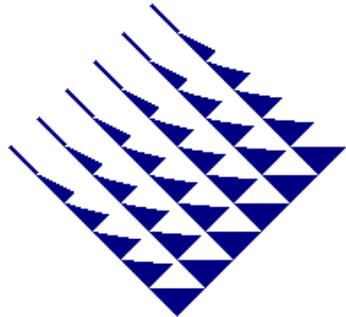


Instituto Tecnológico de Costa Rica

Escuela de Ingeniería en Electrónica



TEC

Instituto Tecnológico de Costa Rica

Desarrollo de un sistema de visión en 3D

**Informe de Proyecto de Graduación para optar por el título de Ingeniero en
Electrónica con el grado académico de Licenciatura**

Daniel Cubillo Guzmán

Cartago, Junio de 2007

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA

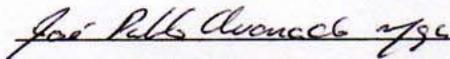
ESCUELA DE INGENIERIA ELECTRONICA

PROYECTO DE GRADUACIÓN

TRIBUNAL EVALUADOR

Proyecto de Graduación defendido ante el presente Tribunal Evaluador como requisito para optar por el título de Ingeniero en Electrónica con el grado académico de Licenciatura, del Instituto Tecnológico de Costa Rica.

Miembros del Tribunal



Ing. Pablo Alvarado Moya

Profesor lector



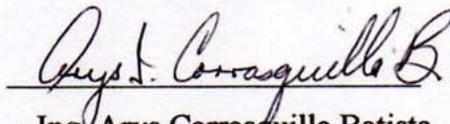
TEC

Instituto Tecnológico de Costa Rica
Escuela de Ingeniería Electrónica



Ing. Márvin Hernández Cisneros

Profesor lector



Ing. Arys Carrasquilla Batista

Profesora asesora

Los miembros de este Tribunal dan fe de que el presente trabajo de graduación ha sido aprobado y cumple con las normas establecidas por la Escuela de Ingeniería Electrónica

Cartago, 15 de junio de 2007

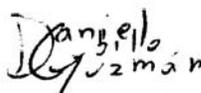
Declaración de autenticidad

Declaro que el presente Proyecto de Graduación ha sido realizado enteramente por mi persona, utilizando y aplicando literatura referente al tema e introduciendo conocimientos propios.

En los casos en que he utilizado bibliografía, he procedido a indicar las fuentes mediante las respectivas citas bibliográficas.

En consecuencia, asumo la responsabilidad total por el trabajo de graduación realizado y por el contenido del correspondiente informe final.

Cartago, 07-06-2007



Daniel Cubillo Guzmán

Cédula: 3-0396-0151

Resumen

Este proyecto trata dos de los temas del procesamiento digital de imágenes, los cuales son, calibración de cámaras y reconstrucción de las coordenadas tridimensionales. La calibración es un método para encontrar el modelo matemático que describe la proyección de un punto en el espacio en el plano de la imagen de una cámara.

La reconstrucción de una imagen se realiza utilizando dos cámaras separadas en las cuales se determina un punto común en las dos imágenes, utilizando los modelos matemáticos de la cámaras, se pueden determinar las coordenadas X,Y,Z del punto proyectado.

Este proyecto pretende implementar estos conceptos en un programa que los ejecute, cuyas aplicaciones se pueden dar en campos como la robótica, control automático, medición, entre otras.

Durante la realización del proyecto se obtuvo que a partir de las matrices de proyección de las cámaras y tres polinomios de ajuste para cada eje (X,Y,Z), se puede realizar la medición de las dimensiones de un objeto.

Palabras Clave

Calibración de la Cámara, Imágenes en estéreo, Matriz Elemental, Matriz Fundamental, Matriz de Proyección, Reconstrucción 3D.

Summary

This project is about two subjects of digital image processing, calibration and reconstruction. Calibration is a method to find the mathematical model which describes the projection of a point in the space on the image plane of a camera.

Image reconstruction is made using two separate cameras in which it is determined a common point in the two images, using the mathematical models of the cameras, the X,Y,Z coordinates of the projected point can be found.

This project pretends to implement these concepts on a program to obtain an approximate artificial vision system, which applications could be robotics, automatic control, measurement, etc.

One of the most important result obtained during the development of the project is that computing the projection matrices of the cameras and with tree fitting polynomials for each coordinate (X,Y,Z) an object measurement can be made

Keywords:

Camera Calibration, Stereo Images, Elemental Matrix, Fundamental Matrix, Projection Matrix, 3D Reconstruction.

INDICE GENERAL

<u>CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN</u>	1
1.1 JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN	1
1.2 SOLUCIÓN SELECCIONADA	1
<u>CAPÍTULO 2: META Y OBJETIVOS</u>	3
3.1 META	3
3.2 OBJETIVO GENERAL	3
3.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	3
<u>CAPÍTULO 3: MARCO TEÓRICO</u>	4
3.1 CONCEPTOS RELACIONADOS CON LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA	4
3.1.1 GEOMETRÍA DE IMÁGENES	4
3.1.2 TRANSFORMACIONES DE PERSPECTIVA	8
3.1.3 MODELO DE LA CÁMARA	12
3.1.4 CALIBRACIÓN DE LA CÁMARA	14
3.1.5 FORMACIÓN DE IMÁGENES EN TRES DIMENSIONES	17
3.1.6 GEOMETRÍA DE DOS CÁMARAS	19
3.1.7 ESTIMACIÓN DE LA MATRIZ F	22
3.1.8 OBTENCIÓN DE LAS MATRICES DE PROYECCIÓN DE DOS CÁMARAS A PARTIR DE LA MATRIZ E	23
3.1.9 ALGORITMO DE ESTIMACIÓN DE LAS COORDENADAS DE UN PUNTO EN EL ESPACIO	24
<u>CAPÍTULO 4: PROCEDIMIENTO METODOLÓGICO</u>	25
4.1 ANÁLISIS DE INFORMACIÓN OBTENIDA	25
4.2 SÍNTESIS DE LA SOLUCIÓN FINAL	25

CAPÍTULO 5. DESCRIPCIÓN DETALLADA DE LOS PROGRAMAS DEL SISTEMA 26

5.1. PANTALLA PRINCIPAL	26
5.2 CORRECCIÓN DE LA DISTORSIÓN	28
5.2.1 <i>MÓDULO DISTORSION.M</i>	34
5.2.2 <i>MÓDULO LINEAS2.M</i>	35
5.2.3 <i>MÓDULO LINEAS.M</i>	40
5.2.4 <i>MÓDULO FMEDIANA.M</i>	42
5.2.5 <i>MÓDULO PROMDA.M</i>	43
5.3 CALIBRACIÓN DE LAS CÁMARAS	44
5.3.1 MÓDULO CALIBRACIÓN5.M	46
5.3.2 MÓDULO CORRECCIONES.M	51
5.4 MEDICIÓN DE OBJETOS	52
5.4.1 <i>MÓDULO DCAMARAS5.M</i>	52

CAPÍTULO 6. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y ANÁLISIS 56

6.1 RESULTADOS	56
6.1.1 CORRECCIÓN DE LA DISTORSIÓN	56
6.1.2 CALIBRACIÓN DE LAS CÁMARAS	60
6.1.3 MEDICIÓN DE OBJETOS	68
6.2 ANÁLISIS DE RESULTADOS	73

CAPÍTULO 7: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES 77

7.1 CONCLUSIONES	77
7.2 RECOMENDACIONES	77

BIBLIOGRAFÍA 78

APÉNDICES 80

A1. GLOSARIO	80
A2. MANUAL DE USUARIO	81

INDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1. Diagrama para la solución propuesta.</i>	2
<i>Figura 2. Ejes de coordenadas y ángulos de rotación[1]</i>	6
<i>Figura 3. Modelo básico de la cámara[1]</i>	8
<i>Figura 4. Modelo general de la imagen en una cámara[1]</i>	12
<i>Figura 5. Formación de imágenes en tres dimensiones[1]</i>	17
<i>Figura 6. Imágenes con ejes ópticos no paralelos[3]</i>	19
<i>Figura 7. Pantalla principal del programa</i>	26
<i>Figura 8. Esquema del funcionamiento del módulo principal.m</i>	27
<i>Figura 9. Imagen de la cuadrícula utilizada</i>	28
<i>Figura 10. Imágenes de las líneas verticales y horizontales obtenidas</i>	29
<i>Figura 11. Visualización de los parámetros a medir</i>	30
<i>Figura 12. Primera imagen reinstruida</i>	32
<i>Figura 13. Imagen reconstruida utilizando el filtro de mediana</i>	33
<i>Figura 14. Pantalla principal para realizar la corrección de la distorsión</i>	34
<i>Figura 15. Esquema del funcionamiento del módulo distorsion.m</i>	35
<i>Figura 16. Esquema de funcionamiento del módulo lineas2.m parte 1</i>	37
<i>Figura 17. Esquema de funcionamiento del módulo lineas2.m parte 2</i>	38
<i>Figura 18. Esquema de funcionamiento del módulo lineas2.m parte 3</i>	39
<i>Figura 19. Esquema del funcionamiento del módulo lineas.m parte 1</i>	40
<i>Figura 20. Esquema del funcionamiento del módulo lineas.m parte 2</i>	41
<i>Figura 21. Esquema de funcionamiento del módulo fmediana.m</i>	42
<i>Figura 22. Esquema de funcionamiento del módulo promda.m</i>	43
<i>Figura 23. Plantilla de calibración utilizada</i>	44
<i>Figura 24. Ejemplo de los puntos de interés seleccionados</i>	45
<i>Figura 25. Módulo calibracion5.m</i>	47
<i>Figura 26. Esquema de funcionamiento del módulo calibración5.m parte 1</i>	48
<i>Figura 27. Esquema de funcionamiento del módulo calibración5.m parte 2</i>	49
<i>Figura 28. Esquema de funcionamiento del módulo calibración5.m parte 3</i>	50
<i>Figura 29. Esquema del funcionamiento del módulo correcciones.m</i>	51
<i>Figura 30. Módulo dcamaras5</i>	53
<i>Figura 31. Esquema del funcionamiento del módulo dcamaras5.m parte 1</i>	54
<i>Figura 32. Esquema del funcionamiento del módulo dcamaras5 parte 2</i>	55
<i>Figura 33. Histograma de los datos para el offset Y</i>	56
<i>Figura 34. Histograma de los datos para el offset X</i>	57

<i>Figura 35. Histograma de los datos para Delta Y</i>	57
<i>Figura 36. Histograma de los datos para Delta X</i>	58
<i>Figura 37. Superposición de la imagen tomada y las líneas rectificadas</i>	59
<i>Figura 38. Superposición de las líneas rectificadas ideales y la imagen rectificada obtenida</i>	59
<i>Figura 39. Resultado de la reconstrucción de algunos puntos utilizados en la calibración</i>	61
<i>Figura 40. Resultado de la reconstrucción de algunos puntos utilizados en la calibración utilizando los polinomios de ajuste</i>	63
<i>Figura 41. Errores en la coordenada X</i>	65
<i>Figura 42. Promedio de las diferencias entre la coordenada X reconstruida y la real</i>	65
<i>Figura 43. Errores en la coordenada Y</i>	66
<i>Figura 44. Promedio de las diferencias entre las coordenadas Y reconstruida y la real</i>	66
<i>Figura 45. Errores en la coordenada Z</i>	67
<i>Figura 46. Promedio de las diferencias entre las coordenadas Z reconstruida y la real</i>	67
<i>Figura 47. Porcentajes de error para la región de medición seleccionada</i>	68
<i>Figura 48. Objeto de medición 1</i>	69
<i>Figura 49. Representación en tres dimensiones de las coordenadas de los puntos obtenidos para la medición del objeto 1</i>	69
<i>Figura 50. Objeto de medición 2</i>	70
<i>Figura 51. Representación en tres dimensiones de las coordenadas de los puntos obtenidos para la medición del objeto 2</i>	70
<i>Figura 52. Objeto de medición 3</i>	71
<i>Figura 53. Representación en tres dimensiones de las coordenadas de los puntos obtenidos para la medición del objeto 3</i>	71
<i>Figura 54. Pantalla Principal.m</i>	81
<i>Figura 55. Pantalla de corrección de la distorsión</i>	82
<i>Figura 56. Pantalla de Calibración</i>	83
<i>Figura 57. Selección de la región de medición</i>	83
<i>Figura 58. Pantalla de medición</i>	84

INDICE DE TABLAS

<i>Tabla 1. Valores experimentales obtenidos de los parámetros para la corrección de la distorsión.....</i>	<i>58</i>
<i>Tabla 2. Resultados de la Calibración de las Cámaras</i>	<i>60</i>
<i>Tabla 3. Polinomios de ajuste obtenidos.....</i>	<i>62</i>
<i>Tabla 4. Resultados de la medición el objeto 1</i>	<i>69</i>
<i>Tabla 5. Resultados de la medición del objeto 2</i>	<i>70</i>
<i>Tabla 6. Resultados de la medición del objeto 3</i>	<i>71</i>

Capítulo 1: Introducción

1.1 Justificación de la investigación

En la actualidad, los sistemas computacionales son indispensables; los robots, sistemas digitales de control y la inteligencia artificial forman parte del desarrollo mundial.

Este proyecto pretende crear un programa, en este caso, se centra en la calibración de cámaras digitales y reconstrucción de las coordenadas de un punto en el espacio utilizando dos cámaras. Mediante la calibración, se pueden encontrar distintos parámetros de un modelo matemático de la cámara y mediante la reconstrucción, se puede determinar las posiciones reales de un punto en el espacio.

Para la realización del proyecto se utilizó Matlab para crear los programas, debido a la gran cantidad de algoritmos matemáticos que posee, lo cual facilita el proceso de desarrollo del proyecto.

1.2 Solución seleccionada

Para realizar este proyecto, se necesitan dos cámaras digitales separadas, ambas se conectarán a una computadora, en donde, las imágenes se preprocesarán, y se realizarán los cálculos para la calibración y la reconstrucción de las imágenes, así, también, se mostrarán los resultados en la pantalla. El esquema físico se muestra en la figura 1

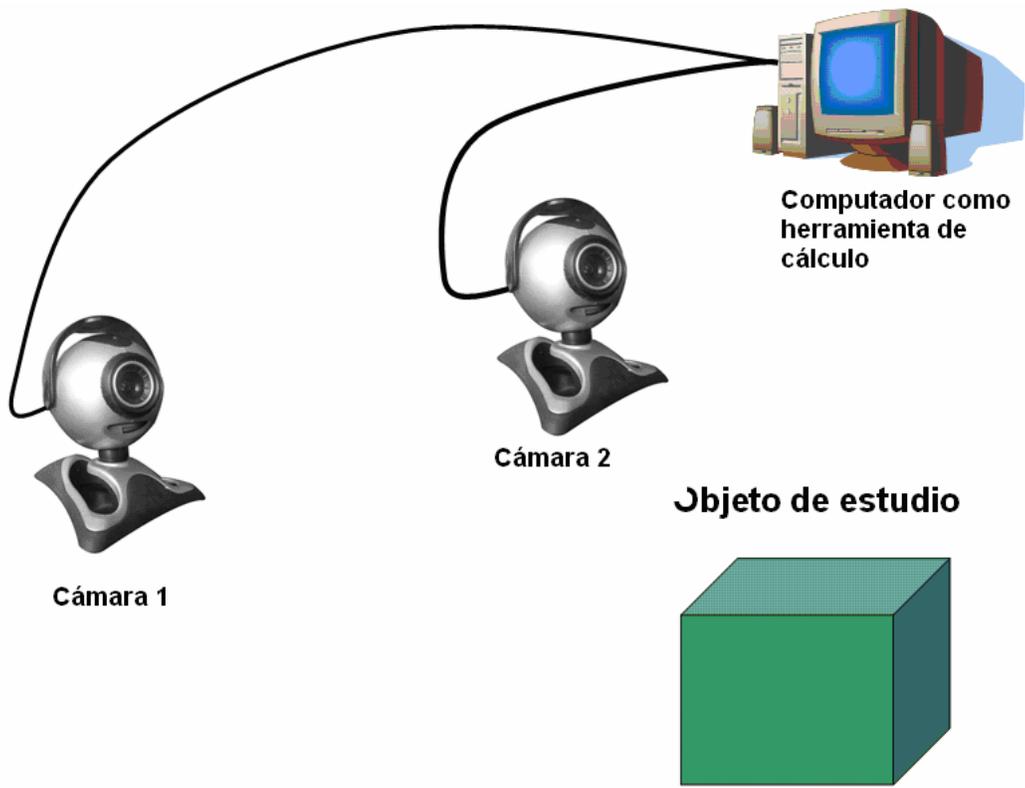


Figura 1. Diagrama para la solución propuesta.

Capítulo 2: Meta y objetivos

3.1 Meta

Aplicar el programa y los conceptos desarrollados en un sistema de medición de objetos y distancias para un sistema de visión artificial de un robot.

3.2 Objetivo General

Desarrollar un programa en Matlab, que sea capaz de obtener las dimensiones de un objeto tridimensional utilizando dos cámaras digitales.

3.3 Objetivos específicos

1. Desarrollar un programa que obtenga las matrices de proyección de las cámaras.
2. Desarrollar un programa que obtenga la matriz fundamental.
3. Desarrollar un programa que realice la reconstrucción de las coordenadas X,Y,Z de un punto en el espacio
4. Desarrollar un programa que determine las dimensiones de un objeto

Capítulo 3: Marco teórico

3.1 Conceptos relacionados con la solución del problema

3.1.1 Geometría de imágenes

Para la representación de un punto en el espacio se utilizará el sistema cartesiano en tres dimensiones, en el cual cada punto se representa por sus coordenadas X, Y, Z. Cuando se utilicen imágenes bidimensionales, se utilizarán las coordenadas u,v para representar un píxel en la misma. Dentro de la geometría de una imagen se pueden realizar tres transformaciones, la traslación, escalamiento y la rotación.[1]

Traslación

Si se desea trasladar un punto de coordenadas X,Y,Z a una nueva posición usando desplazamientos X_0, Y_0, Z_0 , la traslación se representa por la ecuación (3.1)

$$\begin{aligned} X^* &= X + X_0 \\ Y^* &= Y + Y_0 \\ Z^* &= Z + Z_0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Donde X^*, Y^*, Z^* son las coordenadas del nuevo punto en el espacio, la ecuación (3.1) se puede expresar también en forma matricial de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} X^* \\ Y^* \\ Z^* \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & X_0 \\ 0 & 1 & 0 & Y_0 \\ 0 & 0 & 1 & Z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Lo anterior se puede representar de la siguiente manera

$$v^* = Tv \quad (3.3)$$

Donde A es una matriz de transformación, en este caso, de 4×4 , v es un vector columna que contiene las coordenadas originales.

$$v = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

Y v^* es un vector columna cuyas componentes son las coordenadas transformadas

$$v^* = \begin{pmatrix} X^* \\ Y^* \\ Z^* \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Si se emplea esta notación, la matriz de transformación para realizar la traslación es

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & X_0 \\ 0 & 1 & 0 & Y_0 \\ 0 & 0 & 1 & Z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Por lo que el proceso de traslación representado en la ecuación (3.3), se puede obtener calculando $v^* = Tv$.

Escalamiento

El escalamiento en los ejes X,Y,Z con los factores S_x, S_y y S_z , se puede obtener utilizando la matriz de transformación

$$S = \begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

Rotación

Para hacer girar un punto respecto a otro punto arbitrario en el espacio se requieren tres transformaciones: la primera traslada el punto arbitrario al origen, la segunda lleva a cabo la rotación y la tercera traslada el punto a su posición original.

Como se puede ver en la figura 2, la rotación de un punto respecto al eje de coordenadas Z en un ángulo θ se representa usando la matriz de transformación

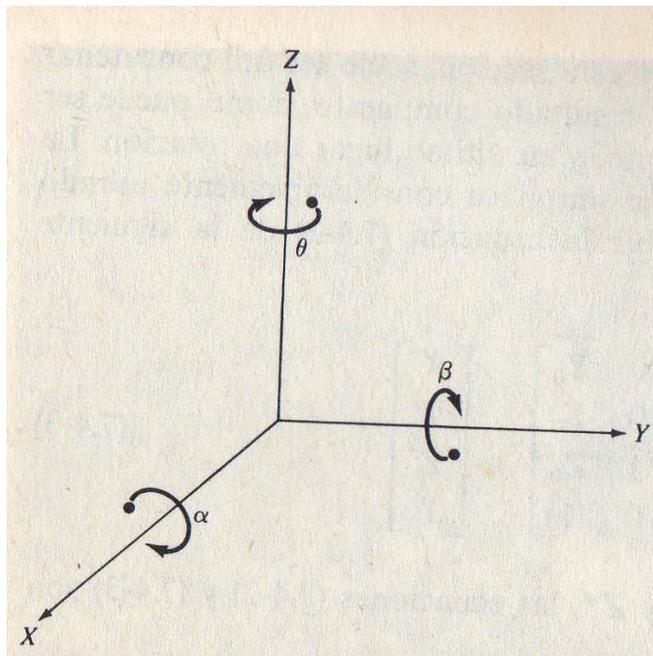


Figura 2. Ejes de coordenadas y ángulos de rotación[1]

$$R_{\theta} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \text{sen} \theta & 0 & 0 \\ -\text{sen} \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

El ángulo de rotación θ se mide en el sentido de las agujas del reloj observando el origen sobre el eje Z^+ , esta transformación sólo afecta las coordenadas X, Y. La rotación de un punto respecto al eje X en un ángulo α y la rotación de un punto respecto al eje Y en un ángulo β se presentan en las siguientes transformaciones respectivamente

$$R_{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \text{sen} \alpha & 0 \\ 0 & -\text{sen} \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

$$R_{\beta} = \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & -\text{sen} \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \text{sen} \beta & 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

3.1.2 Transformaciones de perspectiva

Una transformación de perspectiva proyecta puntos tridimensionales sobre un plano. Estas transformaciones juegan un papel clave en la descripción del funcionamiento de la cámara, ya que proporciona una aproximación a la manera en que una imagen se forma al observar un mundo tridimensional.

En la figura 3 se muestra el modelo de formación de imágenes. Se definió el sistema de coordenadas de la cámara x,y,z de forma que el plano de la imagen coincida con el plano xy y el eje óptico (el que pasa por el centro de la lente), sea el eje z . Por lo que el punto central del plano de la imagen es el origen del eje de coordenada y el punto central de la lente se representa por $(0,0,\lambda)$, en donde λ es el punto focal de la cámara.

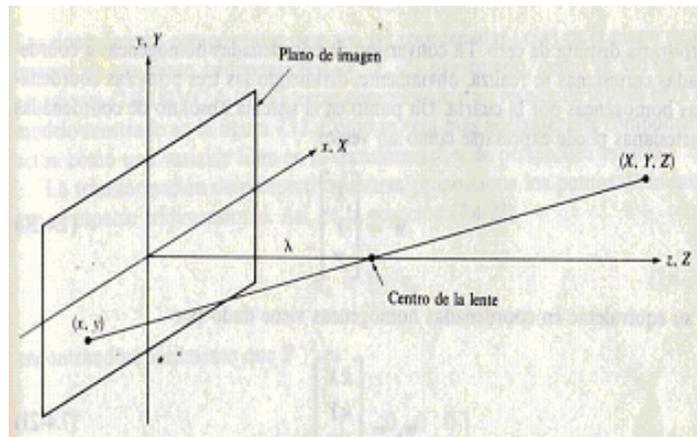


Figura 3. Modelo básico de la cámara[1]

Si, X,Y,Z son las coordenadas reales de cualquier punto en el espacio, Z debe ser mayor que λ , lo que indica que todos los puntos de interés se encuentran en frente de la cámara. Lo que se pretende encontrar es una relación que dé las coordenadas u,v (plano de la imagen) de un punto proyectado en el plano X,Y,Z. Estas relaciones se pueden encontrar haciendo uso de triángulos semejantes, de donde se obtiene:

$$\frac{u}{\lambda} = -\frac{X}{Z-\lambda} = \frac{X}{\lambda-Z} \quad (3.11)$$

$$\frac{v}{\lambda} = -\frac{Y}{Z-\lambda} = \frac{Y}{\lambda-Z} \quad (3.12)$$

Los signos negativos en (3.11) y (3.12) se deben a que en la proyección de la imagen, los puntos se encuentran invertidos, como se ve en la figura 3. Utilizando (3.11) y (3.12), se puede obtener la proyección de los puntos en el plano tridimensional, sobre el plano de la imagen:

$$u = \frac{\lambda X}{\lambda - Z} \quad (3.13)$$

$$v = \frac{\lambda Y}{\lambda - Z} \quad (3.14)$$

Las ecuaciones (3.13) y (3.14) pueden ser expresadas en forma matricial utilizando coordenadas homogéneas, en las cuales, las coordenadas de un punto X,Y,Z se pueden definir como (kX,kY,kZ), donde k es una constante arbitraria distinta de cero. La conversión de coordenadas homogéneas a coordenadas cartesianas se realiza, dividiendo las tres primeras coordenadas homogéneas por la cuarta. Entonces, si se utiliza un punto en coordenadas cartesianas

$$w = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

Su equivalente en coordenadas homogéneas sería

$$w_h = \begin{pmatrix} kX \\ kY \\ kZ \\ k \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

Si se define una matriz de transformación de perspectiva como

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\lambda} & 1 \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Si se realiza Pw_h se obtiene el siguiente producto

$$c_h = Pw_h = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\lambda} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} kX \\ kY \\ kZ \\ k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} kX \\ kY \\ kZ \\ \frac{-kZ}{\lambda} + k \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

Donde c_h representa las coordenadas homogéneas de un punto en el plano de la imagen, para obtener las coordenadas cartesianas de este, se debe dividir cada elemento entre el último término de la ecuación 3.18, por lo que se obtiene

$$c = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\lambda X}{\lambda - Z} \\ \frac{\lambda Y}{\lambda - Z} \\ \frac{\lambda Z}{\lambda - Z} \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

Los dos primeros componentes de c representan las coordenadas x, y de un punto proyectado en el plano de la imagen. La transformación de perspectiva inversa proporciona los puntos de la imagen en el espacio tridimensional, esta se obtiene de la ecuación (3.18)

$$w_h = P^{-1}c_h \quad (3.20)$$

Donde P^{-1} es:

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\lambda} & 1 \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

Si se supone un punto en una imagen con coordenadas $x_0, y_0, 0$, en donde la componente z es 0 debido a que el plano de la imagen está situado en el origen de eje z , si se expresa esta vector en forma homogénea se obtiene:

$$c_h = \begin{pmatrix} kx_0 \\ ky_0 \\ 0 \\ k \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

El hecho de que la coordenada z sea siempre 0, se debe a que la proyección de la imagen es una transformación de varios a uno. El punto de la imagen u_0, v_0 corresponde a un conjunto de puntos tridimensionales colineales; las ecuaciones de las rectas que definen a estos puntos se obtienen de (3.13) y (3.14).

$$X = \frac{u_0}{\lambda}(\lambda - Z) \quad (3.23)$$

$$Y = \frac{v_0}{\lambda}(\lambda - Z) \quad (3.24)$$

3.1.3 Modelo de la cámara

Las ecuaciones (3.18) y (3.19), las cuales representan las coordenadas de un punto proyectado en el plano de la imagen en coordenadas homogéneas y cartesianas respectivamente, constituyen un modelo básico para la creación de imágenes en una cámara. Este modelo supone que la cámara y los sistemas de coordenadas absolutos coinciden. En la figura 4 se observa una situación distinta, en donde el sistema de coordenadas X, Y, Z y el sistema de coordenadas de la cámara difieren, además de un punto de interés w .

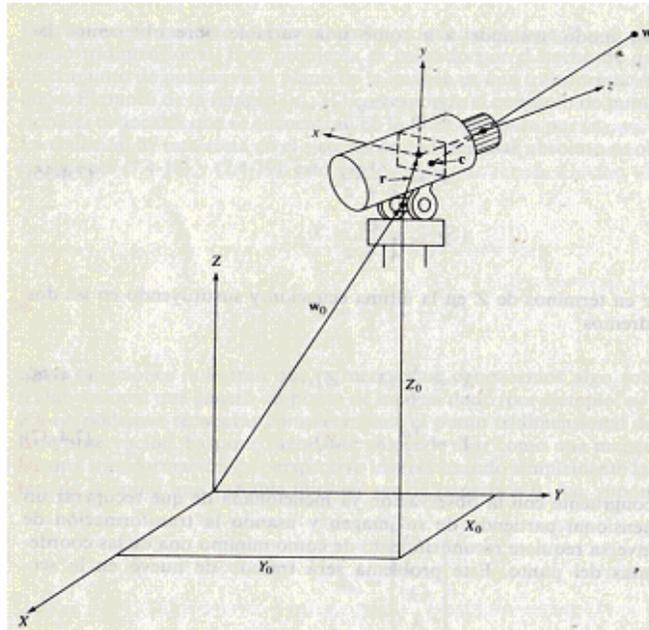


Figura 4. Modelo general de la imagen en una cámara[1]

En la figura 4 se considera que θ es un ángulo comprendido entre los ejes x y X , α es un ángulo comprendido entre z y Z . La distancia desde el origen del sistema de coordenadas absoluto hasta el soporte se notará por el vector w_0 y la distancia del centro del plano de la imagen respecto al centro del soporte se indicará por r , cuyas componentes son r_1, r_2, r_3 .

Primero, se realizará una traslación del origen de coordenadas al punto donde está situado el centro del soporte mediante la siguiente matriz de transformación

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -X_0 \\ 0 & 1 & 0 & -Y_0 \\ 0 & 0 & 1 & -Z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

Dicho de otra forma, un punto del espacio homogéneo w_h , que tiene coordenadas X_0, Y_0, Z_0 está en el origen del nuevo sistema de coordenadas después de aplicar la transformación Gw_h . En posición normal, los ejes X y x están alineados, para girar el eje x en el ángulo deseado θ , esta rotación se realiza utilizando la transformación R_θ que se muestra en la ecuación (3.8). Esta rotación se aplica a todos los puntos de Gw_h , alineado así los ejes X y x , por lo que el ángulo θ entre estos es 0° .

Ahora, para alinear los ejes z y Z , se utilizará una transformación de rotación R_α que se muestra en la ecuación 3.9 a los puntos de $R_\theta Gw_h$. Ambas matrices de rotación se pueden fundir en una sola matriz de transformación:

$$R = \begin{pmatrix} \cos \theta & \text{sen} \theta & 0 & 0 \\ -\text{sen} \theta \cos \alpha & \cos \theta \cos \alpha & \text{sen} \alpha & 0 \\ \text{sen} \theta \text{sen} \alpha & -\cos \theta \text{sen} \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

Por último, el desplazamiento del origen del plano de la imagen mediante un vector r se lleva a cabo con la matriz

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -r_1 \\ 0 & 1 & 0 & -r_2 \\ 0 & 0 & 1 & -r_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

Ahora, ya que se han hecho las transformaciones necesarias para hacer coincidir los ejes de coordenadas, se debe aplicar la matriz de transformación de perspectiva P (3.17), por lo que los puntos en el plano de la imagen se obtienen de:

$$c_h = PCRGw_h \quad (3.28)$$

3.1.4 Calibración de la cámara

La ecuación (3.28) brinda una forma de calcular la representación de un punto w en el plano de la imagen tomada por la cámara, para este cálculo se requiere conocer la distancia focal, la posición de la cámara y los ángulos con respecto a los ejes. Estos parámetros pueden ser medidos directamente, pero es más conveniente determinar los parámetros utilizando la cámara como dispositivo de medida, de esta forma, con el conocimiento de algunos puntos, se pueden obtener los parámetros de la cámara, a este procedimiento se le llama calibración.

Si se toma la ecuación (3.28), si se denomina $A = PCRG$ o matriz de proyección de la cámara. Los elementos de A incluyen a todos los parámetros de la cámara y se sabe que $c_h = Aw_h$, entonces se puede obtener que:

$$\begin{pmatrix} C_{h1} \\ C_{h2} \\ C_{h3} \\ C_{h4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

La ecuación anterior está en coordenadas homogéneas, para obtener la coordenadas cartesianas se debe dividir las matrices entre su último término

$$u = \frac{C_{h1}}{C_{h4}} \quad (3.30)$$

$$v = \frac{C_{h2}}{C_{h4}} \quad (3.31)$$

Sustituyendo estas ecuaciones, se pueden obtener de la matriz las siguientes ecuaciones.

$$\begin{aligned} uC_{h4} &= a_{11}X + a_{12}Y + a_{13}Z + a_{14} \\ vC_{h4} &= a_{21}X + a_{22}Y + a_{23}Z + a_{24} \\ C_{h4} &= a_{41}X + a_{42}Y + a_{43}Z + a_{44} \end{aligned} \quad (3.32)$$

Si se sustituye C_{h4} en las otras dos ecuaciones se obtiene dos ecuaciones con doce coeficientes desconocidos.

$$\begin{aligned} a_{11}X + a_{12}Y + a_{13}Z - a_{41}uX - a_{42}uY - a_{43}uZ - a_{44}u + a_{14} &= 0 \\ a_{21}X + a_{22}Y + a_{23}Z - a_{41}vX - a_{42}vY - a_{43}vZ - a_{44}v + a_{24} &= 0 \end{aligned} \quad (3.33)$$

Para realizar el procedimiento de calibración se deben obtener varios puntos cuyas coordenadas sean conocidas, también se deben encontrar las posiciones de esos puntos proyectados en la imagen de la cámara, para así poder resolver el sistema de ecuaciones.

Para la solución de este sistema se utilizara la regresión lineal múltiple, en donde un sistema se representa como:[2]

$$y = \beta_0 + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \dots + \beta_kx_k + \varepsilon \quad (3.34)$$

Los parámetros β son llamados coeficientes de regresión. Si se tienen $j > k$ mediciones, se pueden obtener diferentes ecuaciones, dadas por

$$y_j = \beta_0 + \beta_1x_{1j} + \beta_2x_{2j} + \dots + \beta_kx_{kj} + \varepsilon_j \quad (3.35)$$

En donde un caso simple de la regresión se da cuando

$$\beta_0^! = \beta_0 + \beta_1 \bar{x}_1 + \beta_2 \bar{x}_2 + \dots + \beta_k \bar{x}_k \quad (3.36)$$

Si se sustituye la ecuación 3.36 en 3.35 se obtiene

$$y_j = \beta_0^! + \sum_{i=1}^k \beta_i (x_{ij} - \bar{x}_i) + \varepsilon_j \quad (3.37)$$

Este modelo se puede representar en forma matricial de la siguiente manera

$$y = X\beta + \varepsilon$$

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_k \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & (x_{11} - \bar{x}_1) & (x_{21} - \bar{x}_2) & \dots & (x_{k1} - \bar{x}_k) \\ 1 & (x_{12} - \bar{x}_1) & (x_{22} - \bar{x}_2) & \dots & (x_{k1} - \bar{x}_k) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & (x_{1n} - \bar{x}_1) & (x_{2n} - \bar{x}_2) & \dots & (x_{kn} - \bar{x}_k) \end{pmatrix} \quad (3.38)$$

$$\beta = \begin{pmatrix} \beta_0^! \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_n \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

Este sistema de ecuaciones se puede resolver utilizando mínimos cuadrados.

Para encontrar las soluciones de β se utiliza la siguiente ecuación

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'y \quad (3.39)$$

3.1.5 Formación de imágenes en tres dimensiones

Un método para realizar la reconstrucción de las coordenadas X, Y, Z de un punto en el espacio se realiza obteniendo dos imágenes distintas del punto, como se puede ver en la figura 5, el objeto está representado por el punto w . La distancia entre el centro de las dos lentes se llama línea base (B), el objetivo de este procedimiento es encontrar las coordenadas XYZ del punto w , teniendo sus respectivas proyecciones en las dos imágenes, o sea, los puntos $x_1, y_1; x_2, y_2$. [1]

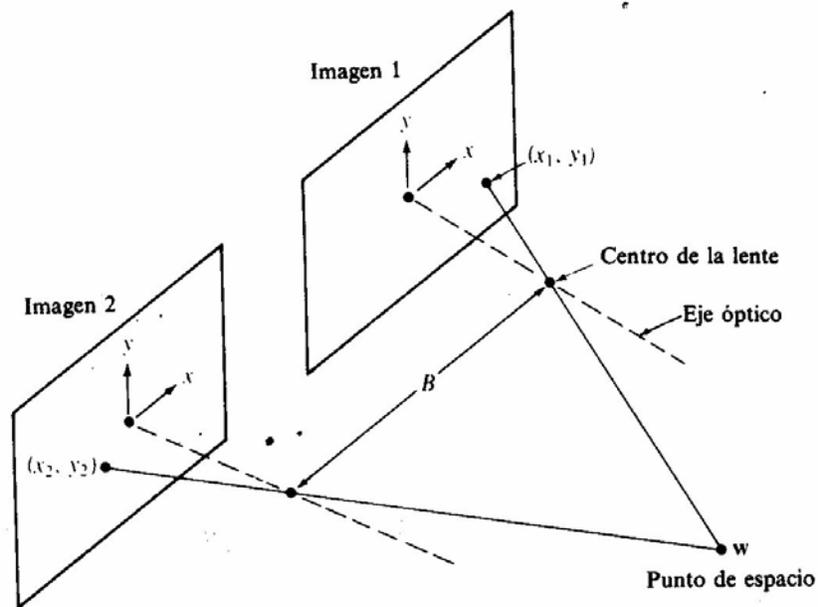


Figura 5. Formación de imágenes en tres dimensiones [1]

Se supone que las dos cámaras son idénticas y que los ejes de coordenadas de ambas están alineados, lo único que los diferencia es el punto de origen, por lo que la coordenada Z del punto w será la misma para ambas cámaras.

Si se supone que se hace coincidir el eje de coordenadas de la primera cámara con el eje absoluto, si se utiliza la ecuación (3.23), la cual describe la posición real X de un punto dados λ , Z y u se obtiene:

$$X_1 = \frac{u_1}{\lambda}(\lambda - Z) \quad (3.40)$$

Si se utiliza la misma ecuación para describir la posición X de w desde la cámara 2 se obtiene

$$X_2 = \frac{u_2}{\lambda}(\lambda - Z) \quad (3.41)$$

Debido a que los ejes de coordenadas de ambas cámaras se encuentran alineados, se puede decir que:

$$X_2 = X_1 + B \quad (3.42)$$

Si se sustituye esta ecuación en (4.41) se obtiene:

$$X_1 + B = \frac{u_2}{\lambda}(\lambda - Z) \quad (3.43)$$

Si se utiliza la ecuación anterior y la ecuación (3.40), se puede despejar Z, de donde se obtiene:

$$Z = \lambda - \frac{\lambda\beta}{u_2 - u_1} \quad (3.44)$$

Las coordenadas X,Y del punto se pueden encontrar utilizando las ecuaciones (3.23) y (3.24) respectivamente, con lo que se obtienen las tres coordenadas espaciales reales de un punto.

3.1.6 Geometría de dos cámaras

Si se utiliza el método anterior realizar la formación de imágenes en tres dimensiones, los ejes ópticos de las cámaras deben estar alineados, lo que induce al método a errores, por lo que se obtendrá una descripción matemática para el caso general cuando los ejes ópticos de las cámaras no se encuentran alineados como se puede ver en la figura 6.[3]

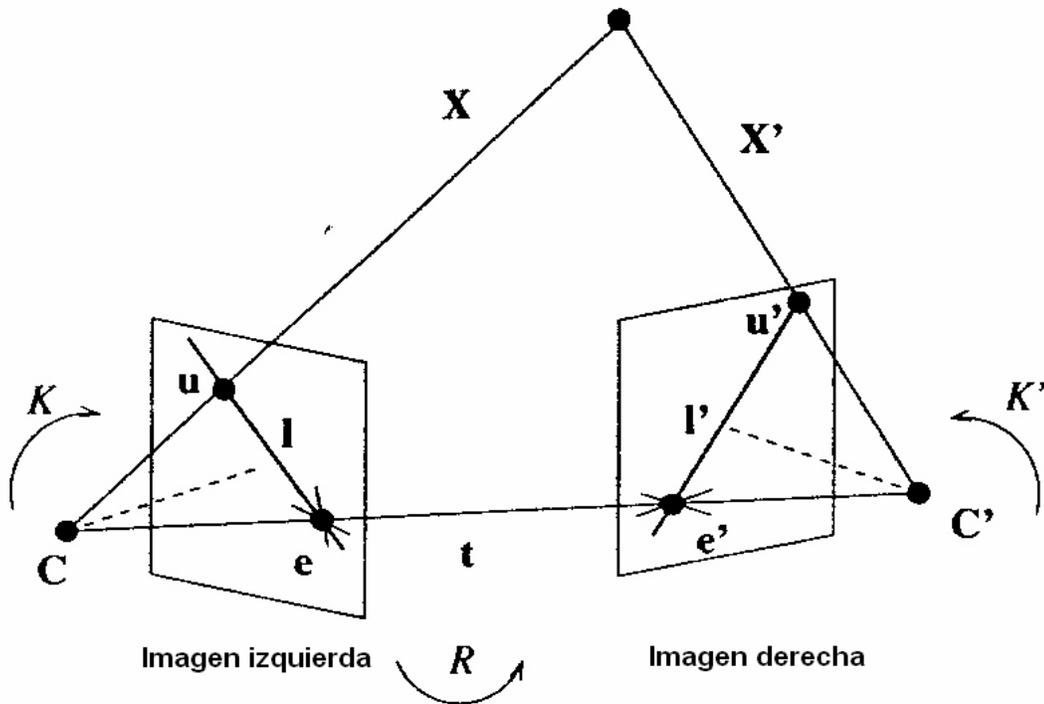


Figura 6. Imágenes con ejes ópticos no paralelos[3]

El eje de coordenadas de la cámara izquierda puede ser alineado con el eje óptico de la cámara derecha utilizando una traslación t desde el centro de la cámara izquierda C hacia el centro de la cámara derecha C' y luego se debe aplicar una transformación de rotación del eje R . Se utilizará el eje de coordenadas con el origen en C . Si K y K' son las matrices de calibración de las cámaras izquierda y derecha respectivamente, se puede utilizar la ecuación (3.28) para encontrar las proyecciones u y u' del punto en el espacio dentro de las respectivas imágenes

$$\begin{aligned} u &= KX \\ u' &= K'X' \end{aligned} \tag{3.45}$$

Si se distinguen las coordenadas de las cámaras izquierda y derecha utilizando los sufijos i y d respectivamente, se puede expresar el producto cruz vectorial para expresar la coplanaridad de los puntos X y X'

$$X_L^T (t \times X_L') = 0 \quad (3.46)$$

La ecuación (3.46) es igual a 0 debido a que los puntos X y X' son coplanares. Utilizando las matrices de transformación R, t, K y K' se pueden obtener:

$$\begin{aligned} X_L &= K^{-1}u \\ X_R &= (K')^{-1}u' \\ X_L' &= R^{-1}(K')^{-1}u' \end{aligned} \quad (3.47)$$

Si se sustituyen las expresiones de (3.47) en (3.46) se obtiene

$$(K^{-1}u)^T (t \times R^{-1}(K')^{-1}u') = 0 \quad (3.48)$$

Esta ecuación se puede expresar como una multiplicación de matrices, para esto el vector de traslación t debe ser sustituido por la matriz S(t)

$$S(t) = \begin{pmatrix} 0 & -t_z & t_y \\ t_z & 0 & -t_x \\ -t_y & t_x & 0 \end{pmatrix} \quad (3.49)$$

Por lo que la ecuación (3.48) puede ser expresada de la siguiente manera

$$(K^{-1}u)^T (S(t)R^{-1}(K')^{-1}u') = 0 \quad (3.50)$$

La cual puede ser reagrupada de la siguiente manera

$$u^T (K^{-1})^T S(t)R^{-1}(K')^{-1}u' = 0 \quad (3.51)$$

La parte media puede ser concatenada en una sola matriz F llamada la matriz fundamental de dos vistas

$$F = (K^{-1})^T S(t)R^{-1}(K')^{-1} \quad (3.52)$$

Sustituyendo esta expresión en (3.51) se obtiene una relación entre las dos imágenes de las cámaras. La matriz F contiene toda la información de la correspondencia de dos imágenes vistas desde diferentes posiciones.

$$u^T F u' = 0 \quad (3.53)$$

Si se conocen las matrices de calibración K y K' , los puntos en ambas imágenes pueden ser normalizados, de donde se obtiene

$$\begin{aligned}\tilde{u} &= K^{-1}u \\ \tilde{u}^{-1} &= (K')^{-1}u'\end{aligned}\tag{3.54}$$

Si (3.54) se sustituye en (3.51), se obtiene

$$\tilde{u}^T S(t) R^{-1} \tilde{u}' = 0\tag{3.55}$$

De manera similar, si se concatena la parte media en una matriz E llamada la matriz esencial se obtiene

$$\begin{aligned}\tilde{u}^T E \tilde{u}' &= 0 \\ E &= S(t) R^{-1}\end{aligned}\tag{3.56}$$

La matriz E contiene toda la información sobre la posición relativa de las cámaras calibradas, debido a esto, utilizando E se pueden encontrar las matrices de rotación R y la de traslación $S(t)$. Si se utiliza el algoritmo SVD se obtiene una factorización de la siguiente forma

$$E = UDV^T\tag{3.57}$$

Y si se definen las matrices G y Z de la forma

$$\begin{aligned}G &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ Z &= \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\end{aligned}\tag{3.58}$$

La matriz de rotación R puede ser calculada como:

$$\begin{aligned}R &= UGV^T \\ R &= UG^T V^T\end{aligned}\tag{3.59}$$

Y los componentes del vector de traslación pueden ser derivados de la matriz $S(t)$, la cual puede ser calculada como

$$S(t) = VZV^T\tag{3.60}$$

3.1.7 Estimación de la matriz F

Si existen 8 puntos correspondientes en ambas imágenes, un método lineal llamado algoritmo de ocho puntos puede ser utilizado. Si se utiliza la ecuación (3.53), se puede obtener

$$u_i^T F u'_i = 0 \quad (3.61)$$

si se utiliza un vector en coordenadas homogéneas para representar el punto en la imagen, la matriz F tiene 8 incógnitas, por lo que 8 puntos correspondientes generarán 8 ecuaciones matriciales

$$(u \ v \ 1) F \begin{pmatrix} u'_i \\ v'_i \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \quad (3.62)$$

Los coeficientes de esta ecuación pueden ser expresados en términos de las coordenadas u y u', utilizando los puntos correspondientes (u,v,1) y (u',v',1) se obtiene

$$u' u f_{11} + u' v f_{12} + u' f_{13} + v' u f_{21} + v' v f_{22} + v' f_{23} + u f_{31} + v f_{32} + f_{33} = 0 \quad (3.63)$$

Si se ordena la ecuación 3.63, se puede escribir un sistema de ecuaciones lineales de la forma

$$\begin{pmatrix} u_1 u'_1 & u'_1 v_1 & u'_1 & v'_1 u_1 & v_1 v'_1 & v'_1 & u_1 & v_1 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ u_i u'_i & u'_i v_i & u'_i & v'_i u_i & v_i v'_i & v'_i & u_i & v_i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_{11} \\ f_{12} \\ \vdots \\ f_{33} \end{pmatrix} = 0 \quad (3.64)$$

$$A f = 0$$

Para solucionar el sistema de ecuaciones, se puede utilizar mínimos cuadrados, por lo que la solución de f es el vector singular correspondiente a los valores singulares mínimos de la matriz A, lo cual se obtiene en la última columna de la matriz V que se obtiene de SVD $A = U D V^T$.

3.1.8 Obtención de las matrices de proyección de dos cámaras a partir de la matriz E

La matriz E puede ser calculada utilizando el mismo método para encontrar la matriz F utilizando coordenadas normalizadas. Una vez que se ha encontrado la matriz E, las matrices de proyección de las cámaras pueden ser extraídas.[4]

Se asumirá que la matriz de proyección de la primera cámara es

$$P_1 = (I | 0)$$
$$P_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.65)$$

Para calcular la segunda matriz de proyección es necesario factorizar E en el producto SR de una matriz simétrica y una matriz de rotación. Si se utiliza la descomposición SVD de E, los factores S y R de E son

$$S = UZU^T$$
$$R = UWV^T \text{ o } UW^TV^T \quad (3.66)$$

Donde

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.67)$$

$$W = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La matriz de proyección de la segunda cámara esta compuesta por una matriz de rotación y un vector de traslación; las posibles matrices de rotación están expresadas en la ecuación (3.66). El vector de traslación se obtiene de la descomposición SVD de E, el cual está expresado en la última columna de la matriz U obtenida, en este caso se denominará como u_3 . De estos resultados se pueden obtener cuatro posibles matrices de proyección, esto es, utilizando las dos matrices de rotación y debido a que el signo de E y consecuentemente el signo de t no pueden ser determinados, existen también dos posibles vectores de traslación, como se muestra en la siguiente ecuación

$$P_2 = [UWV^T | u_3] \text{ o } [UWV^T | -u_3] \text{ o } [UW^T V^T | u_3] \text{ o } [UW^T V^T | -u_3] \quad (3.68)$$

La diferencia entre la primera y la segunda solución es la dirección del vector de traslación, y la tercera y cuarta solución representan una rotación de 180° de los centros de las cámaras [4]

3.1.9 Algoritmo de estimación de las coordenadas de un punto en el espacio

1. Encontrar 8 o más puntos correspondientes en las dos imágenes
2. Encontrar las soluciones de F utilizando las ecuaciones lineales
3. Encontrar las matrices de proyección a partir de la matriz E
4. Utilizar las matrices de proyección y un punto correspondiente en las imágenes de las dos cámaras para resolver el sistema de ecuaciones utilizando mínimos cuadrados y encontrar las coordenadas del punto en el espacio.

Capítulo 4: Procedimiento Metodológico

4.1 Análisis de información obtenida

La obtención de la información se realizó utilizando referencias bibliográficas, así como artículos en Internet publicados por universidades, en las cuales se realizaron estudios semejantes al desarrollado en este proyecto, la información se analizó utilizando como criterios los requerimientos del experimento que se desarrolló para la calibración de las cámaras, la obtención de la matriz fundamental y la reconstrucción 3D, entre estos requerimientos se encontraron la complejidad de los algoritmos para realizar los cálculos, la optimización de los mismos y la confirmación teórica de los conceptos y aplicaciones.

4.2 Síntesis de la solución final

Para la obtención de la solución final, se realizaron distintas pruebas de laboratorio para evaluar el desempeño de las soluciones iniciales, conforme a los resultados obtenidos, el proyecto se enfocó en distintas áreas y cálculos que se debían realizar para obtener la optimización del sistema.

Capítulo 5. Descripción detallada de los programas del sistema

5.1. Pantalla principal

Se creó un módulo llamado principal.m, el cual tiene la función de mostrar al usuario las diferentes partes del programa, el objetivo de este es facilitar el acceso a los diferentes módulos que conforman el sistema, dependiendo de las etapas que se deseen ejecutar, también tiene la opción de guardar los datos necesarios para el funcionamiento del mismo. En la figura 7 se muestra la interfaz del programa y en la figura 8 se presenta el esquema de funcionamiento del programa



Figura 7. Pantalla principal del programa

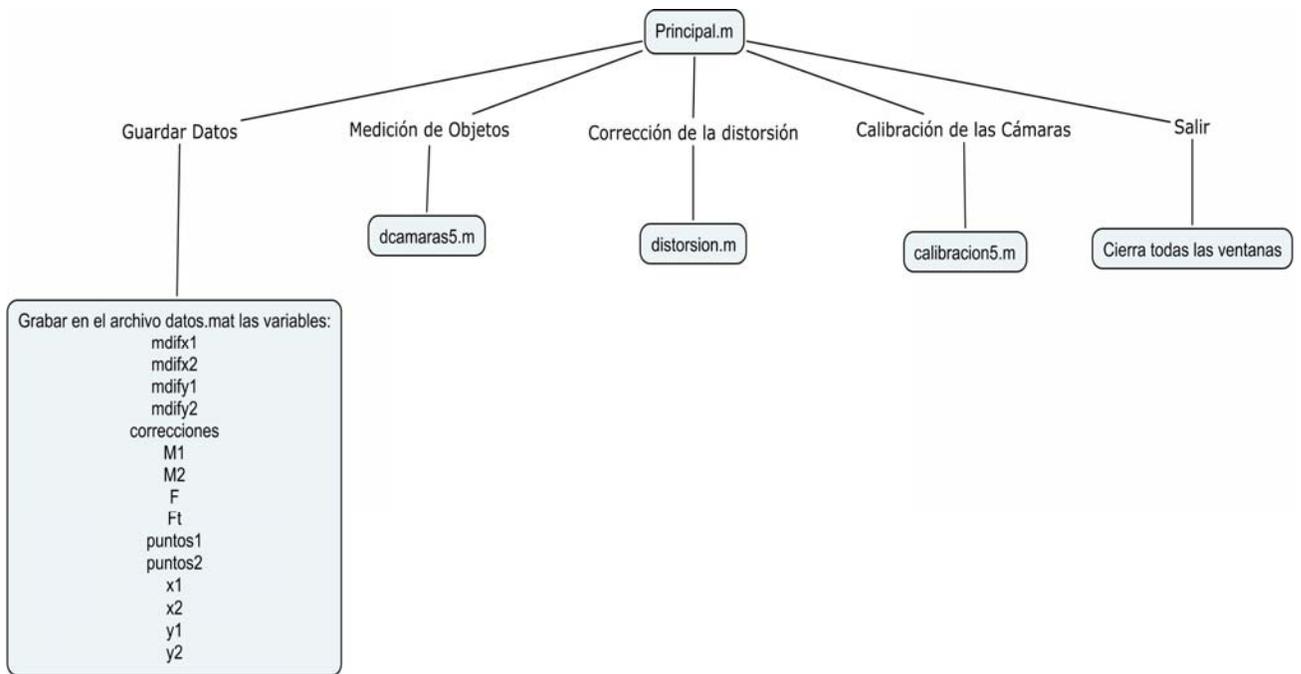


Figura 8. Esquema del funcionamiento del módulo principal.m

5.2 Corrección de la distorsión

Para realizar la corrección de la distorsión y asegurar la linealidad de los puntos tomados en una imagen, se creó una plantilla con líneas paralelas separadas por 5 cm cada una, esta plantilla se toma como un patrón de linealidad, sobre la cual se obtendrá una imagen para alinearla con respecto a estos puntos como se ve en la figura 9

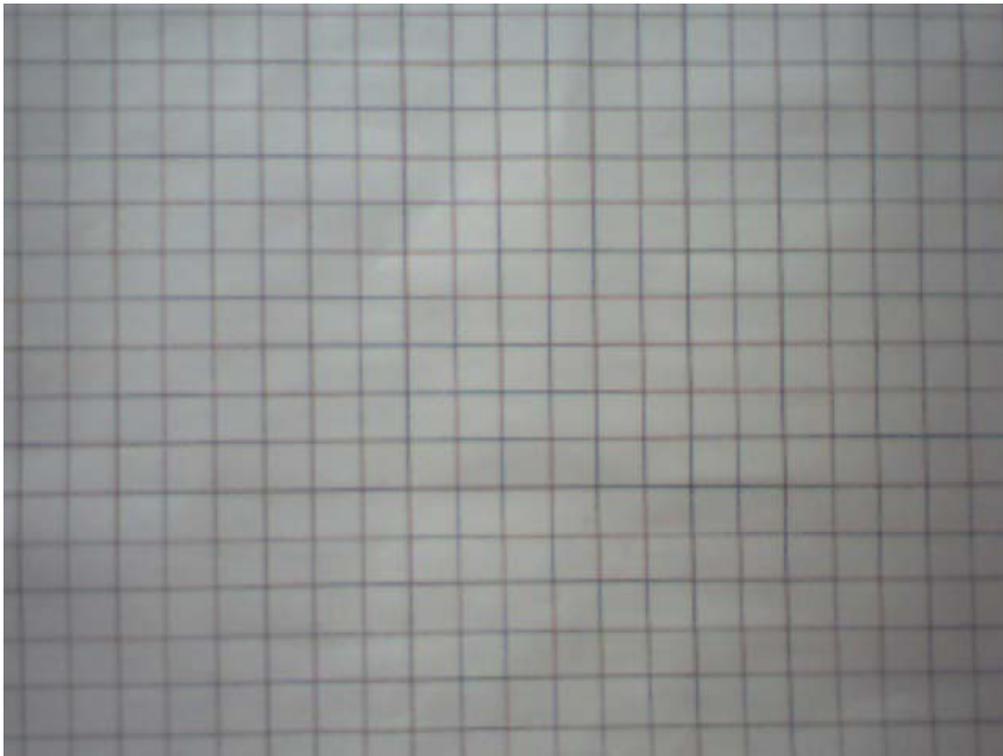


Figura 9. Imagen de la cuadrícula utilizada

A la imagen tomada se le realiza un preprocesamiento, en el cual la imagen se pasa del formato RGB a una imagen en escalas de grises, luego se divide en varias imágenes, a las cuales, se les encuentra el valor de gris central (“graythresh”), a partir de este valor, todos los píxeles que tengan un nivel de gris menor que el “graythresh”, se convierten en negro (un 0) y los valores mayores se convierten en blanco (un 1), esto se denomina una conversión a una imagen en escala de grises a una en blanco y negro.

Debido a que en la imagen predomina el blanco, la imagen se invierte para obtener un fondo negro, en la cual las líneas de la cuadrícula son blancas para facilitar el análisis y el procesamiento de la misma. Se desarrolló un programa llamado `lineas.m` para extraer las líneas verticales y horizontales de la imagen de la cuadrícula, este afina las líneas obtenidas, elimina parte del ruido que se obtiene en el preprocesamiento y cierra parte de los espacios entre partes de la línea, como se ve en la figura 10

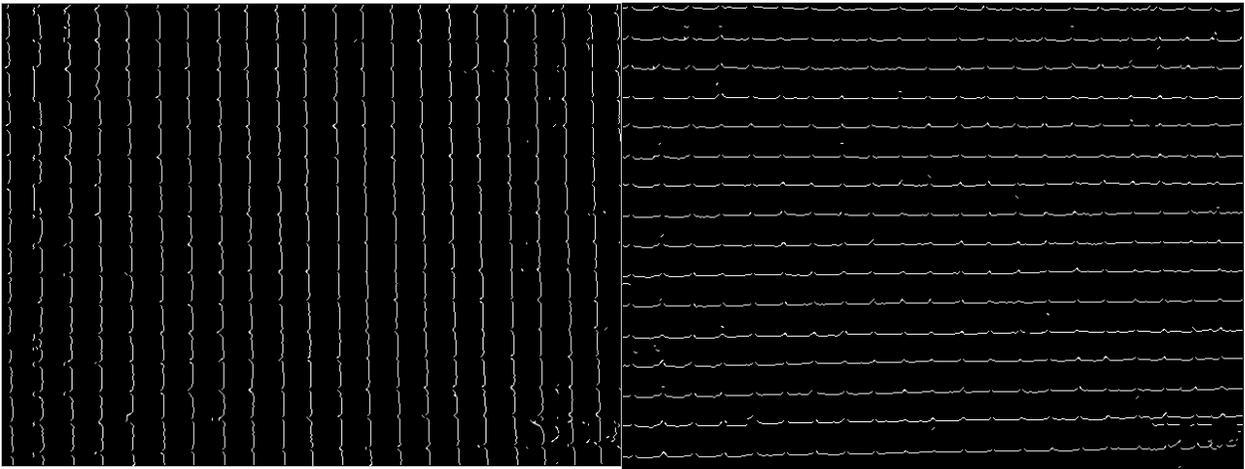


Figura 10. Imágenes de las líneas verticales y horizontales obtenidas

Utilizando las imágenes anteriores se obtendrán 4 parámetros, el offset x, el offset y, el delta x y el delta y. Estos parámetros se muestran en la figura 11

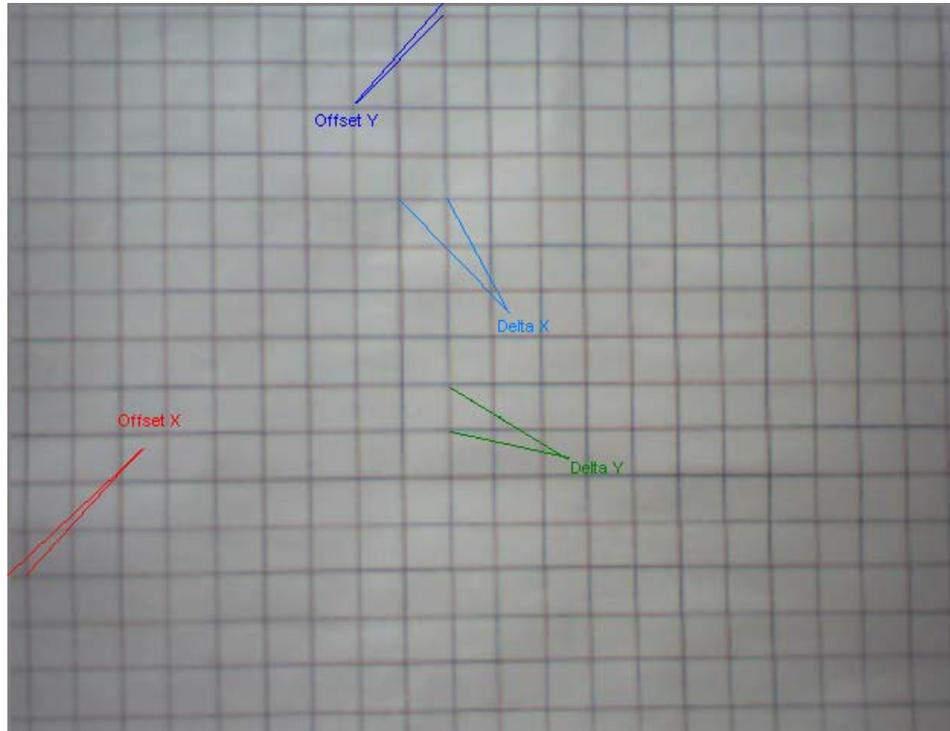


Figura 11. Visualización de los parámetros a medir

El offset y es la distancia en píxeles desde el borde superior de la imagen a la primera línea horizontal, el offset x es la distancia en píxeles desde el borde izquierdo de la imagen hasta la primera línea vertical; el delta x y el delta y son las distancias entre líneas verticales y horizontales respectivamente.

Para medir el offset x se utilizó un ciclo que encuentra el primer valor de blanco partiendo desde el inicio de la imagen, este dato se almacena en una lista, luego se pasa a la siguiente fila hasta encontrar todos los primeros puntos de la imagen, estos datos se introducen en el programa llamado promda.m para encontrar el promedio de los datos eliminando los que se encuentren fuera de un rango especificado (puntos atípicos); de manera semejante se midió el offset Y y los delta Y y X, con la diferencia en los dos últimos de que la medición se realiza entre líneas.

Un requerimiento que se debe cumplir es que la imagen de la cuadrícula debe tener un espacio entre líneas de al menos 9 píxeles, debido a que el programa utiliza ventanas de 8 píxeles como un espacio para reconocer una línea, ya sea vertical u horizontal.

Se procedió a medir las diferencias entre las líneas de la imagen rectificadas y la imagen tomada, de manera que se obtendrán dos valores, uno para la coordenada X y otro para Y para cada punto de las líneas, de manera que se obtuvieron dos matrices, en este caso de 480 X 640, en las cuales se colocan para cada punto de la imagen rectificadas, el corrimiento en X en una matriz y el corrimiento en Y en la otra matriz, estas se denominan matrices de diferencias; estas matrices contienen las diferencias de posiciones entre un punto real en la imagen y el punto rectificado correspondiente para cada línea.

Debido a la forma de las líneas de la figura 10, se utilizó un filtro de media móvil de 5 muestras para disminuir los cambios bruscos en los datos, lo cual produce que en la imagen rectificadas se de un efecto de gradas al reconstruirla; a pesar de la utilización de este filtro, el ruido en las imágenes provocó que los cambios fueran lo suficientemente grandes para provocar deformaciones en la reconstrucción, como se puede ver en la figura 12:

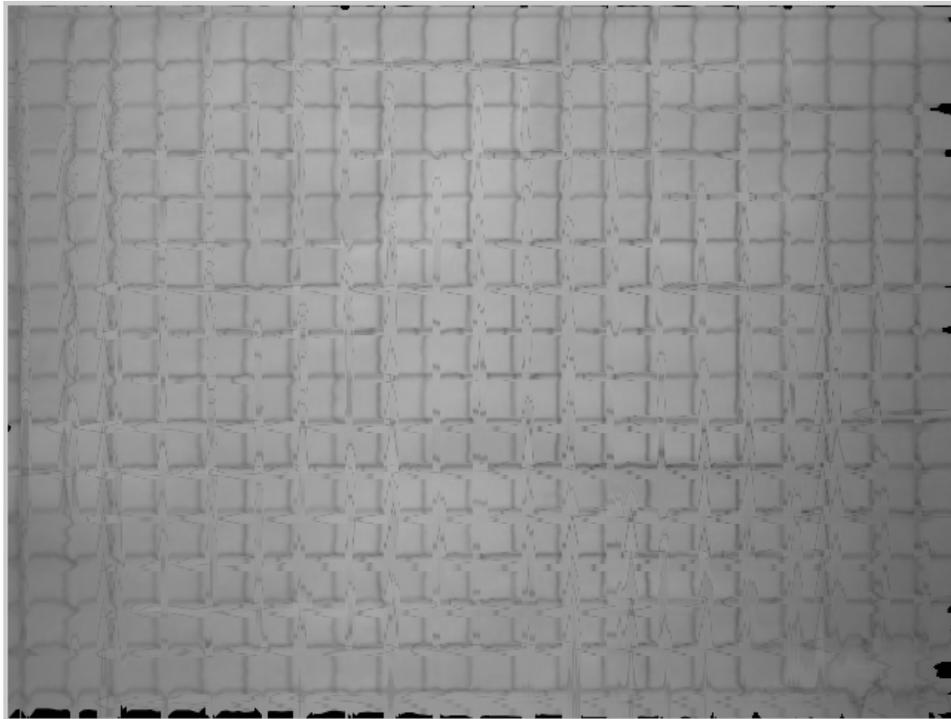


Figura 12. Primera imagen reinstruida

Para resolver este problema se utilizó un filtro de mediana de 160 muestras, este filtro toma los datos, los ordena y coloca en la posición sobre el cual se aplica, el valor de la mediana obtenido, con lo cual se logra que las líneas tengan cambios suaves, eliminando el efecto de gradas anteriormente visto, este filtro fue implementado en el programa fmediana.m.

Debido a que sólo se midieron las diferencias a lo largo de las líneas de la cuadrícula, sólo se tienen los valores de los corrimientos para estas y no se tiene información de los puntos circundantes, en otras palabras, los espacios entre líneas, por lo que se utilizó un interpolador lineal para obtener los corrimientos de los espacios vacíos, a partir de los datos obtenidos de las líneas, para este caso, se utilizó una aproximación cúbica para obtener dichos datos y así completar los valores de corrimientos para todos los puntos en la imagen.

Como consecuencia de que los valores de corrimientos no son discretos, para representar un píxel en la imagen rectificada se utilizó un interpolador bilineal, el cual toma los cuatro valores de gris de los píxeles vecinos (en la imagen real), al píxel que se desea representar y encuentra mediante una interpolación el valor de gris que los representa en la imagen rectificada. Como resultado de este procesamiento se obtiene la imagen de la figura 13

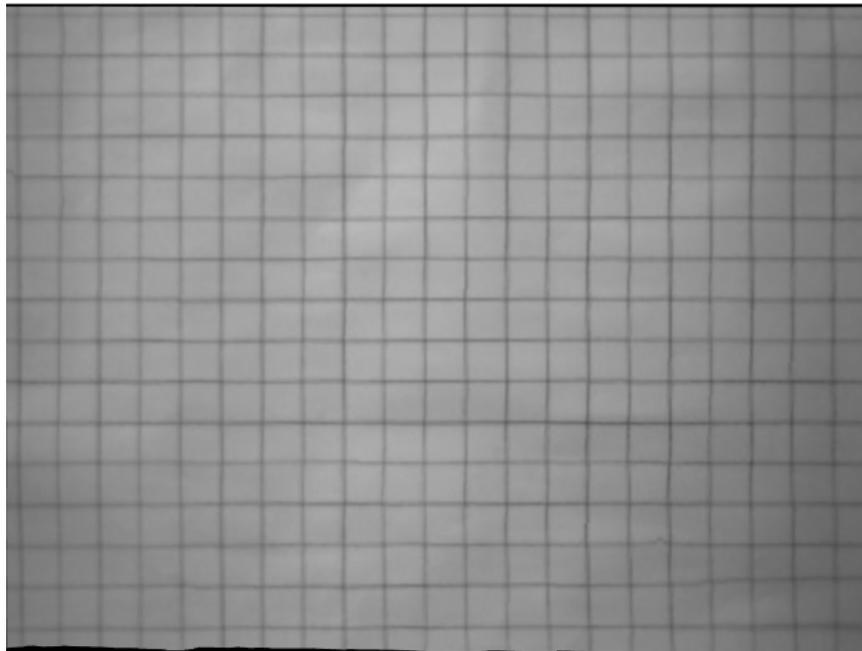


Figura 13. Imagen reconstruida utilizando el filtro de mediana

5.2.1 Módulo *distorsion.m*

Este módulo controla la interfaz con el usuario para realizar la corrección de la distorsión, tiene la capacidad de poder seleccionar la cámara a la cual se le va a aplicar la corrección de la distorsión, así como las opciones de mostrar las líneas obtenidas de la cuadrícula y el histograma de los parámetros medidos.

Una vez obtenida la imagen de la cuadrícula, el programa la divide y obtiene el nivel del umbral de gris de cada segmento, entonces, convierte a 0 todos los píxeles cuyo valor de gris sea menor al umbral y en 1 los mayores a este nivel, con el fin de obtener una imagen en blanco y negro de las líneas de la cuadrícula; el usuario está en capacidad de seleccionar el número de segmentaciones sobre la imagen, esto con el fin de mejorar el rendimiento del proceso ante diferentes condiciones de luz y distancia hacia la cuadrícula.

En la figura 14, se presenta la interfaz desarrollada y en la figura 15 se muestra el esquema del funcionamiento.

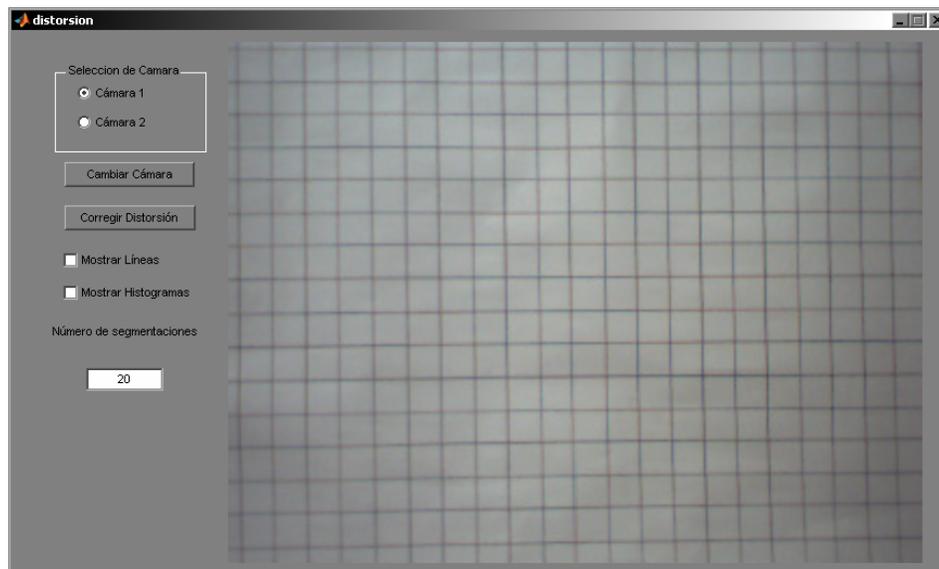


Figura 14. Pantalla principal para realizar la corrección de la distorsión

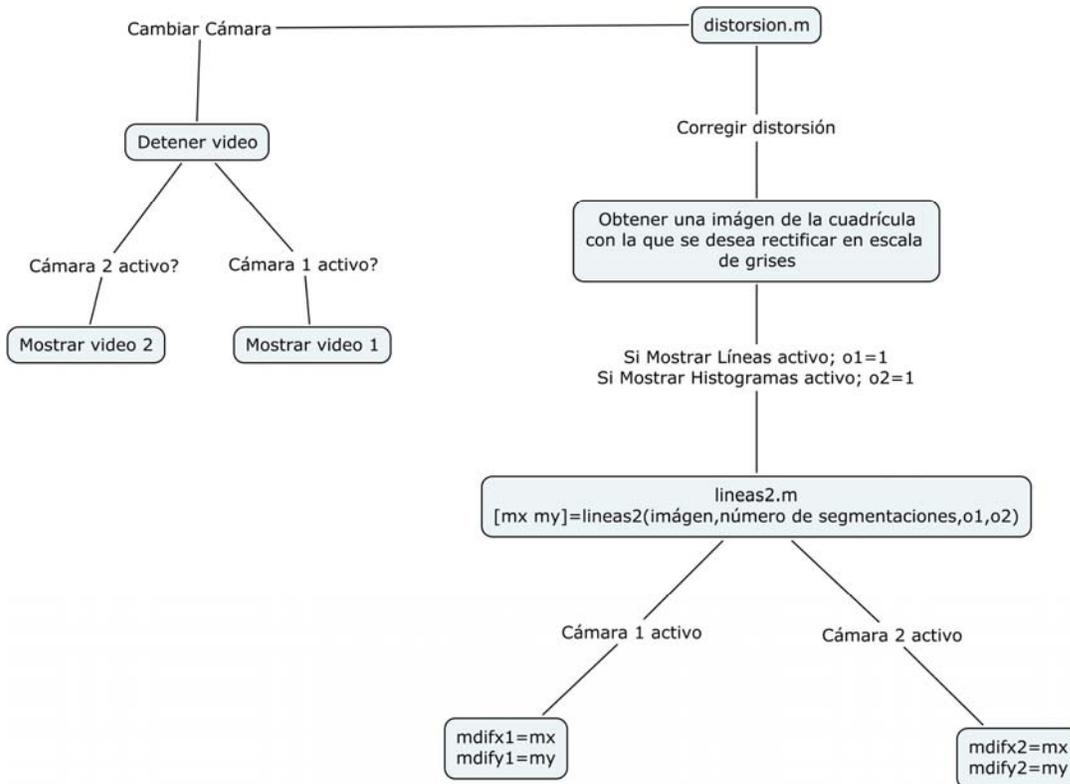


Figura 15. Esquema del funcionamiento del módulo distorsion.m

5.2.2 Módulo lineas2.m

Este módulo calcula las matrices de rectificación de las coordenadas u y v de una imagen a partir de la imagen de una cuadrícula en escala de grises, la imagen de la cuadrícula debe ser lo más ortogonal posible al plano de la imagen, esto es, para obtener una representación plana de la cuadrícula sin los efectos de distorsión en las líneas que provocaría si se tomara desde otra perspectiva. Este componente calcula 4 parámetros, el ofx , el ofy , el $deltax$ y el $deltay$, como se puede ver en la figura 16, 17 y 18.

A partir de estos cuatro parámetros, se construye una imagen virtual ideal, en donde cada línea en la imagen de la cuadrícula mantiene una distancia uniforme con respecto a las demás líneas, además, cada línea es perfectamente recta en la

imagen, por lo que se puede decir que es una imagen sin distorsión, la cual puede ser utilizada como patrón para rectificar la imagen real.

Una vez que se conocen las posiciones de las líneas en la imagen ideal, se miden los corrimientos con respecto a las líneas de la imagen real y se colocan en dos matrices, unos para las diferencias en la posición x y otra para las diferencias entre las posiciones y, estos datos son filtrados utilizando filtros de media móvil y de mediana, para eliminar los efectos de los puntos atípicos y los cambios bruscos en las posiciones.

Al obtener las diferencias para cada línea, las matrices se interpolan para calcular las diferencias para los puntos entre las líneas (los que no fueron medidos), de esta manera, se obtienen 2 matrices, una que representa los corrimientos en la coordenada X y otra para la coordenada Y de cada píxel; utilizando estas matrices, se pueden rectificar las imágenes y eliminar la distorsión de la cámara.

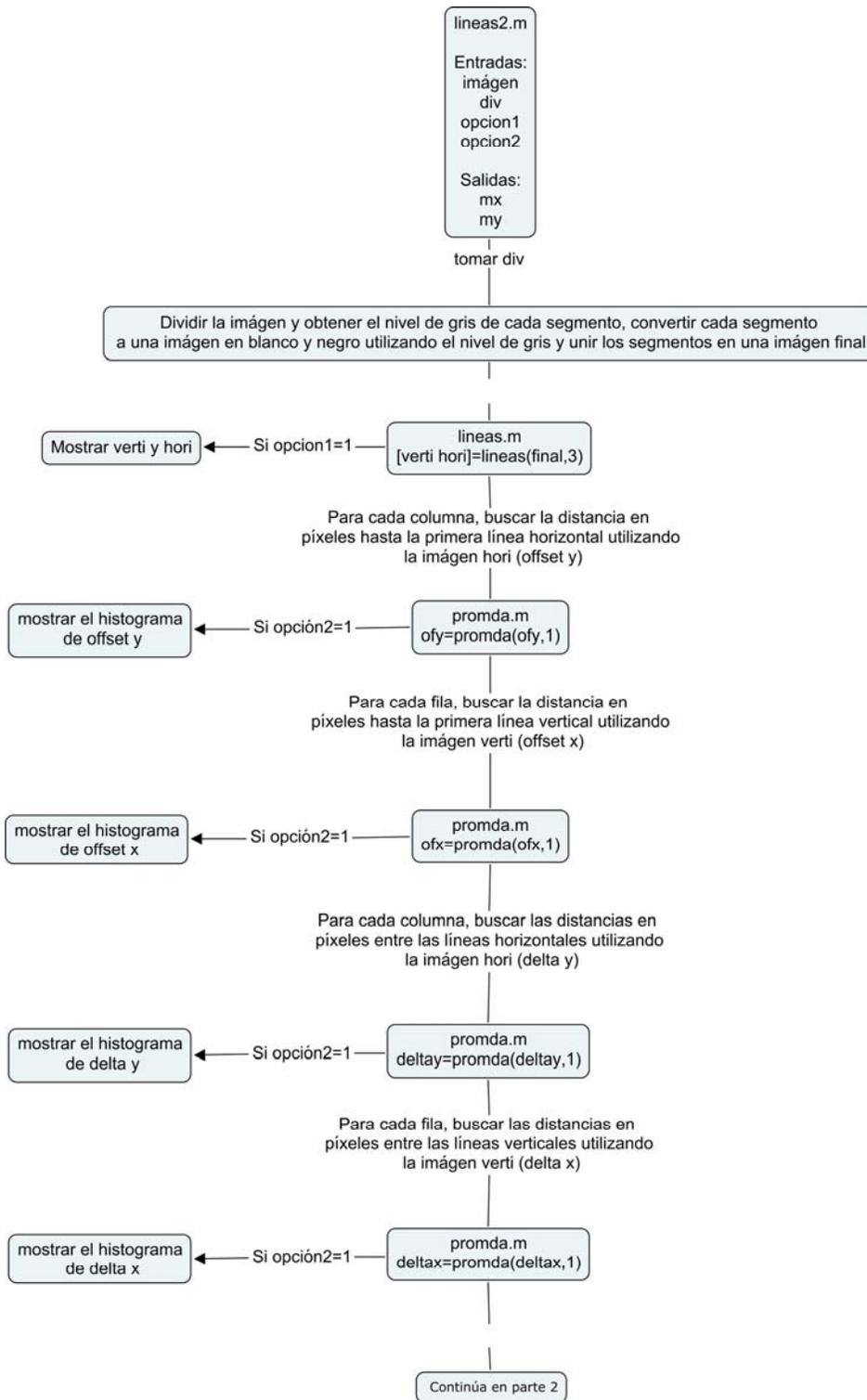


Figura 16. Esquema de funcionamiento del módulo lineas2.m parte 1

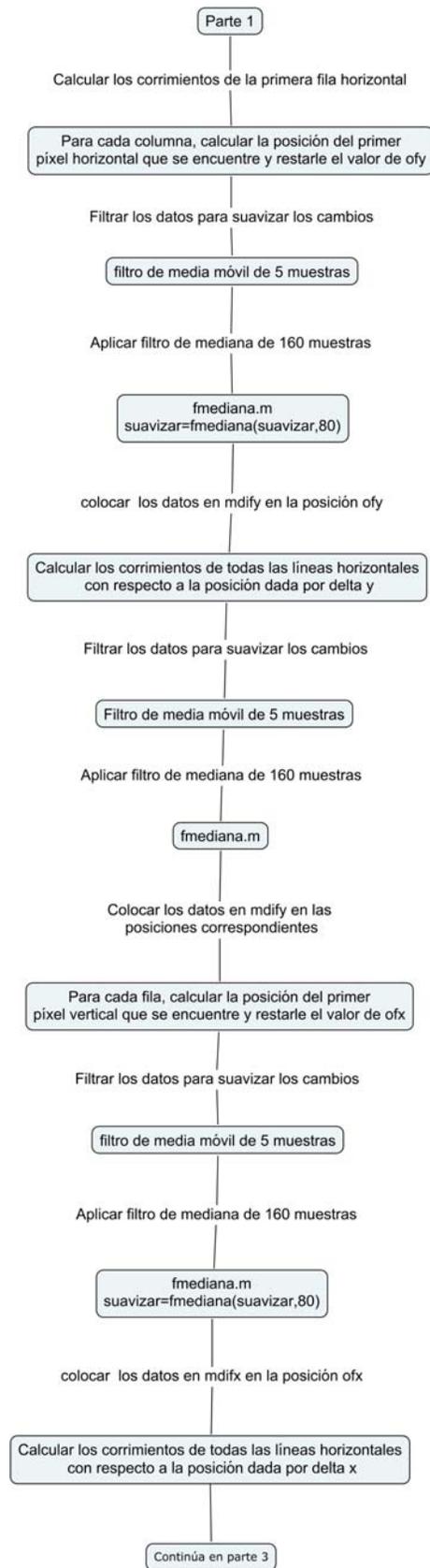


Figura 17. Esquema de funcionamiento del módulo lineas2.m parte 2

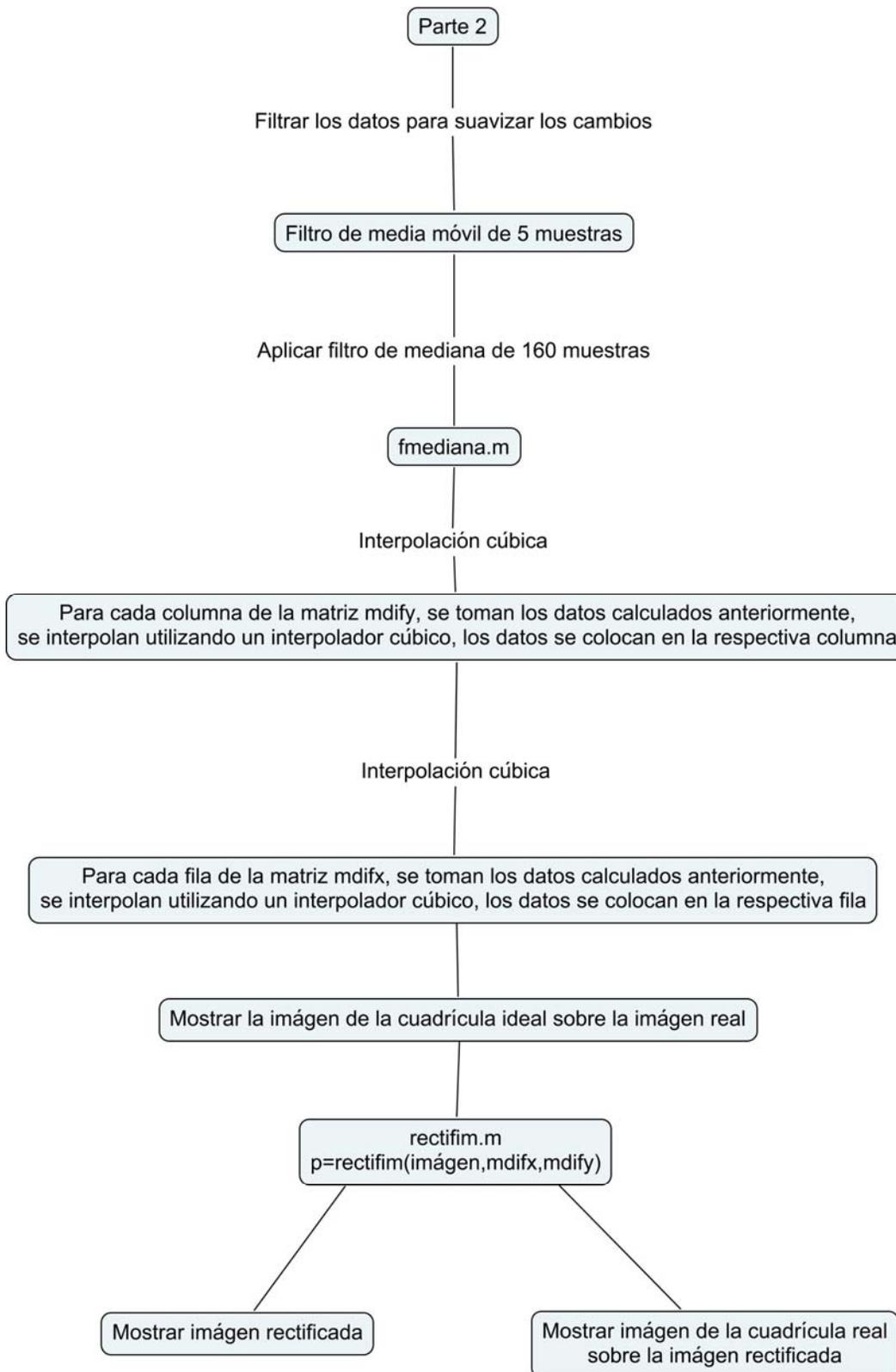


Figura 18. Esquema de funcionamiento del módulo `lineas2.m` parte 3

5.2.3 Módulo *lineas.m*

Este módulo recibe una imagen en blanco y negro de una cuadrícula y separa en dos imágenes las líneas verticales y las horizontales, el funcionamiento se muestra en la figuras 19 y 20.

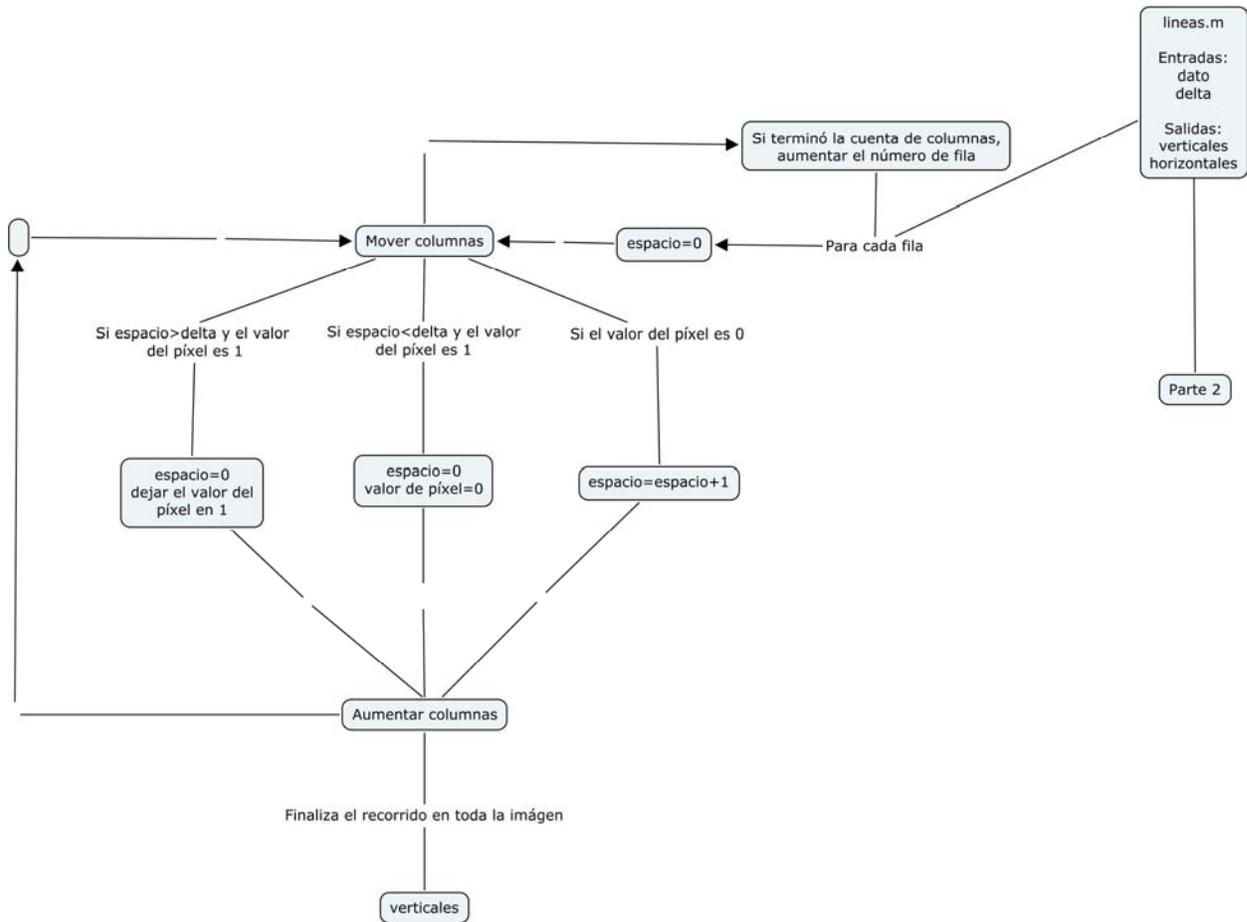


Figura 19. Esquema del funcionamiento del módulo *lineas.m* parte 1

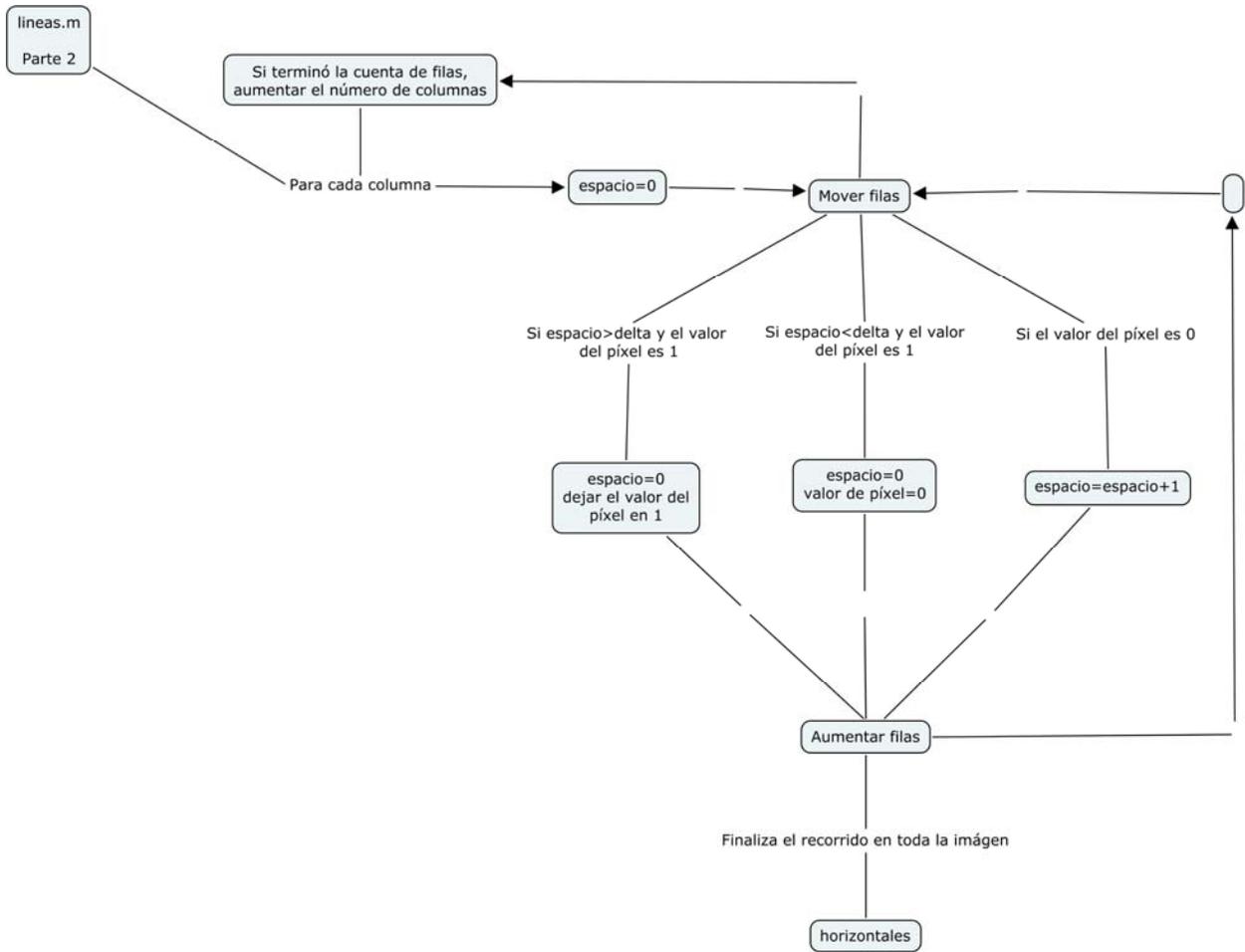


Figura 20. Esquema del funcionamiento del módulo lineas.m parte 2

5.2.4 Módulo *fmediana.m*

Este módulo fue desarrollado para que dados unos datos x , se les realice un filtro de mediana de n muestras, el funcionamiento se muestra en la figura 21.

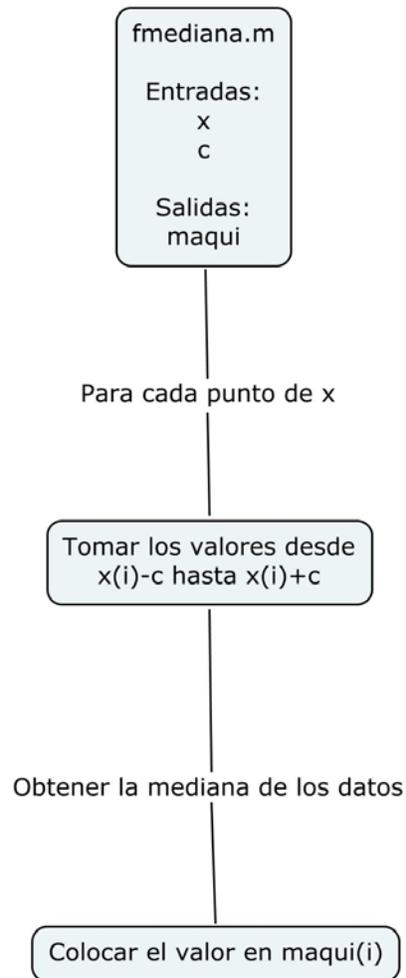


Figura 21. Esquema de funcionamiento del módulo *fmediana.m*

5.2.5 Módulo *promda.m*

Este módulo fue desarrollado para obtener el promedio de los datos eliminando los puntos atípicos que se salgan de n veces la desviación estándar de los mismos, el esquema del funcionamiento se puede ver en la figura 22

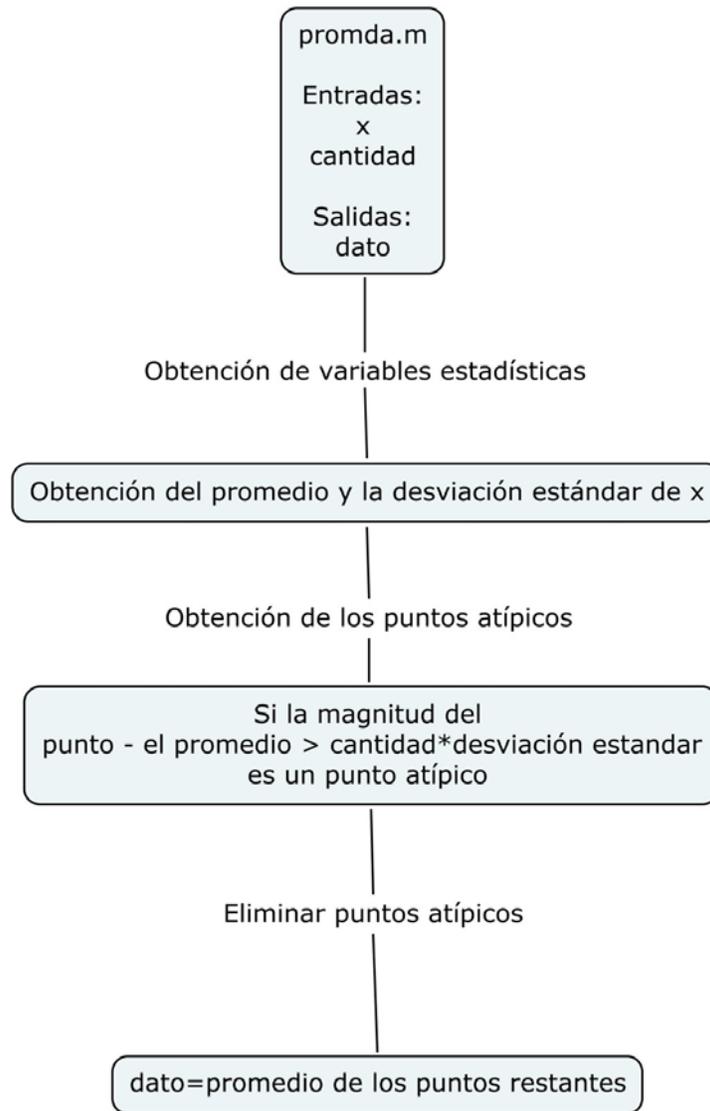


Figura 22. Esquema de funcionamiento del módulo *promda.m*

5.3 Calibración de las cámaras

Para realizar la calibración de las cámaras se construyó una plantilla como muestra en la figura 23, como se puede ver, existen dos cuadrículas, una que representa el piso o coordenada $Y=0$, en la que cada cuadro es de 5×5 cm utilizada como guía para las coordenadas Z utilizadas; y otra de fondo en la cual cada cuadro es de 3×3 cm utilizada como guía para las coordenadas X y Y .



Figura 23. Plantilla de calibración utilizada

Se colocaron las cámaras en una posición arbitraria en la primera línea de la cuadrícula del piso, o sea, en $z=0$, y la cuadrícula de fondo se colocó en la línea $Z=75\text{cm}$, tomando como $X=0$ la primera línea izquierda de la plataforma, de esta forma, utilizando el programa `calibracion5.m` se obtiene una imagen de la cuadrícula de fondo en la cual se muestran todas las esquinas obtenidas utilizando el programa `harris.m` [6]

Luego se seleccionó la zona de interés para tomar los puntos, dentro de esta zona, los puntos deben estar espaciados uniformemente en filas, esto para eliminar la posibilidad de tomar datos erróneos que afecten el proceso de calibración, como se ve en la figura 24

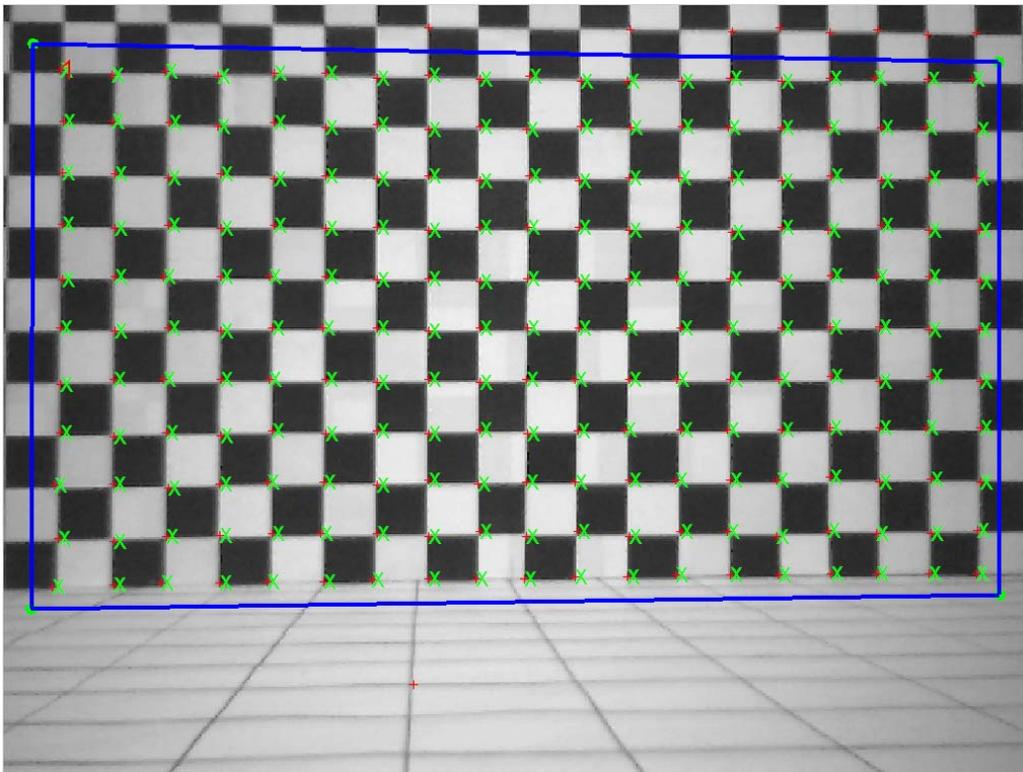


Figura 24. Ejemplo de los puntos de interés seleccionados

Una vez seleccionados los puntos, se da la coordenada del punto indicado con 1, como se ve en la figura 24, para que el programa genere las tablas de coordenadas X,Y,Z de cada píxel seleccionado y los asocie con las respectivas coordenadas U y V de la imagen, luego se procede de igual forma para obtener los puntos para la segunda cámara.

Una vez completado el procedimiento, se movió la cuadrícula de fondo a la posición Z=70cm y se repitió el procedimiento para ambas cámaras y así hasta que se alcanzó la posición Z=35cm.

5.3.1 Módulo calibración5.m

Este módulo es una interfaz con el usuario para realizar la calibración de las cámaras (ver figura 25).

Dentro de las funciones que realiza, se encuentran, obtener la imagen de una cuadrícula de calibración, así como las esquinas utilizando el módulo harris.m [6]; también realiza la función de agregar datos en varios arreglos para realizar la calibración.

Ejecuta algunos de los cálculos para obtener las matrices Elemental y Fundamental a partir del módulo fundmatrix.m [6], a partir de estos cálculos, obtiene las matrices de proyección 1 y 2 y muestra los datos obtenidos, el esquema del funcionamiento se muestra en las figuras 26, 27 y 28.

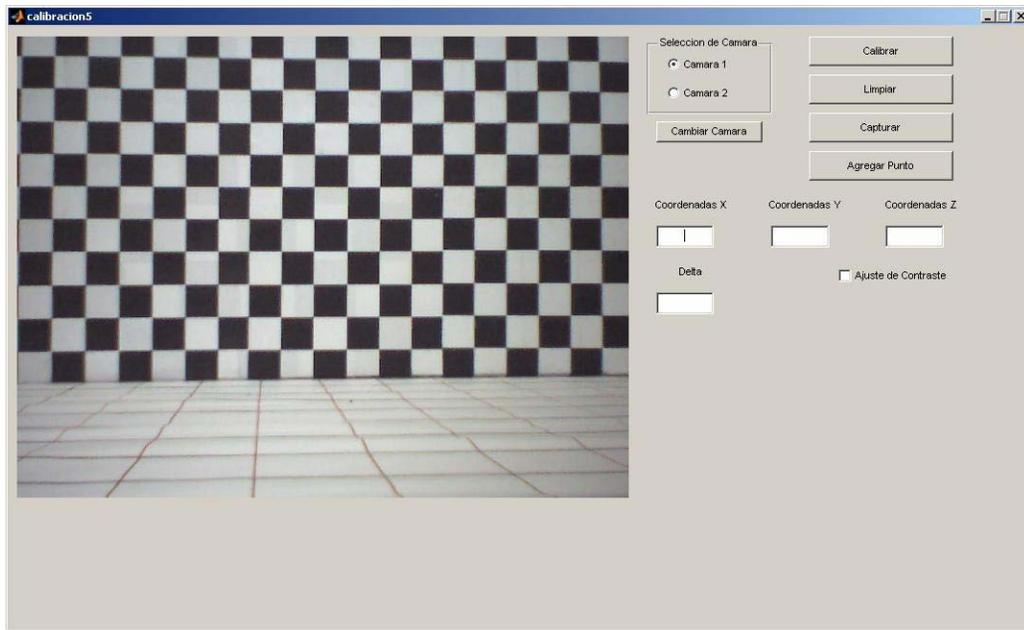


Figura 25. Módulo calibracion5.m

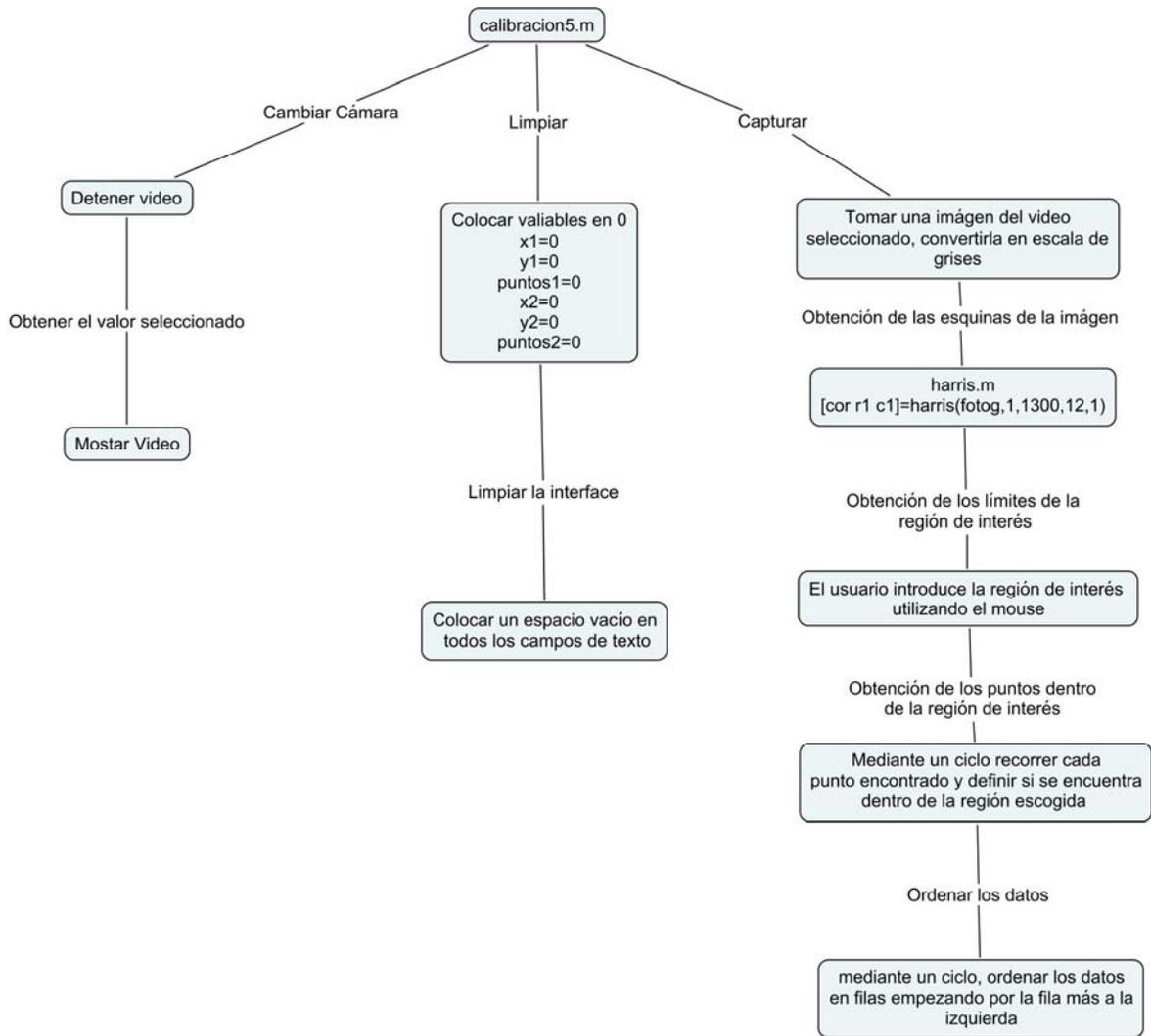


Figura 26. Esquema de funcionamiento del módulo calibración5.m parte 1

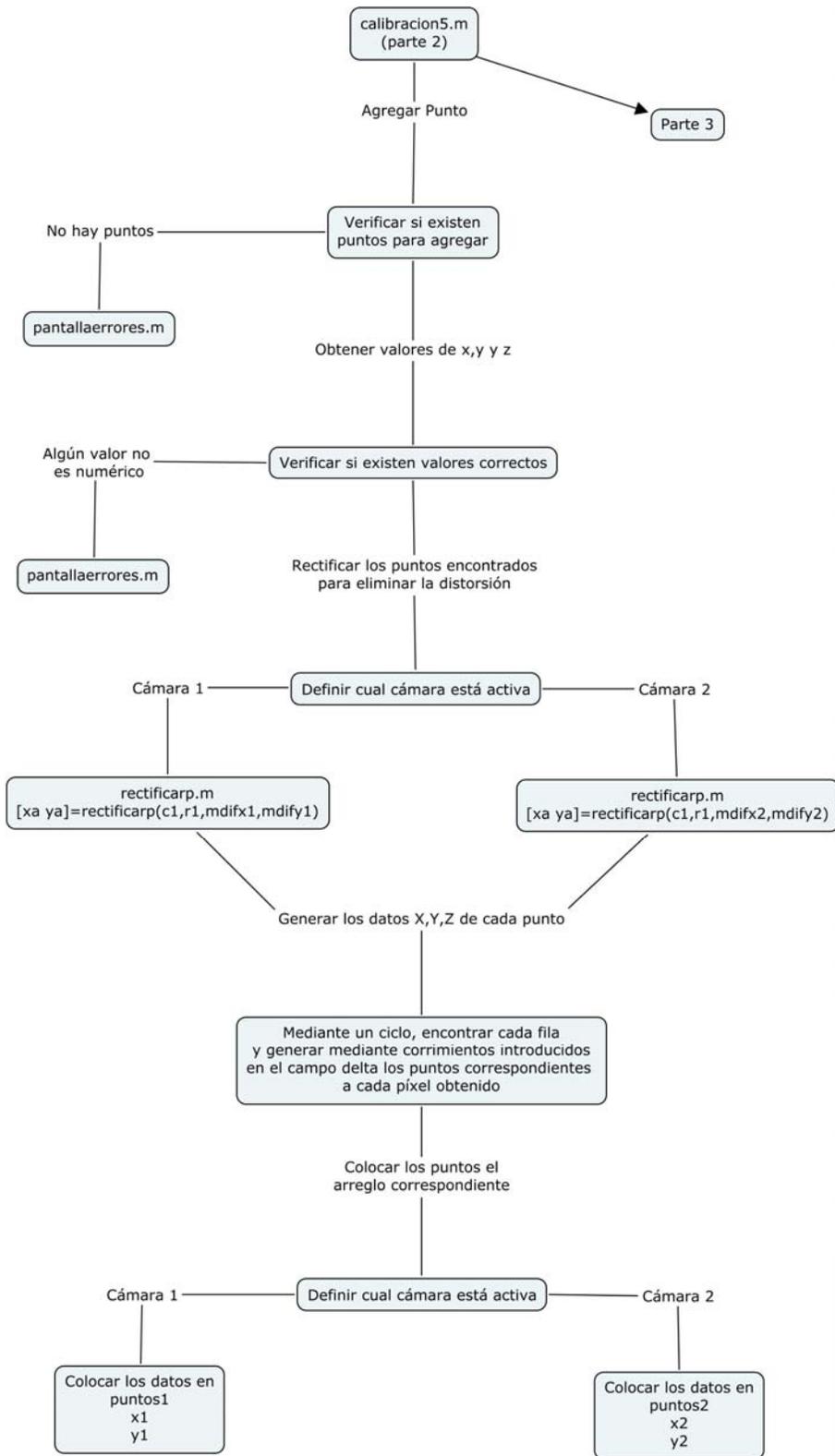


Figura 27. Esquema de funcionamiento del módulo calibración5.m parte 2

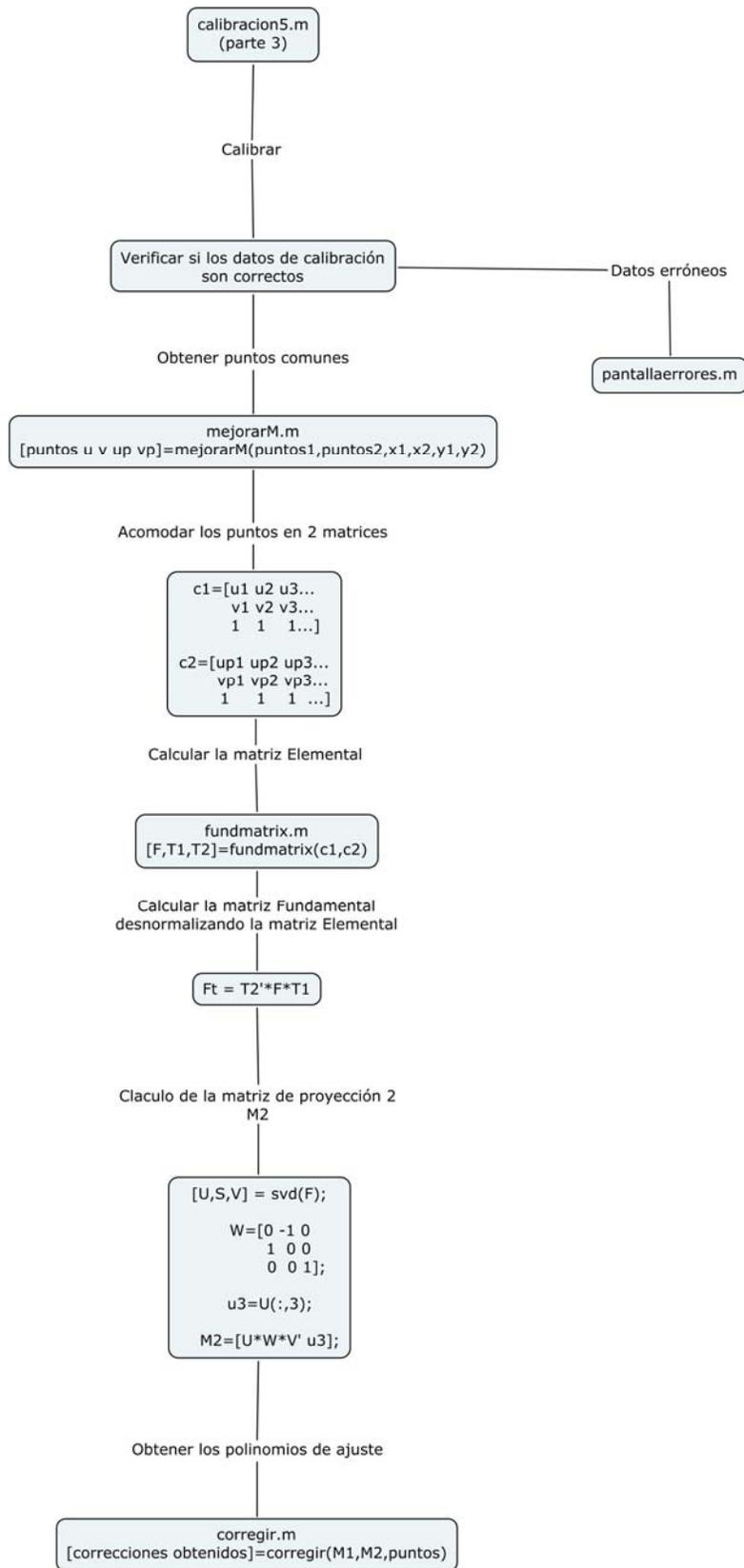


Figura 28. Esquema de funcionamiento del módulo calibración5.m parte 3

5.3.2 Módulo correcciones.m

Este módulo realiza la reconstrucción de todos los puntos comunes utilizados para el cálculo de las matrices de proyección, luego, encuentra los coeficientes de los polinomios de grado 2 que mejor ajustan los datos obtenidos a las coordenadas reales medidas, el esquema del funcionamiento se muestra en la figura 29.

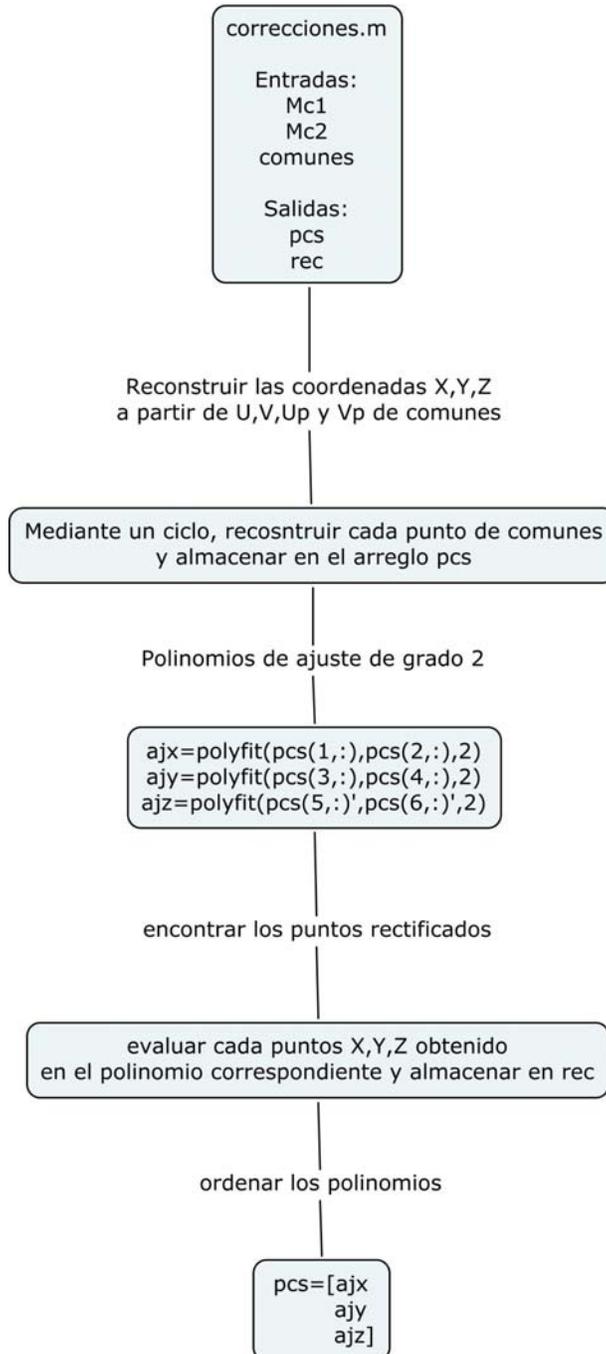


Figura 29. Esquema del funcionamiento del módulo correcciones.m

5.4 Medición de Objetos

A grandes rasgos, para realizar la medición primero se obtienen las imágenes del objeto, luego se obtienen los puntos considerados como esquinas, estos puntos se correlacionan entre sí para encontrar puntos semejantes en las dos imágenes para luego obtener las coordenadas X, Y, Z de los puntos encontrados. La etapa que produce más errores durante la medición es la de encontrar puntos correspondientes en las dos imágenes, debido a que muchas veces el módulo utilizado para este fin encuentra altas correlaciones entre puntos que no corresponden exactamente

La correlación se realiza utilizando imágenes en escala de grises, con lo cual se pierde información de la imagen, si la correlación se realizara utilizando imágenes del tipo RGB, mejoraría la obtención de puntos semejantes, con la desventaja que se necesitaría de más procesamiento para obtener los puntos. Para este programa se utilizó un módulo que correlaciona los puntos con sus respectivas imágenes en escala de grises utilizando para cada punto una ventana de 25 píxeles para optimizar la ejecución del programa y la obtención de los puntos semejantes.

5.4.1 Módulo dcamaras5.m

Este módulo es una interfaz para el usuario, básicamente presenta el video de las dos cámaras para que se pueda ver el objeto que se desea medir, cuando se desea tomar la medición, sólo se presiona un botón y el programa ejecuta todas las instrucciones necesarias para obtener la altura, el ancho y el largo del objeto, en la figura 30 se muestra la interfaz y en las figuras 31 y 32 se muestra el esquema del funcionamiento.

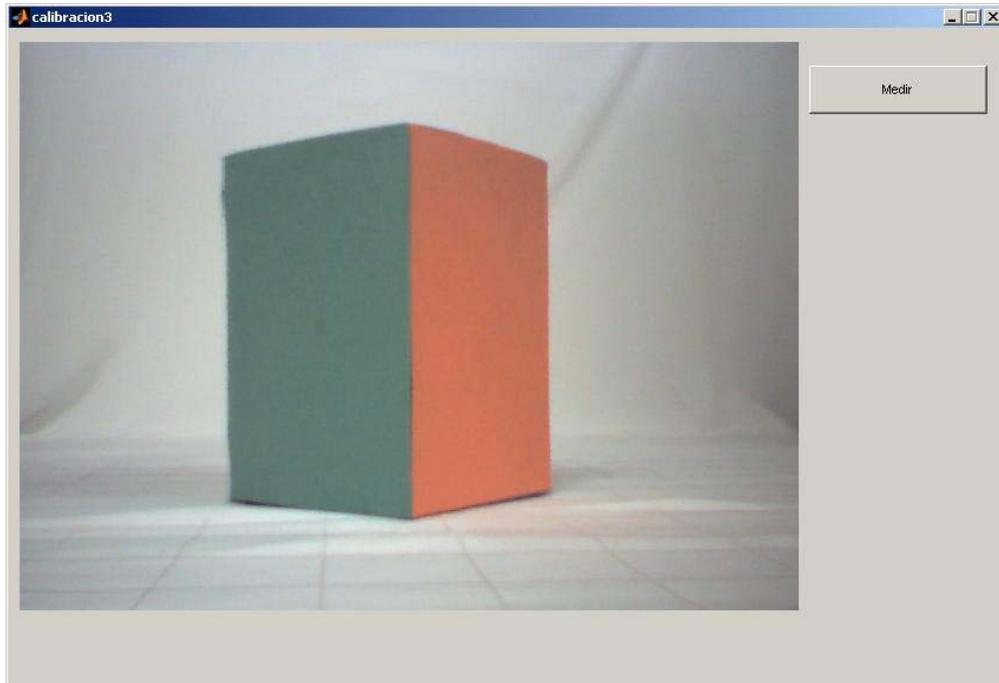


Figura 30. Módulo dcamaras5

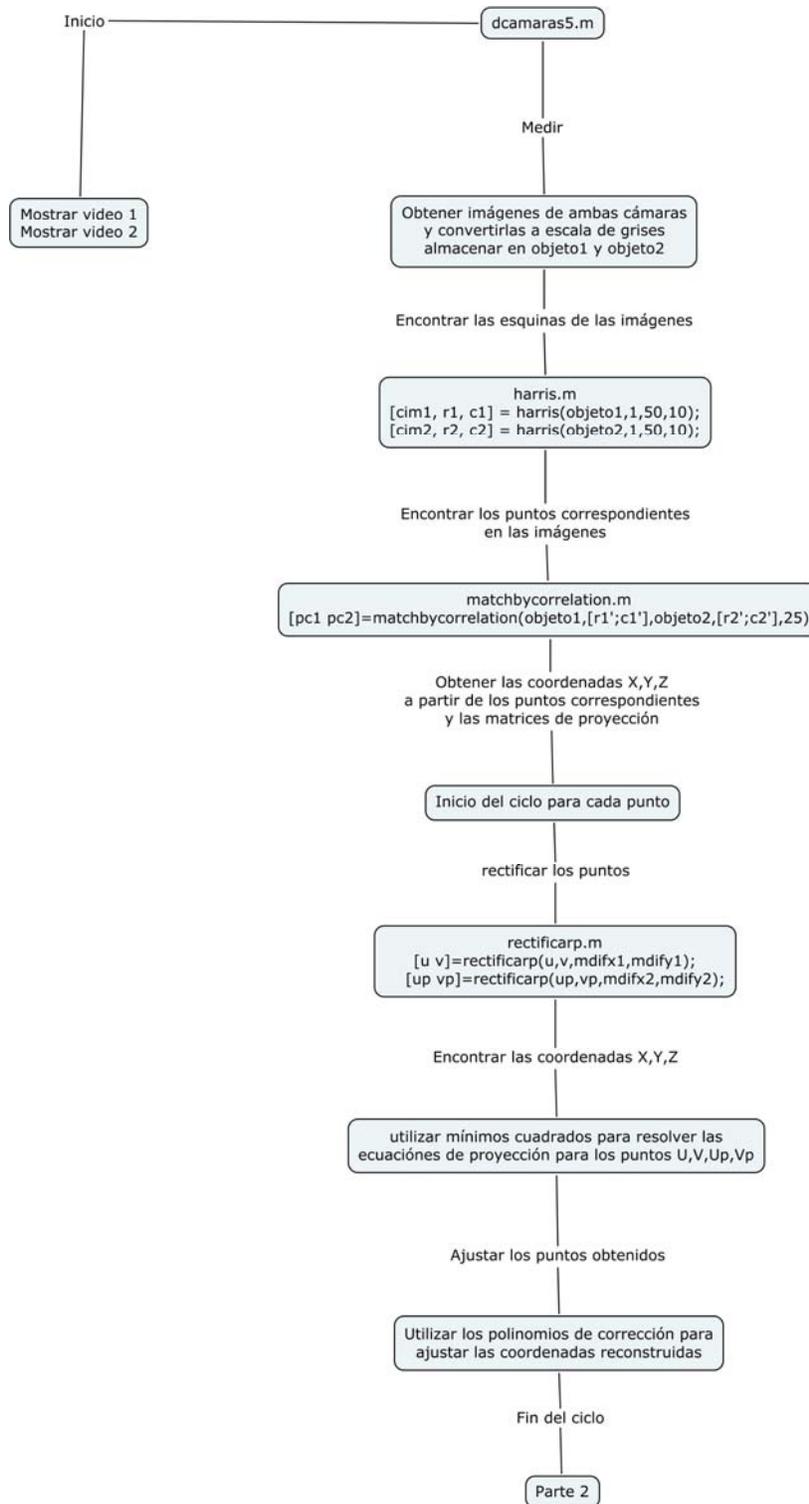


Figura 31. Esquema del funcionamiento del módulo dcamaras5.m parte 1

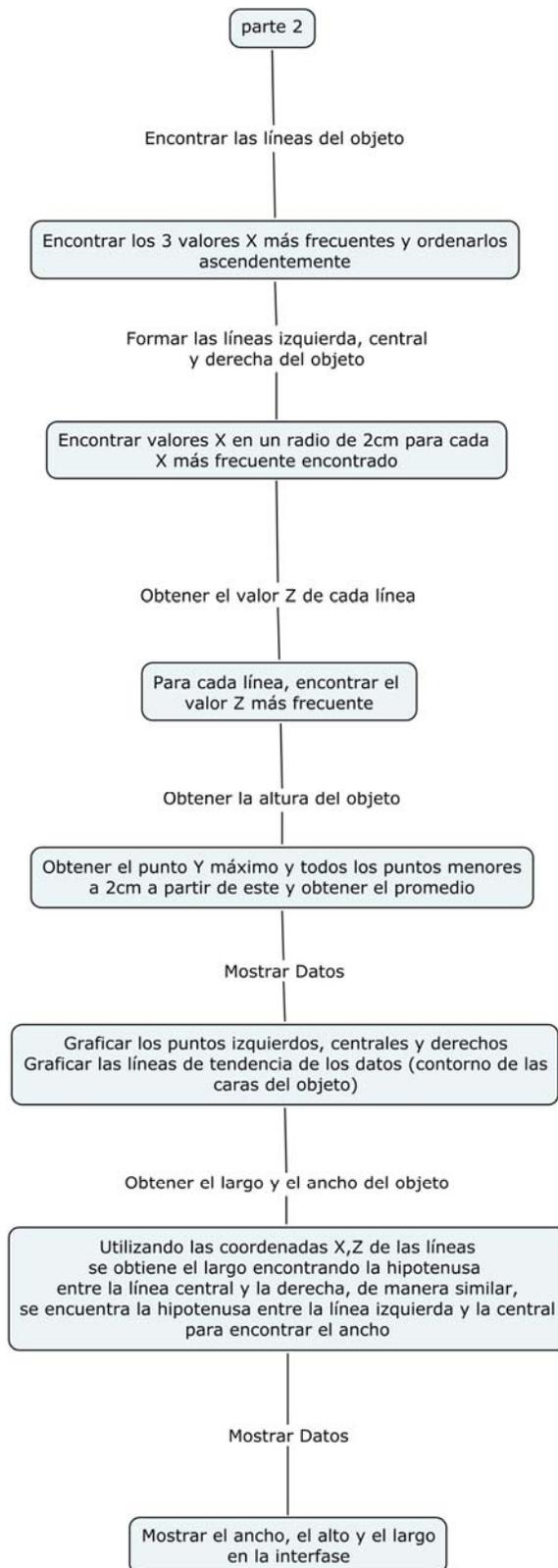


Figura 32. Esquema del funcionamiento del módulo dcamaras5 parte 2

Capítulo 6. Resultados Experimentales y Análisis

6.1 Resultados

6.1.1 Corrección de la distorsión

En las figuras de la 33 a la 36 se muestran los histogramas de los datos obtenidos para medir los parámetros utilizados para la corrección de la distorsión

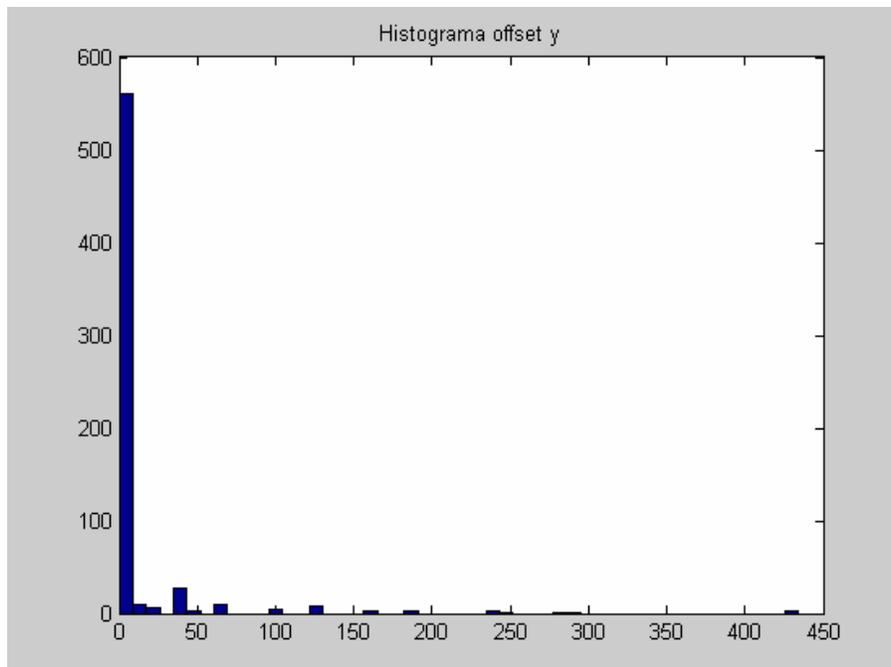


Figura 33. Histograma de los datos para el offset Y

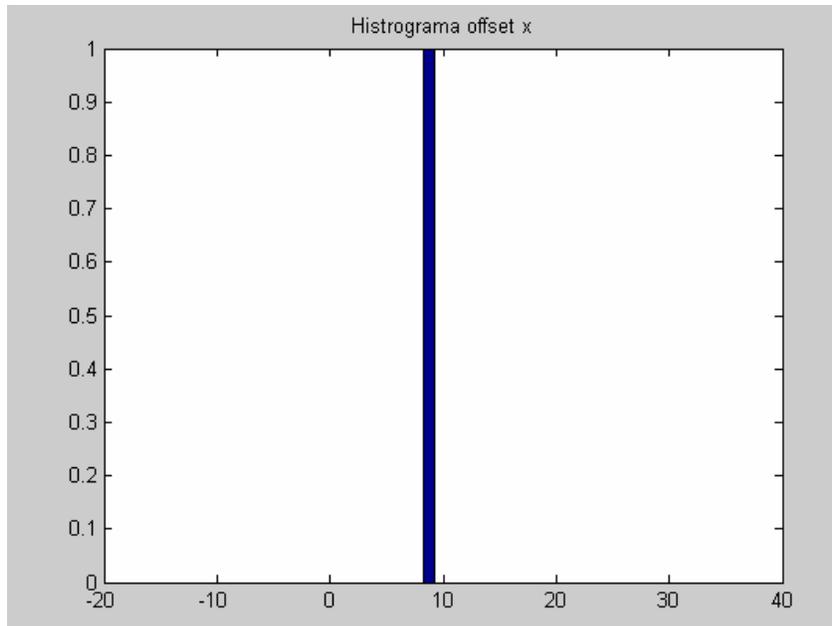


Figura 34. Histograma de los datos para el offset X

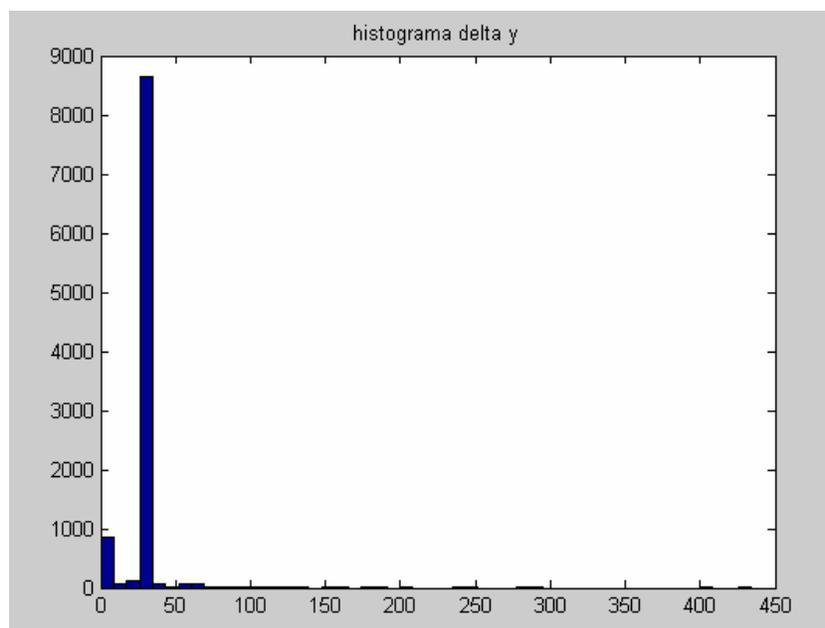


Figura 35. Histograma de los datos para Delta Y

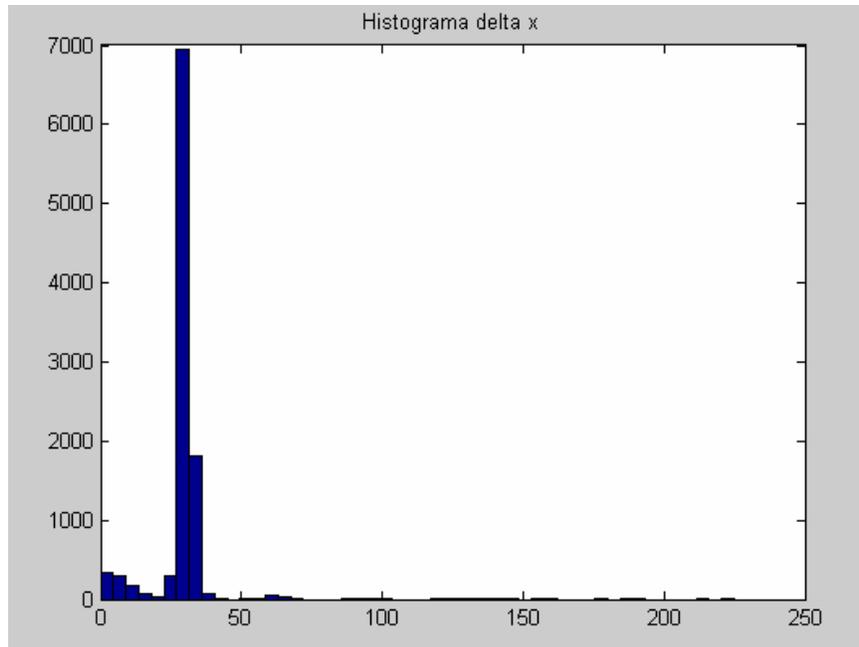


Figura 36. Histograma de los datos para Delta X

En la tabla 6.1 se muestran los valores obtenidos para los parámetros medidos en este caso:

Tabla 6.1 Valores experimentales obtenidos de los parámetros para la corrección de la distorsión

Offset Y píxeles	Offset X píxeles	Delta Y píxeles	Delta X píxeles
8,799	9,0941	30,2394	30,1858

En la figura 37 se pueden ver las posiciones de las líneas de la cuadrícula rectificadas utilizando los parámetros anteriormente obtenidos, en la cual se puede apreciar si los parámetros son correctos (concuerdan con el número de líneas de la imagen tomada y con los espacios entre líneas), además, se pueden apreciar las diferencias entre la imagen tomada y los puntos de la imagen rectificadas y los efectos de la distorsión sobre la misma, para este caso, los efectos son más notorios en la parte inferior derecha de la imagen

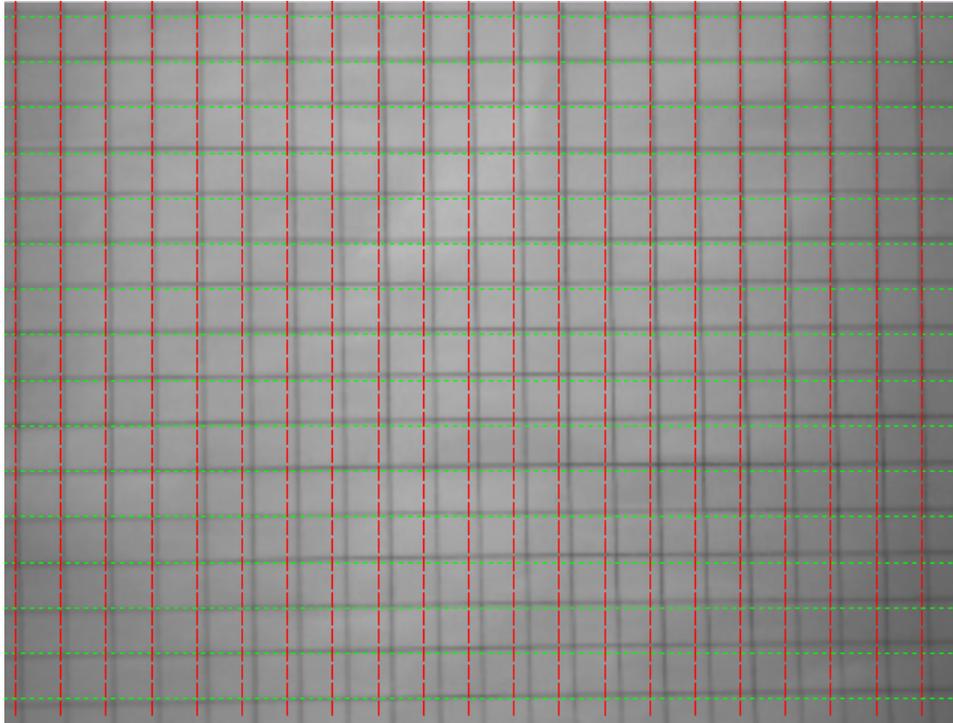


Figura 37. Superposición de la imagen tomada y las líneas rectificadas

En la figura 38 se puede ver la comparación entre la imagen rectificadas y las posiciones ideales de las líneas.

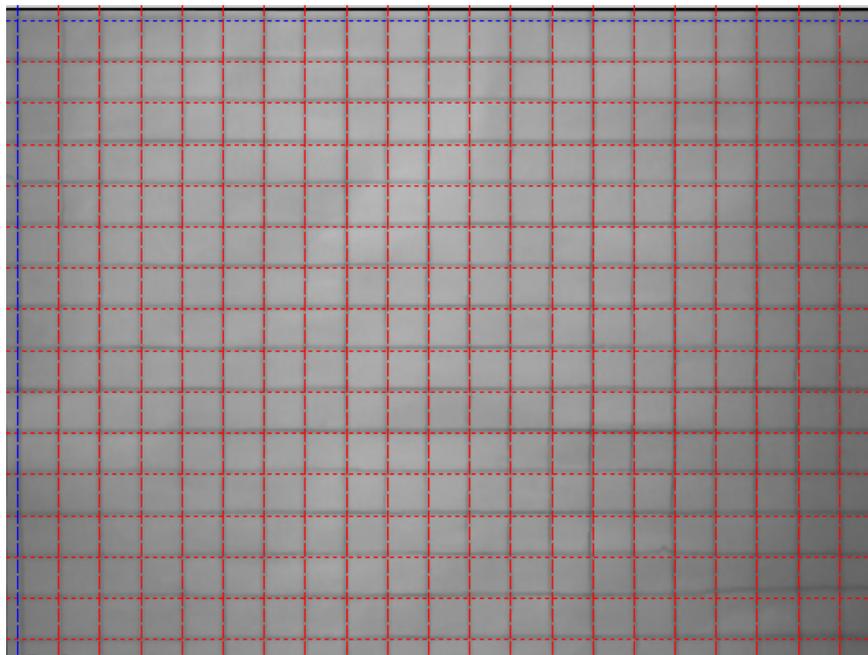


Figura 38. Superposición de las líneas rectificadas ideales y la imagen rectificadas obtenida

6.1.2 Calibración de las cámaras

Al realizar la calibración, se obtuvieron los siguientes resultados experimentales que se muestran en la tabla 6.2

Tabla 6.2 Resultados de la Calibración de las Cámaras

Matriz de Proyección 1	Matriz de Proyección 2
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0.99012 & -0.10588 & -0.09197 & -0.99702 \\ -0.10601 & 0.99436 & -0.00350 & -0.06344 \\ -0.09182 & -0.00629 & 0.99576 & -0.04382 \end{pmatrix}$
Matriz Fundamental	Matriz Elemental
$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.00081437 \\ 0 & 0 & -0.0065734 \\ -0.00075015 & 0.0065774 & 0.093681 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0.00084 & -0.03069 & 0.04452 \\ 0.03433 & -0.00500 & -0.70509 \\ -0.03061 & 0.70549 & 0.00782 \end{pmatrix}$

Una vez obtenidas la matrices de proyección de las cámaras, se pueden reconstruir los puntos X,Y,Z utilizados para calibrar a partir de las coordenadas U,V y U',V' obtenidas anteriormente para verificar los resultados.

En la figura 39 se pueden ver algunos puntos reconstruidos a partir de las coordenadas de las imágenes, en la figura los datos en rojo corresponden a los datos tomados en la coordenada Z=750 mm, los verdes, en Z=600 mm y los naranja, en Z=450 mm. Los puntos unidos con líneas corresponden a las coordenadas reales en la cuadrícula y los puntos del mismo color a los puntos reconstruidos.

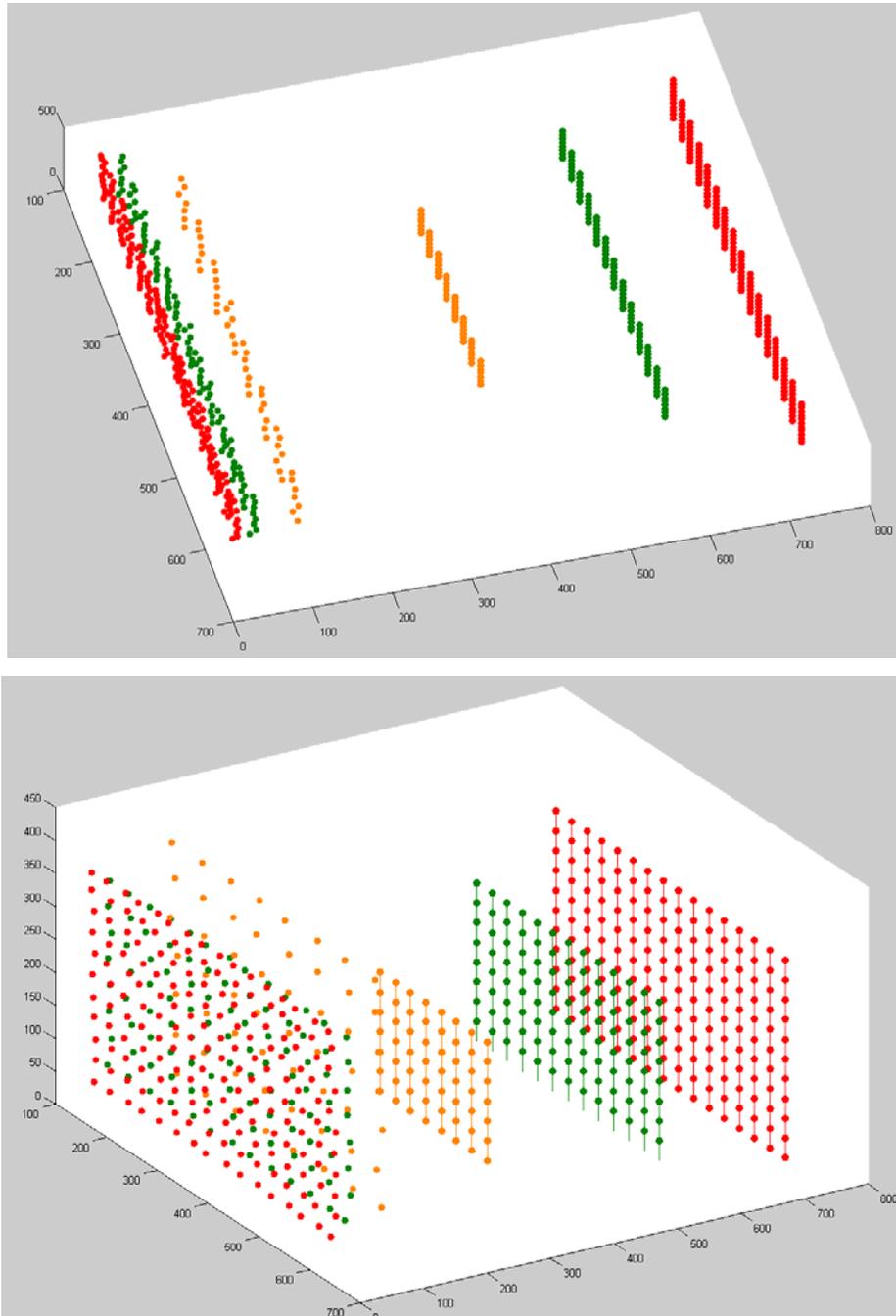


Figura 39. Resultado de la reconstrucción de algunos puntos utilizados en la calibración

Como se puede ver en la figura 39, los ejes Y y Z de los puntos reconstruidos se encuentran invertidos, además, las coordenadas de los puntos se encuentran multiplicadas por un factor de escalamiento y sumadas con un corrimiento.

Debido a que lo que se pretende en el proyecto es medir un objeto utilizando imágenes, se necesita que las coordenadas de un punto reconstruido tengan el menor error posible con respecto a las coordenadas reales del punto, se obtuvieron tres polinomios de ajuste para cada coordenada obtenida, esto se realizó mediante regresión lineal para obtener los coeficientes de un polinomio de grado 2.

Tabla 6.3 Polinomios de ajuste obtenidos

	Coeficientes de ax^2+bx+c		
	a	b	c
Polinomio de ajuste X	0	0,8141	71,8986
Polinomio de ajuste Y	0,0001	-0,8431	298,8741
Polinomio de ajuste Z	0,0321	-9,2251	1042,1813

De la tabla 6.3 se puede apreciar que efectivamente los datos reconstruidos se encuentran multiplicados por un factor de escala y tiene un corrimiento, además, los ejes Y y Z se encontraban invertidos, de ahí el signo negativo del coeficiente b para estos polinomios.

Al reconstruir los mismos puntos utilizando los polinomios de ajuste, se obtienen los resultados mostrados en la figura 40

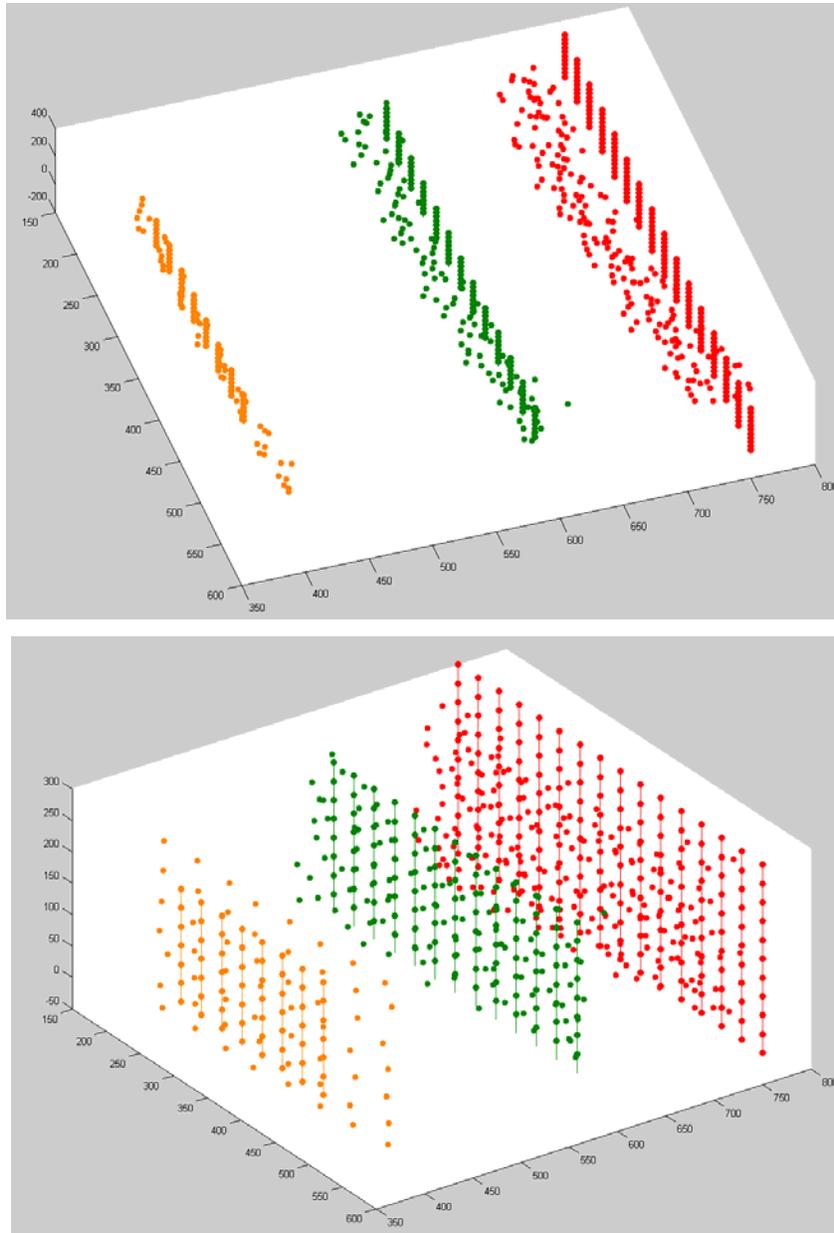


Figura 40. Resultado de la reconstrucción de algunos puntos utilizados en la calibración utilizando los polinomios de ajuste

Como se aprecia en la figura 40, se eliminó el factor de escalamiento y el corrimiento para la mayoría de puntos, el hecho de que los puntos se hayan ajustado provoca que los mejores resultados se obtengan en la zona intermedia desde donde se tomó la calibración y las zonas donde existe mayor error son las zonas cuya profundidad se encuentran cerca de los 40 cm y los 75 cm, que son los límites inferior y superior de la zona de calibración, como se puede ver en la figura, los puntos que poseen menor error con respecto a las coordenadas reales son los puntos con una profundidad de 60cm.

Las figuras 41, 43 y 45 representan los errores en las coordenadas reconstruidas antes y después de utilizar los polinomios de ajuste, en estas es evidente la mejoría que se obtiene, en las coordenadas X se disminuye el error en un promedio de 30%, en las coordenadas Y en un 275% y la coordenada Z en un 855%.

La disminución de estos errores significan una mejoría de 1.65cm para la coordenada X, 16.05 cm para la coordenada Y y 48.51cm para la coordenada Z como se puede ver en las figuras 42, 44 y 46 respectivamente.

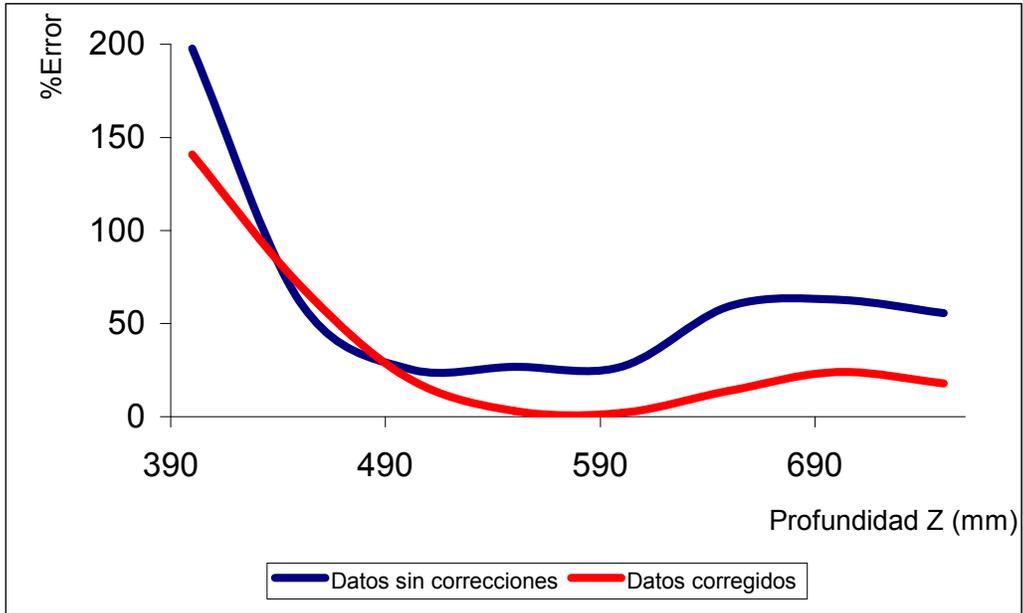


Figura 41. Errores en la coordenada X

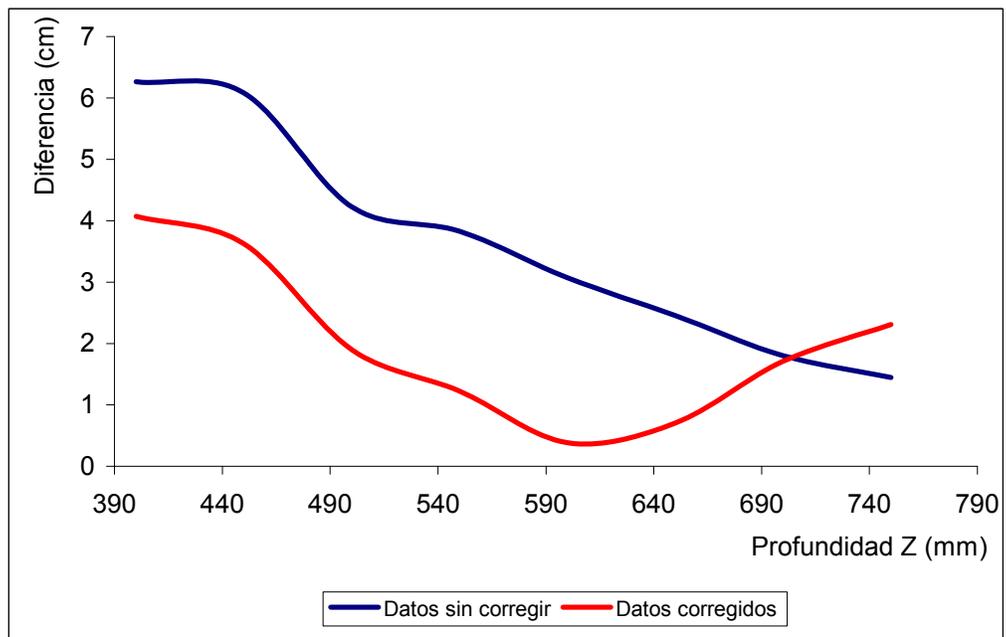


Figura 42. Promedio de las diferencias entre la coordenada X reconstruida y la real

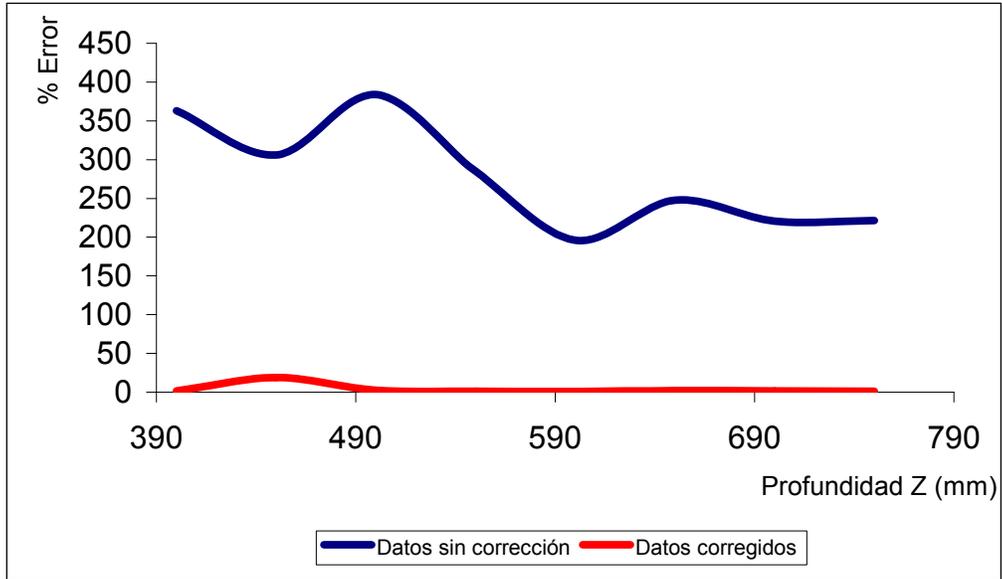


Figura 43. Errores en la coordenada Y

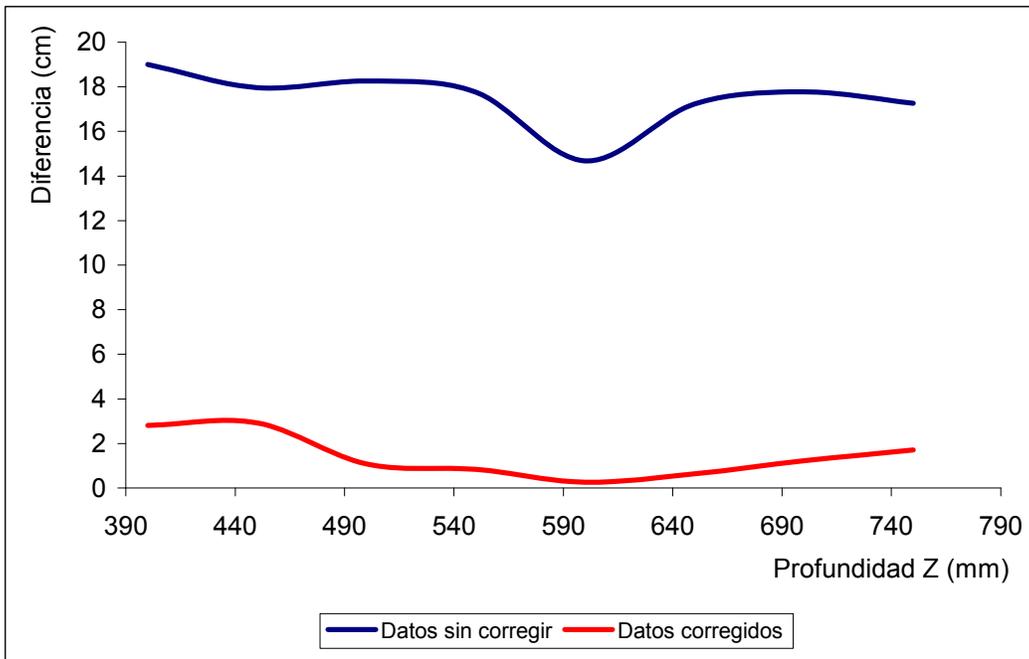


Figura 44. Promedio de las diferencias entre las coordenadas Y reconstruida y la real

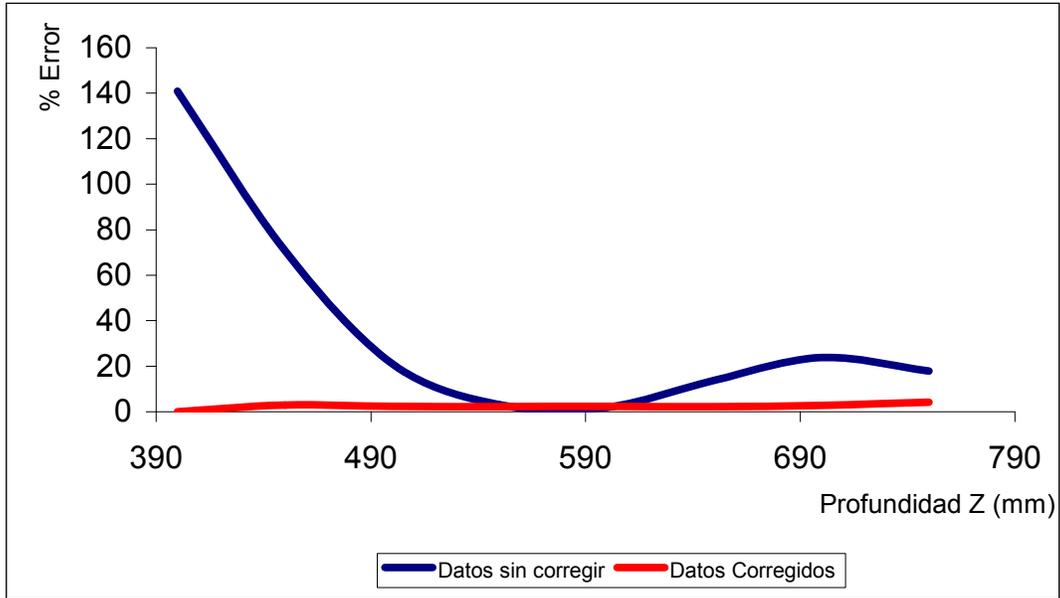


Figura 45. Errores en la coordenada Z

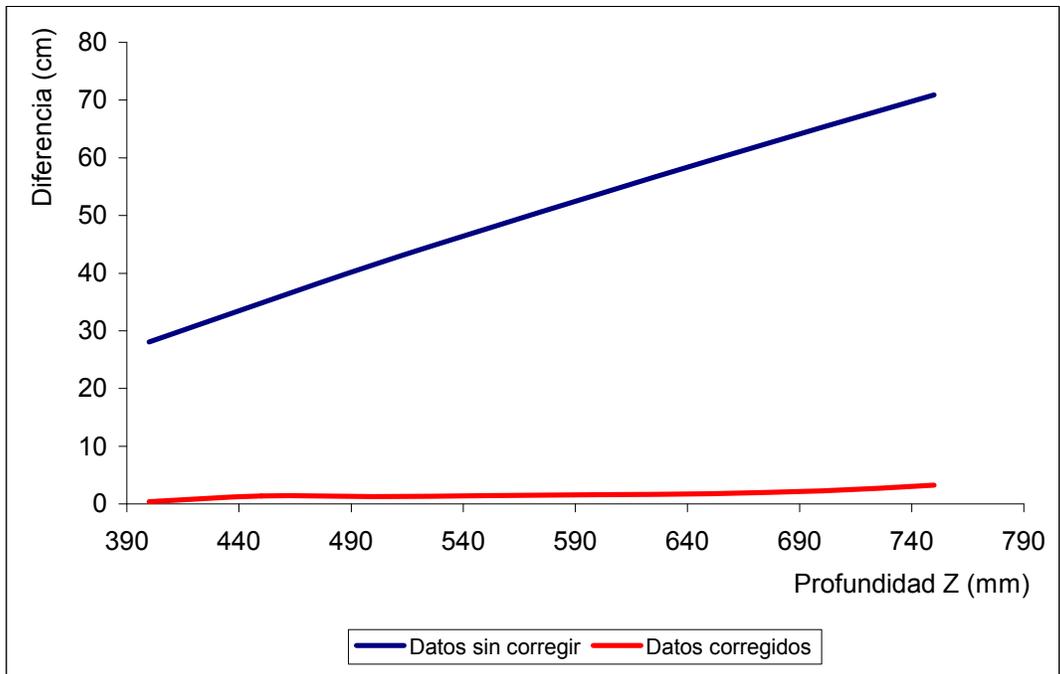


Figura 46. Promedio de las diferencias entre las coordenadas Z reconstruida y la real

6.1.3 Medición de objetos

Para realizar la medición de objetos se seleccionó una región en la cual el error en las coordenadas reconstruidas fuera menor a 15%, esta región se encuentra en las coordenadas Z=51cm y Z=66cm como se ve en la figura 47

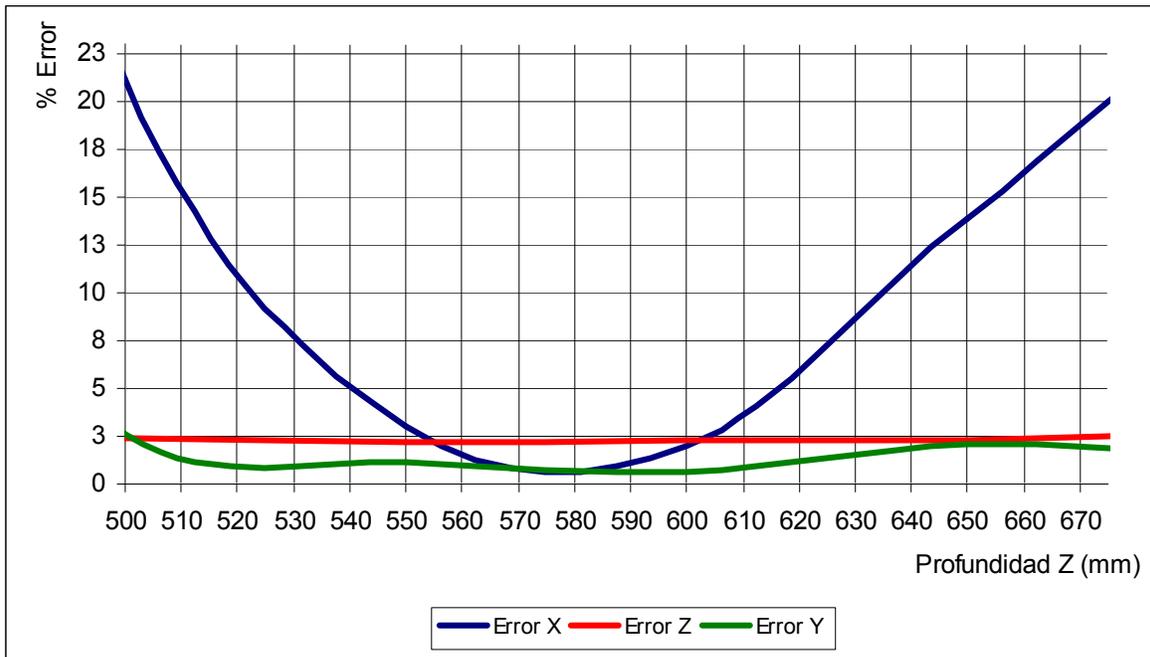


Figura 47. Porcentajes de error para la región de medición seleccionada

Los objetos utilizados son paralelepípedos de diferentes medidas, los cuales tiene las caras de diferentes colores que contrasten entre sí para mejorar la detección de las esquinas en el programa, las medidas que se obtiene son el alto, el largo y el ancho del objeto, así como una figura en tres dimensiones indicando las posiciones de los puntos encontrados en las imágenes, a continuación se presentan tres ejemplos de medición de objetos mostrados en las figuras de la 48 a la 53.

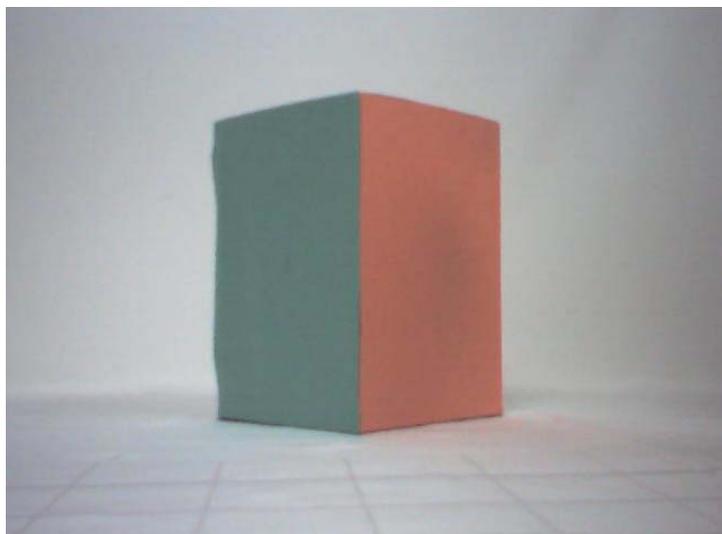


Figura 48. Objeto de medición 1

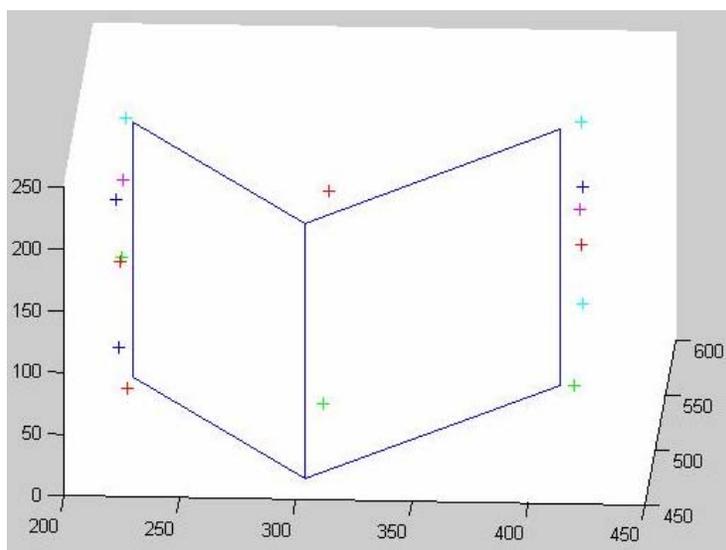


Figura 49. Representación en tres dimensiones de las coordenadas de los puntos obtenidos para la medición del objeto 1

Tabla 6.4 Resultados de la medición el objeto 1

	Alto	Largo	Ancho
Obtenido (cm)	19,356	13,521	12,160
Real (cm)	17,6	12	11,5
%Error	9,977	12,678	5,743
Diferencia (cm)	1,756	1,5214	0,6604

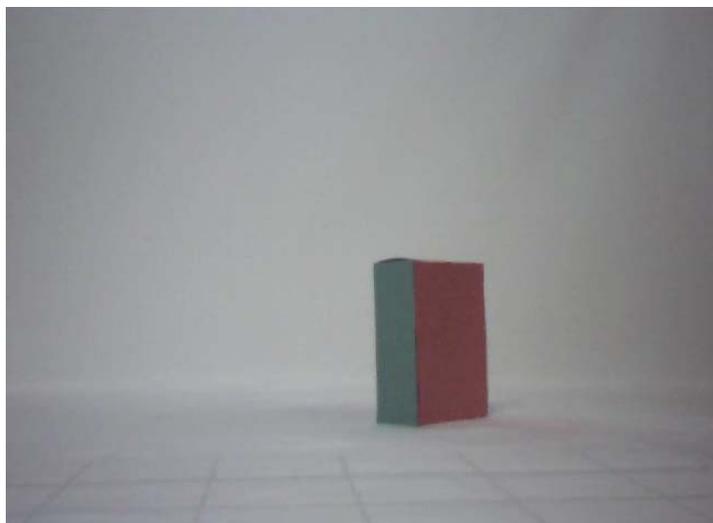


Figura 50. Objeto de medición 2

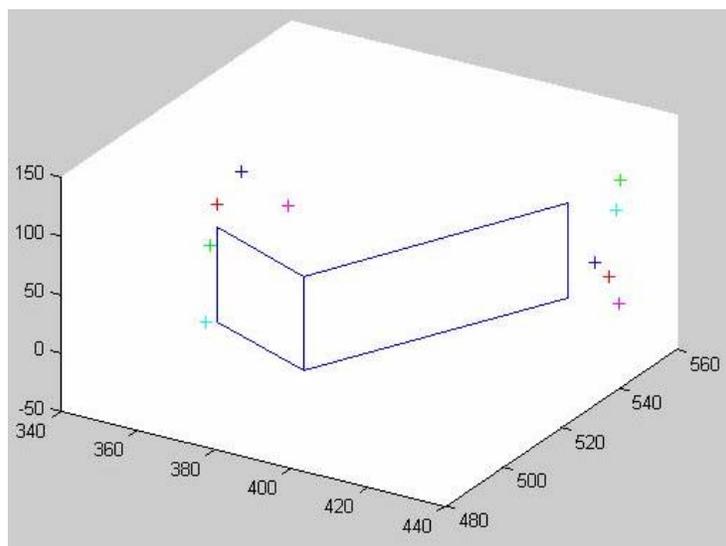


Figura 51. Representación en tres dimensiones de las coordenadas de los puntos obtenidos para la medición del objeto 2

Tabla 6.5 Resultados de la medición del objeto 2

	Alto	Largo	Ancho
Obtenido (cm)	8,043	5,978	3,191
Real (cm)	8,7	6,4	2,8
%Error	7,553	6,589	13,961
Diferencia (cm)	-0,6571	-0,4217	0,3909



Figura 52. Objeto de medición 3

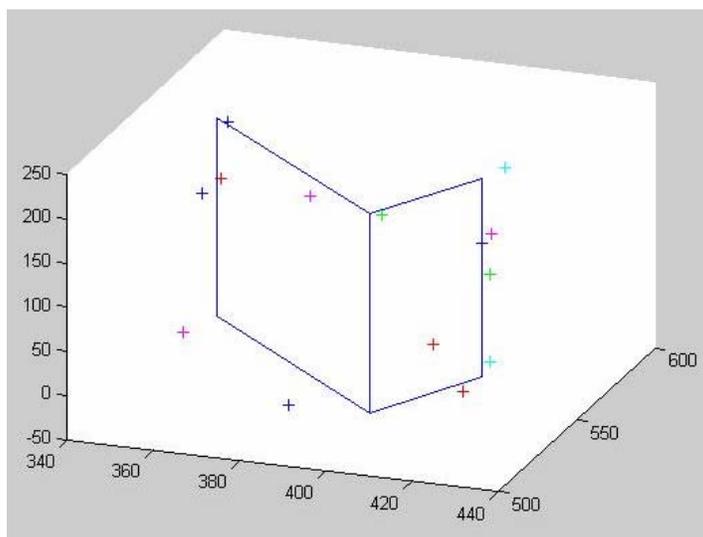


Figura 53. Representación en tres dimensiones de las coordenadas de los puntos obtenidos para la medición del objeto 3

Tabla 6.6 Resultados de la medición del objeto 3

	Alto	Largo	Ancho
Obtenido (cm)	20,541	3,380	6,111
Real (cm)	19	3,7	5
%Error	8,111	8,659	22,222
Diferencia (cm)	1,541	-0,3204	1,1111

Como se puede ver en las tablas 6.4, 6.5 y 6.6, la diferencia en centímetros de los puntos obtenidos con respecto a las medidas reales se encuentra por debajo de 2 centímetros por lo que se puede decir que este último valor es la incertidumbre de la medición

Como se pueden ver en los resultados de la calibración, el promedio de las diferencias entre las coordenadas X,Y,Z obtenidas y las reales para la zona de medición seleccionada está en un valor cercano a 2 cm, por lo que se puede decir que es la mínima incertidumbre posible que se puede obtener con los datos utilizados en la calibración.

6.2 Análisis de resultados

Durante la corrección de la distorsión, se utilizó una imagen de una cuadrícula para obtener dos matrices de corrimientos para cada píxel en la imagen, estas matrices representan el desvío que tiene cada punto con respecto a una imagen rectificadora o ideal. Este método tiene la ventaja de que funciona para cualquier tipo de cámara, ya que si se obtienen las matrices de corrimientos se puede rectificar cualquier imagen obtenida y eliminar los efectos de la distorsión sobre la misma.

Los problemas de la utilización de este procedimiento se dan en los requerimientos del funcionamiento del mismo, ya que es absolutamente necesario que la cuadrícula y el plano de la imagen sean lo más ortogonales posibles, debido a que si no es así, se darán efectos como que las líneas paralelas se unan entre sí dependiendo de la perspectiva, lo que llevaría a errores en las mediciones.

La primera línea vertical y horizontal deben estar completamente en la imagen, en otras palabras, no pueden quedar cortadas por el borde izquierdo y superior de la imagen respectivamente; ya que a partir de estas se miden los parámetros offset x y offset y utilizando estos dos parámetros, se mide el delta x y el delta y, por lo que si se obtiene una medición errónea de los dos primeros, el error se propagará por toda la matriz de corrimientos, provocando una rectificación de la imagen fuera de lo esperado.

Un punto fundamental dentro del funcionamiento del algoritmo es la cantidad de divisiones que se realizan a la imagen para obtener las imágenes en blanco y negro de las líneas de la cuadrícula, ya que dependiendo de las divisiones que se realicen, se obtendrán más o menos líneas de las que existen. Esto se realizó así para flexibilizar el uso de cualquier tamaño de cuadrícula y la distancia desde donde se toma la imagen, con la desventaja que el usuario debe verificar que el

número de segmentaciones es el correcto y que las imágenes de las líneas verticales y horizontales son congruentes con la realidad.

Una vez obtenidos los parámetros y los corrimientos de todas las líneas con respecto a las posiciones ideales, se utiliza un filtro de mediana de 160 muestras, esto para obtener que la tendencia de los datos siga una curva suave y no existan cambios bruscos de posiciones, lo que provoca que la imagen reconstruida tenga un efecto como de mosaico y se pierda totalmente la imagen original. Este filtro de mediana se diseñó a partir de pruebas del desempeño de la imagen reconstruida, ya que si se utiliza una ventana con un valor menor, el efecto de que la imagen se quiebre no se corrige, y con un valor más alto, la tendencia de los datos sigue una curva demasiado suave, lo que provoca que en los lugares donde los efectos de la distorsión son mayores no se obtengan los corrimientos adecuados para corregirla.

La calibración de las cámaras se realizó tomando puntos correspondientes en las dos imágenes de las cámaras a partir de una cuadrícula, utilizando estos puntos se pueden calcular las matrices F y E ; y a partir de la matriz E se calculan las matrices de proyección de la cámara 1 y 2, por lo que la calibración de las cámaras puede realizarse sin la utilización de las coordenadas X, Y, Z de los puntos tomados, sólo se requieren sus respectivas proyecciones en las imágenes.

El problema de este procedimiento es que en la reconstrucción de las coordenadas X, Y, Z a partir de un par de puntos correspondientes, estas coordenadas se encuentran multiplicadas por un factor de escala y sumadas con un factor de corrimiento como se pudo comprobar durante la obtención de los datos experimentales.

Estos factores no pueden ser encontrados sin la utilización de las coordenadas X,Y,Z reales de los puntos, por eso, el programa toma dichas coordenadas para obtener tres polinomios de ajuste, estos son calculados a partir de la reconstrucción de todos los puntos utilizados para realizar la calibración y su comparación con los puntos reales correspondientes, para así encontrar los factores de escala y corrimiento de cada eje reconstruido.

Se utilizó este método debido a que permite reconstruir las coordenadas espaciales de un punto correspondiente en las dos imágenes de manera que se obtenga el menor error posible con respecto a las coordenadas reales del mismo, puesto que el objetivo de este proyecto es medir las dimensiones de un objeto, por lo que se necesita que las coordenadas obtenidas sean lo más exactas posibles.

Para realizar la medición de objetos se escogió la región en la cual se obtuviera el menor error en las mediciones, esta zona se localizó entre $Z=51\text{cm}$ y $Z=66\text{cm}$; el hecho de que el error sea mayor en las zonas límite de donde se obtuvieron puntos para realizar la calibración tiene su origen en la forma de cómo se resolvieron las matrices F y E.

Estas matrices fueron calculadas a partir de la descomposición SVD de una matriz conformada por los puntos comunes y ciertas combinaciones de los mismos, del resultado de esta descomposición se obtienen los valores singulares que representan los coeficientes de la matriz E, al desnormalizarla se obtiene la matriz F y a partir de esta se calculan las matrices de proyección.

Estos valores representan la solución del sistema de ecuaciones desde el punto de vista de mínimos cuadrados, por lo que estos valores se ajustan mejor a la zona en la cual se tiene la mayor concentración de puntos, la cual concuerda con la zona en donde se obtiene el menor error en las mediciones.

El mayor problema que se presentó durante la medición de objetos fue encontrar suficientes puntos en las imágenes, así como sus correspondencias para obtener la reconstrucción de cada uno. En esta etapa, el sistema se vio limitado a utilizar objetos con forma de paralelepípedo, en los cuales las caras del objeto fueran de distintos colores contrastantes para poder diferenciar entre una y otra, ya que en las etapas iniciales se utilizaron objetos de un solo color y fue imposible obtener mediciones exactas, ya que la mayoría de las veces, no se detectó el borde de las caras o se obtuvieron muy pocos puntos de las mismas.

Se utilizó un fondo blanco sin esquinas para realizar la medición de los objetos, esto para evitar que se obtuvieran puntos de medición del entorno, lo que distorsionaría la medición del objeto en si, además, facilita la detección de las esquinas del objeto medido, con lo que se detectan más puntos para realizar la reconstrucción.

El error en las mediciones de un objeto que se encuentra dentro de la zona estipulada se encuentra por debajo de 2cm, lo cual es aceptable considerando que la distancia entre los puntos utilizada en la cuadrícula de calibración es de 3cm, esta distancia entre líneas fue la menor que se pudo utilizar, ya que si los cuadros fueran de menor tamaño, el detector de esquinas utilizado no identificaría muchos de los puntos a las profundidades utilizadas.

Capítulo 7: Conclusiones y Recomendaciones

7.1 Conclusiones

1. A partir de la matriz Elemental, se pueden obtener las matrices de proyección de las dos cámaras, las cuales pueden ser calculadas sin la utilización de la coordenadas X,Y,Z de cada punto.
2. Para obtener la matriz Fundamental, sólo se necesitan puntos correspondientes U, V, U' y V'.
3. A partir de las matrices de proyección y tres polinomios de ajuste para cada eje, se puede realizar la reconstrucción de las coordenadas de un punto en el espacio.
4. El programa desarrollado para la medición de objetos posee una incertidumbre máxima de 2cm.

7.2 Recomendaciones

1. Para la corrección de la distorsión se necesita una cuadrícula con líneas oscuras sobre un fondo claro para mejorar la detección de las mismas.
2. Durante la medición de los objetos la luz utilizada no debe producir sombras.
3. Es recomendable utilizar una computadora con dos puertos USB 2.0 independientes para mejorar la ejecución del programa.
4. Para mejorar la identificación de puntos semejantes en las dos imágenes se debe utilizar un módulo que correlacione los puntos utilizando imágenes en formato RGB.

Bibliografía

- [1] Fu K., Gonzalez R y Lee C. ***Robótica: control, detección, visión e inteligencia.*** McGraw – Hill. 1989
- [2] Montgomery D. ***Design and analysis of experiments.*** John Wiley & Sons. 1976
- [3] Sonka M, Hlavac V y Boyle R. ***Image processing, analysis and machine vision.*** PSW Publishing. 1999
- [4] Hartley R. y Zisserman A. ***Multiple View Geometry in Computer Vision.*** Cambridge University Press. 2003
- [5] Chapra S. y Canale R. ***Métodos numéricos para ingenieros.*** McGraw-Hill Interamericana. 2003
- [6] Kovesi P ***MATLAB and Octave Functions for Computer Vision and Image Processing,*** The University of Western Australia
< <http://www.csse.uwa.edu.au/~pk/Research/MatlabFns/> >
- [7] Barreto J. y Daniilidis K, ***Wide Area Multiple Camera Calibration and Estimation of Radial Distortion,*** University of Pennsylvania,
<<http://www.cis.upenn.edu/~kostas/mypub.dir/barreto04calibration.pdf> >
- [8] Hantak C. ***Comp 290-089: 3D Photography, Homework 3: Ransac,***
<<http://www.cs.unc.edu/~hantak/classes/COMP290089F04/hwk3report/>>

[9] Oliensis J, ***Linear Stratified Self-Calibration and Euclidean Reconstruction***, NEC Research Institute <<http://www.cs.stevens.edu/~oliensis/selfcalib.pdf>>

[10] Henrichsen A, ***3D Reconstruction and Camera Calibration from 2D Images***, University of Cape Town, <http://www.cs.huji.ac.il/~smartclass/docs/vector_extraction/3D_Reconstruction_and_Camera_Calibration_from_2D_Images.pdf>

[11] Strobl K, Sepp W, Fuchs E, Paredes C y Arbter K, ***Camera Calibration Toolbox for Matlab***, Institute of robotics and Mechatronics <http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/>

Apéndices

A1. Glosario

2D: Dos dimensiones, en este caso, se utiliza para designar un sistema con coordenadas X,Y.

3D: Tres dimensiones, en este caso, se utiliza para designar un sistema con coordenadas X,Y,Z.

USB: Bus serial universal, por sus siglas en inglés.

RGB: Rojo, verde y azul por sus siglas en inglés. Formato utilizados para designar imágenes compuestas por estos tres colores.

A2. Manual de Usuario

Inicio del programa

1. Abrir el programa MATLAB R2006
2. Ejecute el programa Pincipal.m



Figura 54. Pantalla Pincipal.m

Corrección de la distorsión

1. Presione el botón Corrección de la distorsión en la pantalla Principal

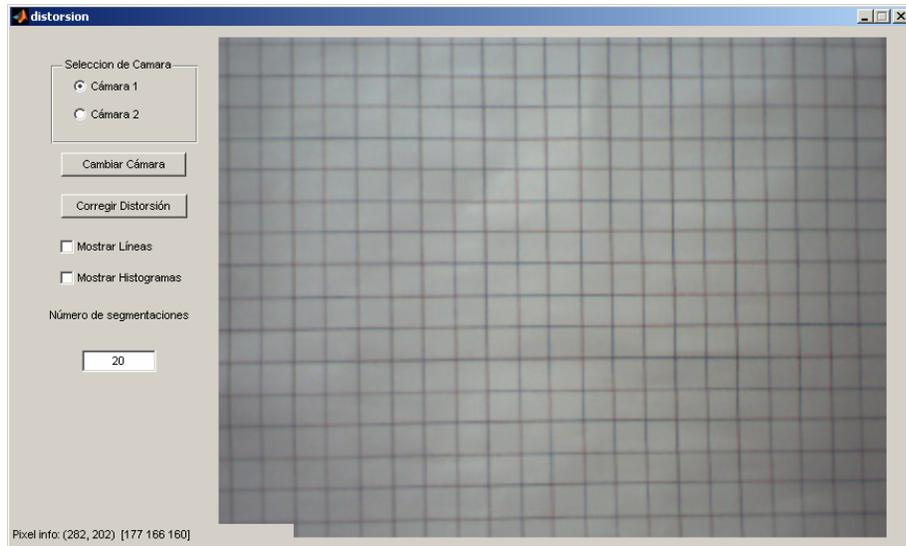


Figura 55. Pantalla de corrección de la distorsión

2. Obtenga una imagen completa de una cuadrícula como se ve en la figura anterior, esta debe cubrir toda la imagen y debe ser perpendicular al plano de la misma.
3. Seleccione la opción mostrar líneas y presione el botón corregir distorsión
4. Verifique que las líneas verticales y horizontales son congruentes con las líneas de la imagen
5. Si se obtienen menos líneas verticales u horizontales que las que posee realmente la imagen, aumente el valor del número de segmentaciones y repita el procedimiento
6. Una vez que se ha encontrado una rectificación de la imagen satisfactoria, repita el procedimiento por la cámara 2

Calibración

1. En la pantalla Principal, presione el botón calibración de las cámaras

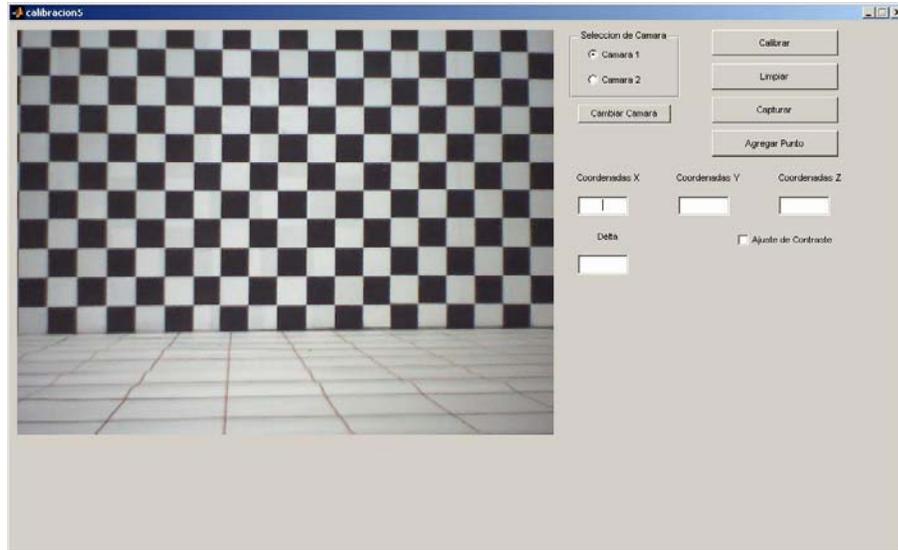


Figura 56. Pantalla de Calibración

2. Si desea eliminar los datos anteriores de calibración y empezar una nueva presione el botón limpiar
3. Coloque una cuadrícula como se ve en la imagen en un plano Z conocido y presione el botón capturar
4. Se mostrará una imagen de las esquinas obtenidas, seleccione con el puntero la región de medición empezando por el punto superior izquierdo.

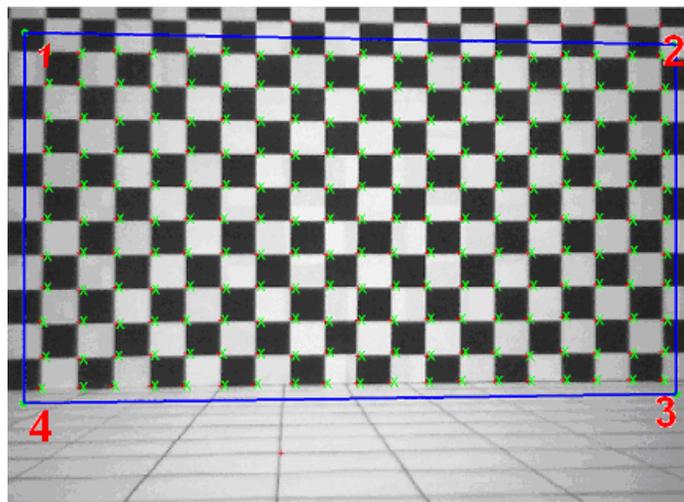


Figura 57. Selección de la región de medición

5. Procure que dentro de la región de medición no existan puntos que no sean esquinas, por ejemplo, puntos entre líneas, para evitar errores en la toma de datos, además, las líneas deben ser completas, seleccione regiones cuyos bordes formen rectángulos como se ve en la figura 53.
6. Introduzca las coordenadas X,Y,Z del primer punto indicado en la imagen, además del espacio delta entre líneas, coloque los valores en mm
7. Presione el botón agregar y repita los pasos anteriores para varias imágenes variando el plano Z
8. Repita los pasos anteriores para la cámara 2
9. Una vez tomados los datos presione el botón calibrar y se obtendrán los resultados de la calibración.

Medición de objetos

1. Presione el botón Medición de objetos en la pantalla Principal



Figura 58. Pantalla de medición

2. Espere a que se muestre el video de ambas cámaras
3. Coloque el objeto de manera que se pueda ver completamente en ambas imágenes.
4. Para mejorar la detección de las esquinas, coloque un objeto cuyas caras tengan colores contrastantes entre sí.
5. Para mejorar la detección del objeto coloque un fondo plano y de un solo color que contraste con las caras del objeto
6. Presione el botón medir