FUNCIONES CUADRÁTICAS

Una función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, tal que

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Donde a, b y c son constantes reales y $a \neq 0$. Se llama **función cuadrática**.

El valor $\Delta = b^2 - 4ac$ se denomina **discriminante** de la función cuadrática.

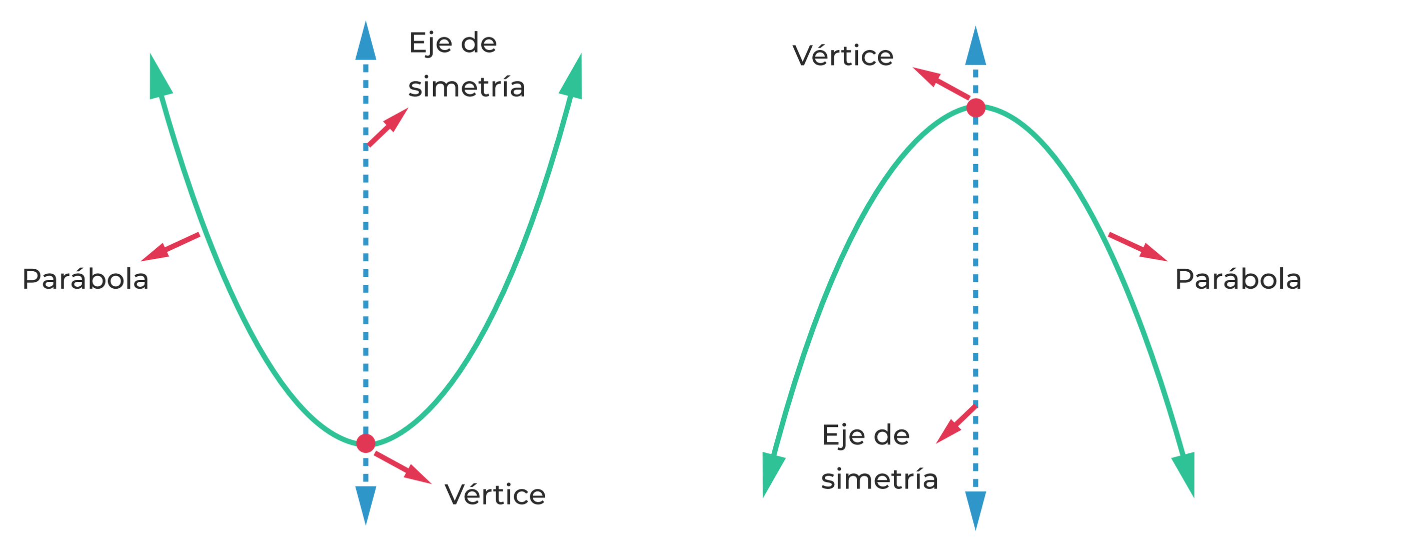
Teorema

Para una función cuadrática se cumple:

1. El punto de intersección con el eje Y es $(0, c)$.
2. La intersección con el eje X depende del signo del discriminante:
   - (a) Si $\Delta > 0$ hay dos puntos intersecciones con el eje X:
     $$\left(\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}, 0\right) \text{ y } \left(\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}, 0\right)$$
   - (b) Si $\Delta = 0$ hay un punto intersección con el eje X: $\left(\frac{-b}{2a}, 0\right)$
   - (c) Si $\Delta < 0$ no hay puntos de intersección con el eje X.
3. **Punto extremo** de la función $V = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b^2+4ac}{4a}\right)$:
   - (a) Si $a > 0$, la función alcanza un mínimo absoluto en el punto V.
   - (b) Si $a < 0$, la función alcanza un máximo absoluto en el punto V.
4. **Monotonía** de la función:
   - (a) Si $a > 0$, f es decreciente en $\left]-\infty, -\frac{b}{2a}\right[$ y es creciente en $\left]-\frac{b}{2a}, +\infty\right[$
   - (b) Si $a < 0$, f es creciente en $\left]-\infty, -\frac{b}{2a}\right[$ y es decreciente en $\left]-\frac{b}{2a}, +\infty\right[$
5. La recta de ecuación $x = -\frac{b}{2a}$ es el eje de simetría de la función.

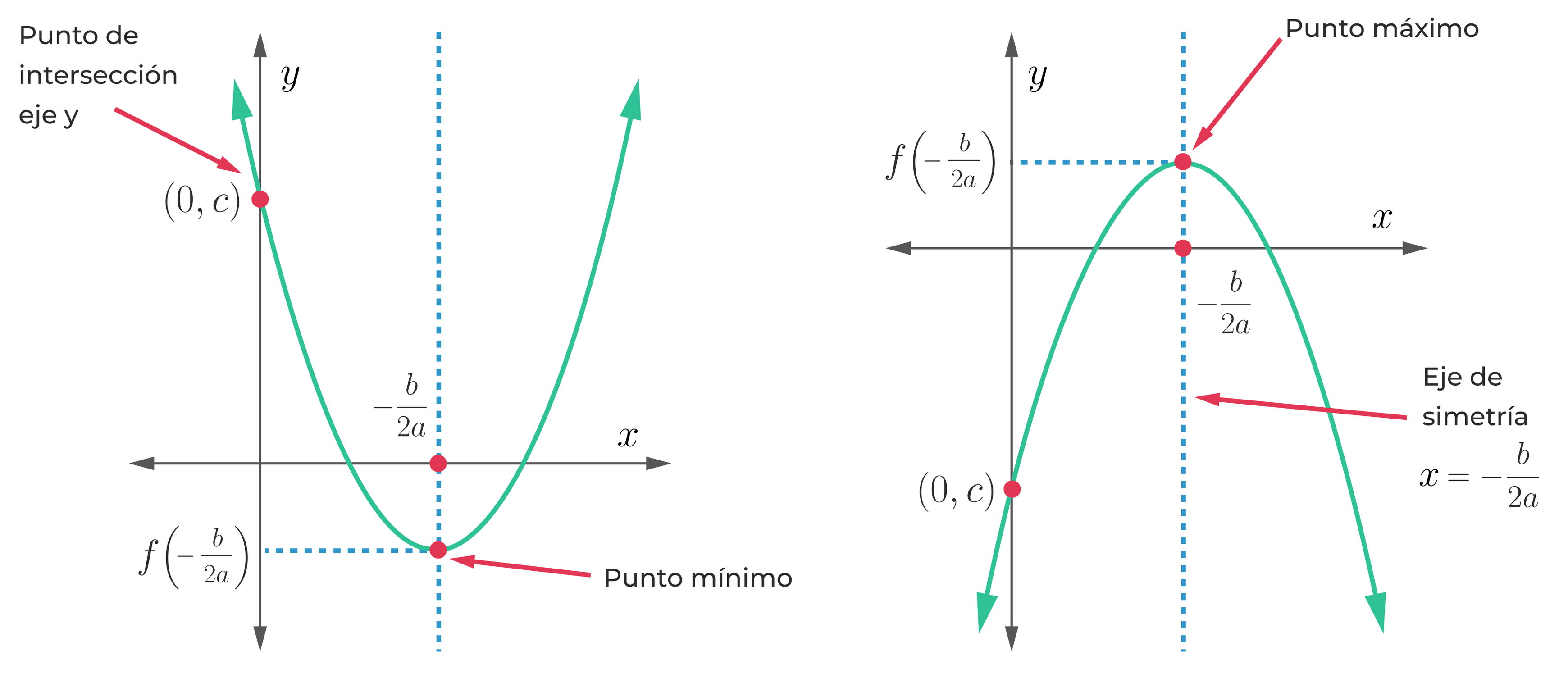
Gráfica de la función cuadrática

La gráfica de la función cuadrática recibe el nombre de **parábola**.



Parábola convexa o cóncava hacia arriba

Parábola cóncava o cóncava hacia abajo

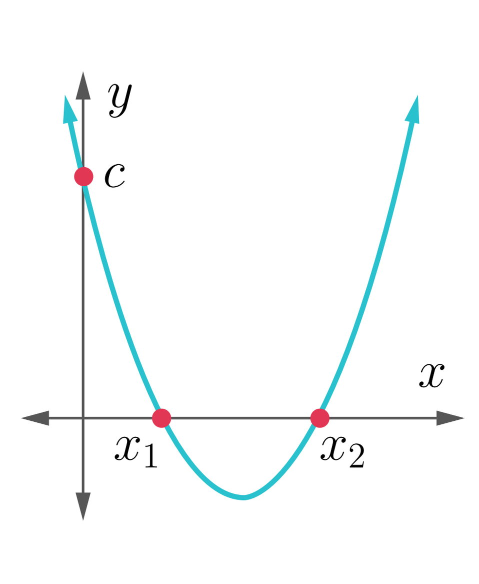
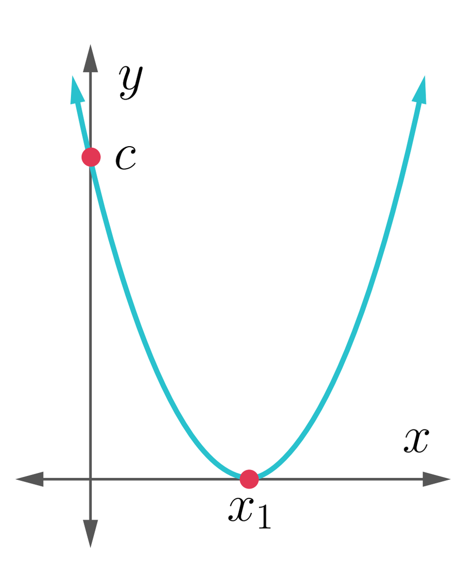
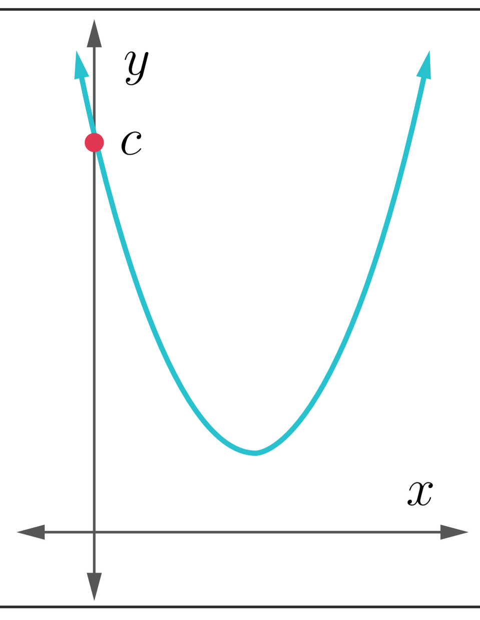
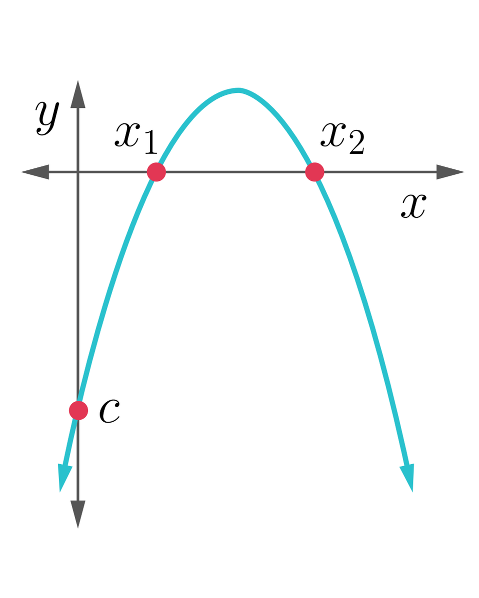
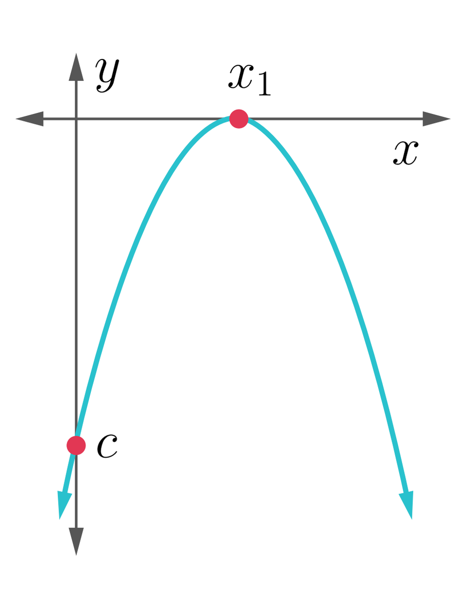
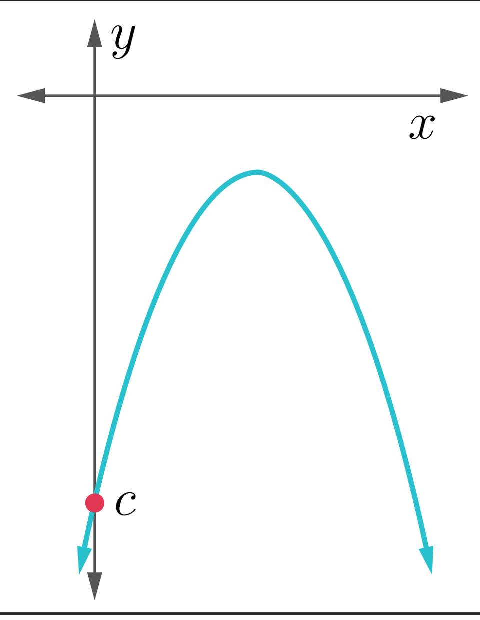


$f(x) = ax^2 + bx + c, \ a > 0$

$f(x) = ax^2 + bx + c, \ a < 0$

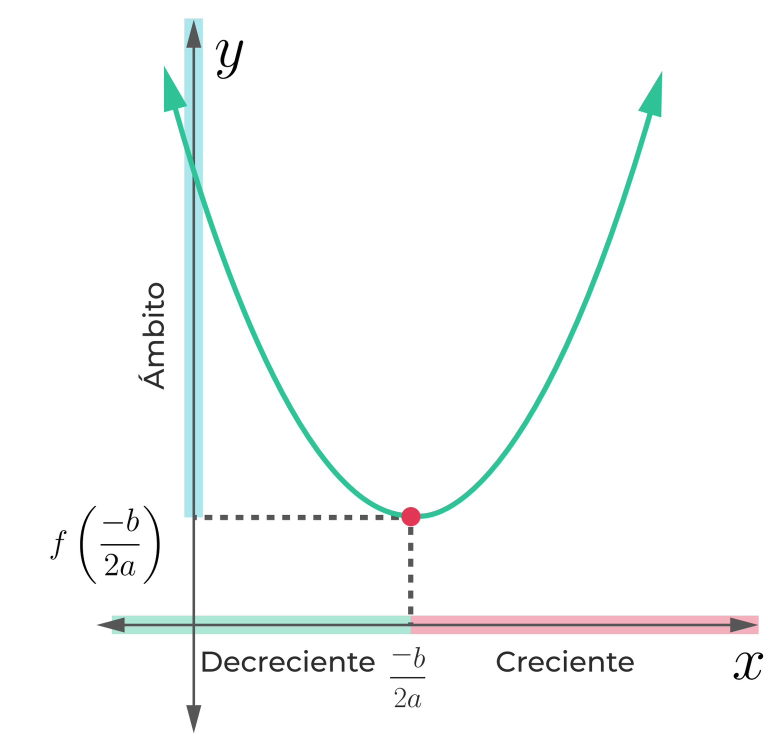
Fuente: Chavarría, J; Gutiérrez, M; Rodríguez, N. (2018). Matemática General: Funciones Algebraicas. [Versión digital]. p.77

Bosquejo de su gráfica según su concavidad y discriminante

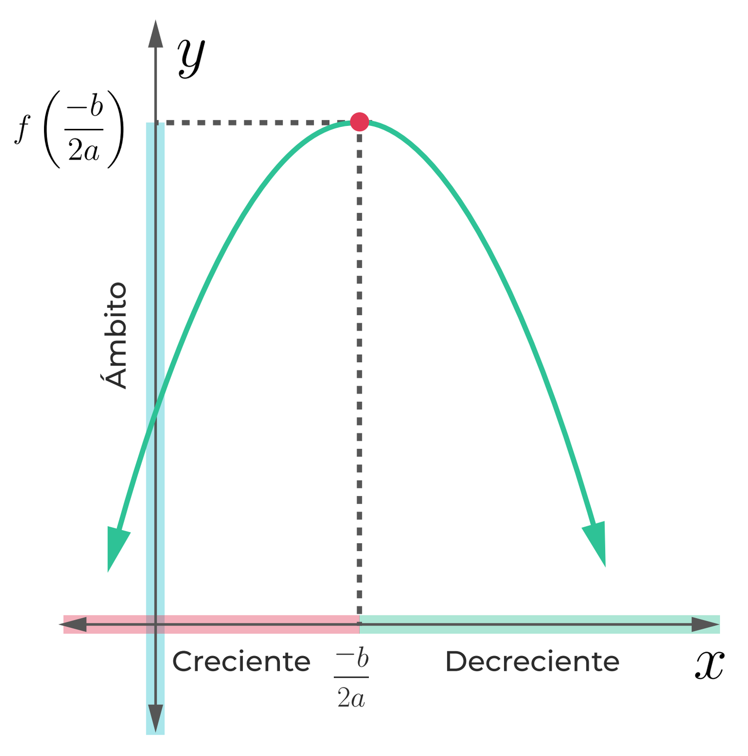
	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
$a > 0$			
$a < 0$			

Fuente: Sanabria, G. (s.f.). Fundamentos de funciones. [Versión digital]. p.71

Ámbito y monotonía, según su concavidad



$f(x) = ax^2 + bx + c, \ a > 0$



$f(x) = ax^2 + bx + c, \ a < 0$

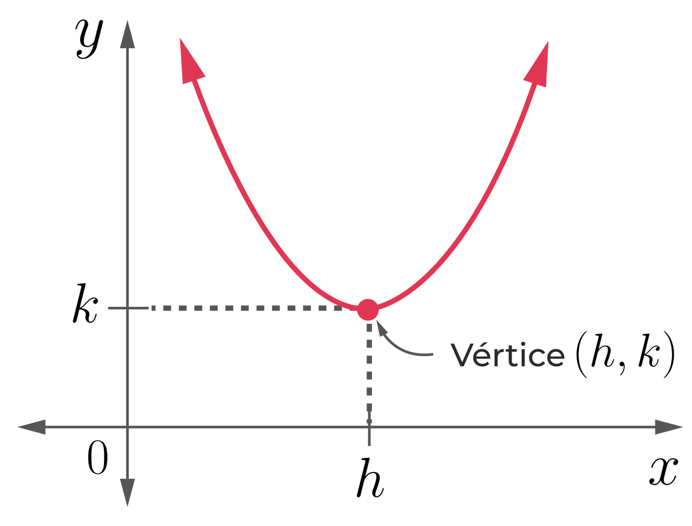
Fuente: Chavarría, J; Gutiérrez, M; Rodríguez, N. (2018). Matemática General: Funciones Algebraicas. [Versión digital]. p. 81

Forma normal

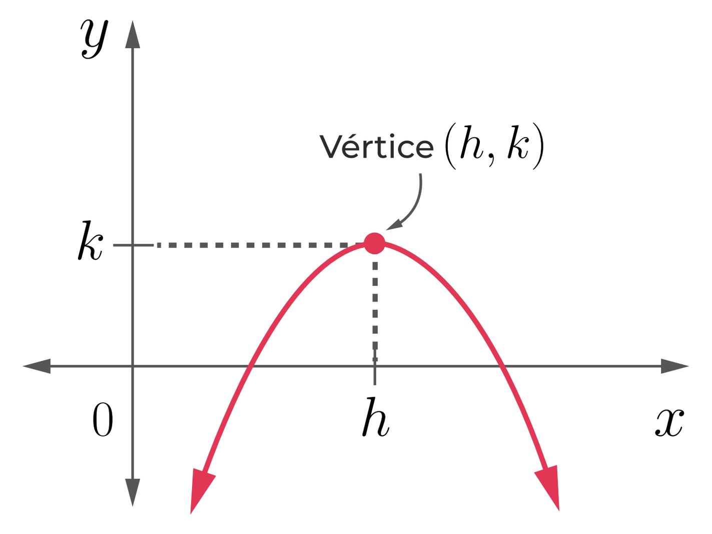
Una función cuadrática de criterio $f(x) = ax^2 + bx + c$ puede expresarse en la **forma normal**

$$f(x) = a(x-h)^2 + k, \ a \neq 0$$

completando el cuadrado. La gráfica de f es una parábola con vértice (h, k).



$f(x) = a(x-h)^2 + k$, $a > 0$



$f(x) = a(x-h)^2 + k$, $a < 0$

Fuente: Stewart, J. Watson, S. y Redlin, L. (2012). Precálculo: matemáticas para el cálculo (6a. ed.). Cengage Learning. p. 224

Infografía: Funciones Cuadráticas. **Curso:** Fundamentos de Matemática II. **Profesora:** Lourdes Quesada Villalobos.
Diagramación: Melissa Berrocal Jiménez, TEC Digital. Escuela de Matemática, Tecnológico de Costa Rica. 2022.
Contenido: Lourdes Quesada Villalobos. **Revisión:** Jorge Luis Chinchilla Villalobos.