APLICACIONES MAS

Fís. Carlos Adrián Jiménez Carballo
Escuela de Física
Instituto Tecnológico de Costa Rica

Objetivos

Al finalizar esta sección el estudiante deberá ser capaz de

- Identificar diferentes fenómenos físicos que cumplen con el MAS.
- Identificar las causas del movimiento armónico simple (MAS) en distintos fenómenos físicos.
- Interpretar la ecuación diferencial del MAS en distintos fenómenos físicos.
- Interpretar la solución de la ecuación diferencial del MAS en distintos fenómenos físicos.
- Extraer información de gráficos de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo de distintos fenómenos físicos.
- Construir las ecuaciones de posición, velocidad y aceleración a partir de la información extraída de las gráficas.
- Construir las gráficas de posición, velocidad y aceleración a partir de las funciones que las describen.

Conocimientos previos

Para esta sección los estudiantes deben tener conocimientos previos en

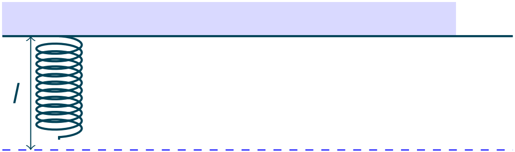
- Matemática básica.
- Cálculo diferencial, principalmente los conceptos de derivada e integral
- Física general, principalmente los conceptos de mecánica clásica, como por ejemplo las leyes de newton, los conceptos de posición, distancia, velocidad y aceleración, las definiciones de energía cinética, energía potencial y energía mecánica.

Contenido

Contenido

MAS vertical

Para este caso se considera un resorte en posición vertical.



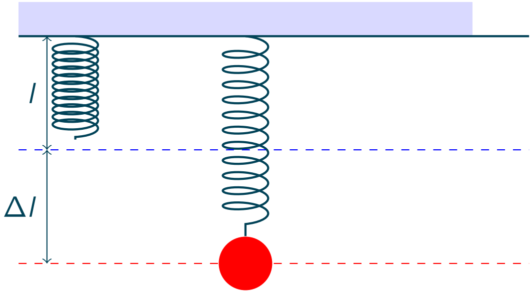
Resorte vertical sin estirar

con longitud l

y constante k

MAS vertical

A continuación se coloca una masa m en el extremo libre, lo que hace que el resorte se estire una distancia Δl con respecto a su longitud natural l.



Resorte vertical estirado

en equilibrio $\sum \vec{F} = \vec{0}$,

al poner la masa se estiro

una distancia Δl

¿Existen fuerzas actuando sobre la masa en el equilibrio?

¿Existen fuerzas actuando sobre la masa en el equilibrio?

¿Cuáles?

¿Existen fuerzas actuando sobre la masa en el equilibrio?

¿Cuáles?

El peso del objeto y la fuerza del resorte

Punto de equilibrio

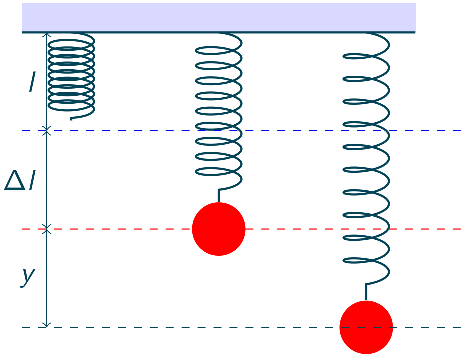
Si se analizan las fuerzas que actúan sobre la masa en la *posición de equilibrio* se tiene

$$\sum F_y = k\Delta l - mg = 0 \rightarrow k\Delta l = mg,$$

donde Δl es la longitud que se estira el resorte con respecto a su longitud natural.

MAS vertical

Finalmente se estira el resorte una distancia y con respecto a la posición de equilibrio



El equilibrio se rompe

estirando el resorte,

lo cual implica $\sum \vec{F} = m\vec{a}$.

Para este caso se analiza

el sistema cuando el resorte

se estira una distancia y.

MAS vertical:Ecuación diferencial

Cuando la masa empieza a oscilar la fuerza neta que actúa sobre ella es:

$$\sum F_y = k\left(\Delta l + y\right) - mg = -ma_y,$$

donde se tiene del caso en equilibrio $k\Delta l = mg$. Lo que lleva a

$$ky = -ma_y \rightarrow ma_y + ky = 0 \rightarrow \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{k}{m}y = 0,$$

donde la última expresión es la ecuación diferencial del MAS, cuya solución para este caso es

$$y\left(t\right) = A\cos\left(\omega t + \phi\right),$$

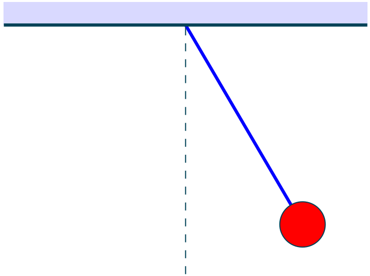
donde $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

Contenido

El péndulo simple

Un péndulo simple es un modelo idealizado que consiste de una masa puntual suspendida de un cordón de masa despreciable y no estirable.

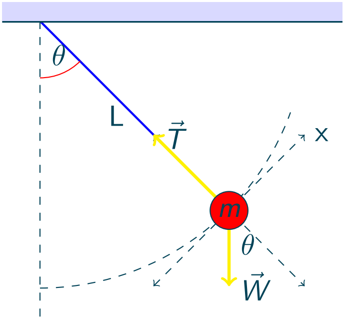
Situaciones ordinarias, como una bola de demolición en el cable de una grúa o un niño en un columpio son algunos ejemplos de un péndulo simple.



Péndulo simple: Análisis de fuerzas

Analizando la suma de fuerzas sobre la masa en la dirección x se obtiene

$$\sum F_x = -mg\sin\theta = ma.$$



Si se supone que θ es un ángulo muy pequeño(menor a 15°) se tiene

$$\sin\theta \sim \tan\theta = \frac{x}{L}.$$

Péndulo simple: Ecuación diferencial

Finalmente usando la definición de aceleración se obtiene la ecuación diferencial del péndulo simple

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{g}{L}x = 0.$$

cuya solución para este caso es

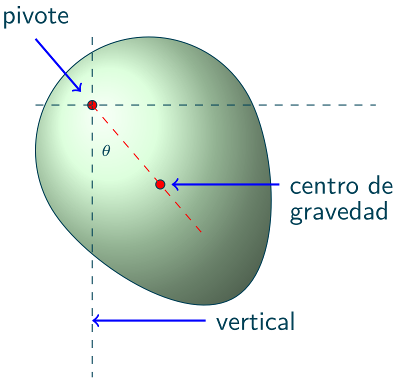
$$x\left(t\right) = A\cos\left(\omega t + \phi\right),$$

donde $= \sqrt{\frac{g}{L}}$.

Contenido

El péndulo físico

- Un péndulo físico es cualquier cuerpo rígido que pueda oscilar libremente en el campo gravitatorio alrededor de un eje horizontal fijo, el cual no pasa por su centro de masa.



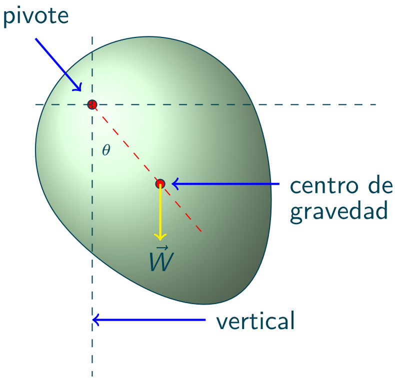
El péndulo físico: Análisis de torques

- Para este caso se analiza el torque sobre la masa y se obtiene

$$\tau_z = -mgd \sin\theta.$$

- Al igual que en el caso del péndulo simple se suponen oscilaciones pequeñas, de tal manera que

$$\sin\theta \sim \theta.$$



El péndulo físico: Ecuación diferencial

Aplicando el análogo rotacional de la segunda ley de Newton

$$\sum \tau = -mgd\theta = I\alpha \rightarrow I\alpha + mgd\theta = 0 \rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mgd}{I}\theta = 0.$$

donde la última expresión es la ecuación diferencial del MAS angular y cuya solución es

cantidad física	Ecuación
posición angular	$\theta(t) = \Theta \cos(\omega t + \phi)$,
velocidad angular	$\Omega(t) = -\Theta\omega \mathrm{sen}(\omega t + \phi)$,
aceleración angular	$\alpha(t) = -\Theta\omega^2 \cos(\omega t + \phi)$,

donde $\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$

Contenido

Resumen aplicaciones MAS

Aplicación MAS	Ecuación diferencial $\left(\frac{d^2x}{dt^2}+\omega^2 x=0\right)$	Solución ecuación	Frecuencia angular (ω)
Sistema masa-resorte	$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{k}{m}x=0$	$x\left(t\right)=A\cos\left(\omega t+\phi\right)$	$\sqrt{\frac{k}{m}}$
Pendulo simple	$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{g}{l}x=0$	$x\left(t\right)=A\cos\left(\omega t+\phi\right)$	$\sqrt{\frac{g}{l}}$
Péndulo Físico	$\frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{mgd}{\left(I_{cm}+md^2\right)}\theta=0$	$\theta\left(t\right)=\theta_{max}\cos\left(\omega t+\phi\right)$	$\sqrt{\frac{mgd}{\left(I_{cm}+md^2\right)}}$

Fórmulas MAS primer examen parcial

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$	$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$	$E = \frac{1}{2}kA^2$	$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$
$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$	$\sqrt{\frac{mgd}{(I_{cm}+md^2)}}$	$\sqrt{\frac{g}{l}}$	

Todas las fórmulas que no aparecen aquí deben ser demostradas en el examen

Bibliografía

- Sears, F.W., Zemansky, M.W., Young, H.D., Freedman, R.A. (2013). *Física Universitaria*. Volumen I. Décimo tercera edición. México: Pearson Education.
- Resnick, R., Halliday, D., Krane, K. (2013). *Física*. Volumen I. Quinta edición. México: Grupo Editorial Patria.
- Serway, R.A. y Jewett, J.W. (2008). *Física Para Ciencias e Ingeniería*. Volumen I. Sétima edición. México: Cengage Learning Editores S.A. de C.V.
- Wilson, J.D., Buffa, A.J. y Lou, B. (2007). *Física*. 6ta Edición. México: Pearson educación.

Créditos

- Vicerrectoría de Docencia
- CEDA - TEC Digital
- Proyecto de Virtualización 2016-2017
- Física General III
- Fís. Carlos Adrián Jiménez Carballo (profesor)
- Ing. Paula Morales Rodríguez (coordinadora de diseño)
- Andrés Salazar Trejos (Asistente)