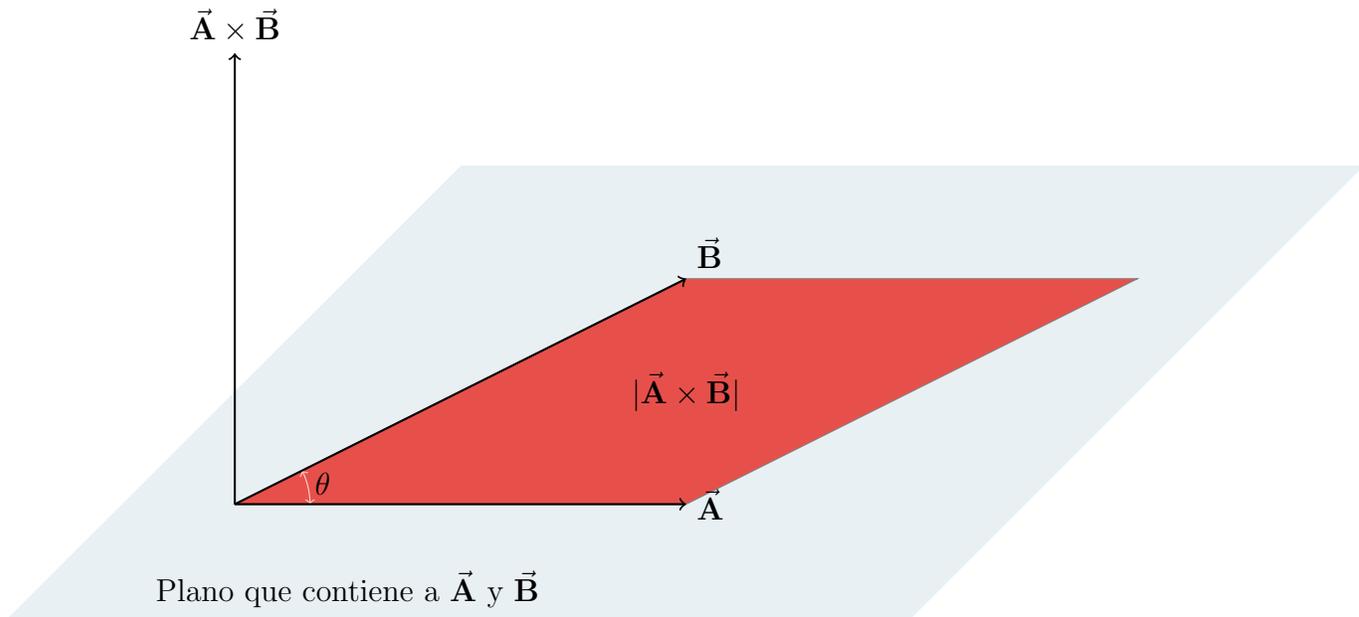


Figura 4.2: Producto cruz como área de un paralelogramo.

Créditos

Vicerrectoría de Docencia
CEDA-TEC Digital

Proyecto de Virtualización 2017
Física General I

Gerardo Lacy Mora (Profesor)
Ing. Andrea Calvo Elizondo (Coordinadora de Diseño)