

Protocolo para la identificación de
**estrategias de resolución
de problemas matemáticos**

Inscrito en el Registro Nacional de Costa Rica
el 01/07/2019 en el Libro de Registro de Obras
Literarias, Tomo 24, Folio 159, Asiento 9768

Autores

Randall Blanco Benamburg
Katherine Palma Picado
Tania Elena Moreira Mora

Blanco-Benamburg, R., Palma-Picado, K. & Moreira-Mora, T.E. (2020).
*Protocolo para la identificación de estrategias de resolución de
problemas matemáticos*. Instituto Tecnológico de Costa Rica.



Esta obra está protegida bajo la Licencia Creative Commons
Atribución NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional.
Para ver una copia de esta licencia, visite
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.es>

Contenidos

Presentación.....	4
A. Presentación y encuadre	6
B. Entrenamiento para la entrevista cognitiva....	7
C. Ejecución de la entrevista cognitiva.....	8
Razonamiento deductivo.....	10
Razonamiento inductivo	12
Resolución de problemas	14
Razonamiento con figuras.....	16
Razonamiento probabilístico	19
Referencias bibliográficas.....	21
Anexo.....	22
FICHA 1: Deductivo	22
FICHA 2: Inductivo	23
FICHA 3: Resolución de problemas.....	24
FICHA 4: Razonamiento con figuras.....	25
FICHA 5: Razonamiento probabilístico	26

Presentación

Este protocolo es derivado de un proyecto de investigación titulado: “Estrategias cognitivas para la resolución de ítems de matemática de la prueba de aptitud académica del Instituto Tecnológico de Costa Rica”, inscrito en la Vicerrectoría de Investigación y Extensión (VIE) con el código 5402-1580-1201. Este instrumento se construyó para usarlo con la técnica de la entrevista cognitiva con la finalidad de identificar las estrategias cognitivas en la resolución de ítems de matemática de la prueba de aptitud académica de esta universidad.

Estas estrategias cognitivas se han definido como los procesos que el individuo elige frente a una tarea matemática con el propósito de facilitar la adquisición, el almacenamiento y/o la utilización de información o conocimientos (Sanjurjo y Vera, 1994). De esta manera, las estrategias descritas en este protocolo son válidas para la resolución de problemas matemáticos tanto a nivel de educación secundaria como universitaria, las cuales están fundamentadas en las heurísticas propuestas por George Pólya (1987).

La validación del protocolo se desarrolló en dos etapas. En la primera se trabajó con un primer panel de jueces con el propósito de revisar la estructura y contenidos de los componentes del protocolo, mientras que en la segunda etapa se realizó una aplicación piloto del instrumento para ser analizada por un segundo panel de expertos. A partir de sus evaluaciones se realizaron mejoras en el formato del protocolo y en la guía de administración de la entrevista; también la revisión de las etapas implicó una reorganización, ajustes de las tareas y la inclusión de otras; así como cambios en las preguntas abiertas para indagar más en los procesos mentales del participante.

En general, las estrategias de razonamiento de este protocolo se organizaron en los cuatro pasos propuestos por Pólya (1987), como se describe a continuación.

Etapa I: **Comprender el problema**

Se debe comprender el enunciado del problema, separar las partes principales, la incógnita, los datos, la condición, hacer una figura si corresponde, introducir la notación adecuada y preguntarse si el problema tendrá solución.

Etapa II: **Concebir el plan**

En esta etapa se debe identificar, al menos a grosso modo, los cálculos, razonamientos o construcciones que deberán realizarse para poder determinar la solución. Ese plan no necesariamente aparece de forma inmediata, pero es esencial para resolver el problema.

Etapa III: **Ejecución del plan**

Para ejecutar el plan diseñado se requiere, además de concebir la idea, utilizar conocimientos previos, concentración, hábitos de pensamiento y paciencia. La implementación puede conducir a resolver el problema o a definir una nueva estrategia.

Etapa IV: **Visión retrospectiva**

Una vez ejecutado el plan y redactada la solución, verificando cada paso de razonamiento, es recomendable que se revise el trabajo realizado.

Además, estas etapas de razonamiento se describen para cinco categorías de razonamiento matemático: resolución de problemas, inductivo, deductivo, probabilístico y con figuras; lo que permite un amplio uso de este instrumento para estimular estas estrategias de solución en cursos introductorios de matemáticas de educación superior y en educación diversificada. Finalmente, este protocolo se organiza en tres apartados: presentación y encuadre, entrenamiento y ejecución de la entrevista con el listado de las preguntas y tareas cognitivas por cada categoría de razonamiento matemático.

A. Presentación y encuadre

En esta etapa se hace una breve introducción de la técnica de la entrevista cognitiva y de sus objetivos. Para la presentación se recomienda los siguientes pasos:

- Seleccionar al menos un problema por cada una de las categorías de razonamiento matemático: inductivo, deductivo, resolución de problemas, con figuras y probabilístico. Además; requiere de un ejercicio adicional de baja dificultad para la etapa de entrenamiento.
- Preparar un espacio apropiado y acogedor para la entrevista.
- Realizar presentaciones entre los participantes.
- Explicar el objetivo de la entrevista.
- Señalar las reglas de la entrevista: el tiempo de aplicación y criterios para el registro de la información.
- Explicar las condiciones para realizar la entrevista y si aplica la firma del consentimiento informado.
- Crear una atmósfera de confianza con algunas preguntas neutras relacionadas con sus experiencias de aprendizaje en Matemáticas para estimular la confianza en el participante y la descripción narrativa.
- Solicitar información general del estudiante como: edad, sexo, centro educativo, historial académico, entre otras si se requieren para el análisis de la información.
- Cerrar esta etapa con alguna pregunta abierta sobre dudas o comentarios.

B. Entrenamiento para la entrevista cognitiva

Para la preparación de la entrevista es conveniente que el participante realice un ejercicio matemático de baja dificultad y que diga en voz alta todo lo que vaya pensando conforme lo resuelva. Para este ejercicio pueden utilizar los materiales de apoyo que se emplearán en la entrevista cognitiva, por ejemplo: lápiz, calculadora, tablas de fórmulas u otros.

Una vez que entregue el problema al participante, proceda a dar la siguiente instrucción:

Conforme está resolviendo diga con sus palabras: ¿qué tiene que hacer?, ¿cómo piensa resolverlo?, ¿qué está haciendo? y ¿cómo verifica la respuesta?

Una vez que el participante concluya, brindar las recomendaciones necesarias para mejorar el reporte verbal de lo ejecutado, con la finalidad de lograr una descripción más detallada de los procesos mentales.

C. Ejecución de la entrevista cognitiva

Antes de iniciar la entrevista recuerde verificar el cumplimiento de las condiciones necesarias y que tanto el entrevistador como el participante dispongan de todos los materiales necesarios.

Utilice la siguiente consigna:

Se trabajará con ejercicios que tendrá que ir resolviendo de uno en uno, como lo hizo en la práctica anterior. Recuerde siempre decir en voz alta todo lo que se le viene a la mente.

Cuando usted indique que ha terminado el ejercicio, se le harán algunas preguntas. En esto no hay respuestas buenas ni malas, lo importante es que responda de la forma más amplia posible. No dude en decir si algo le parece confuso o se puede mejorar.

Antes de iniciar, ¿tiene alguna pregunta?

Para ejecutar la entrevista tome en cuenta las estrategias cognitivas descritas en cada tabla que se estructura en las siguientes columnas:

- En la primera se incluye el nombre de la etapa para guiar al entrevistador, no se debe leer al participante.
- En la segunda están las preguntas organizadas por etapas. En caso de considerarse necesario, pueden plantear otras preguntas para profundizar en las respuestas.
- En la tercera se presenta la lista de tareas cognitivas. Se debe leer en voz alta cada una de ellas para que el participante responda si la ejecutó o no. El entrevistador puede registrar las respuestas en el espacio correspondiente.

Para iniciar con el primer ejercicio, por ejemplo de razonamiento deductivo, se recomiendan los siguientes pasos:

- Entregue el problema al participante e indique que proceda a resolverlo en voz alta.
- Cuando el participante informe que concluyó, realice las preguntas de la etapa de comprensión, según el orden definido en la segunda columna.
- Entregue la ficha (ver anexo) con las tareas cognitivas correspondientes al problema deductivo y proceda a leerlas y registrar las respuestas.
- Continúe este procedimiento en las etapas siguientes, según el orden establecido.
- Al concluir se recogen los materiales del primer ítem y se procede de igual forma con los otros ítems.
- Una vez aplicada la entrevista, agradecer la participación en la entrevista.

RAZONAMIENTO DEDUCTIVO		
Etapas	Preguntas	Tareas cognitivas
Comprensión	<p>Me podría decir con sus propias palabras: ¿de qué se trata este ejercicio?</p> <p>¿Cuáles palabras, expresiones o figuras le facilitaron la comprensión del problema?</p> <p>¿Hay algunas palabras, expresiones o figuras que no entienda dentro del ítem? Si es así, ¿nos podría decir cuáles?</p> <p>Esto que se pregunta en el ejercicio, ¿ya lo ha visto antes?</p> <p>¿Recordó algún procedimiento o concepto para resolver el ítem? ¿Cuál?</p> <p>Si no lo resolvió, preguntar:</p> <p>¿Le hizo falta información adicional para resolver el ítem?</p>	<p>Le mencionaré algunas tareas y usted me indica cuáles de ellas realizó:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Identificó la información clave para resolver el problema. — Relacionó la pregunta con ejercicios resueltos con anterioridad. — Recordó conceptos matemáticos o fórmulas para resolver el ejercicio.
Concebir un plan	<p>Cuando leyó el ejercicio, ¿usted sabía cómo se podría resolver? ¿Creía que lo podía resolver con éxito?</p> <p>¿Al leer el ejercicio pensó en una o varias estrategias para resolverlo? Explique con sus palabras en qué consistió.</p> <p>Si representó la información dada de una manera diferente, ¿cómo le ayudó a plantear la estrategia para resolver el problema?</p>	<p>Le mencionaré algunas tareas y usted me indica cuáles de ellas realizó:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Relacionó la información clave con algún procedimiento conocido. — Definió una estrategia de solución del problema. — Representó la información de una manera diferente.

<p>Ejecución del plan</p>	<p>¿Qué tan seguro(a) está de que el procedimiento que eligió le permitió resolver el problema? ¿Por qué?</p> <p>¿Fue necesario replantear la estrategia definida para resolver el problema?</p>	<p>Le mencionaré algunas tareas y usted me indica cuáles de ellas realizó.</p> <ul style="list-style-type: none"> — Ejecutó la estrategia de solución del problema que definió inicialmente. — Relacionó las premisas dadas utilizando conectores lógicos como: y, o, por lo tanto. — Dedujo nuevas proposiciones verdaderas a partir del análisis de las premisas.
<p>Verificación</p>	<p>¿Verificó el procedimiento y la respuesta?</p> <p>¿Cómo verificó que el procedimiento utilizado era el correcto?, ¿en qué momento lo hizo?</p> <p>¿Cómo verificó la respuesta?</p>	<p>Le mencionaré algunas tareas y usted me indica cuáles de ellas realizó:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Comprobó si la estrategia seleccionada fue correcta. — Comprobó si cada paso ejecutado fue el correcto. — Volvió a leer el enunciado para constatar que la respuesta obtenida correspondía a lo solicitado. — Lo resolvió de otra manera para verificar que la respuesta es correcta. — Descartó opciones para seleccionar la correcta.

RAZONAMIENTO INDUCTIVO		
Etapas	Pregunta	Tareas cognitivas
Comprensión	<p>Me podría decir, con sus propias palabras: ¿de qué se trata este ejercicio?</p> <p>¿Cuáles palabras o expresiones le facilitaron la comprensión del problema?</p> <p>¿Hay algunas palabras, expresiones o figuras que no entienda dentro del ítem? Si es así, nos podría decir cuáles.</p> <p>Esto que se pregunta en el ejercicio, ¿ya lo ha visto antes?</p> <p>¿Recordó algún procedimiento o concepto para resolver el ítem? ¿Cuál?</p> <p>Si no lo resolvió, preguntar</p> <p>¿Le hizo falta información adicional para resolver el ítem?</p>	<p>Le mencionaré algunas tareas y usted me indica cuáles de ellas realizó:</p> <ul style="list-style-type: none"> ___ Identificó la información clave para resolver el problema. ___ Relacionó la pregunta con ejercicios resueltos con anterioridad. ___ Recordó conceptos matemáticos o fórmulas para resolver el ejercicio. ___ Identificó patrones.
Elaboración de un plan	<p>Cuando leyó el ejercicio, ¿usted sabía cómo se podría resolver?</p> <p>¿Creía que lo podía resolver con éxito?</p> <p>Al leer el ejercicio pensó en una o varias estrategias para resolverlo. Explique con sus palabras en qué consistió.</p> <p>Si representó la información dada de una manera diferente, cómo le ayudó a plantear la estrategia para resolver el problema.</p> <p>E: Le mencionaré algunas tareas y usted me indica cuáles de ellas realizó.</p> <p>Marcar las que el estudiante indique en la siguiente columna.</p>	<p>Le mencionaré algunas tareas y usted me indica cuáles de ellas realizó:</p> <ul style="list-style-type: none"> ___ Relacionó la información clave con algún procedimiento conocido. ___ Definió una estrategia de solución del problema. ___ Representó la información de una manera diferente.

<p>Ejecución del plan</p>	<p>¿Qué tan seguro(a) está de que el procedimiento que eligió le permitió resolver el problema? ¿Por qué?</p> <p>¿Fue necesario replantear la estrategia definida para resolver el problema?</p>	<p>Le mencionaré algunas tareas y usted me indica cuáles de ellas realizó:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Ejecutó la estrategia de solución del problema que definió inicialmente. — Analizó semejanzas o diferencias para identificar un patrón. — Obtuvo una fórmula para el término general de la sucesión. — Calculó términos desconocidos de una sucesión.
<p>Verificación</p>	<p>¿Verificó el procedimiento y la respuesta?</p> <p>¿Cómo verificó que el procedimiento utilizado era el correcto?, ¿en qué momento lo hizo?</p> <p>¿Cómo verificó la respuesta?</p>	<p>Le mencionaré algunas tareas y usted me indica cuáles de ellas realizó:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Comprobó si la estrategia seleccionada fue correcta. — Comprobó si cada paso ejecutado fue el correcto. — Volvió a leer el enunciado para constatar que la respuesta obtenida correspondía a lo solicitado. — Lo resolvió de otra manera para verificar que la respuesta es correcta. — Descartó opciones para seleccionar la correcta.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS		
Etapas	Pregunta	Tareas cognitivas
Comprensión	Me podría decir, con sus propias palabras: ¿de qué se trata este ejercicio?	Le mencionaré algunas tareas y usted me indica cuáles de ellas realizó:
	¿Cuáles palabras o expresiones le facilitaron la comprensión del problema?	— Identificó la información clave para resolver el problema.
	¿Hay algunas palabras, expresiones o figuras que no entienda dentro del ítem? Si es así, nos podría decir cuáles.	— Relacionó la pregunta con ejercicios resueltos con anterioridad.
	Esto que se pregunta en el ejercicio, ¿ya lo ha visto antes?	— Recordó conceptos matemáticos o fórmulas para resolver el ejercicio.
	¿Recordó algún procedimiento o concepto para resolver el ítem? ¿Cuál?	— Representó la información de una manera diferente a la planteada (gráfica, tabla, diagrama u otra).
	E: Si no lo resolvió, preguntar ¿Le hizo falta información adicional para resolver el ítem?	— Formuló el problema de una manera diferente.
Elaboración de un plan	Esto que se pregunta en el ejercicio, ¿ya lo ha visto antes?	Le mencionaré algunas tareas y usted me indica cuáles de ellas realizó:
	Cuando leyó el ejercicio, ¿usted sabía cómo se podría resolver? ¿Creía que lo podía resolver con éxito?	— Señaló una estrategia de solución del problema.
	Al leer el ejercicio pensó en una o varias estrategias para resolverlo. Explique con sus palabras en qué consistió.	— Planteó una operación o ecuación para estimar la respuesta.
Si representó la información dada de una manera diferente, ¿cómo le ayudó a plantear la estrategia para resolver el problema?	— Representó la información de una manera diferente.	

<p>Ejecución del plan</p>	<p>¿Qué tan seguro(a) está de que la opción que eligió es la correcta? ¿Por qué?</p> <p>¿Fue necesario replantear la estrategia definida para resolver el problema?</p>	<p>Le mencionaré algunas tareas y usted me indica cuáles de ellas realizó:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Ejecutó la estrategia de solución del problema que definió inicialmente. — Realizó operaciones aritméticas o una ecuación. — Simplificó una expresión. — Hizo una lista de datos de acuerdo con el enunciado. — Ordenó la información obtenida mediante algún criterio, por ejemplo, de forma ascendente o descendente. — Utilizó una representación gráfica.
<p>Verificación</p>	<p>¿Verificó el procedimiento y la respuesta?</p> <p>¿Cómo verificó que el procedimiento utilizado era el correcto?, ¿en qué momento lo hizo?</p> <p>¿Cómo verificó la respuesta?</p>	<p>Le mencionaré algunas tareas y usted me indica cuáles de ellas realizó:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Comprobó si la estrategia seleccionada fue correcta. — Comprobó si cada paso ejecutado fue el correcto. — Volvió a leer el enunciado para constatar que la respuesta obtenida correspondía a lo solicitado. — Lo resolvió de otra manera para verificar que la respuesta es correcta. — Descartó opciones para seleccionar la correcta.

RAZONAMIENTO CON FIGURAS		
Etapas	Pregunta	Tareas cognitivas
Comprensión	Me podría decir, con sus propias palabras: ¿de qué se trata este ejercicio?	Le mencionaré algunas tareas y usted me indica cuáles de ellas realizó:
	¿Cuáles palabras, expresiones o figuras le facilitaron la comprensión del problema?	<ul style="list-style-type: none"> — Identificó la información clave para resolver el problema. — Recordó conceptos matemáticos o fórmulas para resolver el ejercicio.
	¿Hay algunas palabras, expresiones o figuras que no entienda dentro del ítem? Si es así, nos podría decir cuáles.	<ul style="list-style-type: none"> — Recordó procedimientos aplicados en ejercicios similares.
	Esto que se pregunta en el ejercicio, ¿ya lo ha visto antes?	<ul style="list-style-type: none"> — Representó la información de una manera diferente a la planteada (gráfica, figura, tabla, diagrama u otra).
	¿Recordó algún procedimiento o concepto para resolver el ítem? ¿Cuál?	<ul style="list-style-type: none"> — Realizó anotaciones o resaltó elementos de la figura dada.
	E: Si no lo resolvió, preguntar	<ul style="list-style-type: none"> — Integró las partes dadas de una figura para construirla.
	¿Le hizo falta información adicional para resolver el ítem?	<ul style="list-style-type: none"> — Buscó elementos comunes y diferencias entre las figuras dadas en una secuencia. — Identificó diferentes posiciones o simetrías.

<p>Elaboración de un plan</p>	<p>Esto que se pregunta en el ejercicio, ¿ya lo ha visto antes?</p> <p>Cuando leyó el ejercicio, ¿usted sabía cómo se podría resolver? ¿Creía que lo podía resolver con éxito?</p> <p>Al leer el ejercicio pensó en una o varias estrategias para resolverlo. Explique con sus palabras en qué consistió.</p> <p>Si representó la información dada de una manera diferente, ¿cómo le ayudó a plantear la estrategia para resolver el problema?</p>	<p>Le mencionaré algunas tareas y usted me indica cuáles de ellas realizó:</p> <ul style="list-style-type: none">— Señaló una estrategia de solución del problema.— Determinó si necesita calcular un área, un perímetro, un volumen o una longitud.— Seleccionó una fórmula de geometría.— Dividió en regiones convenientemente según alguna propiedad.— Agrupó regiones que corresponden a partes de una figura conocida.— Determinó mentalmente secciones de una figura tridimensional.— Dio un orden particular a las figuras.— Pensó en otra variación de la figura.
--------------------------------------	--	--

<p>Ejecución</p>	<p>¿Qué tan seguro(a) está de que la opción que eligió es la correcta? ¿Por qué?</p> <p>¿Fue necesario replantear la estrategia definida para resolver el problema?</p>	<p>Le mencionaré algunas tareas y usted me indica cuáles de ellas realizó:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Ejecutó la estrategia de solución del problema que definió inicialmente. — Visualizó la figura en otra posición, dimensión o proporción. — Aplicó una fórmula de geometría. — Agregó elementos nuevos a la figura. — Aplicó propiedades de simetrías.
<p>Verificación</p>	<p>¿Verificó el procedimiento y la respuesta?</p> <p>¿Cómo verificó que el procedimiento utilizado era el correcto?, ¿en qué momento lo hizo?</p> <p>¿Cómo verificó la respuesta?</p>	<p>Le mencionaré algunas tareas y usted me indica cuáles de ellas realizó:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Comprobó si la estrategia seleccionada fue correcta. — Comprobó si cada paso ejecutado fue el correcto. — Volvió a leer el enunciado para constatar que la respuesta obtenida correspondía a lo solicitado. — Lo resolvió de otra manera para verificar que la respuesta es correcta. — Descartó opciones para seleccionar la correcta.

RAZONAMIENTO PROBABILÍSTICO		
Etapa	Pregunta	Tareas cognitivas
Comprensión	<p>Me podría decir, con sus propias palabras: ¿de qué se trata este ejercicio?</p> <p>¿Cuáles palabras o expresiones le facilitaron la comprensión del problema?</p> <p>¿Hay algunas palabras, expresiones o figuras que no entienda dentro del ítem? Si es así, nos podría decir cuáles.</p> <p>¿Recordó algún procedimiento o concepto para resolver el ítem? ¿Cuál?</p> <p>E: Si no lo resolvió, preguntar</p> <p>¿Le hizo falta información adicional para resolver el ítem?</p>	<p>Le mencionaré algunas tareas y usted me indica cuáles de ellas realizó:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Identificó la información clave para resolver el problema. — Recordó conceptos matemáticos o fórmulas para resolver el ejercicio. — Recordó procedimientos aplicados en ejercicios similares. — Representó la información de una manera diferente a la planteada a la pregunta (gráfica, figura, tabla, diagrama u otra). — Reconoció los casos posibles y los casos favorables en la situación planteada.
	Elaboración de un plan	<p>Esto que se pregunta en el ejercicio, ¿ya lo ha visto antes?</p> <p>Cuando leyó el ejercicio, ¿usted sabía cómo se podría resolver? ¿Creía que lo podía resolver con éxito?</p> <p>¿Seleccionó algún procedimiento conocido?</p> <p>E: ¿Le mencionaré algunas tareas y usted me indica cuáles de ellas realizó? Marcar las que el estudiante indique en la siguiente columna.</p>

<p>Ejecución del plan</p>	<p>¿Qué tan seguro(a) está de que la opción que eligió es la correcta? ¿Por qué?</p> <p>Si realizó conteo, ¿cuál fue la estrategia para contar?</p> <p>¿Fue necesario replantear la estrategia definida para resolver el problema?</p>	<p>Le mencionaré algunas tareas y usted me indica cuáles de ellas realizó:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Ejecutó la estrategia de solución del problema que definió inicialmente. — Dedujo información de un diagrama elaborado. — Aplicó las reglas de conteo: de la suma o del producto. — Calculó probabilidades de que suceda un evento. — Utilizó propiedades de la probabilidad (ver la ficha del estudiante). — Aplicó operaciones con conjuntos: unión, intersección y diferencia.
<p>Verificación</p>	<p>¿Verificó el procedimiento y la respuesta?</p> <p>¿Cómo verificó que el procedimiento utilizado era el correcto?, ¿en qué momento lo hizo?</p> <p>¿Cómo verificó la respuesta?</p>	<p>Le mencionaré algunas tareas y usted me indica cuáles de ellas realizó:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Comprobó si la estrategia seleccionada fue correcta. — Comprobó si cada paso ejecutado fue el correcto. — Volvió a leer el enunciado para constatar que la respuesta obtenida correspondía a lo solicitado. — Lo resolvió de otra manera para verificar que la respuesta es correcta. — Descartó opciones para seleccionar la correcta.

Referencias bibliográficas

Polya, G. (1987). Cómo plantear y resolver problemas. México: Editorial Trillas

Sanjurjo, L. y Vera, M.T. (1994). Aprendizaje significativo y enseñanza en los niveles medio y superior. Recuperado de https://www.academia.edu/24139905/Documents.mx_sanjurjo_y_vera_cap_4_aprendizaje_significativo_y_ensenanza_en_el_nivel_medio_y_superior?ends_sutd_reg_path=true

Ficha para los participantes con el listado de las tareas cognitivas.

FICHA 1: Deductivo	
1	Identificó la información clave para resolver el problema. Relacionó la pregunta con ejercicios resueltos con anterioridad. Recordó conceptos matemáticos o fórmulas para resolver el ejercicio.
2	Relacionó la información clave con algún procedimiento conocido. Definió una estrategia de solución del problema. Representó la información de una manera diferente.
3	Ejecutó la estrategia de solución del problema que definió inicialmente. Relacionó las premisas dadas utilizando conectores lógicos como: y, o, por lo tanto. Dedujo nuevas proposiciones verdaderas a partir del análisis de las premisas.
4	Comprobó si la estrategia seleccionada fue correcta. Comprobó si cada paso ejecutado fue el correcto. Volvió a leer el enunciado para constatar que la respuesta obtenida correspondía a lo solicitado. Lo resolvió de otra manera para verificar que la respuesta es correcta. Descartó opciones para seleccionar la correcta.

FICHA 2:

Inductivo

1	Identificó la información clave para resolver el problema. Relacionó la pregunta con ejercicios resueltos con anterioridad. Recordó conceptos matemáticos o fórmulas para resolver el ejercicio. Identificó patrones.
2	Relacionó la información clave con algún procedimiento conocido. Definió una estrategia de solución del problema. Representó la información de una manera diferente.
3	Ejecutó la estrategia de solución del problema que definió inicialmente. Analizó semejanzas o diferencias para identificar un patrón. Obtuvo una fórmula para el término general de la sucesión. Calculó términos desconocidos de una sucesión.
4	Volvió a leer el enunciado Comprobó si la estrategia seleccionada fue correcta. Comprobó si cada paso ejecutado fue el correcto. Volvió a leer el enunciado para constatar que la respuesta obtenida correspondía a lo solicitado. Lo resolvió de otra manera para verificar que la respuesta es correcta. Descartó opciones para seleccionar la correcta.

FICHA 3:

Resolución de problemas

1	<p>Identificó la información clave para resolver el problema.</p> <p>Relacionó la pregunta con ejercicios resueltos con anterioridad.</p> <p>Recordó conceptos matemáticos o fórmulas para resolver el ejercicio.</p> <p>Representó la información de una manera diferente a la planteada (gráfica, tabla, diagrama u otra).</p> <p>Formuló el problema de una manera diferente.</p>
2	<p>Señaló una estrategia de solución del problema.</p> <p>Planteó una operación o ecuación para estimar la respuesta.</p> <p>Representó la información de una manera diferente.</p>
3	<p>Ejecutó la estrategia de solución del problema que definió inicialmente.</p> <p>Realizó operaciones aritméticas o una ecuación.</p> <p>Simplificó una expresión.</p> <p>Hizo una lista de datos de acuerdo con el enunciado.</p> <p>Ordenó la información obtenida mediante algún criterio, por ejemplo, de forma ascendente o descendente.</p> <p>Utilizó una representación gráfica.</p>
4	<p>Comprobó si la estrategia seleccionada fue correcta.</p> <p>Comprobó si cada paso ejecutado fue el correcto.</p> <p>Volvió a leer el enunciado para constatar que la respuesta obtenida correspondía a lo solicitado.</p> <p>Lo resolvió de otra manera para verificar que la respuesta es correcta.</p> <p>Descartó opciones para seleccionar la correcta.</p>

FICHA 4:

Razonamiento con figuras

1	<p>Identificó la información clave para resolver el problema.</p> <p>Recordó conceptos matemáticos o fórmulas para resolver el ejercicio.</p> <p>Recordó procedimientos aplicados en ejercicios similares.</p> <p>Representó la información de una manera diferente a la planteada (gráfica, figura, tabla, diagrama u otra).</p> <p>Realizó anotaciones o resaltó elementos de la figura dada.</p> <p>Integró las partes dadas de una figura para construirla.</p> <p>Buscó elementos comunes y diferencias entre las figuras dadas en una secuencia.</p> <p>Identificó diferentes posiciones o simetrías.</p>
2	<p>Señaló una estrategia de solución del problema.</p> <p>Determinó si necesita calcular un área, un perímetro, un volumen o una longitud.</p> <p>Seleccionó una fórmula de geometría.</p> <p>Dividió en regiones convenientemente según alguna propiedad.</p> <p>Agrupó regiones que corresponden a partes de una figura conocida.</p> <p>Determinó mentalmente secciones de una figura tridimensional.</p> <p>Dio un orden particular a las figuras.</p> <p>Pensó en otra variación de la figura.</p>
3	<p>Ejecutó la estrategia de solución del problema que definió inicialmente.</p> <p>Visualizó la figura en otra posición, dimensión o proporción.</p> <p>Aplicó una fórmula de geometría.</p> <p>Agregó elementos nuevos a la figura.</p> <p>Aplicó propiedades de simetrías.</p>
4	<p>Comprobó si la estrategia seleccionada fue correcta.</p> <p>Comprobó si cada paso ejecutado fue el correcto.</p> <p>Volvió a leer el enunciado para constatar que la respuesta obtenida correspondía a lo solicitado.</p> <p>Lo resolvió de otra manera para verificar que la respuesta es correcta.</p> <p>Descartó opciones para seleccionar la correcta.</p>

FICHA 5:

Razonamiento probabilístico

1	<p>Identificó la información clave para resolver el problema.</p> <p>Recordó conceptos matemáticos o fórmulas para resolver el ejercicio.</p> <p>Recordó procedimientos aplicados en ejercicios similares.</p> <p>Representó la información de una manera diferente a la planteada a la pregunta (gráfica, figura, tabla, diagrama u otra).</p> <p>Reconoció los casos posibles y los casos favorables en la situación planteada.</p>
2	<p>Señaló una estrategia de solución del problema.</p> <p>Elaboró algún diagrama para representar la información.</p> <p>Resumió la información mediante una lista o una tabla.</p> <p>Planteó una estrategia donde aplique alguno de los siguientes aspectos: técnicas de conteo, definición y propiedades de la probabilidad, operaciones con conjuntos u otro.</p>
3	<p>Ejecutó la estrategia de solución del problema que definió inicialmente.</p> <p>Dedujo información de un diagrama elaborado.</p> <p>Aplicó las reglas de conteo: de la suma o del producto.</p> <p>Calculó probabilidades de que suceda un evento.</p> <p>Utilizó propiedades de la probabilidad</p> <p>Aplicó operaciones con conjuntos: unión, intersección y diferencia.</p>
4	<p>Comprobó si la estrategia seleccionada fue correcta.</p> <p>Comprobó si cada paso ejecutado fue el correcto.</p> <p>Volvió a leer el enunciado para constatar que la respuesta obtenida correspondía a lo solicitado.</p> <p>Lo resolvió de otra manera para verificar que la respuesta es correcta.</p> <p>Descartó opciones para seleccionar la correcta.</p>

Protocol for the Identification of
**Resolution Strategies for
Mathematical Problems**

Entered in the National Registry of Costa Rica
07/01/2019 in the Literary Works Registration
Book, Volume 24, Folio 159, Entry 9768

Authors

Randall Blanco Benamburg
Katherine Palma Picado
Tania Elena Moreira Mora

Blanco-Benamburg, R., Palma-Picado, K. & Moreira-Mora, T.E. (2020).
*Protocolo para la identificación de estrategias de resolución de
problemas matemáticos*. Instituto Tecnológico de Costa Rica.



Esta obra está protegida bajo la Licencia Creative Commons
Atribución NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional.
Para ver una copia de esta licencia, visite
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.es>

Contents

Introduction.....	4
A. Introduction & framework	6
B. Training for the cognitive interview	7
C. Implementation of the cognitive interview	8
Deductive reasoning.....	10
Inductive reasoning.....	12
Problem solving	14
Reasoning with shapes	16
Probabilistic reasoning.....	19
Bibliographical References	21
Annex.....	22
CARD 1: Deductive	22
CARD 2: Inductive	23
CARD 3: Problem solving.....	24
CARD 4: Reasoning with shapes	25
CARD 5: Probabilistic reasoning.....	26

Introduction

This protocol results from a research project titled: “Cognitive Strategies for Solving Mathematics Items from the Academic Aptitude Test of the Instituto Tecnológico de Costa Rica,” inscribed in the Vice-Rector’s Office for Research and Extension (VIE) with code 5402-1580-1201. This instrument was constructed to be used with the cognitive interview technique for the purpose of identifying the cognitive strategies in the resolution of mathematics items of the academic aptitude test of this university.

These cognitive strategies have been defined as processes selected by the individual facing a mathematics task, in order to facilitate the acquisition, storage and/or use of information or knowledge (Sanjurjo y Vera, 1994). So, the strategies described in this protocol are valid for mathematics problem solving, both at secondary and university education level, which are based on the heuristics proposed by George Pólya (1987).

The protocol validation was developed in two stages. In the first one, work was with a first panel of judges with the purpose of reviewing the structure and contents of the protocol’s components; while in the second stage, a pilot application of the instrument was done, to be analyzed by a second panel of experts. From their evaluations, improvement in the protocol’s format and the interview guide administration was made. The stages’ review also implied reorganization, adjustment of the tasks and inclusion of others; as well as changes in the open questions to do further inquiry into the participant’s mental processes.

In general, this protocol’s reasoning strategies were organized into the four steps proposed by Pólya (1987), described following.

Stage I: Understanding the problem

To understand the problem definition, to separate the main parts, the unknown factor, the data, the condition, make a figure if applicable, introduce the adequate notation and ask if the problem has a solution.

Stage II: Conceiving the plan

In this stage, a grosso modo at least, the calculations, reasonings or constructions to be made in order to determine the solution should be identified. That plan does not necessarily appear immediately, but it is essential to problem resolution.

Stage III: Plan implementation

To implement the designed plan, in addition to conceiving the idea, employing prior knowledge is also required; concentration; thoughtfulness and patience attitudes. The implementation may lead to problem resolution or to define a new strategy.

Stage IV: Retrospective View

Once the plan is implemented and the solution is phrased, and verifying each step of the reasoning, it is desirable to review the work done.

These stages of reasoning are also described for the five categories of mathematic reasoning: problem solving, inductive, deductive, probabilistic and with figures; this makes a widespread use of this instrument possible, to foster these solution strategies in introductory mathematic courses of higher and diversified education. Finally, this protocol is organized in three sections: introduction & framework, training and the interview's implementation with the listing of questions and cognitive tasks for each category of mathematic reasoning.

A. Introduction and framework

In this stage, a brief introduction of the cognitive interview technique and its objectives is done. For the introduction, the following steps are recommended:

- Select at least one problem for each of the mathematic reasoning categories: inductive, deductive, problem solving, with figures and probabilistic. It also requires an additional, low-difficulty exercise for the training stage.
- Prepare a suitable, welcoming space for the interview.
- Make introductions among participants.
- Explain the interview's objective.
- Point out the interview's rules: time of application and criteria for registration of the information.
- Explain the conditions for performing the interview, and signing the informed consent, if it applies.
- Create an atmosphere of trust with some neutral questions related to their learning experiences in Mathematics to stimulate the participant's confidence and narrative description.
- Request the student's general information such as: age, sex, educational center, academic background, among others, if required for the analysis of information.
- Close this stage with some open question for doubts or comments.

B. Training for the cognitive interview

To prepare the interview it is convenient to have the participant perform a mathematic, low-difficulty exercise, saying everything on his mind out loud, while solving it. Supporting materials which will be employed in the cognitive interview for this exercise may be used. For example: pencil, calculator, tables or formulas or others.

Once the problem is handed in to the participant, give the following instruction:

**As you are solving, say in your own words:
What must be done? How you expect to solve
it? What are you doing? And, how to verify the
answer?**

Once the participant concludes, provide the necessary recommendations to improve the oral report executed, with the purpose of achieving a better detailed description of the mental processes.

C. Cognitive interview implementation

Before beginning the interview, remember to verify compliance to the necessary conditions, and that both the interviewer and the participant have all the necessary materials.

Use the following instruction:

Work will involve exercises to be solved one by one, as done in the previous practice. Remember to say everything that comes to your mind out loud.

When you indicate having concluded the exercise, you will receive some questions. There are no good or bad answers; what matters is you respond in the amplest way possible. Do not hesitate if something seems confusing or can be improved.

Before beginning, are there any questions?

To implement the interview, take into account the cognitive strategies described on each table, structured in the following columns:

- In the first one, include the name of the stage to guide the interviewer; do not read to the participant.
- In the second one, the questions are organized by stages. In case of being necessary, may pose other questions to go further into the answers.
- In the third one, there is a list of cognitive tasks. Each one of them should be read out loud, so the participant responds if it was executed or not. The interviewer may record the answers in the corresponding spaces.

o begin the first exercise, deductive reasoning for example, the following steps are recommended:

- Present the problem to the participant and indicate it should be solved out loud.
- When the participant indicates he/she has concluded, pose the comprehension stage questions, according to the order defined in the second column.
- Provide the card (see annex) with the cognitive tasks, corresponding to the deductive problem and then read them, recording the answers.
- Continue this procedure in the following stages as well, as per the order established.
- When it is concluded, the materials of the first item are collected; continue with the other items correspondingly.
- Once the interview is applied, thank them for their participation in the interview.

DEDUCTIVE REASONING		
Stages	Questions	Cognitive tasks
Comprehension	<p>Could you say in your own words: What is this exercise about?</p> <p>Which words, expressions, or figures led you to understand the problem?</p> <p>Are there any words, expressions or figures you did not understand within the item? If affirmative, could you mention which?</p> <p>That which is asked in the exercise, had you seen it before?</p> <p>Did you remember any procedure or concept to solve the item?</p> <p>Which one?</p> <p>If not solved, ask:</p> <p>Was there any additional information to solve the item?</p>	<p>I will mention some tasks and you indicate which ones you made:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Identify the key information for problem resolution. — Relate the question with previously solved exercises. — Remember mathematical concepts or formulas to solve the exercise.
Conceiving a plan	<p>When reading the exercise, did you think of a way to solve it? Did you believe you could solve it successfully?</p> <p>When reading the exercise, did you think of one or several strategies to solve it? Explain in your own words.</p> <p>If you represented the given information in a different way, how did that help when proposing the strategy for problem resolution?</p>	<p>I will mention some tasks and you indicate which ones you made:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Relate the key information with some known procedure. — Define a problem-solving strategy. — Represent the information differently.

<p>Plan implementation</p>	<p>How certain are you that the chosen procedure enabled problem resolution? Why?</p> <p>Was restating the defined strategy necessary for problem resolution?</p>	<p>I will mention some tasks and you indicate which ones you made.</p> <ul style="list-style-type: none"> — Execute the problem-solving strategy initially defined. — Relate these given assumptions using logical connectors such as: and, or, therefore. — Deduct new true propositions from analysis of the assumptions.
<p>Verification</p>	<p>Did you verify the procedure and the answer?</p> <p>How did you verify that the procedure used was the correct one? When did you do it?</p> <p>How did you verify the answer?</p>	<p>I will mention some tasks and you indicate which ones you made:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Verify if the strategy selected was correct. — Verify if each step executed was the correct one. — Read the statement again to determine que the answer obtained corresponded to what was requested. — Solve it differently to verify the answer was correct. — Rule out options to select the correct one.

INDUCTIVE REASONING		
Stages	Question	Cognitive tasks
Comprehension	<p>Could you say in your own words: what is this exercise about?</p> <p>Which words or expressions enabled problem comprehension?</p> <p>Are there any words, expressions or figures you did not understand within the item? If affirmative, could you tell us which ones.</p> <p>What is asked in the exercise, had you seen it before?</p> <p>Did you remember some procedure or concept to solve the item? Which one?</p> <p>If did not solve it, ask</p> <p>Was additional information missing to solve the item?</p>	<p>I will mention some tasks and you indicate which ones you made:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Identify the key information para problem resolution. — Relate the question with previously solved exercises. — Remember mathematical concepts or formulas to solve the exercise. — Identify patterns.
Plan elaboration	<p>When you read the exercise, did you know how it could be solved? Did you believe you could solve it successfully?</p> <p>When reading the exercise did you come up with one or several strategies to solve it. Explain in your own words what it was.</p> <p>If representing the given information differently, how did this help to state the strategy for problem resolution.</p> <p>I: I will mention some tasks and you indicate which ones you made.</p> <p>Check the ones indicated by the student on the next column.</p>	<p>I will mention some tasks and you indicate which ones you made:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Relate the key information with some known procedure. — Define a problem-solving strategy. — Represent the information differently.

<p>Plan implementation</p>	<p>How certain are you that the selected procedure enabled problem resolution? Why?</p> <p>Was restating the defined strategy for problem resolution necessary?</p>	<p>I will mention some tasks and you indicate which ones you made:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Execute the previously defined problem-solving strategy. — Analyze similarities or differences to identify a pattern. — Obtain a formula for the general term of the sequence. — Calculate unknown terms of a sequence.
<p>Verification</p>	<p>Did you verify procedure and the answer?</p> <p>How did you verify that the procedure used was the correct one? When did you do it?</p> <p>How did you verify the answer?</p>	<p>I will mention some tasks and you indicate which ones you made:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Verify if the strategy selected was correct. — Verify if each step executed was the correct one. — Read the statement again to determine that the answer obtained corresponded to what was requested. — Solve it differently to verify the answer was correct. — Rule out options to select the correct one.

PROBLEM SOLVING		
Stages	Question	Cognitive tasks
Comprehension	<p>Could you say in your own words: What this exercise is about?</p> <p>Which words or expressions enabled problem comprehension?</p> <p>Are there any words, expressions or figures you do not understand within the item? If affirmative, could you tell us which ones.</p> <p>What is asked in the exercise, had you seen it before?</p> <p>Did you remember some procedure or concept to solve the item? Which one?</p> <p>I: If did not solve it, ask</p> <p>Was additional information missing to solve the item?</p>	<p>I will mention some tasks and you indicate which ones you made:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Identify the key information for problem resolution. — Relate the question with previously solved exercises. — Remember mathematical concepts or formulas to solve the exercise. — Represent the information differently than the stated (graphics, table, diagram or other). — Formulate the problem differently.
Plan Elaboration	<p>What is asked in the exercise, had you seen it before?</p> <p>When you read the exercise, did you know how it could be solved? Did you believe you could solve it successfully?</p> <p>When reading the exercise did you come up with one or several strategies to solve it. Explain in your own words what it was.</p> <p>If representing the given information differently, how did this help to state the strategy for problem resolution?</p>	<p>I will mention some tasks and you indicate which ones you made:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Point out a problem-solving strategy. — Propose an operation or equation to estimate the answer. — Represent the information differently.

<p>Plan implementation</p>	<p>How certain are you that the selected option is the correct one? Why?</p> <p>Was restating the defined strategy for problem resolution necessary?</p>	<p>I will mention some tasks and you indicate which ones you made:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Execute the problem-solving strategy initially defined. — Perform arithmetic operations or an equation. — Simplify an expression. — Make a list of data de according to the statement. — Order the information obtained by some criterion, for example, ascending or descending. — Use a graphic representation.
<p>Verification</p>	<p>Did you verify the procedure and the answer?</p> <p>How did you verify that the procedure used was the correct one? When did you do it?</p> <p>How did you verify the answer?</p>	<p>I will mention some tasks and you indicate which ones you made:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Verify if the strategy selected was correct. — Verify if each step executed was the correct one. — Read the statement again to determine that the answer obtained corresponded to what was requested. — Solve it differently to verify the answer was correct. — Rule out options to select the correct one.

REASONING WITH SHAPES		
Stage	Question	Cognitive tasks
Comprehension	Could you say in your own words: What is this exercise about?	I will mention some tasks and you indicate which ones you made:
	Which words, expressions, or figures enabled problem comprehension?	<ul style="list-style-type: none"> — Identify the key information for problem resolution. — Remember mathematical concepts or formulas to solve the exercise. — Remember procedures applied in similar exercises. — Represent the information differently than the stated (graphic, figure, table, diagram or other). — Make notes or highlighted elements of the given figure. — Integrate the given parts of a figure to construct it. — Search for common elements and differences among the given figures in a sequence. — Identify different positions or symmetries.
	Are there any words, expressions or figures you do not understand within the item? If affirmative, could you tell us which ones.	
	What is asked in the exercise, had you seen it before?	
	Did you remember some procedure or concept to solve the item? Which one?	
	I: If did not solve it, ask	
Was additional information missing to solve the item?		

Plan Elaboration	<p>What is asked in the exercise, had you seen it before?</p> <p>When you read the exercise, did you know how it could be solved? Did you believe you could solve it successfully?</p> <p>When reading the exercise, did you come up with one or several strategies to solve it? Explain in your own words what it was.</p> <p>If representing the given information differently, how did this help to state the strategy for problem resolution?</p>	<p>I will mention some tasks and you indicate which ones you made:</p> <ul style="list-style-type: none">— Point out a problem-solving strategy.— Determine if calculating an area, perimeter, volume or longitude was needed.— Select a geometry formula.— Divide into regions conveniently as per some property.— Group regions corresponding to parts of a known figure.— Mentally determine sections of a tridimensional figure.— Gave a particular order to the figures.— Think of another variation for the figure.
-----------------------------	---	--

<p>Implementation</p>	<p>How certain are you that the selected option is the correct one? Why?</p> <p>Was restating the defined strategy for problem resolution necessary?</p>	<p>I will mention some tasks and you indicate which ones you made:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Execute the problem-solving strategy initially defined. — Visualize the figure in another position, dimension or proportion. — Apply a geometry formula. — Add new elements to the figure. — Apply properties of symmetry.
<p>Verification</p>	<p>Did you verify the procedure and the answer?</p> <p>How did you verify that the procedure used was the correct one? When did you do it?</p> <p>How did you verify the answer?</p>	<p>I will mention some tasks and you indicate which ones you made:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Verify if the strategy selected was correct. — Verify if each step executed was the correct one. — Read the statement again to determine the answer obtained corresponded to what was requested. — Solve it differently to verify the answer was correct. — Rule out options to select the correct one.

PROBABILISTIC REASONING		
Stage	Question	Cognitive tasks
Comprehension	Could you say in your own words: what is this exercise about?	I will mention some tasks and you indicate which ones you made:
	Which words or expressions enabled problem comprehension?	— Identify the key information for problem resolution.
	Were there words, expressions, or figures you did not understand within the item? If affirmative, could you tell us which ones.	— Remember mathematical concepts or formulas to solve the exercise.
	Did you remember any procedure or concept to solve the item? Which one?	— Remember procedures applied in similar exercises.
	E: If did not solve it, ask	— Represent the information differently than the stated of the question (graphics, figure, table, diagram or other).
	Was additional information missing to solve the item?	— Identify the possible and favorable cases in a stated situation.
Plan Elaboration	What is asked in the exercise, had you seen it before?	I will mention some tasks and you indicate which ones you made:
	When you read the exercise, did you know how it could be solved? Did you believe you could solve it successfully?	— Point out a problem-solving strategy.
	Selected any known procedure?	— Elaborate some diagram to represent the information.
	I: I will mention some tasks and you indicate which ones you made? Check the ones indicated by the student on the next column.	— Summarize the information as a list or table.
		— Propose a strategy where any of the next aspects apply: counting techniques, definition and properties of the probability, operations with sets or other.

<p>Plan implementation</p>	<p>How certain are you that the selected option is the correct one? Why?</p> <p>If counting, what was the strategy for counting?</p> <p>Was restating the defined strategy for problem resolution necessary?</p>	<p>I will mention some tasks and you indicate which ones you made:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Execute the problem-solving strategy initially defined. — Deduct information from an elaborated diagram. — Apply counting rules: addition or the product. — Calculate probabilities for an event to happen. — Use properties of the probability (see student's card). — Apply set operations: union, intersection and difference.
<p>Verification</p>	<p>Did you verify the procedure and the answer?</p> <p>How did you verify that the procedure used was the correct one? When did you do it?</p> <p>How did you verify the answer?</p>	<p>I will mention some tasks and you indicate which ones you made:</p> <ul style="list-style-type: none"> — Verify if the strategy selected was correct. — Verify if each step executed was the correct one. — Read the statement again to determine the answer obtained corresponded to what was requested. — Solve it differently to verify the answer was correct. — Rule out options to select the correct one.

Bibliographical References

Polya, G. (1987). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas

Sanjurjo, L. y Vera, M.T. (1994). *Aprendizaje significativo y enseñanza en los niveles medio y superior*. Recover from https://www.academia.edu/24139905/Documents.mx_sanjurjo_y_vera_cap_4_aprendizaje_significativo_y_ensenanza_en_el_nivel_medio_y_superior?ends_sutd_reg_path=true

Card for the participants with the listing of the cognitive tasks.

CARD 1: Deductive	
1	Identified the key information for problem resolution. Related the question with previously solved exercises. Remembered mathematical concepts or formulas to solve the exercise.
2	Related key information with some known procedure. Defined a problem-solving strategy. Represented the information differently.
3	Executed the problem-solving strategy initially defined. Related the assumptions given using logical connectors such as: and, or, therefore. Deducted new true propositions by analyzing the assumptions.
4	Verified if the selected strategy was correct. Ascertained each step executed was correct. Read the statement again to verify if the answer obtained corresponded to the requested. Solved it differently to verify the answer was correct. Ruled out options to select the correct one.

CARD 2:

Inductive

1	Identified the key information for problem resolution. Related the question with exercises solved previously. Remembered mathematical concepts or formulas to solve the exercise. Identified patterns.
2	Related the key information with some known procedure. Defined a problem-solving strategy. Represented the information differently.
3	Executed the problem-solving strategy initially defined. Analyzed similarities or differences to identify a pattern. Obtained a formula for the general term of the sequence. Calculated unknown terms of a sequence.
4	Read the statement again. Verified if the strategy selected was correct. Verified if each step executed was correct. Read the statement again to determine if the answer obtained corresponded to what was requested. Solved it differently to verify the answer was correct. Ruled out options to select the correct one.

CARD 3: Problem solving

1	<p>Identified the key information for problem resolution.</p> <p>Related the question with previously solved exercises.</p> <p>Remembered mathematical concepts or formulas to solve the exercise.</p> <p>Represented the information differently than the stated (graphics, table, diagram or other).</p> <p>Formulated the problem differently.</p>
2	<p>Pointed out a problem-solving strategy.</p> <p>Proposed an operation or equation to estimate the answer.</p> <p>Represented the information differently.</p>
3	<p>Executed the problem-solving strategy initially defined.</p> <p>Performed arithmetic operations or an equation.</p> <p>Simplified an expression.</p> <p>Made a list of the data according to the statement.</p> <p>Ordered the information obtained by some criterion, for example, ascending or descending.</p> <p>Used a graphical representation.</p>
4	<p>Verified if the selected strategy was correct.</p> <p>Verified if each step executed was the correct one.</p> <p>Read the statement again to determine the answer obtained corresponded to what was requested.</p> <p>Solved it differently to verify the answer was correct.</p> <p>Ruled out options to select the correct one.</p>

CARD 4:

Reasoning with shapes

1	<p>Identified the key information for problem resolution.</p> <p>Remembered mathematical concepts or formulas to solve the exercise. Remembered procedures applied on similar exercises.</p> <p>Represented the information differently than the stated (graphics, figure, table, diagram or other).</p> <p>Made notes or highlighted elements of the given figure. Integrated the given parts of a figure to construct it.</p> <p>Searched for common elements and differences between the given figures in a sequence.</p> <p>Identified different positions or symmetries.</p>
2	<p>Pointed out a problem-solving strategy.</p> <p>Determined if calculating an area, perimeter, volume or longitude was needed.</p> <p>Selected a geometry formula.</p> <p>Divided into regions conveniently, according to some property.</p> <p>Grouped regions corresponding to parts of a known figure.</p> <p>Mentally determined sections of a tridimensional figure.</p> <p>Gave a particular order to the figures.</p> <p>Thought of another variation of the figure.</p>
3	<p>Implemented the problem-solving strategy initially defined.</p> <p>Visualized the figure in another position, dimension or proportion.</p> <p>Applied a geometry formula.</p> <p>Added new elements to the figure.</p> <p>Applied properties of symmetry.</p>
4	<p>Verified if the strategy selected was correct.</p> <p>Verified if each step executed was the correct one.</p> <p>Read the statement again to determine the answer obtained corresponded to what was requested.</p> <p>Solved it differently to verify the answer was correct.</p> <p>Ruled out options to select the correct one.</p>

CARD 5:

Probabilistic reasoning

1	<p>Identified the key information for problem resolution.</p> <p>Remembered mathematical concepts or formulas to solve the exercise.</p> <p>Remembered procedures applied on similar exercises.</p> <p>Represented the information differently than the stated in the question (graphics, figure, table, diagram or other).</p> <p>Identified possible and favorable cases in the stated situation.</p>
2	<p>Pointed out a problem-solving strategy.</p> <p>Elaborated some diagram to represent the information.</p> <p>Summarized the information as a list or table.</p> <p>Proposed a strategy where any of the following aspects applies: counting techniques, the probability's definition and properties, operations with sets or other.</p>
3	<p>Executed the problem-solving strategy initially defined.</p> <p>Deducted information from an elaborated diagram. Applied counting rules of the product or addition. .</p> <p>Calculated the probabilities for an event to happen.</p> <p>Used the probability's properties.</p> <p>Applied operations with sets: union, intersection and difference.</p>
4	<p>Verified if the strategy selected was correct.</p> <p>Verified if each step executed was the correct one.</p> <p>Read the statement again to determine the answer obtained corresponded to what was requested.</p> <p>Solved it differently to verify the answer was correct.</p> <p>Ruled out options to select the correct one.</p>

